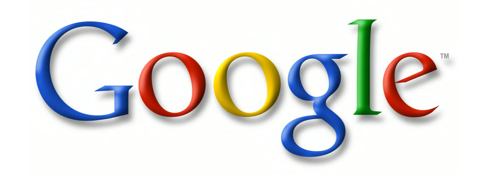
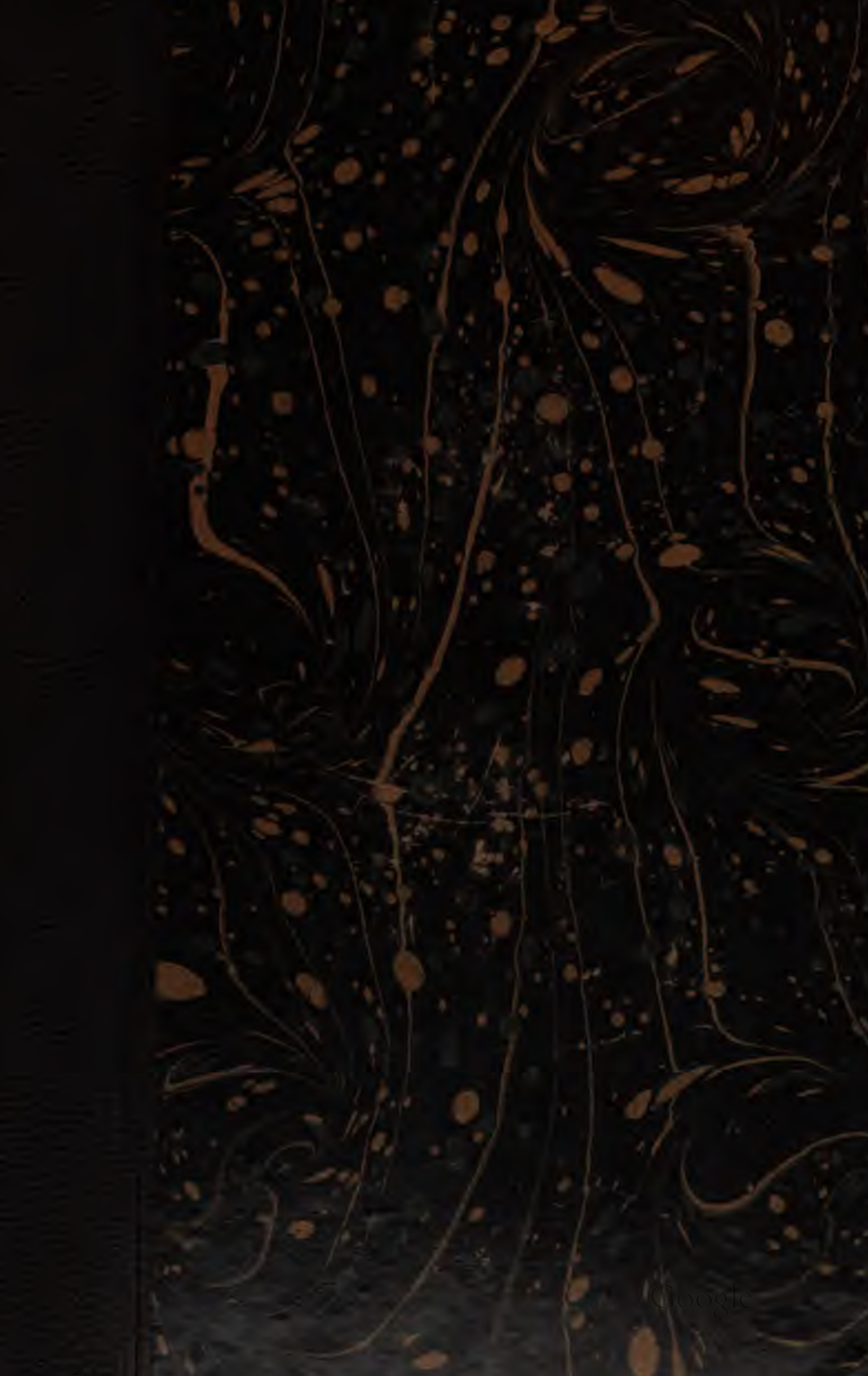
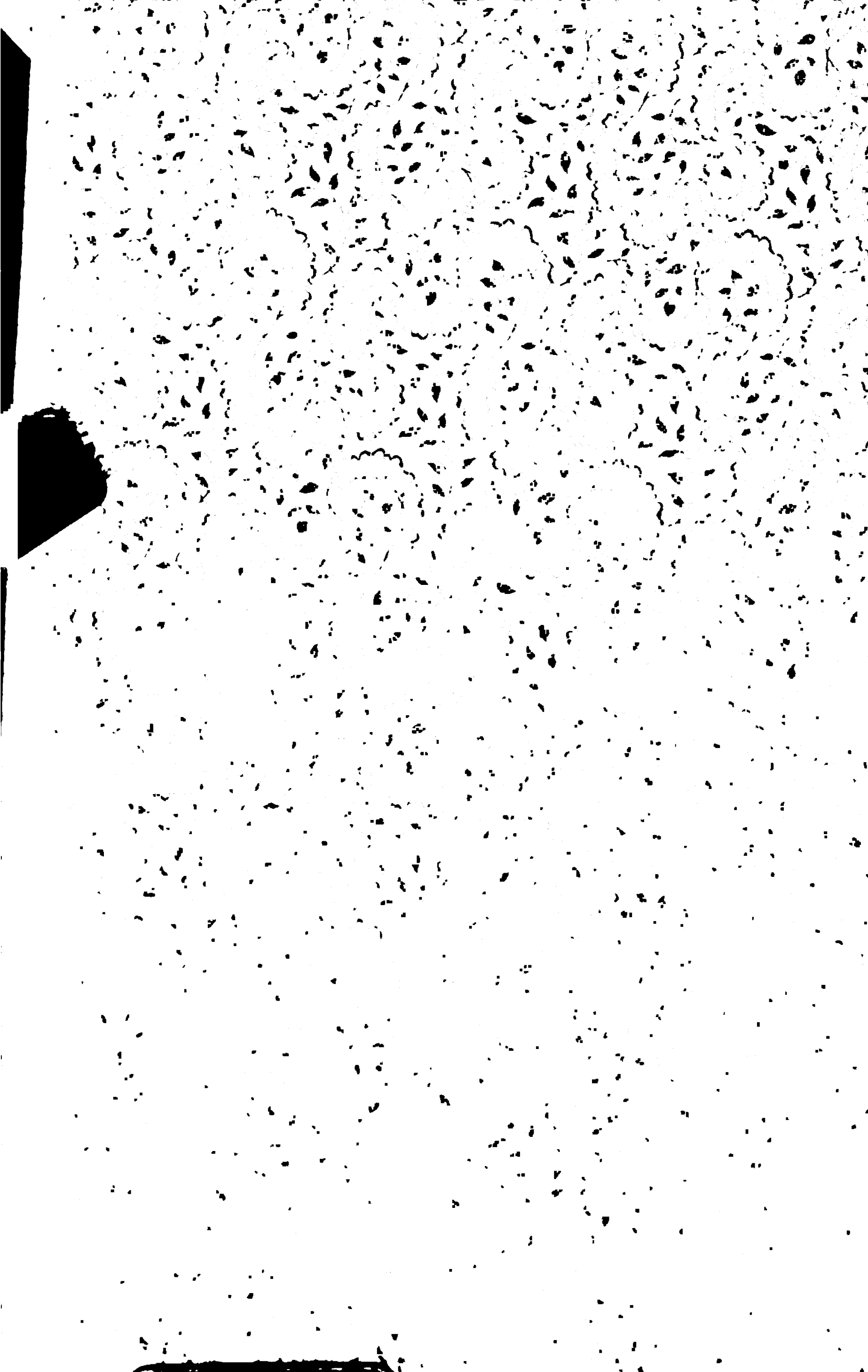






BERICHTE

ÜBER DIE

VERHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU LEIPZIG.

MATHEMATISCH-PHYSISCHE CLASSE.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

1871.

MIT 18 TAFELN UND 60 HOLZSCHNITTEN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

INHALT.

Protector der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

SEINE MAJESTÄT DER KÖNIG.

Ehrenmitglied

Seine Excellenz der Herr Minister des Königlichen Hauses und Staatsminister a. D. Freiherr *Johann Paul von Falkenstein.*

Ordentliche einheimische Mitglieder der philologisch-historischen Classe.

Herr Professor *Heinrich Leberecht Fleischer* in Leipzig, Secretär der philol.-histor. Classe.
- Professor *Hermann Brockhaus* in Leipzig, stellvertretender Secretär der philol.-histor. Classe.
- Geheimer Hofrath *Eduard Albrecht* in Leipzig.
- Professor *Conrad Bursian* in Jena.
- —— *Georg Curtius* in Leipzig.
- —— *Adolf Ebert* in Leipzig.

Se. Exc. Herr Geheimer Rath *Hans Conon von der Gabelentz* in Altenburg.

Herr Geheimer Hofrath und erster Universitäts-Oberbibliothekar *Ernst Gotthelf Gersdorf* in Leipzig.
- Domherr und Geheimer Hofrath *Gustav Hänel* in Leipzig.

Herr Professor *Gustav Hartenstein* in Jena.
- Professor und zweiter Universitäts-Oberbibliothekar *Christoph Ludolf Ehrenfried Krehl* in Leipzig.
- —— *Ludwig Lange* in Leipzig.
- Hofrath *Karl Nipperdey* in Jena.
- Professor *Johannes Adolph Overbeck* in Leipzig.
- Geheimer Regierungsrath *Friedrich Ritschl* in Leipzig.
- Geheimer Hofrath *Wilhelm Roscher* in Leipzig.
- Professor *Georg Voigt* in Leipzig.
- — *Moritz Voigt* in Leipzig.
- Geheimer Rath *Karl Georg von Wächter* in Leipzig.
- Professor *Friedrich Zarncke* in Leipzig.

Ordentliche auswärtige Mitglieder der philologisch-historischen Classe.

Herr Professor *Johann Gustav Droysen* in Berlin.
- — *Hermann Alfred von Gutschmid* in Kiel.
- — *Moritz Haupt* in Berlin.
- Geheimer Justiz- und Oberappellationsgerichtsrath *Andreas Ludwig Jacob Michelsen* in Schleswig.
- Professor *Theodor Mommsen* in Berlin.
- Hofrath *Hermann Sauppe* in Göttingen.
- Professor *Gustav Seyffarth* in New-York.
- *Karl Bernhard Stark* in Heidelberg.

Ordentliche einheimische Mitglieder der mathematisch-physischen Classe.

Herr Geheimer Medicinalrath *Ernst Heinrich Weber* in Leipzig, Secretär der mathem.-phys. Classe.
- Geheimer Hofrath *Wilhelm Gottlieb Hankel* in Leipzig, stellvertretender Secretär der mathem.-phys. Classe.
- Professor *Carl Bruhns* in Leipzig.
- Geheimer Hofrath *Moritz Wilhelm Drobisch* in Leipzig.

Herr Professor *Gustav Theodor Fechner* in Leipzig.
- Hofrath *Carl Gegenbaur* in Jena.
- Geheimer Regierungsrath *Peter Andreas Hansen* in Gotha.
- Professor *Johann August Ludwig Wilhelm Knop* in Leipzig
- —— *Hermann Kolbe* in Leipzig.
- —— *Rudolph Leuckart* in Leipzig.
- Hofrath *Carl Friedrich Wilhelm Ludwig* in Leipzig.
- Geheimer Bergrath *Karl Friedrich Naumann* in Dresden.
- Professor *Carl Neumann* in Leipzig.
- Oberbergrath *Ferdinand Reich* in Freiberg.
- Bergrath *Theodor Scheerer* in Freiberg.
- Professor *Wilhelm Scheibner* in Leipzig.
- Hofrath *August Schenk* in Leipzig.
- —— *Oskar Schlömilch* in Dresden.
- —— *Gustav Wiedemann* in Leipzig.
- Professor *Johann Carl Friedrich Zöllner* in Leipzig.

Ordentliche auswärtige Mitglieder der mathematisch-physischen Classe.

Herr Professor *Heinrich d'Arrest* in Kopenhagen.
- —— *Heinrich Richard Baltzer* in Giessen.
- Hofrath *Otto Funke* in Freiburg.
- Professor *Wilhelm Hofmeister* in Heidelberg.
- Hofrath *Mathias Jacob Schleiden* in Dorpat.
- Professor *Samuel Friedrich Nathanael Stein* in Prag.
- —— *Alfred Wilhelm Volkmann* in Halle.
- Geheimer Hofrath *Wilhelm Weber* in Göttingen.

Verzeichniss

der bei der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften im Jahre 1871 eingegangenen Schriften.

Von gelehrten Gesellschaften, Universitäten und öffentlichen Behörden herausgegebene und periodische Schriften.

Abhandlungen der Königl. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin. Aus d. J. 1870. Berlin 1871.

Verzeichniss d. Abhandlungen d. K. Preuss. Akad. d. Wiss. von 1710—1870 in alphabet. Folge der Verfasser. Berlin 1871.

Monatsbericht d. Königl. Preuss. Akad. d. Wiss. zu Berlin. 1870. Dec. 1871. Januar—August.

Denkschriften d. Kaiserl. Akad. d. Wissensch. Philosophisch-histor. Cl. Bd. 19 u. 20. Wien 1870. 1871.

Denkschriften d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. Mathematisch-naturwissensch. Cl. Bd. 30. Wien 1870.

Sitzungsberichte der Kaiserl. Akad. d. Wissenschaften. Philos.-histor. Cl. LXIII. Bd. 1—3. Heft. 1869. LXIV. Bd. 1—3. Heft. 1870. LXV Bd. 1—4. Heft. 1870. LXVI. Bd. 1—3. Heft. LXVII. Bd. 1—3. Heft. LXVIII. Bd. 1. Heft. 1871. Wien.

Sitzungsberichte der Kaiserl. Akad. d. Wissensch. Mathem.-naturwiss. Cl. Erste Abth. LX. Bd. 3—5. Heft. 1869. LXI. Bd. 1—5. Heft. 1870. LXII. Bd. 1—5. Heft. 1870. LXIII. Bd. 1—5. Heft. 1871. Zweite Abth. LX. Bd. 3—5. Heft. 1869. LXI. Bd. 1—5. Heft. 1870. LXII. Bd. 1—5. Heft. 1870. LXIII. Bd. 1—5. Heft. 1871. Wien.

Register zu den Bänden 51 bis 60 der Sitzungsberichte der mathem.-naturwiss. Cl. d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. VI. Wien 1870.

Anzeiger d. Kaiserl. Akad. d. Wissensch. Jahrg. VII. 1870. No. 28 u. 29. (Schluss, mit Titel u. Index). Jahrg. VIII. 1871. No. 1—16. 18—25. Wien.

Almanach der Kais. Akad. d. Wissensch. Jahrg. 20. 1870. Jahrg. 21. 1871. Wien.

Phänologische Beobachtungen aus dem Pflanzen- und Thierreiche von K. Fritsch. VIII. Heft Jahrg. 1857. Herausgeg. durch d. Kaiserl. Akad. d. Wiss. Wien 1869.

Tabulae codd. mss. praeter graecos et orientales in Bibliotheca Palatina Vindobonensi asservatorum, ed. Academia Caesarea Vindobonensis. Vol. IV. Cod. 5001—6500. Vol. V. Cod. 6501—9000. Vindobonae 1870. 1871.

Fontes rerum austriacarum. Zweite Abth. Diplomataria et Acta. XXX. XXXI. XXXII. XXXIII. XXXIV. Bd. Wien 1870.

Archiv für österreich. Geschichte. 42. Bd. 1. u. 2. Hälfte. 43. Bd. 1. und 2. Hälfte. 44. Bd. 1. und 2. Hälfte. Wien 1870. — 45. Bd. 46. Bd. 47. Bd. 1. Hälfte. Wien 1871.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1870. No. 10—18. 1871. No. 1—5. und No. 7—10. Wien.

Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1870. Bd. XX. No. 3 u. 4. 1871. Bd. XXI. No. 1 u. 2. Wien.

Die Reptilfauna der Gosau-Formation in der Neuen Welt bei Wiener-Neustadt, von Dr. Emanuel Bunzel. Herausgeg. von der k. k. geolog. Reichsanstalt. Abhandl. Bd. 5. No. 1. Wien 1871.

Die Cephalopodenfauna der Oolithe von Balin bei Krakau, von Dr. M. Neumayr. Herausgeg. von der k. k. geolog. Reichsanstalt. Abhandl. Bd. 5. No. 2. Wien 1871.

Mittheilungen d. geograph. Gesellschaft in Wien. Neue Folge 3. Nr. 1—11 (Schluss). Wien 1870.

Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1870. Bd. XX. Wien 1870.

Mittheilungen d. anthropologischen Gesellschaft in Wien. 1. Bd. No. 5—8. 10. 11. Wien 1870. 1871.

Schriften des Vereins z. Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien. Bd. 11. 1870/71. Wien 1871.

Abhandlungen der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften vom J. 1870. 6. Folge. 4. Bd. Prag 1871.

Sitzungsberichte der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften in Prag. Jahrg. 1870. Prag 1870. 1871.

Magnetische und meteorologische Beobachtungen auf der k. k. Sternwarte zu Prag im J. 1870. Mit einem Anhange: Astronomische Hülfstafeln, 1. Abth. Herausgeg. von C. Hornstein. Einunddreissigster Jahrg. Prag 1871.

Mittheilungen des Vereins für Geschichte der Deutschen in Böhmen. VII. Jahrg. No. V—VIII. Prag 1869. VIII. Jahrg. No. I—VIII. Prag 1869—70. IX. Jahrg. I—VI. Prag 1870—71.

Siebenter Jahresbericht des Vereines für Geschichte der Deutschen in Böhmen. Vom 16. Mai 1868 bis 15. Mai 1869. Prag 1869. — Achter Jahresbericht u. s. w. Vom 16. Mai 1869 bis 15. Mai 1870. Prag 1870.

Mitglieder-Verzeichniss des Vereins für Geschichte der Deutschen in Böhmen. Geschlossen am 28. Juni 1870.

Die Vorschuss- und Kredit-Vereine (Volksbanken) in Böhmen. Ein Beitrag zur Vereinsstatistik Böhmens von Dr. V. John. Herausgeg. vom Verein f. Gesch. d. Deutschen in Böhmen. Prag 1870.

Abhandlungen der histor. Classe der k. bayer. Akad. d. Wiss. 11. Bds. 2. Abth. 3. Abth. (In d. Reihe d. Denkschriften der XLI. Bd.) München 1869.

Brahma u. die Brahmanen. Vortrag u. s. w. gehalten von M. Haug. München 1869.

Abhandlungen der philosoph. - philolog. Classe d. k. bayer. Akad. d. Wissensch. 12. Bd. 2. Abth. (In d. Reihe d. Denkschriften d. XLV. Bd.) München 1870.

Sitzungsberichte d. k. bayer. Akad. d. Wissensch. zu München. 1870. II. Heft 1—4. München 1870.

Sitzungsberichte der philos.-philol. u. histor. Classe der k. bayer. Akad. d. Wiss zu München. 1871. Heft 1—4. München 1871.

Sitzungsberichte der mathem.-physikal. Cl. der k. bayerischen Akad. d. Wissensch. zu München. 1871. Heft 1. 2. München 1871.

Almanach der k. bayer. Akad. d. Wiss. für d. J. 1871. München.

Zwölfte Plenarversammlung d. histor. Commission bei der k. bayer. Akademie d. Wissensch. Bericht d. Secretariats. München d. 12. October 1871.

Annalen der k. Sternwarte bei München, von Dr. J. v. Lamont. Bd. XVIII. (Der vollständigen Sammlung XXXIII. Bd.) München 1871.

Verzeichniss von 3571 teleskopischen Sternen zwischen $+9^0$ und $+15^0$ Declination, welche in den Münchener Zonen-Beobachtungen vorkommen, reducirt auf den Anfang des J. 1850 u. s. w. Von J. v. Lamont. XI. Supplementband u. s. w. München 1871.

Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. XV, vom Jahre 1870. Göttingen 1871.

Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität aus d. J. 1870. Göttingen 1870.

Zeitschrift des k. sächs. statistischen Bureau's. XVI. Jahrg. 1870. No. 5—12. 1871. XVII. Jahrg. No. 1—4. Dresden.

Jahresbericht der Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Dresden. Oct. 1870 bis April 1871. Dresden 1871.

Jahresbericht der Handels- und Gewerbekammer in Dresden 1870. Dresden 1871.

Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellsch. VI. Jahrg. 1871. 1—3. Heft. Leipzig 1871.

Meteorologische Beobachtungen, angestellt auf d. Leipziger Universitätssternwarte im Febr. 1869. — im J. 1870. Von C. Bruhns. Leipzig.

Uebersicht der Resultate aus den meteorologischen Beobachtungen, angestellt auf den k. sächs. Stationen. Von C. Bruhns. Jan. — Dec. 1869. Leipzig.

Bestimmung der Längendifferenz zwischen Berlin und Lund auf telegraphischem Wege, ausgeführt v. d. Centralbureau der Europäischen Gradmessung und der Sternwarte in Lund im J. 1868. Herausgeg. von C. Bruhns. Lund 1870.

Mittheilungen des Geschichts- und Alterthums-Vereins zu Leisnig im Königreiche Sachsen. II. Heft. Leisnig 1871.

Neues Lausitzisches Magazin. 48. Bd. 1. Heft. Görlitz 1871.

Zeitschrift f. d. gesammten Naturwissenschaften von C. G. Giebel, Neue Folge 1870. Bd. II. III., oder der ganzen Reihe Bd. XXXVI. XXXVII. Berlin 1870. 1871.

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. 20. Jahrg. Prag 1870.

Die Fortschritte der Physik im J. 1867, dargestellt von der physikal. Gesellschaft zu Berlin. Jahrgang XXIII. Berlin 1870.

Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft zu Berlin. Dritter Jahrg. (1870). Supplem.-Heft nebst Titel u. Index. Vierter Jahrg. (1871). No. 1—17. Berlin.

Schriften d. königl. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg. Jahrg. XI. Abth. 1. 2. Königsberg 1870—71.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. Bd. XI. Heft 2 (Schlussheft). Halle 1870. Bd. XII. Heft 1 u. 2. Halle 1871.

Abhandlungen der Schlesischen Gesellschaft f. vaterländ. Cultur. Abth. für Naturwissenschaften u. Medicin. 1869/70. Breslau 1870. — Philos.-histor. Abth. 1870. Breslau 1870.

Siebenundvierzigster Jahresbericht der Schlesischen Gesellschaft f. vaterländische Cultur. Enthält den Generalbericht über die Arbeiten u. Veränderungen der Gesellsch. im J. 1869. Breslau 1870. — Achtundvierzigster u. s. w. Enthält u. s. w. im J. 1870. Breslau 1871.

Zwanzigster Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover von Michaelis 1869 bis dahin 1870. Hannover 1870.

Jahresbericht d. physikal. Vereins zu Frankfurt a/M. f. d. Rechnungsjahr 1869—1870. Frankf. 1871.

Jahrbücher des Nassauischen Vereins für Naturkunde. 23. u. 24. Heft. Wiesbaden 1869 u. 70.

Schriften der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften zu Marburg. Bd. 10. Cassel 1871.

Schriften der Universität Kiel aus d. J. 1869. Bd. XVI. Kiel 1870. — aus d. J. 1870. Bd. XVII. Kiel 1871.

Jahrbücher des Vereins v. Alterthumsfreunden im Rheinlande. Heft XLIX. Bonn 1870.

Der Grabfund von Wald-Algesheim, erläutert von Ernst aus'm Weerth. Festprogramm auf Winckelmanns Geburtstag am 9. Dec. 1870. Bonn 1870.

Verhandlungen der physikal.-medicin. Gesellschaft in Würzburg. Neue Folge. Bd. II. Heft 1—3. Würzburg 1871.

Verhandlungen d. physikal.-medicin. Societät zu Erlangen. Heft 2. Mai 1867 — Mai 1870. Erlangen 1870.

Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. V. No. 4. u. 5.

Mittheilungen des histor. Vereines für Steiermark. 18. Heft. Graz 1870.

Beiträge zur Kunde steiermärk. Geschichtsquellen. 7. Jahrg. Graz 1870.

Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg. Dritte Folge. 15. Heft. Innsbruck 1870.

Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde zu Presburg. Neue Folge. I. Heft. Jahrg. 1869—1870. Presburg 1871.

Catalog I. der Bibliothek des Vereins für Naturkunde zu Presburg. Zusammengestellt von Dr. G. Böckh, Bibliothekar des Vereins. Presburg 1871.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 14. Jahrg. Heft 1—4. Zürich 1869. 15. Jahrg. Heft 1—4. Zürich 1870.

Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Fünfter Theil. Drittes Heft. Basel 1871.

Jahresbericht d. Naturforschenden Gesellschaft Graubündens. Neue Folge. Jahrg. 15 ($18^{69}/_{70}$). Chur 1870.

Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. T. 20, partie 2. Genève 1870. — T. 21, partie 1. Genève 1871. Mémoires etc Table des Mémoires contenus dans les tomes 1—20. Genève 1871.

Arbeiten des Naturforschenden Vereins zu Riga. Neue Folge. Drittes Heft. Riga 1870. Viertes Heft. Riga 1871. Auch unter dem besondern Titel: Lepidopterologische Fauna von Estland, Livland und Kurland. Zweite Abth. Microlepidoptera. 2. Heft. Bearbeitet von J. H. W. Baron Nolcken. 1871.

Verhandelingen d. Kon. Akademie van Wetenschappen. 12e Deel. Amsterdam 1871.

Verhandelingen d. Kon. Akad. v. Wetenschappen. Afdeeling Letterkunde. 5e Deel. 6e Deel. Amsterdam 1870.

Verslagen en Mededeelingen d. Kon. Akad. v. Wetenschappen. Afdeel. Letterkunde. 12e Deel. Amsterdam 1869. — 2e Reeks, 1e Deel. Amsterdam 1871.

Verslagen en Mededeelingen d. Kon. Akad. v. Wetensch. Afdeel. Natuurk. 2e Reeks, 4e Deel. 5e Deel. Amsterdam 1870. 1871.

Jaarboek v. d. Kon. Akad. v. Wetenschappen gevestigd te Amsterdam, voor 1869. — voor 1870. Amsterdam.

Processen-Verbaal van de gewone Vergaderingen d. Kon. Akad. v. Wetenschappen te Amsterdam. Afdeel. Natuurkunde, Mei 1869 — April 1870.

Laatste Lijst van Nederlandsche Schildvlengelige Insecten opgemaakt door Mr. S. C. Snellen van Vollenhoven. (Uitgegeven door de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem.) Haarlem 1870.

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. V. Livr. 4 & 5. T. VI. Livr. 1—3. La Haye 1870. 1871.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. Reeks II, 3.

Mémoires de l'Académie Roy. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Tome XXXVIII. Bruxelles 1871.

Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers publ. par l'Acad. Roy. de Belgique. Tome XXXIV. 1867—1870. Tome XXXV. 1870. Tome XXXVI. 1871. Bruxelles.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publ. par l'Acad. Roy. de Belgique. Collection in-8o. T. XXI. Bruxelles 1870.

Bulletins de l'Acad. Roy. de Belgique. 38. Année. 2. Sér. T. XXVII. T. XXVIII. 1869 Bruxelles 1869. 39. Année. 2. Sér. T. XXIX. T. XXX. Bruxelles 1870.

Congrès international de Statistique des délégués des différents pays. (Extrait des Bulletins de l'Acad. Roy. de Belgique, 2. Série, T. XXVII, No. 5, 1869.)

Annuaire de l'Acad. Roy. des sciences &c. de Belgique 1870. 36. Année. 1871. 37. Année. Bruxelles 1870. 1871.

Annales météorologiques de l'Observatoire Royal de Bruxelles, publiees par le Directeur A. Quetelet. 3e Année. Bruxelles 1869. 4e Année. Bruxelles 1870.

Publications de l'Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg. Section d. sciences naturelles et mathématiques. Tome XI. (1869 & 1870). Luxembourg 1870.

Bullettino dell' Instituto di Corrispondenza archeologica. No. XI. XII. Nov. e Dic. 1870. No. I—XII. Genn. — Dic. 1871. Roma.

Elenco de' Partecipanti dell' Instituto di Corrispondenza archeologica alla fine dell' anno 1870. — Elenco &c. Luglio 1871.

Memorie del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Vol. XV. Parte II. pag. 195—542 (Fine). Venezia 1871.

Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Tomo XV, Serie III, Disp. X. Venezia 1869—70. — Tomo XVI, Serie III, Disp. I—X. Venezia 1870—71.

Memorie del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di lettere e scienze morali e politiche. Vol. XI. II della Serie III. Fasc. III e ultimo. Milano 1870. — Vol. XII. III della Serie III. Fasc. I. Milano 1870.

Memorie del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. XI. II della Serie III. Fasc. III e ultimo Milano 1870. — Vol. XII. III della Serie III. Fasc. I. Milano 1870.

R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti. Ser. II. Vol. II. Fasc. XVII—XX. Milano 1869. Vol. III. Fasc. I—XV. Milano 1870.

R. Istituto Lombardo. Rapporti sui progressi delle scienze. I. Sopra alcuni recenti studj di Chimica organica e sull' applicazione dei loro risultati all' arte tintoria, del Dottor Luigi Gabba. Milano 1870.

Memorie della R. Accad. delle scienze di Torino. Serie Seconda. Tomo XXV. XXVI. Torino 1870.

Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. VI, Disp. 1—7. Torino 1870—71.

Bollettino meteorologico ed astronomico del R. Osservatorio dell' Università di Torino. Anno V. 1871.

R. Accad. delle scienze di Torino. R. Osservatorio. Atlante di carte celesti, continenti 654 stelle. Torino 1871.

Annali della R. Scuola Normale superiore di Pisa. Scienze fisiche e matematiche. Vol. I. Pisa 1871.

Philosophical Transactions of the Roy. Society of London for the year 1868. Vol. 158. Part I. II. London 1868. 69. — for the year 1870. Vol. 160. Part I. London 1870.

Proceedings of the Roy. Society of London. Vol. XVIII. No. 119—122. Vol. XIX. No. 123. London 1870—71.

The great nebula in the Sword-Handle of Orion as seen with the reflector of six-feet aperture at Parsonstown from 1860—1870. Philos. Transact. 1868, Plate 3.

Catalogue of scientific papers (1800—1863) compiled and published by the R. Society of London. Vol. IV. London 1870.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. V. No. 51—53. Part. 7. Vol. VI. Part 1 & 2.

Royal Institution of Great-Britain. 1870. List of the members &c. in 1869. London 1870.

Memoirs of the R. Astronomical Society. Vol. XXXVII. 1868—1870. Vol. XXXVIII. 1871. London.

Monthly Notices of the R. Astronomical Society. Vol. 28—30. 1867—1870. London.

A General Index to the first 29 Volumes of the Monthly Notices of the R. Astronomical Society. London 1870.

Nature. A weekly illustrated Journal of Science. No. 64—86. London.

Transactions of the Roy. Society of Edinburgh. Vol. 26. Part 1. For the Session 1869—70. Edinburgh.

Proceedings of the Roy. Society of Edinburgh. Session 1869—70. Vol. VII. No. 80. 81.

Journal of the Royal Dublin Society. No. 39. (Schluss von Vol. V.)

Address delivered at the Spring Meeting of the R. Institute of Cornwall. 23 May 1871. Truro 1871.

Mémoires de la Société des sciences naturelles de Cherbourg. Tome XV. Paris 1870.

Catalogue de la Bibliothèque de la Société des sciences naturelles de Cherbourg. 1e partie. Cherbourg 1870.

Oversigt over det Kong. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbeider i Aaret 1870. No. 2. 3. — i Aaret 1871, No. 1. 2. Kjøbenhavn.

Studier til Danmarks Historie i det 13de Aarhundrede, andet og tredie Stykke af C. Talden-Müller. (Vidensk. Selsk. Skr., 5 Række, hist. og philos. Afd. Bd. 4 Nr. 5 og 6.) Kjøbenhavn 1871.

Thermochemiske Undersøgelser ved Jul. Thomsen. No. 5—9. — Om Strømningsforholdene i almindelige Ledninger og i Havet, af A. Colding. (Vidensk. Selsk. Skr. 5 Række, naturvid. og mathem. Afd. Bd. 9. No. 2—4.) Kjøbenhavn.

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania. Aar 1869. Aar 1870. Christiania 1870. 1871.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Udgivet af den physiografiske Forening i Christiania ved G. O. Sars og Th. Kjerulf. 17. Binds 1—4 Hefte. 18. Binds 1—4. Hefte. Christiania 1870. 1871.

Norske Universitets- og Skole-Annaler. 3e Række. X. Bd. 3. og 4. Hefte. Marts 1870. — XI. Bd. 1. Hefte. Juni 1870. XI. 2. Hefte. Mai 1871. Christiania 1870. 1871.

Index Scholarum in Universitate Regia Fridericiana centesimo decimo sexto ejus semestri ao. 1871 ab a. d. XVII Kalendas Februarias habendarum. Christiania 1871.

Om Skuringsmærker, Glacialformationen og Terrasser samt om grundfjeldets og sparagmitfjeldets mægtighed i Norge. I. Grundfjeldet. Med et geologisk oversigtskart over det sydlige Norge foruden flere træsnit. Af Th. Kjerulf. Universitetsprogram for første halvår 1870. Kristiania 1871.

Le Névé de Justedal et ses glaciers, par C. de Seue. Programme de l'Universite du second sémestre 1870. Christiania 1870.

Det Kongel. Norske Frederiks Universitets Aarsberetning for 1869 med Bilage. Christiania 1870. — for 1870 med Bilage. Christiania 1871.

Norges officielle Statistik:

A. No. 2. Fattig-Statistik for 1867.

B. No. 1. Criminalstatistiske Tabeller for Kongeriget Norge for 1866, 1867, 1868. Christiania 1870. 1871.

— No. 2. Tabeller vedkommende Skiftevæsenet i Norge i 1868. 1869. Christiania 1870. 1871.

— No. 3. Tabeller vedkommende Norges Handel og Skibsfart i 1868. 1869. Christiania 1870. 1871.

C. No. 5. Tabeller over de Spedalske i Norge i 1868. 1870. Christiania 1869. 1871. (Die für 1869 fehlen.)

— No. 8. De offentlige Jernbaner. Driftsberetning for Kongsvinger-Lillestrøm-Jernbane i 1869. 1870. — for Hamar-Elverum-Jernbane i 1869. 1870. — for Norsk Hoved-Jernbane i 1869. 1870. Christiania 1870. 1871.

— No. 9. Beretning om Norges Fiskerier i 1868. 1869. Christiania 1870.

— No 10. Kommunale Forholde i Norges Land- og Bykommuner i 1866. Christiania 1871.

F. No. 1. Den Norske Statstelegrafs Statistik for 1870. Christiania 1871.

Bilag til Norges Officielle Statistik. Udgiven i 1869, A. No. 1. Christiania 1870.

Budgetforslag fra Marine- og Post-Departementets Afdeling for Marinen til Storthinget i 1871.

Storthings-Efterretninger, indeholdende tyvende ordentlige Storthings Forhandlinger. Christiania 1871.

Norske Rigsregistranter tildeels i uddrag. Fjerde Binds andet Hefte, 1609—1618. Udgivet ved O. Gr. Lundh. Christiania 1870.

Christiania Byes Matrikul i 1869. Christiania 1870.

Beretning om Bodsfængslets Virksomhed i 1869. — i 1870. Christiania 1870. 1871.

Almindelig Norsk Huus-Kalender med Primstav og Merkedage. Christiania 1859.

Atlas des tempêtes de l'Institut météorologique de Norvége publie par H. Mohn. Christiania 1870.

Norsk meteorologisk Aarbog for 1869. 3die Aargang. — for 1870. 4de Aargang. Christiania 1870. 1871.

Sveriges geologiska Undersökning. Elfte Häftet. Bladen 36—41: Wingershamm, Upperad, Degeberg, Rådanefors, Wenersborg och Wiskafors. (Mit 6 Karten.) Stockholm 1870.

Nova Acta regiae Societatis scientiarum Upsaliensis. Ser. III. Vol. VII. Fasc. 2. 1870. Upsala 1870.

Upsala Universitets Årsskrift. 1869. 1870.

Bulletin météorologique mensuel de l'observatoire de l'Université d'Upsal. Vol. II. No. 1—6. Dec. 1869 — Mai 1870. Upsal 1870.

Acta Societatis Scientiarum Fennicae. Tom. 9. Helsingforsiae 1871.

Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. XIII. 1870—71. Helsingfors 1871.

Bidrag till Kännedom af Finlands Natur och Folk, utgifna af Finska Vetenskaps-Societeten. 17de Häftet. Helsingfors 1871.

Bidrag till Finlands officielle Statistik. V. Temperaturförhållanden i Finland åren 1846—1865. Häftet 1. Helsingfors 1869.

Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St.-Pétersbourg. VIIe Sér. Tome XVI. No. 1—8. 10. St.-Pétersbourg 1870. 1871.

Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St.-Pétersbourg. Tome XV. No. 3—5 et dernier. Tome XVI. No. 1. St.-Pétersbourg 1870.

Jahresbericht am 29. Mai 1870 dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte abgestattet vom Director der Sternwarte. (Aus dem Russischen übersetzt.) St. Petersburg 1870.

Observations de Poulkova publiées par O. Struve. Vol. III. Déduction des ascensions droites du Catalogue principal. Mémoire de M. A. Wagner. Observations faites à l'instrument des passages établi dans le premier Vertical. St.-Pétersbourg 1870.

Tabulae refractionum in usum Speculae Pulcoviensis congestae. Petropoli 1870.

Jahresbericht des physikal. Central-Observatoriums für 1870, der Akademie abgestattet von H. Wild, Director. St. Petersburg 1861.

Repertorium für Meteorologie, herausg. von der Kais. Akad. d. Wiss., redig. von H. Wild. Bd. I. Heft 2. Bd. II. Heft 1. St. Petersburg 1870. 1871.

Annales de l'Observatoire physique central de Russie publiées par H. Wild. Année 1866. Année 1867. Année 1868. St.-Pétersbourg 1870. 1871.

Nouveaux Mémoires de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Tome XIII formant le Tome XIX de la Collection. Livraison III. Moscou 1871.

Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1870. No. 1 — 4. Moscou 1870. 1871.

Az Erdélyi Muzeum-Egylet Évkönyvei. Ötödik Kötet. Második Füzet. Harmadik Füzet. Szerkesztette Brassai Sámuel. Kolozsvártt, 1870. 1871.

Reports of the United States Commissioners to the Paris Universal Exposition 1867. Published under direction of the Secretary of State by authority of the Senate of the U. S. Edited by Wm. P. Blake, Commissioner of the State of California. Vol. I — VI. Washington 1870.

Annals of the Lyceum of Nat. Hist. in the City of New-York. Vol. IX. pag. 313—408. 1870.

Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. Jan.—Dec. 1870. Philadelphia 1870.

Transactions of the American Philos. Soc. held at Philadelphia. New Ser. Vol. XIV. Part I & II. Philadelphia 1870.

Proceedings of the American Philosophical Society held at Philadelphia, No. 83—85. (Vol. XI.) 1870.

Proceedings of the Boston Soc. of Natural Hist. Vol. XIII. pag. 225—368.

Historical Notes on the Earthquakes of New-England, 1638 — 1869, by Will. Brigham. (Memoirs Boston Soc. for Nat. Hist. Vol. II.)

Proceedings of the American Association for the advancement of science. Meeting 18, held at Salem 1869. Cambridge 1869.

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Boston. Vol. VIII. pag. 137—296.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College. Cambridge, Massach. Vol. II. No. 1—3.

Illustrated Catalogue of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College. No. III.

Proceedings and Communications of the Essex Institute. Vol. VI. Part 2. 1868—71. Salem 1871.

Bulletin of the Essex Institute. Vol. II. No. 1—12. Salem 1870.

2. and 3. Annual Reports of the Trustees of the Peabody Academy of sciences for the year 1869 and 70. Salem 1871.

The American Naturalist, a popular illustrated Magazine of Natural History. Vol. IV. No. 3—12 Vol. V. No. 1. Salem 1870. 1871.

Announcement of the Wagner Free Institute of sciences for the collegiate year 1870—71. Philadelphia 1870. 3 Exx.

Oversigt over Litteratur, Love, Forordninger, Rescripter m. m. vedrørende de norske Fiskerier, udgiven af Thorwald Boeck. Christiania 1866.

Détermination du Coefficient constant de la Précession au moyen d'étoiles de faible éclat, par M. M. Nyrén. St.-Pétersbourg 1870.

G. Hinrichs' Popular Papers. 1869, Nr. 1. The Lilies of the Fields, of the Rocks and of the Clouds. Jowa-City 1869.

G. Hinrichs: a) On the Distribution of the bright Lines in the Spectre of the Elements. b) On the Distribution of the dark Lines in the Spectre of the Elements. c) On the Spectre and Composition of the Elements. d) Natural Classification of the Elements.

The Principles of pure Crystallography. A Lecture-guide by G. Hinrichs. Davenport, Jowa, 1871.

Contributions to Molecular Science or Atomechemics by G. Hinrichs. No. 1 & 2. Jowa-City 1868. No. 3 & 4. Salem 1870.

Record of American Entomology for the year 1869, ed. by Packard. Salem 1870.

Bericht über die im J. 1870 den Herzoglichen Sammlungen des Schlosses Friedenstein zugegangenen Geschenke.

Druckfehler und Berichtigungen.

Seite 142	695	Zeile 6 v. u.	soll beginnen $\overset{+}{k} =$
„ 217	731	„ 7 „ o.	lies erstere statt diese.
„ 217	731)	„ 9 „ o.	„ Fig. 10 statt Fig. 14.
„ 225	739	„ 6 „ u.	„ Erscheinung statt Erschrinung.
„ 244	758	„ 12 „ u.	„ $1 + w_{n-1}$ statt $1 + w_{n} - 1$
„ 245	739,	„ 5 „ o.	„ $1 + w_{n-1}$ „ $1 + w_{n+1}$
„ 256	770)	„ 11 „ o.	„ Anhang „ Anfang.
„ 256	770	„ 12 „ o.	„ Lastungen statt Belastungen.

---

mit dem Mittelpunkt desselben ...
auf ausgeht zu beweisen, dass die Oberfläche des Mondes aus Niveauschichten bestehen müsse. Er vergisst freilich hiebei,

*) Sur la figure de la Lune. In den Memoirs of the Royal Astronomical Society. Vol. XXIV.

Oversigt over Litteratur, Love, Forordninger, Rescripter m. m. vedrørende de norske Fiskerier, udgiven af Thorwald Boeck. Christiania 1866.

Détermination du Coefficient constant de la Précession au moyen d'étoiles de faible [redacted] bourg 1870.

G. [redacted]

SITZUNG AM 11. FEBRUAR 1871.

P. A. Hansen, *Ueber die Bestimmung der Figur des Mondes, in Bezug auf Aufsätze der Herren Newcomb und Delaunay darüber.*

Herr *Newcomb* will gefunden haben, dass die von mir in meiner Abhandlung über die Figur des Mondes*) aufgestellte, und durch die Untersuchung der Mondbeobachtungen bestätigte Ansicht, dass der Mittelpunkt der Figur des Mondes nicht mit dessen Schwerpunkt zusammenfällt, der logischen Begründung entbehre. Sein Aufsatz über diesen Gegenstand scheint zuerst in *Silliman's American Journal for November* 1868 gestanden zu haben, von wo er in *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine etc.* No. 246 *January* 1869 übergegangen ist. Herr *Newcomb* verspricht in diesem Aufsatze eine kritische Prüfung der logischen Begründung meiner Doctrin zu geben, und wenn ich in der That eine solche in seinem Aufsatze hätte erkennen können, so wäre ich längst darauf eingegangen, aber da ich die Logik, die in seinem Aufsatze enthalten ist, gar nicht verstehen kann, so hielt ich es für überflüssig darauf zu antworten.

Nun hat aber Herr *Delaunay*, Mitglied der Academie der Wissenschaften des französischen Instituts in Paris, sich bewogen gefunden, Herrn *Newcomb* zu secundiren, und ist noch weiter gegangen. Er versucht in seinem Aufsatz, welcher sich in den *Comptes rendus etc. de l'Académie des Sciences* No. 2 vom 10. Januar 1870 befindet, darzuthun, dass der Schwerpunkt des Mondes mit dem Mittelpunkt desselben zusammenfalle, indem er darauf ausgeht zu beweisen, dass die Oberfläche des Mondes aus Niveauschichten bestehen müsse. Er vergisst freilich hiebei,

*) Sur la figure de la Lune. In den Memoirs of the Royal Astronomical Society. Vol. XXIV.

dass früher das Gegentheil bewiesen worden ist, aber da man in Frankreich so gerne von der Ansicht ausgeht, dass von dort aus nur Vortreffliches zu erwarten sei, und es ausserhalb Frankreichs auch hie und da Personen giebt, die geneigt sind gleiche Ansicht zu hegen, so halte ich dafür, dass es nicht überflüssig sein möchte, auf die Beschaffenheit der Schlüsse, die *Delaunay* in seinem Aufsatze anwendet, aufmerksam zu machen. Ich würde dieses schon früher gethan haben, wenn ich früher auf diesen Aufsatz aufmerksam gemacht worden wäre. Bei dieser Veranlassung kann ich aber nicht umhin, auch den Aufsatz von *Newcomb* zu beantworten. Wenden wir uns zuerst zu diesem.

Die Ansicht, dass der Mittelpunkt der Figur des Mondes nicht mit dem Schwerpunkt desselben zusammenfällt, ist gleichwie die ganze Theorie des Weltgebäudes eine Hypothese, so lange sie nicht durch die Beobachtungen ihre Bestätigung gefunden hat. So waren, um von den vielen vorhandenen Beispielen nur zwei anzuführen, die *Keppler*'schen Gesetze und das *Newton*'sche Attractionsgesetz Hypothesen, bis dahin, wo sie durch die Beobachtungen ihre Bestätigung erhalten hatten.

Um erkennen zu können, ob meine oben angeführte Hypothese mit der wahren Beschaffenheit des Mondkörpers übereinstimmt oder nicht, musste ihre Einwirkung auf die Beobachtungen ermittelt werden, und diese habe ich durch ein Theorem gegeben, welches sich mit wenigen Worten, und sehr geringem Aufwande an mathematischen Betrachtungen klar beweisen lässt. Dieses Theorem bildet eine der mathematischen Wahrheiten, gegen welche jedes Auftreten durchaus vergebliche Mühe ist. Man erkennt aus demselben, dass, wenn meine Hypothese in der That stattfindet, alle Ungleichheiten der Mondbewegung in den Beobachtungen in einem constanten Verhältnisse vergrössert oder verkleinert erscheinen müssen, und zwar findet eine Vergrösserung statt, wenn der Mittelpunkt der Figur des Mondes der Erde näher liegt als der Schwerpunkt, so wie eine Verkleinerung im entgegengesetzten Falle. Es ist hiedurch die Erforschung des Stattfindens der Hypothese der Beobachtung zugänglich gemacht.

Wollte man nun diese Erforschung für sich allein, und unabhängig von der Bestimmung derjenigen übrigen unbekannten Grössen der Mondbewegung vornehmen, die auch nur durch die Zuziehung der Beobachtungen erhalten werden können, so würde man einen logischen Fehler begehen, und fast scheint es,

dass Herr *Newcomb* sich eine solche unlogische Bestimmung vorgestellt hat, denn er spricht in einem Theile seines Aufsatzes von solcher Bestimmung einzelner Coefficienten der Mondstörungen, und führt numerische Werthe solcher Bestimmungen an. Nun weiss freilich Jeder, dass man früher sich mit solchen einzelnen Bestimmungen der Coefficienten der Mondbewegung begnügt hat, aber Niemand hat bis dahin dieses Verfahren ein logisches genannt. Man hat sich dessen blos bedient, weil man meinte, auf andere Weise diese Aufgabe nicht bewältigen zu können. Es ist aber in der That dieses Verfahren schon deshalb unlogisch, weil bei demselben die Rückwirkung der einen Bestimmung auf die andere entweder ganz übergangen, oder nur höchst mangelhaft und daher unrichtig berücksichtigt wird.

Die vollständige Bestimmung der Rückwirkung einer jeden Unbekannten auf alle übrigen Unbekannten ist aber in jeder Aufgabe, die auf mehr als Eine Unbekannte führt, vom wesentlichsten Belange.

Die einzig logische Art der Bestimmung der Mondbewegung ist von der oben beschriebenen sehr verschieden. Man muss zuerst alle Coefficienten, die sich durch die Theorie sicher bestimmen lassen, durch die Theorie genau berechnen, und nur zur Bestimmung derjenigen, welche sich auf diese Weise nur unsicher oder gar nicht erhalten lassen, die Beobachtungen anwenden. Die Bestimmung der letztgenannten Coefficienten, deren Anzahl sehr klein ist, darf sich auch nicht auf jeden einzelnen, mit Absonderung von den übrigen, erstrecken, sondern man muss nach der Berechnung des Einflusses eines jeden dieser Coefficienten (der Differentialquotienten derselben) auf die Beobachtungen, die linearischen Gleichungen bilden, die die Gesammtheit der Wirkung aller Unbekannten ausdrücken. Man darf hiebei, wo es angemessen erscheint, zuerst vorläufige, nahe richtige Werthe der Unbekannten mit den Beobachtungen vergleichen, worauf die Unbekannten der eben beschriebenen linearischen Gleichungen die Verbesserungen dieser vorläufig angenommenen Werthe enthalten werden.

Der vorhandene Vorrath an Beobachtungen giebt auf diese Weise ein System von linearischen Gleichungen, deren Anzahl weit grösser ist, als die der Unbekannten, welche nun durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen sind.

Auf diese Art habe ich die Mondtafeln berechnet. In dem

System von linearischen Gleichungen, von welchem eben die Rede war, habe ich in jeder Gleichung auch das Glied, welches den allgemeinen Factor der Ungleichheiten enthält, den das eben angeführte Theorem verlangt, mit aufgenommen, und dessen numerischen Werth zugleich mit den numerischen Werthen der übrigen Unbekannten, oder deren Verbesserungen, durch die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Ich meine, dass Niemand in diesem Verfahren etwas Unlogisches wird finden können. Auch selbst den Umstand, dass ich, wie man aus meinen früheren Veröffentlichungen weiss, bei der Berechnung der Unbekannten die eben erwähnten Bedingungsgleichungen in Gruppen getheilt habe, kann Niemand, der mit der Praxis bekannt ist, mir zum Vorwurf machen, da er so häufig angewandt wird, und angewandt werden muss, um die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ausführbar zu machen.

Das erklärte Verfahren habe ich auf zwei von einander ganz unabhängige Beobachtungsreihen angewandt, nemlich auf die Greenwicher und die Dorpater Beobachtungsreihe, und jede dieser beiden Reihen hat für den in Rede stehenden Factor nahe gleiche Werthe gegeben. Ich bin noch weiter gegangen. In Bezug auf diesen Factor lassen sich die Einzelnheiten der Rechnung auf verschiedene Arten variiren, und um die möglichste Sicherheit in die Bestimmung desselben zu legen, habe ich mir die Mühe nicht verdriessen lassen, diese Bestimmung auf verschiedene Arten auszuführen. Jedes Mal habe ich diesen Factor grösser als Eins erhalten, wenn gleich der absolute Werth desselben, wie nicht anders erwartet werden konnte, aus den verschiedenen Bestimmungen desselben etwas verschieden ausfiel. Ich sage hiemit nichts Neues, da ich dieses schon vor dem Erscheinen der Mondtafeln öffentlich (in den *Monthly Notices* der *R. A. S.*) ausgesprochen habe.

Auf diese Umstände gestützt, darf ich im Gegensatze zu den Herren *Newcomb* und *Delaunay* behaupten, dass ich den Unterschied zwischen dem Mittelpunkt der Figur des Mondes und dessen Schwerpunkt logisch begründet habe. Dieser Satz kann nicht durch blose Meinungsäusserungen umgestossen werden, sondern könnte nur dadurch bekämpft werden, dass man aus genaueren Beobachtungen, als die, welche mir zu Gebote standen, ein anderes Resultat gefunden hätte.

Herr *Newcomb* spricht in seinem Aufsatze von der Evection,

führt an, dass das Hauptglied dieser Ungleichheit mit der ersten Potenz der Excentricität der Mondbahn multiplicirt ist, und meint, dass ich dieses übersehen habe. Er benutzt diese Meinung zur Lobeserhebung der sogenannten analytischen Entwickelung der Mondstörungen, die von Einigen versucht worden ist, von welcher ich aber schon vor Jahren nachgewiesen habe, dass sie zum Theil auf divergirende, und im Uebrigen auf solche Reihen führt, die in dieser Beziehung zweifelhaft sind. Mein Verfahren hingegen, welches auf schnell convergirende Reihen führt, setzt er jenem nach. Es kommt mir vor, als wolle sich diese Ansicht des Herrn *Newcomb* nicht recht mit der Logik vertragen.

In Bezug auf die Evection ist das Folgende hier zu bemerken. Wenn man die Elemente einer Planetenbahn verbessert, so betrachtet man das Differential der Mittelpunktsgleichung in Bezug auf die Excentricität als den Coefficienten der Verbesserung dieser, und bei den Planeten ist dieses auch in der Regel ausreichend, nur bei dem Neptun könnte eine Ausnahme nöthig werden. Bei der Verbesserung der Mondelemente ist dieses aber unzureichend, es muss vielmehr auch das Differential der Evection, wegen des beträchtlichen Werthes des Coefficienten derselben, in Bezug auf die Excentricität der Mondbahn mit in Betracht gezogen werden. Es reicht hiebei aus, den Quotienten des jedesmaligen Betrages der Evection durch diese Excentricität den Werthen des obengenannten Differentials der Mittelpunktsgleichung hinzuzufügen. So habe ich es gemacht, und ebenso haben es Andere auch schon früher gemacht; die Unterlassung dieser Hinzufügung würde die aus der Rechnung hervorgehende Verbesserung der Excentricität der Mondbahn wesentlich unrichtig machen. Ich habe dieses auch schon im Art. 15 meiner oben angezogenen Abhandlung über die Figur des Mondes durch die Worte angedeutet: »En vérité, pour compléter les expressions (25), il faut encore ajouter des termes dépendants de quelques inégalités lunaires, et du mouvement du périgée et du noeud, mais ici je ne parle pas de ces inégalités, je dirige seulement l'attention aux expressions (24), qu' on n'a pas considérées jusqu' à présent.«

Hier ist also allerdings etwas übersehen worden, aber nicht von mir, sondern von Herrn *Newcomb*, sein Haupteinwand gegen meine Logik fällt hiemit von selbst vollständig weg.

Man bekommt auf die oben beschriebene Art schon von

selbst den scheinbaren Werth der Evection, und diese trennt sich von den Coefficienten des in Rede stehenden Factors von selbst ab; aber wenn man hieraus schliessen wollte, dass die Entfernung des Mittelpunkts der Figur des Mondes von dessen Schwerpunkt keine Wirkung auf die Evection ausübe, oder dass die theoretische Evection mit der beobachteten übereinstimme, so würde man einen grossen Fehler begehen. Sei e die wirklich stattfindende Excentricität der Mondbahn, so müssen alle Störungsglieder mit dieser Excentricität berechnet werden. Wenn also k den von den grossen Halbachsen und den mittleren Bewegungen des Mondes und der Erde abhängigen Theil des Hauptgliedes der Evection, und k', k'', etc. die analogen kleineren Glieder, so wie e' die Excentricität der Erdbahn, und γ den Sinus der halben Neigung der Mondbahn bezeichnen, dann bekommt der theoretische Werth der Evection den Ausdruck

$$e\,(k + e^2k' + e'^2k'' + \gamma^2k''' + \text{etc.}).$$

Nennt man hierauf p den Factor der Ungleichheiten des Mondes, welcher durch die Entfernung des Mittelpunkts der Figur vom Schwerpunkt veranlasst wird, so ist der scheinbare, oder der durch die Beobachtungen sich darstellende Werth der Evection =

$$pe\,(k + e^2k' + e'^2k'' + \gamma^2k''' + \text{etc.}).$$

Diese Werthe sind einander also nicht gleich, sondern verhalten sich zu einander wie $1 : p$, und ebenso verhält es sich mit allen Ungleichheiten der Mondbewegung.*) Die im Vorhergehenden beschriebenen Rechnungen bestimmen neben den andern nur durch Beobachtungen bestimmbaren Grössen, auch p und pe, womit schon alles erlangt ist, wessen man bedarf. Ich habe mich aber nicht damit begnügt, sondern, wie schon oben angeführt ist, die Bestimmung von p auch auf andere Arten ausgeführt. Meine zweite Bestimmung von p beruht auf den folgenden Grundsätzen. Nachdem, wie eben erklärt wurde, p und pe erhalten worden sind, kann man aus diesen Werthen e selbst berechnen. Dies vorausgesetzt, habe ich den so erhaltenen

*) Dieser Aufsatz war schon längst niedergeschrieben, als ich Nachricht von einem neuen Aufsatze des Herrn *Newcomb* bekam, in welchem er auf den Schluss kommt: »The theoretical evection will agree with that of observation, nothwithstanding a separation of the centers of gravity and figure of the moon.« Herr *Newcomb* hat also in der That den Fehler begangen, den ich oben supponirt habe, ohne zu ahnen, dass ihn irgend Jemand begehen könnte.



Werth von e in die Evection substituirt, und die Wirkung dieser Substitution auf die schon gegebenen Unterschiede zwischen den Beobachtungen und den vorhergehenden Berechnungen berücksichtigt. In den auf diese Weise entstehenden neuen Bedingungsgleichungen muss selbstverständlich der Werth der Evection dem bisherigen Werthe des Coefficienten von p hinzugefügt werden, und die Auflösung dieser neuen Gleichungen gab eine zweite Bestimmung von p und pe, die sehr nahe mit der vorher erhaltenen übereinstimmte. Wenn man dieses Verfahren näher überlegt, so wird man finden, dass in dem Falle, in welchem die Anzahl der vorhandenen Gleichungen dieselbe ist, wie die Anzahl der unbekannten, daraus zu bestimmenden Grössen, diese beiden Bestimmungen auf identische Werthe der Unbekannten führen müssen. In dem Falle hingegen, welcher hier vorliegt, in welchem die Anzahl der Gleichungen grösser ist, als die der Unbekannten, verhält sich die Sache anders, hier kann man nur auf identische oder nahe identische Werthe kommen, wenn sich die betreffenden Unbekannten mit Sicherheit aus den gegebenen Gleichungen bestimmen lassen, und dieses wird desto mehr der Fall sein, je mehr die Anzahl der Gleichungen die der Unbekannten übersteigt. Noch grösser wird die Sicherheit, wenn, wie von mir geschehen ist, zwei von einander unabhängige Beobachtungsreihen angewandt werden. Man sieht hieraus, dass ich die Bestimmung des in Rede stehenden Factors nicht leicht genommen, sondern zur sicheren Bestimmung desselben mir alle erdenkliche Mühe gegeben habe. Der zuletzt erklärten Berechnungsart ist es zuzuschreiben, dass die in der Einleitung der Mondtafeln angegebene Evection der Anwendung des allgemeinen Factors mit unterliegt.

Die grössten Ungleichheiten in der Mondbewegung sind ausser der Mittelpunktsgleichung und der Evection, die Variation, die jährliche Gleichung und die parallactische Gleichung. Diese drei Ungleichheiten sind alle in ihren Hauptgliedern von der Excentricität der Mondbahn unabhängig, und enthalten also nicht den Factor pe, sondern nur den Factor p; vermöge ihrer beträchtlichen Grösse sind sie für sich schon vollkommen geeignet, eine gute Bestimmung des fraglichen Factors zu gewähren.

Hören wir, was Herr *Newcomb* darüber sagt. Es heisst in seinem Aufsatze wörtlich: »But the value of this perturbation (der Variation) has not been accurately determined from obser-

vation, because attaining its maxima and minima in the moon's octants, it is complicated with the moon's semidiameter and parallactic inequality.« Herr *Newcomb* wird gewiss behaupten, dass dieser Satz logisch richtig ist, aber ich muss gestehen, dass ich die Logik, die darin enthalten sein soll, nicht verstehen kann. Es ist mir unmöglich zu begreifen, dass eine solche Verbindung oder Abhängigkeit zwischen dem Mondhalbmesser und der parallactischen Gleichung in den Octanten des Mondes bestehen soll, die die genaue Bestimmung der Variation verhindert. Betrachten wir das oben beschriebene System von linearischen Gleichungen, und nehmen an, dass man ausser den übrigen Unbekannten, die es enthält, auch den Coefficienten der Variation durch dasselbe bestimmen wolle. In allen einzelnen Gleichungen dieses Systems von Gleichungen ist der Werth des Coefficienten der Verbesserung des Mondhalbmessers fast derselbe, und nur geringer Veränderung unterworfen, denn er ist der Aequatoreal-Horizontal-Parallaxe des Mondes proportional. Er ist von der Conjunction bis zur Opposition positiv, und von da bis zur nächsten Conjunction negativ. Der Coefficient der Verbesserung der Variation hingegen ist periodisch, er ist dem jedesmaligen Werthe dieser Ungleichheit selbst proportional, die von einem negativen Maximum bis zu einem positiven stetig wächst, und von da bis zum selbigen negativen Maximum wieder abnimmt. Von der Conjunction bis zur ersten Quadratur ist dieser Coefficient positiv, und von da an bis zur Opposition negativ, während durch diesen ganzen Zeitraum hindurch der Coefficient der Verbesserung des Mondhalbmessers positiv bleibt, und seinen Werth wenig ändert; in der zweiten Hälfte der Lunation wiederholen sich diese Unterschiede zwischen den beiden in Rede stehenden Coefficienten in entgegengesetzter Reihenfolge.

Der Coefficient der Verbesserung der parallactischen Ungleichheit ist zwar, gleichwie der des Halbmessers, von der Conjunction bis zur Opposition positiv, und von da bis zur nächsten Conjunction negativ, allein er ist periodisch wie der der Variation, geht von einem negativen Maximum stetig bis zu einem positiven, von da wieder stetig bis zum negativen Maximum und so fort. Er bietet also schon in jeder Hälfte der Lunation die bedeutendsten Verschiedenheiten, sowohl von dem des Halbmessers als von dem der Variation dar. Die jährliche Glei-

chung endlich ist auch periodisch, hat aber eine weit längere Periode als jene Ungleichheiten.

Ich komme jetzt auf einen alten Satz, gegen dessen Logik wohl Niemand etwas wird einwenden können. Dieser Satz sagt in Bezug auf jedes System von Gleichungen, also auch in Bezug auf das oben beschriebene, und hier in Betracht kommende System von linearischen Gleichungen: »Je grössere Verschiedenheiten die Coefficienten der Unbekannten, in Vergleichung mit einander, in den verschiedenen Gleichungen darbieten, desto grössere Sicherheit bietet dieses System von Gleichungen in der Bestimmung der Unbekannten, die es enthält, dar; und im Gegentheil, je geringere derartige Verschiedenheiten vorkommen, desto geringere Sicherheit gewährt diese Bestimmung.«

Nun haben wir aber eben gesehen, dass die Coefficienten der Verbesserungen des Mondhalbmessers, der Variation und der parallactischen Ungleichheit in jeder Hälfte der Lunation, in den verschiedenen Punkten der Mondbahn, die grössten Verschiedenheiten von einander darbieten, und folglich lassen sich diese beiden Unbekannten aus dem oben beschriebenen System von linearischen Gleichungen mit Sicherheit bestimmen.

Diese Schlussfolge ist nun zwar das Entgegengesetzte der oben angeführten *Newcomb*'schen, aber ich hege dennoch die Hoffnung, dass Herr *Newcomb* in deren Ableitung keinen Verstoss gegen die Logik wird finden können.

Da nun der Coefficient des in Rede stehenden Factors, zufolge der vorhergehenden Darstellung des ersten Verfahrens, in seinen递Haupttheilen der Summe der oben genannten Ungleichheiten, nebst der jährlichen Gleichung, entspricht, während der Factor, welcher die Verbesserung der in den Störungsrechnungen angewandten Sonnenparallaxe bestimmt, blos der parallactischen Gleichung nahezu folgt, so lässt sich jeder dieser beiden Factoren sicher bestimmen, und sie sind nur mit der Unsicherheit behaftet, die von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern herrührt, und womit jede unserer Bestimmungen von Daten, die in der Natur stattfinden, unabwendlich behaftet ist. Im gegenwärtigen Falle, wo das oben beschriebene zweite Verfahren sehr nahe denselben Werth des fraglichen Factors gegeben hat, lässt sich schliessen, dass die Beobachtungen selbst, und die grosse Anzahl derselben, die angewandt worden ist, hinreichende Genauigkeit besitzen, um ihrerseits die Genauigkeit,

die überhaupt durch die angewandten Gleichungen erreicht werden kann, nicht in Frage zu stellen.

Herr *Newcomb*, welcher in seinem Aufsatze die Logik in den Vordergrund stellt, schliesst denselben mit den Worten: »The hypothesis (nemlich die von mir erklärte und hier besprochene Theorie der Figur des Mondes) is therefore devoid of logical foundation.« Nach den vorstehenden Auseinandersetzungen überlasse ich Jedem die Beurtheilung dieses absprechenden Ausspruchs.

Ich komme nun zu dem Eingangs erwähnten Aufsatze von *Delaunay*, dessen Erläuterung sich mit wenigen Worten geben lässt. Herr *Delaunay* referirt über den Aufsatz von *Newcomb*, findet keine Veranlassung gegen dessen Inhalt Bedenken zu erheben, sondern meint vielmehr, ohne weitere Gründe hinzuzufügen, dass meine Theorie durch den Aufsatz von *Newcomb* sehr erschüttert (fortement ébranlée), wo nicht gar vollständig vernichtet (tout à fait anéantie) worden sei. »Schnell fertig ist man mit dem Wort.« Nun, da Herr *Delaunay* den eben wiederholten Satz blos ausgesprochen und gar keinen Versuch zu dessen Begründung unternommen hat, so brauche ich mich in Bezug darauf blos auf das Vorhergehende zu beziehen.

Im Uebrigen vergleicht Herr *Delaunay* den Mondkörper mit dem Erdkörper, spricht sich dahin aus, dass dort dieselben Umstände stattfinden müssen wie hier, nimmt an, dass der Mond durch allmäliche Erkaltung vom flüssigen Zustande in den festen übergegangen sei, und kommt endlich auf den Schluss, dass »la surface du globe s'éloigne fort »peu de la surface de niveau que les eaux déterminent.« Herr *Delaunay* scheint zur Zeit, wo er diesen Aufsatz schrieb, ganz vergessen zu haben, was zwei mit Recht hoch berühmte frühere Mitglieder der Academie, von welcher er jetzt ein Mitglied ist, *Lagrange* und *Laplace*, in Bezug auf die Figur des Mondes ermittelt haben. So sagt *Laplace* unter anderm nach der Entwickelung der Theorie des Mondkörpers in der *Méc. cél. Livre V*, pag. 370 (der alten Ausgabe) »d'où il suit que la lune n' est pas »homogène, ou qu' elle est éloignée d'avoir la figure qu' elle pren»drait, si elle était fluide« und eben daselbst pag. 372 »la lune »n'a donc point la figure d' équilibre qu' elle aurait prise, si elle »avait été primitivement fluide.« Die Bezugnahme auf die Schrif-

ten der eben genannten Gelehrten, *Lagrange* und *Laplace*, genügt vollständig, um dem Aufsatz des Herrn *Delaunay* seinen richtigen Platz anzuweisen.

Ich kann diesen Aufsatz nicht schliessen ohne über die Mondtheorie im Allgemeinen etwas zu sagen. Die sogenannte analytische Entwickelung der Mondstörungen, oder die Darstellung derselben durch Reihen, die nach den Potenzen des Verhältnisses der mittleren Bewegungen des Mondes und der Erde fortschreiten, die von Mehreren, auch von *Delaunay*, versucht worden ist, muss als ein unlogisches Verfahren bezeichnet werden, da die Convergenz dieser Reihen nicht bewiesen ist, und nicht bewiesen werden kann. Dass wenigstens einige dieser Reihen divergiren, habe ich schon früher gezeigt, und in Folge dessen ist es mehr als wahrscheinlich, dass die übrigen Reihen, die von diesen divergirenden Reihen mit abhängen, zum Wenigsten Reihen sind, durch welche man nicht jede gewünschte Genauigkeit erhalten kann. Sollten diese Reihen in der That convergiren, so ist ihre Convergenz jedenfalls sehr schwach. Nun ist es aber bekannt, dass wenn man eine schwach convergirende Reihe bei einem Gliede abbricht, welches an sich klein ist, und welches ich das Ende nennen will, der Rest der Reihe viel grösser sein kann, wie dieses Endglied.

Bis jetzt giebt es nur zwei Verfahrungsarten zur Berechnung der Mondstörungen, die als logisch richtig bezeichnet werden können, nemlich die Methode der unbestimmten Coefficienten, ohne Auflösung der Nenner in Reihen, welche *Laplace* und *Damoiseau* angewandt haben, und die Methode der successiven Annäherungen der numerischen Werthe, die fortgesetzt werden muss, bis die Resultate zweier auf einander folgenden Annäherungen mit einander übereinstimmen, oder wenigstens nur unbedeutend von einander abweichen; es ist dieses das Verfahren, welches ich zuerst angegeben und angewandt habe. Das zweitgenannte Verfahren ist schon um deswillen dem erstgenannten vorzuziehen, weil man dabei jede überflüssige Combination vermeiden und sich stets durch Controlen der richtigen Ausführung der numerischen Rechnungen versichern kann. Dahingegen geräth man bei der Anwendung der Methode der unbestimmten Coefficienten auf die Berechnung der Mondstörungen auf den unangenehmen Umstand, dass man nicht sogleich die Wirkung

der verschiedenen Combinationen auf die Bestimmung der unbekannten Coefficienten beurtheilen kann, und daher Gefahr läuft, entweder Combinationen zuzuziehen, die sich schliesslich als unmerklich ausweisen, oder Combinationen wegzulassen, die merklichen Einfluss haben. *Damoiseau*'s Entwickelungen bieten Beispiele beider Arten dar. Auch ist zu erwägen, dass diese Methode auf Gleichungen höherer Grade führt, die in einander verflochten sind, und deren schliessliche Auflösung nicht ohne Schwierigkeiten ist.

Die Bestimmung der Coefficienten derjenigen Mondstörungen, die kurzer Periode angehören, kann jetzt als abgemacht betrachtet werden, aber nicht ebenso verhält es sich in Bezug auf die Störungen von langen Perioden, in Bezug auf welche immerhin möglich ist, dass bis jetzt noch etwas unentdeckt geblieben ist, welches Veranlassung geben kann, dass die Epoche in den Mondtafeln, nach wie vor, von Zeit zu Zeit einer Verbesserung bedürfen wird. Ja es kann nicht einmal zu den Unmöglichkeiten gezählt werden, dass noch unbekannte Kräfte, oder solche, die sich jetzt noch der Möglichkeit der Berechnung entzogen haben, auf den Mond einwirken. Niemand weiss dieses bis jetzt! und Niemand kann das Gegentheil davon beweisen!

Ich habe mir zur Ermittelung der Ungleichheiten langer Periode in der Bewegung des Mondes die grösste Mühe gegeben, eine grosse Anzahl derjenigen Argumente untersucht, von welchen vermuthet werden konnte, dass sie nicht unmerkliche Coefficienten haben würden; ich habe diese Untersuchungen wiederholt zu verschiedenen Zeiten während der Bearbeitung der Mondtafeln aufgenommen, und eine Anzahl von Gliedern erhalten, deren Coefficienten nicht ganz unmerklich sind. Von diesen habe ich die ganz kleinen, die nur sehr geringe Wirkung ausüben können, weggelassen, die grösseren aber den Tafeln einverleibt. Anders kann Niemand es machen, und es muss abgewartet werden, ob es Jemand gelingt, etwas wesentlich Neues in dieser Beziehung zu finden. Bis jetzt hat von einer solchen Auffindung noch gar nichts verlautet.

Herr *Newcomb* hat vor einiger Zeit einen Aufsatz über die Störungen langer Periode veröffentlicht, aber in diesem Aufsatze ist kein Anknüpfungspunkt zu weiteren Entdeckungen in dieser Theorie zu finden.

O. Schlömilch, *Ueber die stereometrischen Analoga zum Fagnano'schen Satze.*

Für die Halbaxen a, b, c eines Ellipsoides möge die Rangordnung $a>b>c$ gelten, ferner sei zur Abkürzung

$$\alpha^2 = 1 - \frac{c^2}{a^2}, \quad \beta^2 = 1 - \frac{c^2}{b^2};$$

die Complanation irgend eines Theiles der Ellipsoidfläche führt dann bekanntlich auf das Doppelintegral

$$\Omega = \iint \sqrt{\left\{ \frac{1 - \frac{\alpha^2 x^2}{a^2} - \frac{\beta^2 y^2}{b^2}}{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \right\}}\, dx\, dy,$$

dessen Grenzen von der Begrenzung des zu quadrirenden Flächenstückes abhängen. Durch den Umstand, dass schon das erste auf y bezügliche Integral einen Ellipsenbogen darstellt, hat sich *Legendre* (Traité des fonctions elliptiques, T. I, p. 350) von dem weiteren Gebrauche der rechtwinkligen Coordinaten x, y abschrecken lassen; führt man dagegen die Rechnung wirklich aus und benutzt hierbei das Additionstheorem für die elliptischen Integrale zweiter Art, so gelangt man zu dem Resultate, dass dem Fagnano'schen Satze für die Ellipse unendlich viele analoge Theoreme für das Ellipsoid entsprechen.

und wenn man x von 0 bis a ausdehnt, so bedeuten Ω_0 und Ω_1 zwei Flächen, deren Summe dem Ellipsoidoctanten gleichkommt, und deren Differenz ist

$$\Omega_0 - \Omega_1 = \tfrac{1}{2}a^2 \left\{ \frac{b}{\sqrt{a^2-c^2}} \operatorname{arc\,cos} \frac{c}{a} - \frac{c}{\sqrt{a^2-b^2}} \operatorname{arc\,cos} \frac{b}{a} \right\}.$$

Denkt man sich hierzu noch den von $x=0$ bis $x=-a$ reichenden Ellipsoidoctanten, so hat man den Satz, dass sich ein Viertelellipsoid in zwei Zweiecke zerlegen lässt, deren Differenz eine algebraische Grösse ist.

Es bedarf kaum noch der Bemerkung, dass ganz ähnliche Untersuchungen auch für die beiden dreiachsigen Hyperboloide angestellt werden können.

Dr. J. J. **Müller**, *Beobachtungen über die Interferenz des Lichtes bei grossen Gangunterschieden.* Vorgelegt von d. w. Mitgliede *C. Ludwig.*

In meiner Mittheilung »über elastische Schwingungen« habe ich auf die Wichtigkeit der Frage hingewiesen, ob die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der lebendigen Kraft der Schwingung abhängt. Zur Entscheidung dieser Frage schien mir die Methode der Interferenzen bei grossen Gangunterschieden zweckmässig.

Seither habe ich eine Reihe solcher Beobachtungen angestellt. Die Interferenzen wurden entweder durch zwei mit Hülfe eines Quecksilber-Niveau passend einzustellende Linsen oder durch Reflexion an den beiden Ebenen eines planparallelen Glases erzeugt. Das angewendete Licht war das Licht eines im *Bunsen*'schen Brenner glühenden Dampfes oder einer leuchtenden Gasmenge in einer *Geissler*'schen Röhre. Prismatisch zerlegt bildeten die Strahlen zunächst ein reines Spectrum auf einem Schirme, durch den Spalt des letzteren trat nur die eine Spectrallinie hindurch, welche die Interferenzen erzeugen sollte. Von ihr entwarf eine Linse ein reelles Bild auf der Hypothenusenfläche eines kleinen Reflexionsprismas, das sich im Brennpunkt einer über den *Newton*'schen Gläsern oder der planparallelen Glasplatte angebrachten Collimatorlinse befand. Zwischen der letzteren und den Interferenzgläsern war ein Fadenkreuz ausgespannt.

Die Zerlegung des Lichtes ermöglichte auch bei grossen Gangunterschieden Versuche mit relativ grossen Lichtstärken und führte so zur Beobachtung der Interferenzsysteme verschiedener Ordnung. Denkt man sich nämlich das Wellenintervall δ einer Spectrallinie in kleine Theilchen höherer Ordnung zerlegt, so bilden zwei solche Theilchen mit den Wellenlängen λ_1 und λ_2

eine resultirende Schwingung, deren Amplitude und Phase periodische Functionen des Weges sind. Die Perioden dieser Functionen $\xi = \frac{\lambda'\lambda''}{\lambda'-\lambda''}$ wird nun für zwei unendlich benachbarte Theilchen unendlich gross. Die resultirende Bewegung aller Theilchen enthält also Functionen mit unendlich grossen Perioden, d. h. Amplitude und Phase der resultirenden Bewegung sind aperiodische Functionen des Weges.

Die nähere Discussion zeigt nun leicht, dass, für alle Theilchen dieselbe Helligkeit vorausgesetzt, die Interferenzen immer verschwinden müssen, wenn die Distanz der Interferenzflächen die Phasendifferenz ½ in zwei Theilchen des unteren Wellenzuges bei der Rückkunft an der obern Fläche hervorruft, die um $\delta\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu}$ von einander abstehen; dass die Interferenzen dagegen ein Maximum der Deutlichkeit erreichen für Distanzen, wo die Phasendifferenz ½ in zwei Theilchen auftritt, die um $\delta\left(\frac{3}{4}\right)^{\nu}$ von einander entfernt sind. Dabei kann ν die ganze positive Zahlenreihe durchlaufen; mit jedem höheren Werthe von ν wird aber die Zahl der zur Interferenz kommenden Theilchen geringer. Da die Variation der Helligkeit in dem Wellenintervalle δ wesentliche Verschiedenheiten in diesem Verhalten nicht hervorruft, so ergibt sich die Folgerung: die endliche Breite der Spectrallinien führt zu einem Alterniren der Interferenzen, deren jedes neue Erscheinen mit einer Abnahme der Deutlichkeit verknüpft ist.

Dies zeigte sich nun sehr leicht auf folgende Weise. Wurde bei einer Phasendifferenz von 10000 bis 20000 Undulationen die an den Platindrath geschmolzene Perle des Salzes tiefer in den Saum der Flamme eingeschoben, so verminderte sich die Deutlichkeit der Fransen rasch und ging in ein vollkommenes Verschwinden über. Bei noch tieferem Hineinschieben kamen die Fransen wieder zum Vorschein; sie gewannen zuerst an Deutlichkeit, ohne jedoch die frühern Differenzen zwischen maximaler und minimaler Helligkeit zu erreichen, verloren dann ihre Schärfe wieder und blieben auf immer aus. Bei dem Einschieben der Perle wird nämlich die Masse des glühenden Dampfes vermehrt, und dadurch eine Verbreiterung der Spectrallinie erzeugt. Bei constantem Gangunterschiede muss aber eine solche Verbreiterung zu dem nämlichen Resultate führen, wie

bei constanter Spectrallinie eine Vergrösserung des Abstandes der Interferenzflächen.

Mit den Aenderungen der Deutlichkeit war stets eine Verschiebung der Fransen verbunden: bei Vermehrung der Dampfmenge bewegten sich die Fransen im Sinne einer wachsenden Wellenlänge. Bei einer Phasendifferenz von 10000 Undulationen war diese Verschiebung für Natrium, Lithium und Thallium deutlich wahrzunehmen; sie betrug hier den halben Werth des Abstandes zweier Fransen. Bei 20000 Wellen Gangunterschied ist sie für Natrium noch auffallender zu beobachten: sie erreicht hier, entsprechend der Verdoppelung der Phasendifferenz den vollen Abstand zweier Fransen. Dieser Werth ist äquivalent einer Aenderung der Wellenlänge um 0,00005 ihrer eigenen Grösse.

Die Variation der Helligkeit bei constanter Dampfmenge, ergab zwar, wie unten angeführt werden soll, ebenfalls Verschiebungen, allein viel kleinere als die eben angeführten. Daraus folgt, dass die beschriebene Verschiebung jedenfalls zum Theil durch das Hineinschieben der Perle erzeugt ist; und da wesentliche Temperaturunterschiede nicht vorhanden sind, so kann die Ursache nur in der Vermehrung der glühenden Dampfmenge liegen. Bei der letztern verbreitern sich nun die Spectrallinien nach beiden Seiten; daher kann die Verschiebung der Fransen nur auf einer Aenderung der mittleren Brechbarkeit beruhen. Die Helligkeitsvermehrung ist auf der weniger brechbaren Seite grösser, d. h. die Spectrallinien des Natrium, Lithium, Thallium verbreitern sich bei der Vermehrung der glühenden Dampfmenge stärker nach der weniger brechbaren Seite. Zu demselben Resultate ist auch Herr *Zöllner* auf dem einfachern prismatischen Wege für die weniger brechbare Natriumlinie gelangt. Ausserdem steht es in Uebereinstimmung mit der von Herrn *Hennessey* beim Sinken der Sonne beobachteten, stärkeren Verbreiterung der atmosphärischen Linien des Sonnenspectrums nach der weniger brechbaren Seite hin.

Aus der Asymmetrie in der Verbreiterung der Spectrallinien ergibt sich sofort eine wichtige Regel für die spectralanalytische Bestimmung der Geschwindigkeit der Gestirne. Ist die Lage der Mitte eines dunkeln Spectralstreifen eine Function der Masse des absorbirenden Dampfes, so darf aus einer Aenderung derselben erst dann auf eine Bewegung der Lichtquelle geschlossen

werden, wenn der Einfluss dieser Masse ausgeschlossen ist. Nun wird für verschiedene Spectrallinien dieser Einfluss quantitativ ein verschiedener sein, wenn er auch sehr wohl für alle qualitativ gleich ausfallen kann. Eine quantitative Uebereinstimmung muss aber immer die Bewegung der Lichtquelle haben. Rührt die Verschiebung von einer Bewegung der Lichtquelle her, so muss die Geschwindigkeit der letzteren, aus den Verschiebungen verschiedener Linien berechnet, die nämliche sein.

Nach Herrn *Zöllner*'s Theorie der Abhängigkeit der Strahlenemission von der Dichtigkeit des glühenden Dampfes ist die stärkere Verbreiterung nur möglich nach der Seite hin, wo die grösseren Werthe der Absorption liegen. Fasst man nun letztere als Resonanzphänomen auf, so ergibt sich, dass die grösseren Werthe nur dann auf die weniger brechbare Seite fallen, wenn eine Reibung der ponderabeln Atome gegen die Aethertheilchen vorhanden ist. Bei der Aequivalenz zwischen Dichtigkeit und Dicke ist in dieser Hinsicht die nachgewiesene Uebereinstimmung der Richtung der stärkeren Verbreiterung für eine beträchtliche Anzahl von Spectrallinien bemerkenswerth. Sie würde auf die Existenz einer Reibung im Aether und damit auf die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Amplitude schliessen lassen.

Bei der Entscheidung der Frage, ob die Wellenlänge sich mit der Amplitude ändert, benützte ich zunächst ebenfalls das Licht glühender Dämpfe. Es war jetzt ersichtlich, dass die Dampfmenge während des Versuchs unverändert bleiben musste. Ich variirte daher die Helligkeit durch absorbirende Plangläser. Die grosse Homogeneität des Lichtes und die physiologische Empfindlichkeit des Auges empfahlen Natrium als Lichtquelle. Bei einer Phasendifferenz von angenähert 20000 Undulationen trat nun bei den Aenderungen der Helligkeit eine zwar kleine, aber doch sicher zu beobachtende Verschiebung der Fransen ein. Die Richtung der Verschiebung entsprach einer Vergrösserung der Wellenlänge bei Vermehrung der Helligkeit. Geschah die Aenderung der Helligkeit im Verhältniss 1 : 3, so war die Verschiebung allerdings nur 0,1 des Abstandes zweier Fransen; geschah sie aber im Verhältniss 1 : 10, so erreichte die Verschiebung einen Werth von 0,2 bis 0,3 dieser Grösse. Diese Resultate waren merklich dieselben, mochte der Gangunterschied in Luft oder in Crownglas erzeugt sein.

In einer zweiten Versuchsreihe benützte ich das Licht des glühenden Wasserstoffes in einer *Geissler*'schen Röhre. Mit Hülfe eines Rheostaten, der eine Nebenschliessung zur primären Rolle des *Ruhmkorff* bildete, konnte zunächst die Stärke des Inductionsstromes variirt werden. Dabei trat eine kleine Verschiebung der Fransen ein, die ganz gleich war derjenigen, welche bei der entsprechenden Variation der Helligkeit durch absorbirende Gläser erfolgte. Der *Ruhmkorff* erlaubte eine solche Aenderung im Verhältniss von 1 : 3. Für die blaugrüne Linie H_α erreichte bei einer Phasendifferenz von näherungsweise 15000 Undulationen die Verschiebung eine Grösse von 0,3; bei der rothen Linie H_β, die bei 25000 Undulationen noch sehr scharfe Fransen gab, überstieg sie 0,05—0,1 des Abstandes zweier Fransen nicht.

Aus dem letzteren Versuche geht hervor, dass nicht etwa die Asymmetrie der Helligkeitscurve diese Verschiebungen hervorgerufen hat. Den Einfluss der Verbreiterung des hellen Theiles einer Franse durch die Vergrösserung der Lichtstärke habe ich durch die Beobachtung der Mitten der dunkeln oder hellen Linien und eine Verschiebung durch die Brechung der Strahlen im absorbirenden Planglas durch Einschalten der letzteren vor den Spalt des Collimators eliminirt. Da eine andere Fehlerquelle, so weit ersichtlich, nicht vorhanden war, so muss die Ursache der Verschiebung wohl in einer Aenderung der Wellenlänge bei Aenderung der Amplitude, d. h. einer Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei Aenderung der lebendigen Kraft der Schwingung liegen. Die Aenderung der Wellenlänge wächst dann nach den angeführten Beobachtungen mit der Aenderung der Amplitude; sie ist ausserdem für die grösseren Schwingungszahlen bedeutender. Für Natrium würde sie bei einer Helligkeitsveränderung im Verhältniss 1 : 3 den Werth 0,000005, bei einer Aenderung 1 : 10 dagegen den Werth 0,000010 haben. Eine Aenderung der Helligkeit im Verhältniss 1 : 3 würde in dem rothen Lichte des Wasserstoffes eine Aenderung der Geschwindigkeit um 0,000004, in dem blauen 0,00002 erzeugen.

Die Kleinheit der beobachteten Verschiebungen fordert allerdings, ehe an eine nähere Darlegung der vielen interessanten Consequenzen eines solchen Zusammenhanges zwischen Amplitude und Wellenlänge zu denken ist, dass die Beobachtungen unter Verhältnissen angestellt werden, welche grössere

absolute Verschiebungen herbeiführen. Dies scheint mir die Beobachtung der *Fraunhofer*'schen Interferenzen zweiter Classe zu leisten, wenn, unter Anwendung zweier Oeffnungen, die beiden Hälften des ebenen Wellenzuges in verschiedener Entfernung von den Oeffnungen identisch geschwächt werden. Mit Hülfe dieser neuen Methode und des ihr verwandten Interferential-Refractors hoffe ich die wünschenswerthe Genauigkeit in den Messungen zu erzielen, welche den bisherigen Zahlen noch fehlt.

Leipzig, im Februar 1871.

M. W. Drobisch, *Ueber Mittelgrössen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steigens und Sinkens des Geldwerthes.*

I.

Die von *Cauchy* in seinem Cours d'analyse algébrique (Préliminaires p. 17) aufgestellten und (Note II. p. 444 ff.) erwiesenen Formeln über die Mittel aus einer gegebenen Reihe von Grössen lassen sich sehr einfach auf folgende Weise ableiten, wobei sich noch zwei, wie es scheint, neue Formeln ergeben.

1. Ein Mittel aus einer Reihe von n Grössen $A_1, A_2, \ldots A_n$ heisst jede solche Grösse H, welche grösser als die kleinste und kleiner als die grösste unter ihnen ist. Diese Eigenschaft von H wird bezeichnet durch

$$H = M(A_1, A_2, \ldots A_n).$$

Hiernach ist also, wenn die Reihe der Grössen so geordnet ist, dass

$$A_1 < A_2 < A_3 \ldots < A_n,$$
$$H > A_1 \quad \text{und} \quad < A_n.$$

Ob H blos grösser als A_1, aber kleiner als alle übrigen Glieder der Reihe, oder ob es grösser als einige der kleinsten Glieder und kleiner als alle übrigen ist, bleibt hierbei unbestimmt. Man wird aber ohne eine beschränkende Voraussetzung sagen können, dass H grösser sey als eine Anzahl k der Glieder der Reihe und kleiner als alle übrigen, wenn k entweder die Einheit oder eine ganze positive Zahl bedeutet, die nicht grösser seyn darf als $n - 1$.

2. Sey zunächst

$$A_1 = \frac{a_1}{b_1},\ A_2 = \frac{a_2}{b_2}, \ldots A_n = \frac{a_n}{b_n},$$

wo $a_1, a_2, \ldots a_n$ beliebige reelle Grössen, $b_1, b_2, \ldots b_n$ aber solche reelle Grössen bezeichnen, die einerlei Vorzeichen haben (zeichengleich sind). Dann ist (nach 1) von den Differenzen

$$H - \frac{a_1}{b_1},\ H - \frac{a_2}{b_2}, \ldots\ldots H - \frac{a_n}{b_n}$$

eine gewisse Anzahl k positiv, alle übrigen aber sind negativ. Dasselbe gilt aber auch noch von den Producten, die man erhält, wenn man diese Differenzen der Reihe nach durch

$$\alpha_1 b_1,\ \alpha_2 b_2, \ldots\ldots \alpha_n b_n$$

multiplicirt, wo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ zeichengleiche reelle Grössen bezeichnen, also von den Producten

$$\alpha_1(b_1 H - a_1),\ \alpha_2(b_2 H - a_2), \ldots\ldots \alpha_n(b_n H - a_n).$$

Man kann daher verlangen, dass H einen solchen Werth habe, für welchen die algebraische Summe dieser Producte weder >0 noch <0, sondern $=0$ sey. Diese Bedingung giebt sofort

$$(1)\qquad H = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_n a_n}{\alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \ldots + \alpha_n b_n} = M\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \ldots \frac{a_n}{b_n}\right).$$

Sind $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ einander gleich, so wird

$$(2)\qquad H = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{b_1 + b_2 + \ldots + b_n} = M\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \ldots \frac{a_n}{b_n}\right).$$

Sind in Formel (1) $b_1, b_2 \ldots b_n$ sämmtlich $= 1$, so wird

$$(3)\qquad H = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_n a_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n} = M(a_1, a_2, \ldots a_n).$$

Werden überdiess auch $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ einander gleich, so wird

$$(4)\qquad H = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = M(a_1, a_2, \ldots a_n),$$

das arithmetische Mittel.

Setzt man in (2) $a_1, a_2, \ldots a_n$ sämmtlich $= 1$ und vertauscht $b_1, b_2, \ldots b_n$ der Reihe nach mit $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots \frac{1}{a_n}$, so erhält man

$$(5)\qquad H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}} = M(a_1, a_2, \ldots a_n),$$

das harmonische Mittel aus den Grössen $a_1, a_2, \ldots a_n$, die Reciproke des arithmetischen Mittels aus den Grössen $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots \frac{1}{a_n}$; wogegen die Reciproke des arithmetischen Mittels aus $a_1, a_2, \ldots a_n$ erhalten wird, wenn man in (2) $a_1, a_2, \ldots a_n = 1$ setzt und $b_1, b_2, \ldots b_n$ der Reihe nach mit $a_1, a_2, \ldots a_n$ vertauscht, was giebt

$$H = \frac{n}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n} = M\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots \frac{1}{a_n}\right), \qquad (6)$$

und woraus erhellt, dass die Reciproke des arithmetischen Mittels aus $a_1, a_2, \ldots a_n$ ein Mittel aus den Reciproken dieser Grössen ist.

Dieser Satz ist jedoch nur ein specieller Fall des allgemeinen, dass, wenn

$$H = M(A_1, A_2, \ldots A_n),$$

auch
$$\frac{1}{H} = M\left(\frac{1}{A_1}, \frac{1}{A_2}, \ldots \frac{1}{A_n}\right),$$

welcher Satz selbst wieder nur ein Corollar des Theorems (*Cauchy* p. 145), dass unter derselben Voraussetzung, wenn b eine beliebige positive oder negative Grösse, auch

$$H^b = M(A_1^b, A_2^b, \ldots A_n^b);$$

aber auch, unabhängig von diesem, unmittelbar daraus folgt, dass, wenn

$$A_1 < A_2 < \ldots < A_n,$$

folglich $H > A_1$ und $< A_n$,

auch $\frac{1}{H} < \frac{1}{A_1}$ und $> \frac{1}{A_n}$,

und $\frac{1}{A_1} > \frac{1}{A_2} > \ldots > \frac{1}{A_n}$ ist.

3. Sey zweitens

$$A_1 = a_1^{\frac{1}{b_1}}, \quad A_2 = a_2^{\frac{1}{b_2}}, \ldots A_n = a_n^{\frac{1}{b_n}},$$

wo $a_1, a_2, \ldots a_n$ positive, $b_1, b_2, \ldots b_n$ aber entweder positive oder negative, aber immer zeichengleiche Zahlgrössen bedeuten. Dann ist (nach 1) eine Anzahl k der Quotienten

$$\frac{H}{a_1^{\frac{1}{h_1}}}, \quad \frac{H}{a_2^{\frac{1}{h_2}}}, \quad \ldots \quad \frac{H}{a_n^{\frac{1}{h_n}}}$$

grösser als 1, die übrigen aber sind kleiner als 1. Dasselbe gilt aber auch noch von den Grössen, die man erhält, wenn man diese Quotienten der Reihe nach auf die Potenzen erhebt, deren Exponenten sind

$$\alpha_1 h_1, \; \alpha_2 h_2, \; \ldots \; \alpha_n h_n,$$

wo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ zeichengleiche Zahlgrössen bedeuten, wodurch sich also ergiebt

$$\frac{H^{\alpha_1 h_1}}{a_1^{\alpha_1}}, \quad \frac{H^{\alpha_2 h_2}}{a_2^{\alpha_2}}, \quad \ldots \quad \frac{H^{\alpha_n h_n}}{a_n^{\alpha_n}}.$$

Man kann daher verlangen, dass H einen solchen Werth habe, für den das Product aus allen diesen Potenzen weder grösser noch kleiner als 1, sondern gleich 1 sey. Diess giebt unmittelbar

(7) $H = (a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \ldots a_n^{\alpha_n})^{\frac{1}{\alpha_1 h_1 + \alpha_2 h_2 + \ldots + \alpha_n h_n}} = M(a_1^{\frac{1}{h_1}}, a_2^{\frac{1}{h_2}}, \ldots a_n^{\frac{1}{h_n}})$.

Sind hier $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ einander gleich, so wird

(8) $H = (a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}} = M(a_1^{\frac{1}{h_1}}, a_2^{\frac{1}{h_2}}, \ldots a_n^{\frac{1}{h_n}})$.

Sind in (7) $h_1, h_2, \ldots h_n$ sämmtlich $= 1$, so wird

(9) $H = (a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \ldots a_n^{\alpha_n})^{\frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n}} = M(a_1, a_2, \ldots a_n)$.

Sind überdiess $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ einander gleich, so wird

(10) $H = (a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{n}} = M(a_1, a_2, \ldots a_n)$,

das geometrische Mittel.

4. Hiernach sind nun also die Formeln (1) und (7) hinreichend, um alle übrigen als specielle Fälle derselben aus ihnen abzuleiten. Dass zwischen den Formeln (1) bis (4) und denen unter (7) bis (10), von welchen (7) und (8) zu den Formeln *Cauchy's* hinzugekommen sind, eine Analogie besteht, fällt in die Augen. Diess führt auf die Vermuthung, dass die eine Reihe dieser Formeln sich aus der andern wird ableiten lassen. Hierzu bedarf es nur der Zurückführung einer der beiden Formeln (1) und (7) auf die andere; und diese ist einfach. Denn nach dem Satze,

dass, wenn H ein Mittel aus einer Reihe von Grössen, auch $\lg H$, für jede beliebige Basis, ein Mittel aus den Logarithmen dieser Grössen ist (*Cauchy* a. a. O. p. 447), folgt aus (7), dass

$$\frac{\alpha_1 \lg a_1 + \alpha_2 \lg a_2 + \ldots + \alpha_n \lg a_n}{\alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \ldots + \alpha_n b_n} = M\left(\frac{\lg a_1}{b_1}, \frac{\lg a_2}{b_2}, \ldots \frac{\lg a_n}{b_n}\right).$$

Setzt man nun

$$\lg a_1 = c_1, \ \lg a_2 = c_2, \ \ldots \ \lg a_n = c_n,$$

so kommt

$$\frac{\alpha_1 c_1 + \alpha_2 c_2 + \ldots + \alpha_n c_n}{\alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \ldots + \alpha_n b_n} = M\left(\frac{c_1}{b_1}, \frac{c_2}{b_2}, \ldots \frac{c_n}{b_n}\right),$$

welche Formel sich nur durch die Bezeichnung von (1) unterscheidet, da offenbar, je nachdem a_1, a_2 etc. beliebige positive Grössen bezeichnen, die grösser oder kleiner als 1 sind, c_1, c_2 etc. beliebige positive oder negative Grössen seyn werden.

Mit Hilfe des angeführten Satzes befasst demnach die einzige Formel (7) alle anderen unter sich. — Hierbei mag noch die Bemerkung eine Stelle finden, dass dieser Hilfssatz sammt den bei *Cauchy* ihm vorangehenden drei Theoremen nur ein specieller Fall von folgendem allgemeinen Satze ist:

Wenn $H = M(A_1, A_2, \ldots A_n)$, wo wieder $A_1 < A_2 < \ldots < A_n$, und $f(x)$ eine Function von x ist, die von $x = A_1$ bis $x = A_n$ ununterbrochen zu- oder abnimmt, folglich innerhalb dieser Grenzen $f'(x)$ entweder nur positive oder nur negative Werthe hat, so ist auch

$$f(H) = M[f(A_1), f(A_2), \ldots f(A_n)].$$

Denn da nach der Voraussetzung $A_1 < H < A_n$, so ist auch, je nachdem $f'(x) \gtrless 0$,

$$f(A_1) \lesseqgtr f(H) \lesseqgtr f(A_n),$$

folglich, da auch $f(A_1) \lesseqgtr f(A_2) \lesseqgtr \ldots \lesseqgtr f(A_n)$,

$$f(H) = M[f(A_1), f(A_n)] = M[f(A_1), f(A_2), \ldots f(A_n)].$$

Setzt man successiv $f(x) = rx$, x^b, B^x, $\lg x$, so erhält man die vier Theoreme *Cauchy's*.

II.

5. Ob nun eine oder die andere der vorstehenden Formeln sich zur Bestimmung des Verhältnisses benutzen lässt, nach welchem innerhalb eines gegebenen Zeitraums der Geldwerth gestiegen oder gesunken ist, wird sich schon vorläufig aus folgender Betrachtung ergeben. — Ein alleinstehender Mann wird die Frage, ob und in welchem Maasse innerhalb einer Reihe von Jahren der Geldwerth eine Aenderung erfahren hat, vorausgesetzt, dass während dieser Zeit seine Lebensbedürfnisse weder nach Qualität noch nach Quantität sich geändert haben, von seinem Standpunkte aus zuerst einfach dadurch beantworten, dass er die im ersten Jahre verbrauchte Summe, S, mit der im letzten Jahre auf dieselben Bedürfnisse verwendeten, S', vergleicht. Jenachdem $S' > S$ oder $< S$, wird er sagen, dass das Leben theurer oder wohlfeiler geworden sey, und daraus schliessen, dass beziehungsweise der Geldwerth gesunken oder gestiegen sey. Verhält sich $S : S' = 1 : H$, so wird

$$(11) \qquad H = \frac{S'}{S}$$

das Verhältniss anzeigen, nach welchem, jenachdem $H > 1$ oder < 1, der Preis der Lebensbedürfnisse im Ganzen oder durchschnittlich gestiegen oder gesunken ist. Es mag daher H als das mittlere Preisverhältniss bezeichnet werden. Dagegen wird

$$(12) \qquad G = \frac{1}{H} = \frac{S}{S'}$$

anzeigen, in welchem Verhältniss während derselben Zeit der Werth des Geldes gesunken oder gestiegen ist, und kann daher G der relative Geldwerth genannt werden.

Derselbe Mann wird sich aber auch über den Grund der verschiedenen Grösse der im ersten und letzten Jahre verausgabten Summen speciellere Rechenschaft geben können, wenn er die Summen vergleicht, welche in beiden Jahren seine einzelnen Lebensbedürfnisse, wie Wohnung, Nahrung, Kleidung, Brenn- und Leuchtmaterial, Löhne u. s. w. in Anspruch genommen haben. Seyen $g_1, g_2, \ldots g_n$ die Summen, die er im ersten Jahre, und $h_1, h_2, \ldots h_n$ die, welche er im letzten Jahre darauf verwenden musste, so ist offenbar

$$H = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n}. \qquad (13)$$

Verhält sich nun $g_1 : h_1 = 1 : p_1$, $g_2 : h_2 = 1 : p_2$, $\ldots g_n : h_n = 1 : p_n$, so wird offenbar durch Einführung der Ausdrücke $h_1 = p_1 g_1$, $h_2 = p_2 g_2$, $\ldots h_n = p_n g_n$ in (13)

$$H = \frac{p_1 g_1 + p_2 g_2 + \ldots + p_n g_n}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n}. \qquad (14)$$

Die Formeln (13) und (14) sind nur der Bezeichnung nach von den obigen Formeln unter (2) und (3) verschieden. Es ist daher H ein Mittelwerth aus den Verhältnisszahlen $\frac{h_1}{g_1} = p_1$, $\frac{h_2}{g_2} = p_2$, .. $\frac{h_n}{g_n} = p_n$. Aus (14) ist jedoch deutlich zu ersehen, dass der Werth von H nicht blos von $p_1, p_2, \ldots p_n$, sondern zugleich von $g_1, g_2, \ldots g_n$ abhängt. Durch $p_1, p_2, \ldots p_n$ allein würde er nur dann bestimmt werden, wenn $g_1, g_2, \ldots g_n$ einander gleich wären, also auf die einzelnen Bedürfnisse des ersten Jahres gleich grosse Summen verwendet worden wären. Dann nämlich würde

$$H = \frac{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}{n}, \qquad (15)$$

entsprechend der Formel (5), das arithmetische Mittel.

Sey z. B.

$$g_1 = 200,\ g_2 = 600,\ g_3 = 300,\ g_4 = 150,\ g_5 = 100,$$
$$h_1 = 300,\ h_2 = 800,\ h_3 = 250,\ h_4 = 150,\ h_5 = 75,$$

woraus folgt

$$p_1 = \frac{3}{2},\quad p_2 = \frac{4}{3},\quad p_3 = \frac{5}{6},\quad p_4 = 1,\quad p_5 = \frac{3}{4},$$

wo also die Preise des 1sten und 2ten Lebensbedürfnisses gestiegen, die des 3ten und 5ten gesunken sind, der Preis des 4ten aber unverändert geblieben ist, so geben die beiden Formeln (13) und (14)

$$H = \frac{7}{6} = 1,167,$$

und würde folglich der relative Geldwerth seyn

$$G = \frac{6}{7} = 0,857,$$

also, hiernach beurtheilt, der Geldwerth um $\frac{1}{7}$ gesunken seyn, während die Preise im Mittel um $\frac{1}{6}$ gestiegen sind. Wollte man jedoch fälschlich das Preisverhältniss nach (15) berechnen, so kämen

$$H = \frac{13}{12} = 1,083,$$

$$G = \frac{12}{13} = 0,923,$$

und wären hiernach die Preise nur um $\frac{1}{12}$ gestiegen, der Geldwerth nur um $\frac{1}{13}$ gesunken.

Statt der absoluten Grössen der Geldsummen $g_1, g_2, \ldots g_n$ kann man in (14) auch die Verhältnisse einführen, in welchen zu einer unter ihnen alle übrigen stehen. Denn sey

$$\frac{g_2}{g_1} = q_2, \quad \frac{g_3}{g_1} = q_3, \ldots \frac{g_n}{g_1} = q_n,$$

so wird dann

$$(16) \qquad H = \frac{p_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 + \ldots + p_n q_n}{1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n}.$$

6. Wie unbrauchbar das arithmetische Mittel zur Bestimmung der mittleren Preisänderungen der Lebensbedürfnisse ist, wird folgendes Beispiel zeigen. Gesetzt der Preis des Brodes sey im Verhältniss von 5 : 6 gestiegen, der des Salzes aber im Verhältniss von 4 : 3, also in stärkerem Maasse, gesunken, so ist das arithmetische Mittel aus $\frac{6}{5}$ und $\frac{3}{4}$ gleich $\frac{39}{40}$. Es würde aber gewiss ein grosser Irrthum seyn, wenn man daraus schliessen wollte, dass die Verminderung des Salzpreises die Erhöhung des Brodpreises so übertragen habe, dass dadurch in einem Haushalt der Aufwand für beide Lebensbedürfnisse zusammengenommen sich um $\frac{1}{40}$ ermässigte; denn die Geldsumme zum Ankauf des nöthigen Brodes ist ungleich grösser als die, welche der Salzbedarf erfordert. Angenommen, das Verhältniss der letzteren Geldsumme zu der ersteren sey 1 : 15, so giebt dagegen die vorstehende Formel (16), wenn man in ihr $p_1 = \frac{3}{4}$, $p_2 = \frac{6}{5}$, $q_2 = 15$ und $n = 2$ setzt, $H = \frac{75}{64}$, und zeigt also, dass trotz des Sinkens des Salzpreises durch das, obwohl

schwächere, Steigen des Brodpreises eine Vermehrung des Aufwandes für beide Bedürfnisse zusammengenommen um fast $\frac{1}{6}$ herbeigeführt worden ist.

Fragt man, unter welchen Bedingungen überhaupt, wenn $p_1 < 1$, aber $p_2 > 1$ durch das Sinken des Preises des einen Bedürfnisses das Steigen des andern ausgeglichen wird, so ist in der Formel (16) $H = 1$ und $n = 2$ zu setzen. Diess giebt

$$1 + q_2 = p_1 + p_2 q_2.$$

Hieraus folgt erstens

$$q_2 = \frac{1-p_1}{p_2-1},$$

ein Werth der immer positiv ist. Wenn, wie zuvor, $p_1 = \frac{3}{4}$ und $p_2 = \frac{6}{5}$, so wird hiernach $q_2 = \frac{5}{4}$; d. h.: wenn durch das Sinken des Salzpreises das Steigen des Brodpreises ausgeglichen werden soll, so müssen sich die zum Ankauf des Salzes und Brodes nöthigen Geldsummen verhalten wie 4 : 5, ein Verhältniss, das in einem gewöhnlichen Haushalt sicher nicht vorkommen wird.

Es folgt aber auch zweitens aus derselben Gleichung

$$p_1 = 1 - q_2(p_2 - 1).$$

Da nun p_1 seiner Bedeutung nach immer eine positive Grösse seyn muss, so ist die Bedingung davon, dass

$$\text{entweder} \quad q_2 < \frac{1}{p_2-1},$$

$$\text{oder} \quad p_2 < 1 + \frac{1}{q_2} \text{ sey.}$$

Bei der Voraussetzung, dass $p_2 = \frac{6}{5}$, muss daher $q_2 < 5$ seyn, mithin weniger als 5mal soviel Geld auf das Brod als auf das Salz verwendet werden. Wäre also z. B. $q_2 = 4$, so würde $p_1 = \frac{1}{5}$; d. h.: wenn in einem Haushalt nur 4mal soviel Geld auf Brod als auf Salz verwendet wird, der Preis des erstern aber im Verhältniss $\frac{6}{5}$ gestiegen ist, so wird nur dann der Auf-

wand für Brod und Salz zusammengenommen sich gleich geblieben seyn, wenn gleichzeitig das Salz 5mal so wohlfeil geworden ist als zuvor. — Legt man andererseits wieder die Annahme $q_2 = 15$ zu Grunde, so muss $p_2 < \frac{16}{15}$ seyn. Sey also z. B. $p_2 = \frac{21}{20}$, der Brodpreis demnach nur um $\frac{1}{20}$ gestiegen, so wird $p_1 = \frac{1}{4}$. Das Salz muss also dann 4mal so wohlfeil geworden seyn als zuvor, wenn der Gesammtaufwand für Brod und Salz sich gleich geblieben seyn soll.

7. Die vorstehende Berechnungsweise wird sich unverändert auch auf grössere Verhältnisse, z. B. auf die Bevölkerung einer Stadt oder eines ganzen Landes, anwenden lassen, vorausgesetzt, dass die dazu erforderlichen statistischen Data vorhanden sind, und sich zwischen dem ersten und zweiten Zeitpunkt weder die Kopfzahl der Bevölkerung, noch ihre Bedürfnisse geändert haben. Man würde auch, wenn keins von beiden stattgefunden hat, aber die Grössen der Veränderungen bekannt sind, Formeln entwickeln können, die, entsprechend diesen allgemeinen Voraussetzungen H und G bestimmten. Aber von weit grösserem Interesse ist es, zu untersuchen, in welcher Weise aus den Veränderungen, die an grossen Welthandelsplätzen, wie etwa London oder Hamburg, nach einer Reihe von Jahren die Massen der eingeführten Waaren und ihre Preise erfahren haben, die in den letzten beiden Jahrzehnten sehr merklich gewordene Geldentwerthung sich constatiren und ihrer Grösse nach berechnen lasst. Man begnügt sich dabei herkömmlich, den Durchschnittspreis einer jeden an einem solchen Handelsplatz eingeführten und verkauften Waarengattung für einen früheren und einen späteren Zeitraum zu bestimmen, das Verhältniss des ersten zu dem zweiten, den ersteren Durchschnittspreis entweder gleich 100 oder gleich 1 setzend abzuleiten, und glaubt dann das arithmetische Mittel aus allen diesen Verhältnissen als das mittlere Preisverhältniss der Waaren betrachten zu dürfen, welches anzeigt, in welchem Verhältniss oder um wie viel Procente die Preise der Waaren überhaupt gestiegen sind, und aus dessen Umkehrung sich die Procente ergeben, um welche der Geldwerth gesunken ist. Wir wollen demnach jetzt untersuchen, ob sich bei dieser Aufgabe der Gebrauch des

arithmetischen Mittels besser rechtfertigt als in dem zuvor betrachteten einfacheren Falle.

8. Sind für einen solchen Handelsplatz bekannt:

1) die Quantitäten $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ der daselbst zu einer gewissen Zeit (in einem Jahre oder einer Reihe von Jahren) eingeführten und nach einer gemeinsamen Maasseinheit, z. B. nach Centnern, bestimmten verschiedenen Waaren;
2) die Preise $\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n$, welche zu dieser Zeit die Maasseinheit jeder dieser Waaren hatte, und um welche dieselben verkauft wurden;
3) die Quantitäten $\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_n$ derselben Waarengattungen zu einer späteren Zeit;
4) die Verhältnisse $1:p_1, 1:p_2, \ldots 1:p_n$, nach welchen sich inzwischen die Preise der Waaren geändert haben, so dass diese jetzt $p_1\pi_1, p_2\pi_2, \ldots p_n\pi_n$ sind;

so bezeichnen

$$\mu_1\pi_1, \mu_2\pi_2, \ldots \mu_n\pi_n$$

die Geldsummen, welche in der früheren Zeit, und

$$\nu_1 p_1\pi_1, \nu_2 p_2\pi_2, \ldots \nu_n p_n\pi_n$$

die Geldsummen, welche in der späteren Zeit auf den Ankauf der verschiedenen n Waarenmassen verwendet werden mussten; daher sind

$$\mu_1\pi_1 + \mu_2\pi_2 + \ldots + \mu_n\pi_n$$

und

$$\nu_1 p_1\pi_1 + \nu_2 p_2\pi_2 + \ldots + \nu_n p_n\pi_n$$

die Geldsummen, die bezw. in der früheren und späteren Zeit zum Ankauf sämmtlicher eingeführter Waaren zur Verwendung kamen.

Setzen wir nun zuerst den einfachsten Fall, dass

$$\nu_1 = \mu_1, \nu_2 = \mu_2, \ldots \nu_n = \mu_n,$$

dass also in der späteren Zeit von jeder der verschiedenen Waarengattungen dieselbe Quantität eingeführt wurde wie in der früheren Zeit, so wird, da der Geldwerth oder die Kaufkraft des Geldes zu zwei verschiedenen Zeitpunkten im umgekehrten Verhältniss der Geldsummen steht, die alsdann zum Ankauf der gleichen Waarenmasse erforderlich ist, der relative Geld-

[illegible] in einem späteren Zeitpunkt im Vergleich mit dem früheren:

$$[illegible]$$

[illegible]

$$[illegible]$$

Fragt man nun unter welchen Bedingungen dieser Ausdruck in das arithmetische Mittel

$$\frac{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}{n}$$

übergeht, so ist die kurze Antwort: wenn

$$\mu_1 \pi_1 = \mu_2 \pi_2 = \ldots = \mu_n \pi_n ,$$

d. h. wenn

$$\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n = \frac{c}{\mu_1}, \frac{c}{\mu_2} \ldots \frac{c}{\mu_n} ,$$

oder wenn die Preise, welche die Waaren im früheren Zeitpunkt hatten, den Quantitäten derselben umgekehrt proportional waren. Diess ist nun zwar ein plausibler Satz, sofern eine grosse Masse ausgeführter Waaren, wenn sie über den Bedarf hinausgeht, die Preise herabdrückt, obwohl nicht gerade in demselben Verhältnisse; aber ohne allen Vergleich abhängiger ist doch die Grösse der Preise von der qualitativen Verschiedenheit der Waaren. Ueberdiess aber kann dieses Verhältniss, wenn es auch für den ersten Zeitpunkt galt, nicht zugleich für den zweiten gelten. Denn es kann nicht, wenn $\mu_1\pi_1 = \mu_2\pi_2 = \ldots \mu_n\pi_n$, auch zugleich $\mu_1 p_1 \pi_1 = \mu_2 p_2 \pi_2 = \ldots = \mu_n p_n \pi_n$ seyn. Angenommen aber das letztere, also im zweiten Zeitpunkt seyen die Preise $p_1\pi_1, p_2\pi_2, \ldots p_n\pi_n$ den Waarenmassen $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ umgekehrt proportional, so geht dann H nicht in das arithmetische, sondern in das harmonische Mittel über.*) Denn setzt man

$$\mu_1 p_1 \pi_1 = \mu_2 p_2 \pi_2 = \ldots = \mu_n p_n \pi_n = c ,$$

wo c eine constante Grösse, also

*) Eine Bemerkung, die ich meinem werthen Collegen Professor W. Schönner verdanke, der mich auch sonst durch seine kritische Theilnahme bei dieser Arbeit wesentlich gefördert hat.

$$\mu_1\pi_1 = \frac{c}{p_1},\ \mu_2\pi_2 = \frac{c}{p_2},\ \ldots\ \mu_n\pi_n = \frac{c}{p_n},$$

so wird nach (18)

$$H = \frac{n}{\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \ldots + \frac{1}{p_n}}.$$

Das Ergebniss ist demnach, dass hier, wo vorausgesetzt wurde, dass $\nu_1 = \mu_1$, $\nu_2 = \mu_2$, ... $\nu_n = \mu_n$, das arithmetische Mittel aus den Preisverhältnissen $p_1, p_2, \ldots p_n$ der einzelnen Waaren vor dem harmonischen nicht den geringsten Vorzug hat, jenes auf der speciellen Voraussetzung beruht, dass die Preise im ersten Zeitpunkt, dieses darauf, dass dieselben im zweiten Zeitpunkt den eingeführten Waarenmassen umgekehrt proportional sind, keins von beiden aber gilt, wenn weder das eine noch das andere statt hat, und überhaupt das mittlere Preisverhältniss allgemein nur durch den Ausdruck von H in Formel (18) dargestellt wird.

9. Heben wir jetzt die Beschränkung, dass ν_1 und μ_1, ν_2 und μ_2, ... ν_n und μ_n gleich seyn sollen, wieder auf, so scheint zuerst die Berechnung von G und H auf folgende Weise angelegt werden zu können.

Wenn in dem früheren Zeitpunkt dieselben Quantitäten der Waaren wie in dem späteren Zeitpunkt, $\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_n$, eingeführt worden wären, so würde die zu ihrem Ankauf erforderliche Summe gewesen seyn

$$\nu_1\pi_1 + \nu_2\pi_2 + \ldots + \nu_n\pi_n.$$

Nun ist aber in dem spätern Zeitpunkt dazu wirklich erforderlich die Summe

$$\nu_1p_1\pi_1 + \nu_2p_2\pi_2 + \ldots + \nu_np_n\pi_n;$$

folglich ist, nach demselben Princip wie zuvor,

$$G = \frac{\nu_1\pi_1 + \nu_2\pi_2 + \ldots + \nu_n\pi_n}{\nu_1p_1\pi_1 + \nu_2p_2\pi_2 + \ldots + \nu_np_n\pi_n},$$

und daher

$$H = \frac{\nu_1p_1\pi_1 + \nu_2p_2\pi_2 + \ldots + \nu_np_n\pi_n}{\nu_1\pi_1 + \nu_2\pi_2 + \ldots + \nu_n\pi_n}, \quad (19)$$

oder auch, wenn $g_1, g_2, \ldots g_n$ die im früheren Zeitpunkt auf den Ankauf der damals wirklich eingeführten Waarenmassen,

$\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$, und $h_1, h_2, \ldots h_n$ die im späteren Zeitpunkt auf den Ankauf der Waarenmassen $\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_n$ zu verwendenden Geldsummen bezeichnen,

$$(19^*) \left\{ \begin{aligned} G &= \frac{\frac{\nu_1 g_1}{\mu_1} + \frac{\nu_2 g_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{\nu_n g_n}{\mu_n}}{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}, \\ \text{und} \quad H &= \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{\frac{\nu_1 g_2}{\mu_1} + \frac{\nu_2 g_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{\nu_n g_n}{\mu_n}}. \end{aligned} \right.$$

Zugleich ist zu bemerken, dass

$$p_1 = \frac{\mu h_1}{\nu_1 g_1},\ p_2 = \frac{\mu_2 h_2}{\nu_2 g_2},\ \ldots\ p_n = \frac{\mu_n h_n}{\nu_n g_n}.$$

Allein vollkommen mit demselben Rechte kann man auch sagen: wären in dem späteren Zeitpunkte dieselben Waarenquantitäten $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ eingeführt worden, wie in dem früheren, so wäre ihre Kaufsumme gewesen

$$\mu_1 p_1 \pi_1 + \mu_2 p_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n p_n \pi_n.$$

Nun war dieselbe aber für den früheren Zeitpunkt wirklich

$$\mu_1 \pi_1 + \mu_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n \pi_n,$$

folglich ist hieraus, nach dem nämlichen Grundsatz von der Kaufkraft des Geldes, zu schliessen, dass

$$(20) \left\{ \begin{aligned} G &= \frac{\mu_1 \pi_1 + \mu_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n \pi_n}{\mu_1 p_1 \pi_1 + \mu_2 p_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n p_n \pi_n} \\ \text{und} \quad H &= \frac{\mu_1 p_1 \pi_1 + \mu_2 p_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n p_n \pi_n}{\mu_1 \pi_1 + \mu_2 \pi_2 + \ldots + \mu_n \pi_n}, \end{aligned} \right.$$

oder, wenn man auch hier $g_1, g_2, \ldots g_n$ und $h_1, h_2, \ldots h_n$ einführt, dass

$$(20^*) \left\{ \begin{aligned} G &= \frac{g_1 + g_2 + \ldots + g_n}{\frac{\mu_1 h_1}{\nu_1} + \frac{\mu_2 h_2}{\nu_2} + \ldots + \frac{\mu_n h_n}{\nu_n}}, \\ \text{und} \quad H &= \frac{\frac{\mu_1 h_1}{\nu_1} + \frac{\mu_2 h_2}{\nu_2} + \ldots + \frac{\mu_n h_n}{\nu_n}}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n}. \end{aligned} \right.$$

Diese doppelten Bestimmungen von G und H, einerseits in (19) und (19*), andrerseits in (20) und (20*) sind aber nur gleich, wenn $\nu_1 = \mu_1$, $\nu_2 = \mu_2$, $\ldots$ $\nu_n = \mu_n$, und fallen dann mit den

Formeln (17) und (18) zuammen. Keine von beiden Bestimmungen ist also vor der andern zur Berechnung von G und H in dem vorliegenden allgemeinen Fall anwendbar, wo ν_1 und μ_1, ν_2 und μ_2, ... ν_n und μ_n nicht gleich zu seyn brauchen, denn sie geben verschiedene Werthe, von denen gleichwohl keiner berechtigten Anspruch darauf hat, dem andern vorgezogen zu werden.

Dagegen beseitigt nun folgende einfache Betrachtung alle Schwierigkeiten. Der Durchschnittspreis der Maasseinheit (des Centners) sämmtlicher eingeführter Waaren ist in dem früheren Zeitpunkt

$$\frac{g_1+g_2+\ldots+g_n}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n},$$

in dem späteren

$$\frac{h_1+h_2+\ldots+h_n}{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n}.$$

Da nun, je höher dieser Preis, um so geringer die Kaufkraft des Geldes ist, so ist

$$\left.\begin{aligned} G &= \left(\frac{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}\right)\left(\frac{g_1+g_2+\ldots+g_n}{h_1+h_2+\ldots+h_n}\right), \\ \text{folglich}\quad H &= \left(\frac{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n}\right)\left(\frac{h_1+h_2+\ldots+h_n}{g_1+g_2+\ldots+g_n}\right), \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

oder, wenn man wieder die Preise der einzelnen Waaren einführt,

$$\left.\begin{aligned} G &= \left(\frac{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}\right)\left(\frac{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\ldots+\mu_n\pi_n}{\mu_1p_1\pi_1+\mu_2p_2\pi_2+\ldots+\mu_np_n\pi_n}\right), \\ H &= \left(\frac{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n}\right)\left(\frac{\mu_1p_1\pi_1+\mu_2p_2\pi_2+\ldots+\mu_np_n\pi_n}{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\ldots+\mu_n\pi_n}\right). \end{aligned}\right\} \quad (21^*)$$

Diese beiden letzteren Ausdrücke gehen in die Formeln (17) und (18) über, wenn $\nu_1=\mu_1$, $\nu_2=\mu_2$, ... $\nu_n=\mu_n$, und nur dann, wenn zu dieser Bedingung noch hinzukommt, dass $\mu_1\pi_1 = \mu_2\pi_2 = \ldots = \mu_n\pi_n$, wird H gleich dem arithmetischen Mittel aus den Preisverhältnissen p_1, p_2, ... p_n der einzelnen Waaren, wie schon in Nr. 8 gezeigt wurde.

Der einfache Gedanke, welcher der Formel (21) zu Grunde liegt, ist die Definition des Durchschnittspreises einer beliebigen Anzahl von Waaren, deren Quantitäten nach einer gemeinschaftlichen Maasseinheit bestimmt, und von welchen die

Geldsummen bekannt sind, welche den zeitlichen Geldwerth einer jeden dieser Waarenmassen ausdrücken. Anstatt diesen Durchschnittspreis zu definiren als das arithmetische Mittel aus den Preisen der Maasseinheit jeder einzelnen Waarengattung, also, wenn die Waarenmassen $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ bezw. die Geldwerthe $g_1, g_2, \ldots g_n$ haben, durch den Ausdruck

$$\frac{\frac{g_1}{\mu_1}+\frac{g_2}{\mu_2}+\ldots+\frac{g_n}{\mu_n},}{n}$$

bedient sich unsre Definition weder des arithmetischen, noch des geometrischen, noch des harmonischen Mittels, sondern schliesst nach der blossen Regeldetri: wie sich verhält die Summe der quantitativ bestimmten Waarenmassen $\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n$ zu der Maasseinheit derselben, so verhält sich die Summe ihrer Geldwerthe $g_1+g_2+\ldots+g_n$ zum Durchschnittspreis der Maasseinheit, woraus sich als Ausdruck desselben ergiebt

$$\frac{g_1+g_2+\ldots+g_n}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}.$$

Dieselbe Definition muss nun aber auch in Anwendung kommen, wenn der Durchschnittspreis der Waaren nicht für ein einzelnes Jahr, sondern für eine Reihe auf einander folgender Jahre (z. B. ein Jahrzehnt) zu bestimmen ist. Sey j die Anzahl dieser Jahre, und bezeichnen $M_1, M_2, \ldots M_j$ die Summen der in den einzelnen Jahren zum Verkauf gekommenen Waarenmassen (wie im Vorigen $\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n$ eine solche Summe war), $V_1, V_2, \ldots V_j$ ihre Geldwerthe (entsprechend $g_1+g_2+\ldots+g_n$), so ist der Durchschnittspreis für diese j Jahre

$$\frac{V_1+V_2+\ldots+V_j}{M_1+M_2+\ldots+M_j}.$$

Hat nun für eine spätere Reihe von k Jahren der Ausdruck

$$\frac{W_1+W_2+\ldots+W_k}{N_1+N_2+\ldots+N_k}$$

dieselbe Bedeutung, nämlich die des Durchschnittspreises der Summen der Waarenmassen $N_1, N_2, \ldots N_k$, deren Geldwerthe $W_1, W_2, \ldots W_k$, so ist der relative Geldwerth für die letztere Jahresreihe im Vergleich mit der ersteren

$$G = \left(\frac{N_1 + N_2 + \ldots + N_k}{M_1 + M_2 + \ldots + M_j}\right)\left(\frac{V_1 + V_2 + \ldots + V_j}{W_1 + W_2 + \ldots + W_k}\right). \qquad (22)$$

Doch möchte es im Allgemeinen vorzuziehen seyn, nur gleich lange Jahresreihen zu vergleichen, wo dann $k = j$ zu setzen ist.

10. Die alljährlich erscheinenden Tabellarischen Uebersichten des Hamburgischen Handels enthalten alle zu der Rechnung nach den Formeln (21) erforderlichen Data. Zu einem Beispiel mögen folgende aus den Jahrgängen 1854 und 1867 ausgezogene Angaben über einen Theil der in diesen Jahren in Hamburg eingeführten Waarenmassen (μ_n und ν_n) und ihren Geldwerth (g_n und h_n), erstere nach Centnern, letztere in Mark Banco, benutzt werden.

n	Waaren	1854		1867	
		μ_n	g_n	ν_n	h_n
1	Kaffee	900017	27266010	1092612	39702640
2	Thee	29519	2712410	25112	2858790
3	Rohzucker	614922	9371150	780948	11467060
4	Tabak	125062	4511470	304375	11773610
5	Reis	218715	2027020	365489	2908910
6	Hopfen	46187	4162660	79597	6944330
7	Butter	173238	8598890	173497	10456760
8	Indigo	16381	5611960	9312	4531020
9	Cochenille	4580	1319750	4752	1232330
10	Cocusöl	66506	2233000	34031	1049410
11	Palmöl	71180	2188240	46638	1246550
12	Rüböl	64926	1740150	57347	1383130
13	Leinöl	59435	1434780	61616	1582660
14	Guano	309389	2347160	758071	5120760
15	Schafwolle	132631	15996130	137748	13631430
16	Baumwolle	529991	15296300	766904	51656350
17	Baumwollen-Garn .	449109	24213210	239706	31275530
18	Wollen-Garn	89770	15913560	152631	35545810
19	Leinen-Garn	61721	7002430	83415	9615940
20	Lumpen	132252	1684510	118500	1512650

Um zur Vergleichung auch die Berechnung nach dem arithmetischen Mittel aus den Preisverhältnissen und nach den Formeln (19*) und (20*) zu ermöglichen, ist hieraus die folgende Tabelle abgeleitet.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Aus der ersten Tabelle erhält man nun

$$\Sigma\mu = 1695781, \qquad \Sigma g = 155630790,$$
$$\Sigma\nu = 5289296, \qquad \Sigma h = 245495670,$$

und hieraus nach Formel (21)

$$H = 0,77435 \times 1,5774 = 1,2215,$$
$$G = 0,8187.$$

Der Preis dieser 20 Waaren ist also, wenn man die Jahre 1854 und 1867 vergleicht, im Mittel von 100 auf 122,15, folglich um 22,15 Proc. gestiegen, der Geldwerth aber von 100 auf 81,87, mithin um 18,13 Proc. gesunken. Dagegen giebt die Berechnung nach dem arithmetischen Mittel aus den in der zweiten Tabelle angegebenen Preisverhältnissen

$$H = \frac{23,478}{20} = 1,1736$$
$$G = 0,8521.$$

Hiernach wäre also der mittlere Preis der Waaren von 100 auf 117,36, mithin nur um 17,36 Proc. gestiegen, der Geldwerth aber von 100 auf 85,21, also um 14,79 Proc. gesunken. Für die ersten 10 Artikel giebt unsere Formel

$$H = 1{,}0492,$$
$$G = 0{,}9531,$$

das arithmetische Mittel dagegen

$$H = 1{,}0841,$$
$$G = 0{,}9224.$$

Für die letzten 10 Artikel allein giebt die Formel

$$H = 1{,}3662,$$
$$G = 0{,}7320,$$

das arithmetische Mittel aber

$$H = 1{,}2631,$$
$$G = 0{,}7917.$$

Um endlich auch das Beispiel für die, obwohl verworfenen, Formeln (19*) und (20*) zu benutzen, so giebt die zweite Tabelle

$$\sum \frac{\nu_n g_n}{\mu_n} = 182968283,$$
$$\sum \frac{\mu_n h_n}{\nu_n} = 221772613.$$

Hieraus würde nach (19*) folgen

$$G = 0{,}7453,$$
$$H = 1{,}3444;$$

nach (20*) aber

$$G = 0{,}7018,$$
$$H = 1{,}4249;$$

woraus man ersieht, wie weit diese doppelten Werthe von G und H sowohl von einander als von der richtigen Bestimmung nach Formel (21) abweichen.

Es bedarf wol kaum noch der Bemerkung, dass diese Berechnung nur zur Erläuterung der vorgetragenen Methode, die sich zuletzt ganz in den einfachen Formeln unter (21) und (22) concentrirt, dienen, nichts aber über die absolute Grösse der Geldentwerthung, die im Jahre 1867 verglichen mit 1854 sich in Hamburg bemerklich gemacht hat, entscheiden soll; denn dazu hätten die Quantitäten sämmtlicher daselbst in beiden Jahren eingeführten Waaren und ihre angegebenen Werthe in Rechnung gezogen werden müssen.

11. Schon vor einigen Jahren ist, wie mir zuerst mein ver-

ehrter Freund *W. Roscher* mittheilte und dadurch die Veranlassung zu der vorliegenden Untersuchung gab, die übliche Methode, die Veränderungen der durchschnittlichen Waarenpreise und des Geldwerths zu berechnen, angefochten worden von dem Engländer *Jevons.* Dieser hat nämlich (in seiner Schrift: A serious fall in the value of gold ascernaited and its social effects set forth. London 1863) die Behauptung aufgestellt, nicht das arithmetische Mittel aus den Preisverhältnissen der einzelnen Waaren in verschiedenen Zeitpunkten gebe das durchschnittliche Preisverhältniss, sondern das geometrische Mittel. *E. Laspeyres* prüft diese Behauptung in seiner Abhandlung: »Hamburgische Waarenpreise 1851—1863 und die californisch-australischen Goldentdeckungen. Ein Beitrag zu der Lehre von der Geldentwerthung», *) findet aber, dass er dieselbe sich nicht aneignen kann, und entscheidet sich für Beibehaltung des arithmetischen Mittels, — das, wie er sagt, die Wissenschaft bisher allgemein als den richtigen Weg betrachtet hat, die durchschnittliche Preisbewegung der Waaren aus den Einzelbewegungen derselben zu berechnen. Obwohl nun das, was im Vorstehenden gegen diese allgemein angenommene Berechnungsweise eingewendet worden ist, ebensowohl den Gebrauch des geometrischen Mittels trifft, da hier wie dort die verschiedenen Quantitäten der Waaren unberücksichtigt bleiben, so ist es doch nicht ohne Interesse, die Gründe kennen zu lernen und zu prüfen, die Jevons zu seiner Neuerung bewogen haben.

Nach dem zu urtheilen, was darüber Laspeyres (a. a. O. S. 95) berichtet, findet Jevons zuerst den Begriff eines Durchschnittspreises zweier ungleichartigen Waaren widersprechend. Er sagt: »Ein Durchschnitt der Preise einer bestimmten Zeit ist ein Unding. Wenn eine Tonne Eisen 6 L. St. kostet, und ein Quarter Korn 3 L. St., so giebt es zwischen einer Tonne Eisen und einem Quarter Korn keine solche Aehnlichkeit, dass wir einen Durchschnitt zwischen 6 und 3 L. St. ziehen dürften. Wenn in einer späteren Zeit Eisen 9 L. St. und Korn 3 L. St. 12 sh. kostet, so giebt es wieder keinen Durchschnitt zwischen beiden. Wir können aber sagen, dass Eisen um 50 Proc. oder um $^1/_2$ gestiegen ist; was 100 war ist 150 geworden, Korn hingegen ist um 20 Proc. oder um $^1/_5$ gestiegen; was 100 war

*) *Hildebrand's* Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik. III, 81.

ist 120 geworden. Diese Verhältnisszahlen nun, 100 : 150 und 100 : 120, sind gleichartig, aber von verschiedenem Betrage: zwischen diesen kann man einen Durchschnitt ziehen.» Diess ist nun zwar alles ganz richtig, aber der Tadel trifft nur einen fehlerhaften Begriff von einem Durchschnittspreis. Sollten wirklich Rechner zwischen dem Preis einer Tonne Eisen und dem eines Quarter Korn einen Durchschnitt gezogen haben, so wäre diess freilich gedankenlos; denn die Preise der Waaren, zwischen denen man einen Durchschnitt ziehen will, müssen sich auf ein gemeinschaftliches Maass dieser Waaren beziehen. Sind sie aber darnach bestimmt, so liegt in ihrem Durchschnittspreis durchaus nichts Widersprechendes. Kostet ein Centner Eisen 3 Thaler und ein Centner Korn 2 Thaler, so ist es keineswegs ungereimt, zu sagen: diese beiden Kaufobjecte kosten durchschnittlich $2\frac{1}{2}$ Thaler. Zwischen den Preisen von zwei gleichbenannten Quantitäten verschiedenartiger Stoffe lässt sich, sofern beide Waaren überhaupt sind, und man demnach von ihrer Verschiedenartigkeit absieht, ohne jeglichen Widersinn ein Durchschnitts- oder Mittelpreis ziehen, und das geometrische Mittel hat dabei vor dem arithmetischen nicht den geringsten Vorzug; denn es bezieht sich, so gut wie dieses, nur auf die Preise, ohne Rücksicht auf die qualitative Verschiedenheit der Stoffe.

In der That ist diess aber auch nicht der Hauptgrund, aus dem Jevons dem geometrischen Mittel vor dem arithmetischen den Vorzug giebt. Derselbe sagt nämlich weiter, in Bezug auf das angeführte Beispiel: »Dieser durchschnittliche Procentsatz oder die ratio muss aber nicht das arithmetische, sondern das geometrische Mittel seyn, also nicht $100 : \frac{1}{2}(120+150)$ oder $100 : 135$, sondern $100 : \sqrt{120 \times 150}$ oder die ratio von $100 : 134{,}16$. Diese ratio $\frac{134{,}16}{100}$ differirt nun allerdings so wenig von der ratio $\frac{135}{100}$, dass in gewöhnlichen Geschäftssachen das einfachere arithmetische Mittel statt des andern genügen würde, und man den Irrthum ausser Acht lassen dürfte. Aber . . . wo die Preisveränderungen grosse Differenzen zeigen, von mehr als 50 Proc. Fall bis zu mehr als 100 Proc. Steigen, darf das nicht geschehen. So hat sich der Preis des Cacao seit 1840—50 nahezu verdoppelt. Er ist um 100 Proc. gewachsen, so dass er jetzt 200 ist. Nelken

auf der andern Seite sind um 50 Proc. gefallen und stehen jetzt 50. Das arithmetische Mittel hieraus würde seyn $\frac{1}{2}(200+50)$ oder 125. Die durchschnittliche Preissteigerung würde seyn 25 Proc. Aber das ist total irrig. Das geometrische Mittel der beiden ratio's 200 und 50 oder 2 und $\frac{1}{2}$ ist 100 oder 1. Im Durchschnitt von Cacao oder Nelken ist keine Preisveränderung eingetreten. Der Preis des einen ist verdoppelt, der des andern halbirt, eins mit 2 multiplicirt, eins durch 2 dividirt; der Durchschnittspreis bleibt also derselbe, statt dass er um 25 Proc. steigt.« — Hier vermisst man nun ganz und gar einen positiven und allgemeinen Grund, aus welchem dem geometrischen Mittel vor dem arithmetischen der Vorzug gebühren soll. Jevons folgert nur daraus, dass ihm das letztere in gewissen Fällen viel zu grosse durchschnittliche Preissteigerungen zu geben scheint, es müsse an seine Stelle das geometrische Mittel treten, ohne erstens allgemein anzugeben, warum die nach dem arithmetischen Mittel bestimmten Durchschnittspreise zu hoch zu seyn scheinen, und zweitens, ohne zu bedenken, dass aus der Unzulässigkeit des arithmetischen Mittels nicht die Nothwendigkeit des geometrischen folgt, da es ja ausser diesen beiden noch viele andere Arten von Mittelgrössen giebt.

Um aber noch den speciellen Fall zu erörtern, von dem auch Laspeyres bekennt, dass er anfangs für ihn etwas Bestechendes und Verführerisches gehabt habe, wollen wir denselben zuerst unter einen etwas allgemeineren Gesichtspunkt bringen. Sey in dem ersten Zeitpunkt der Ankaufspreis eines Pfundes Cacao $= a$, der eines Pfundes Nelken $= b$ gewesen; der Preis des Cacao habe sich in dem Verhältniss von $1 : p$, der der Nelken im Verhältniss von $1 : q$ verändert. Dann ist der Kaufpreis eines Pfundes Cacao im zweiten Zeitpunkt $= ap$, der eines Pfundes Nelken aber $= bq$. Während also im ersten Zeitpunkt ein Pfund Cacao und ein Pfund Nelken zusammengenommen die Summe $a + b$ kosteten, war dazu im zweiten Zeitpunkt $ap + bq$ erforderlich. Der Durchschnittspreis eines Pfundes dieser beiden Waaren war also im ersten Zeitpunkt $\frac{1}{2}(a+b)$, im zweiten aber $\frac{1}{2}(ap + bq)$. Folglich verhalten sich diese Durchschnittspreise

$$\text{wie } a + b : ap + bq, \text{ oder wie } 1 : \frac{ap+bq}{a+b}.$$

Wären a und b gleich, kostete also im ersten Zeitpunkt ein

Pfund Cacao ebensoviel als ein Pfund Nelken, so geht dieses Verhältniss über in

$$1 : \frac{p+q}{2},$$

also in das arithmetische Mittel aus p und q, aber auch nur unter dieser Bedingung der Gleichheit von a und b. In das geometrische Mittel $1 : \sqrt{pq}$ wird es übergehen, wenn

$$(ap + bq)^2 = (a + b)^2 pq,$$

d. i. wenn $a^2 p = b^2 q$, oder

$$ap : bq = b : a,$$

also wenn die Kaufpreise der beiden Waaren im zweiten Zeitpunkt sich umgekehrt verhalten wie die Kaufpreise im ersten. Was nun speciell Jevons' Beispiel betrifft, so ist in demselben $p = 2$, $q = \frac{1}{2}$, daher drückt das geometrische Mittel $\sqrt{2 . \frac{1}{2}} = 1$ nur dann das mittlere Preisverhältniss aus, wenn

$$4a^2 = b^2 \text{ d. i. } 2a = b,$$

also wenn im ersten Zeitpunkt ein Pfund Nelken doppelt soviel kostete, als ein Pfund Cacao. Wenn dagegen der Preis beider Waaren gleich war, so wird das mittlere Preisverhältniss durch das arithmetische Mittel $\frac{1}{2}(2 + \frac{1}{2}) = \frac{5}{4}$ ausgedrückt; in allen anderen Fällen aber weder durch das eine noch durch das andere, sondern durch das Verhältniss

$$1 : \frac{4a+b}{2(a+b)};$$

also z. B. wenn $b = \frac{3}{2}a$ (was zwischen $b = a$ und $b = 2a$ in der Mitte liegt) durch das Verhältniss $1 : \frac{11}{10}$ oder $100 : 110$; wenn $b = 3a$, durch $1 : \frac{7}{8}$ oder $100 : 87\frac{1}{2}$; wenn $b = \frac{1}{2}a$, durch $1 : \frac{3}{2}$ oder $100 : 150$ u. s. f. Alle diese Verhältnisse beziehen sich aber nur auf die Voraussetzung von gleichen Quantitäten (Gewichten) der beiden Waaren. Wäre in beiden Zeitpunkten von m Pfund Cacao und n Pfund Nelken die Rede, so wäre das mittlere Verhältniss beider Waaren nach Formel (18)

$$1 : \frac{mpa+nqb}{ma+nb},$$

also, wenn $p = 2$ und $q = \frac{1}{2}$,

$$1 : \frac{4ma+nb}{2(ma+nb)},$$

folglich, wenn $a = b$, $1 : \frac{4m+n}{2(m+n)}$,

und wenn $2a = b$, $1 : \frac{2m+n}{m+2n}$,

welche Verhältnisse nur wenn $m = n$, in $1 : \frac{5}{4}$ und $1 : 1$ übergehen.

Ist es nun Jevons nicht gelungen, auch nur bei der Bestimmung des Durchschnittspreises von zwei Waaren einen haltbaren Grund für die Anwendung des geometrischen Mittels anzugeben, so ermangelt dieselbe vollends für mehr als zwei Waaren der wissenschaftlichen Motivirung gänzlich; denn sie ist auf diesen allgemeineren Fall nur nach einer sehr übereilten und in der Luft schwebenden Analogie übergetragen, wogegen das arithmetische Mittel (sowie das harmonische) doch wenigstens bei der oben angegebenen speciellen Voraussetzung giltig ist.

F. Zöllner, *Ueber das Rotationsgesetz der Sonne und der grossen Planeten.*

1.

Scheiner hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass sich die Sonnenflecken in verschiedenen heliographischen Breiten öfter mit einer verschiedenen Geschwindigkeit bewegen und zwar so, dass die südlich gelegenen Flecken eine schnellere Bewegung im Sinne der Rotation der Sonne besitzen als die nördlichen.[1]) Diese später auch von *Giovanni Cassini*, *Schröter*, *Laugier* u. A. bestätigte Thatsache ist jedoch erst in unseren Tagen durch die umfassenden und mit vollkommneren Hülfsmitteln angestellten Beobachtungen von *Carrington*[2]) und *Spörer*[3]) zu einem allgemeinen Gesetz erhoben worden, nach welchem die Rotationsgeschwindigkeit der einzelnen Zonen der Sonnenoberfläche mit zunehmender Breite stetig abnimmt. Auf Grund dieser merkwürdigen Thatsache hat bekanntlich *Faye* die Hypothese von der durchgängig gasförmigen Beschaffenheit des Sonnenkörpers entwickelt,

1) Rosa Ursina etc. Liber III. p. 260. *Maculae australes breviori tempore majus in Sole spatium decurrunt quam septentrionales.* Indem sich *Scheiner* auf eine Zeichnung der Sonnenscheibe bezieht, welche die Bewegung zweier nahe dem Aequator gelegenen Fleckengruppen vom 13. September bis 26. September des Jahres 1625 darstellt, bemerkt er bezüglich des fraglichen Phänomens: *hoc non tantum hic, sed et alibi saepius deprehendes.*

2) Observations of the spots on the Sun from November 9, 1853 to March 24, 1861 made ad Redhill, by *Richard Christopher Carrington*, F. R. S London 1863.

3) Monatsberichte der Berliner Academie 1865. Juli und November. Ausserdem zahlreiche Abhandlungen in den Astronomischen Nachrichten.

eine Hypothese, deren Priorität gegenwärtig *Secchi* mit folgenden Worten für sich in Anspruch nimmt:

»*Dès le mois de janvier* 1864, *nous annoncions que le Soleil pourrait bien être gazeux.* [1]) (*Voir*: *Bulletin météorologique de l'Observatoire du Collége Romain*, 1er *janvier* 1864, *p.* 4, *col.* 1, *lig.* 34.)

»*M. Faye a adopté, après nous cette idée que le Soleil est complétement gazeux; il est même communément regardé en France comme l'auteur de cette théorie, car il l'a développée dans les Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.*« [2])

Allein *Secchi* führt noch einen andern Grund für die Nothwendigkeit seiner Hypothese an, nämlich die hohe Temperatur des Sonnenkörpers. [3])

Für die untere Grenze dieser Temperatur findet er 5 bis 6 Millionen Grade (Celsius) und bemerkt hierzu:

»*en fixant comme limite inférieure* 5 *ou* 6 *millions de degrés, nous sommes certain qu'on ne peut pas nous accuser d'exagération: mais, en réalité, sa valeur ne peut être inférieure à* 10 *millions de degrés.*« (*Ibid. p.* 271.)

Ueber die Theorie und Methode der angewandten Temperaturbestimmung bemerkt *Secchi* Folgendes:

»*La radiation d'un corps est proportionelle à sa température ou à la force vive moléculaire de ses radiations thermiques. On la mesure en déterminant la température à laquelle parvient un corps exposé au Soleil, et en comparant cette radiation avec celles que lui communiquent d'autres corps portés à une température connue.*« (*Ibid. p.* 265.)

»*Cette théorie une fois admise, on pourra facilement déterminer la température du Soleil, et l'exprimer en prenant pour unité les degrés conventionnels du thermomètre. Pour cela, on exposera un thermomètre au Soleil dans une enceinte de tem-*

---

1) *Secchi*, Le Soleil. Paris 1870. p. 101.

2) Ibid. p. 106.

3) Ibid. p. 100 u. 101. ». . . existe-t-il dans l'intérieur du Soleil un noyau solide? Ce noyau n'est-il pas le siége d'actions physiques, dont les taches ne seraient que les manifestations? On a pendant longtemps admis cette hypothèse, mais différentes considérations nous ont depuis longtemps convaincu qu'elle est insoutenable, car elle est incompatible avec la température élevée que possède le Soleil, comme nous le verrons bientôt.«

pérature connue, on lira l'indication t⁰ donnée par la colonne mercurielle, et on multipliera ce nombre par le rapport qui existe entre la surface de la sphère et la surface apparente du Soleil.« (*Ibid. p.* 266.)

Abgesehen davon, dass die in dem ersten Satze enthaltenen Worte »*sa température*« und »*force vive moléculaire de ses radiations thermiques*« zwei wesentlich verschiedene Begriffe bezeichnen und daher logisch hier nicht durch »*ou*« verbunden werden können, widerspricht der Inhalt des ganzen Satzes der allgemein bekannten Thatsache, dass die Wärmeausstrahlung eines Körpers nicht nur von seiner Temperatur, sondern auch von seiner Qualität und der Beschaffenheit seiner Oberfläche abhängt.

Leslie hat bekanntlich zuerst quantitative Bestimmungen über das verschiedene Emissionsvermögen verschiedener Substanzen bei derselben Temperatur gemacht, [1]) indem er die Flächen eines mit kochendem Wasser gefüllten Metallwürfels mit verschiedenen Substanzen überzog. Die späteren Versuche von *Melloni*, *Knoblauch* u. A., welche theils diese Beobachtungen bestätigten, theils auch die Abhängigkeit der ausgesandten Strahlenmenge von der Wellenlänge bewiesen, sind den Physikern allzubekannt, um hier noch besonders erwähnt zu werden.

Dass aber auch für ein und denselben Körper die Quantität der ausgestrahlten Wärme nicht der Temperatur des Körpers proportional, sondern schneller als diese wächst, sobald dieselbe nur einigermassen erheblich wird und z. B. 80^0 übersteigt, hat schon *de la Roche* gezeigt. [2]) Endlich folgt aus den Untersuchungen *Kirchhoff's* »Ueber das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht« [3]) ganz allgemein, dass die Emission der Wärme- und Lichtstrahlen eine Function der Temperatur, der Wellenlänge und der Qualität des Körpers sein muss. Diese Function ist demgemäss für jeden Körper eine andere und kann nur empirisch ermittelt werden, ihre Gültigkeit erstreckt sich

1) *Leslie*. Inquiry into the nature and propagation of heat. London 1804.

2) Journal de physique T. LXXV. p. 201.

De la Provostaye und *Desains* bewiesen ferner, dass die Aenderung der Wärmeausstrahlung bei steigender Temperatur bei verschiedenen Körpern nach ganz verschiedenen Gesetzen erfolgt. Vergl. Comptes Rendus T. XXXVIII.

3) Poggendorff's Annalen CIX. p. 291 ff.

alsdann nur innerhalb derjenigen Grenzen, für welche sie bestimmt ist.

2.

Die Hypothese von der gasförmigen Beschaffenheit des ganzen Sonnenkörpers leistet offenbar für das vorliegende Problem zunächst nichts Anderes, als dass sie eine grössere Verschiebbarkeit der einzelnen Zonen der Sonnenoberfläche begreiflich macht. Wie gross aber diese Verschiebbarkeit oder wie gering die sogenannte innere Reibung einer ihren eigenen Kräften überlassenen Kugel sein mag, die Rotationsverschiedenheit ihrer einzelnen Zonen — mag dieselbe ursprünglich durch irgendwelche Ursache erzeugt worden sein — muss mit der Zeit stetig kleiner werden und schliesslich ganz verschwinden. Die Atmosphäre unserer Erde, welche die Rotationsgeschwindigkeit des festen Erdkörpers angenommen hat, liefert ein Beispiel für diese Behauptung und widerlegt zugleich die Annahme *Gautier's*, nach welcher der flüssige Kern der Sonne bezüglich der Reibung an ihrer atmosphärischen Umhüllung sich ähnlich verhalte, wie eine innerhalb einer ruhenden Flüssigkeit rotirende Kugel. [1])

Betrachtet man jedoch die Sonnenflecken nach der von mir vertheidigten Theorie als schlackenartige Abkühlungsproducte, welche auf der glühendflüssigen Sonnenoberfläche schwimmen, so müssen in dieser Flüssigkeit oberflächliche Strömungen stattfinden, welche den in ihnen schwimmenden Schlackenmassen die dem Rotationsgesetz entsprechende Geschwindigkeit ertheilen. Die Ursache, welche diese Strömungen erzeugt, muss gegenwärtig noch vorhanden und wirksam sein.

In meiner letzten Abhandlung »über die Periodicität und

1) *Emile Gautier*, De la constitution du Soleil. Vgl. Bibliothèque universelle etc. Archives T. XIX. (März 1864). In dieser Abhandlung betrachtet auch *Gautier* die Sonnenflecken als Schlacken (»*solidifications partielles à la surface du soleil*« »*croûtes surnageants sur le disque solaire en fusion*«). Indessen trotz der vollkommen richtigen Argumente giebt *Gautier* in einer späteren Abhandlung (ebendas. August 1869) diese Anschauung zu Gunsten einer mehr wolkenförmigen Natur der Sonnenflecken wieder auf. Es heisst dort: *Nous avons à retirer les termes de: »solidification, de croûte solide« qui, dans le temps, ne nous satisfaisaient qu'à moitié, n'ayant jamais eu l'intention d'assimiler ces phénomènes à une espèce de congélation qu'ils avaient l'air de sous-entendre.*

heliographische Verbreitung der Sonnenflecken« habe ich gezeigt, dass sich in der Atmosphäre einer Wärme ausstrahlenden und rotirenden Kugel Strömungen entwickeln müssen, welche an der Oberfläche der Kugel von den Polen nach dem Aequator gerichtet sind.

Die von *Secchi* beobachtete Temperaturvertheilung an der Sonnenoberfläche ist ebendaselbst als das nothwendige Resultat einer thermischen Reaction jener Strömungen auf die Sonnenoberfläche erklärt worden.[1])

In der vorliegenden Abhandlung soll das allgemeine Rotationsgesetz der Sonne als das nothwendige Resultat einer mechanischen Reaction jener Strömungen auf die flüssige Sonnenoberfläche erklärt werden.

3.

Zu diesem Zwecke mag zunächst das folgende vereinfachte Problem untersucht werden:

Es sei eine feste, homogene und rotirende Kugel gegeben, über deren Oberfläche sich von den Polen herab eine tropfbarflüssige Masse in sehr dünner Schicht mit constanter Geschwindigkeit nach dem Aequator bewegt. Die in dieser Weise sich allseitig ausbreitende Flüssigkeit steht unter dem Einfluss der Schwere und der Reibung an der Oberfläche der Kugel. Es soll die Geschwindigkeitscomponente eines Flüssigkeitstheilchens in der Ebene eines Parallelkreises als Function der Breite des bewegten Theilchens ausgedrückt werden.

Es bezeichne:

r den Radius der Kugel,

φ die Breite eines Punctes an der Oberfläche,

v die Componente der Lineargeschwindigkeit,

ξ die Componente der Winkelgeschwindigkeit eines Flüssigkeitstheilchens in der Ebene eines Parallelkreises von der Breite φ,

1) Berichte der kön. sächs. Ges. d. W. Sitzung vom 12. December 1870. p. 348.



h die im Verhältniss zum Radius sehr kleine Dicke oder senkrechte Höhe der strömenden Flüssigkeit in der Breite φ.

Das Grundgesetz aller strömenden Bewegungen erfordert, dass nach Eintritt eines stationären Bewegungszustandes durch jeden Querschnitt der strömenden Masse in gleichen Zeiten gleiche Quantitäten der Flüssigkeit gehen. Die Grösse eines solchen senkrecht zur Strömung geführten Querschnittes q wird im vorliegenden Fall für eine bestimmte Breite φ ausgedrückt durch:

$$q = 2r\pi h \cos\varphi.$$

Da aber unserer Annahme gemäss die Geschwindigkeit der Strömung eine constante sein soll, so muss, um dem obigen Gesetze zu genügen, auch q eine Constante sein und es ergiebt sich daher für das Gesetz, nach welchem sich die Dicke der strömenden Flüssigkeit mit der Breite ändert, der Ausdruck:

$$h = \frac{q}{2r\pi\cos\varphi}.$$

Bezeichnet daher ϱ die Dichtigkeit der strömenden Masse, $d\varphi$ den sehr kleinen Abstand zweier Querschnitte, so ist die in dem hierdurch bestimmten Volumen enthaltene Masse m ebenfalls für alle Breiten constant und wird ausgedrückt durch:

$$m = 2\varrho r\pi h \cos\varphi d\varphi.$$

Die Grösse der Reibungsfläche f oder der Fläche, mit welcher diese constante Masse die rotirende Kugeloberfläche berührt, ist folglich:

$$f = 2r\pi\cos\varphi d\varphi \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

und wir erhalten den Satz, dass unter den gemachten Annahmen die Grösse der Reibungsfläche der strömenden Flüssigkeit für die Einheit der Masse proportional dem Cosinus der Breite wächst.

4.

Ein Massenelement der strömenden Flüssigkeit erhält nun bei Verminderung seiner Breite um die Grösse $d\varphi$ vermöge seiner äusseren Reibung an der Oberfläche der rotirenden Kugel einen gewissen Impuls und in Folge dessen einen Zuwachs an Geschwindigkeit im Sinne der Rotation. Diesen Geschwindig-

keitszuwachs bezeichne ich mit dv und setze ihn proportional den folgenden drei Grössen:

1. der Geschwindigkeitsdifferenz zweier Puncte an der Oberfläche der festen Kugel, deren Breitendifferenz gleich $d\varphi$ ist;
2. der Grösse der Reibungsfläche der Masseneinheit;
3. dem Coëfficienten der äusseren Reibung zwischen der Kugeloberfläche und der Flüssigkeit. [1])

Die beiden ersten Grössen sind Functionen von φ, die letzte soll zunächst als constant betrachtet und mit a bezeichnet werden.

Bezeichnet ferner v_1 die lineare Rotationsgeschwindigkeit eines Punctes am Aequator der festen Kugel, so ist diese Geschwindigkeit für einen Punct in der Breite φ gleich $v_1 \cos\varphi$, folglich die Veränderung dieser Grösse bei Aenderung der Breite um $d\varphi$ gleich:

$$-v_1 \sin\varphi d\varphi.$$

Bezeichnet man endlich noch mit A einen Proportionalitätsfactor, so ergiebt sich mit Berücksichtigung des oben für die Vergrösserung der Reibungsfläche gefundenen Gesetzes der folgende Ausdruck für den Geschwindigkeitszuwachs dv eines Flüssigkeitselementes durch Veränderung seiner Breite um $d\varphi$:

$$dv = -Aav_1 \sin\varphi \cos\varphi d\varphi. \quad \ldots\ldots (2)$$

Beim Uebergang vom Pole zu der Breite φ gewinnt folglich das Massenelement der Flüssigkeit eine Geschwindigkeit v, die ausgedrückt ist durch:

$$v = Aav_1 \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi \cos\varphi d\varphi.$$

Hat sich die hierbei vorausgesetzte Polarströmung nicht am Pole, sondern erst in der etwas geringeren Breite φ_1 entwickelt, so hat das betrachtete Element beim Beginn seiner Bewegung

1) Da unserer Annahme gemäss die Dicke der strömenden Schicht nur eine im Verhältniss zum Radius der Kugel sehr geringe sein soll, so kann hier von der sogenannten inneren Reibung, d. h. derjenigen Kraft, mit welcher sich zwei Flüssigkeitsschichten gegeneinander verschieben, abgesehen werden.



schon diejenige lineare Rotationsgeschwindigkeit besessen, welche für jene Breite einem Puncte der festen Kugeloberfläche zugehört. Diese Geschwindigkeit ist aber nach dem Obigen einfach gleich $v_1 \cos\varphi_1$, so dass man für den betrachteten und offenbar allgemeineren Fall, den folgenden Ausdruck für die lineare Rotationsgeschwindigkeit v eines Flüssigkeitselementes in der Breite φ erhält:

$$v = Aav_1 \int_{\varphi}^{\varphi_1} \sin\varphi \cos\varphi d\varphi + v_1 \cos\varphi_1$$

oder:

$$v = \frac{Aav_1}{2} (\sin^2\varphi_1 - \sin^2\varphi) + v_1 \cos\varphi_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Der Ausdruck für die angulare Rotationsgeschwindigkeit ergiebt sich hieraus unmittelbar durch Berücksichtigung der Proportion:

$$v : r\pi \cos\varphi = \xi : 180^0$$

folglich:

$$\xi = \frac{180}{r\pi} \cdot \frac{v}{\cos\varphi}.$$

Setzt man daher:

$$\frac{180}{r\pi} = C,$$

so erhält man:

$$\xi = \frac{CAav_1}{2\cos\varphi} \cdot (\sin^2\varphi_1 - \sin^2\varphi) + \frac{Cv_1 \cos\varphi_1}{\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

oder, wenn gesetzt wird:

$$\tfrac{1}{2}CAav_1 \sin^2\varphi_1 + Cv_1 \cos\varphi_1 = M$$
$$\tfrac{1}{2}CAav_1 = N$$

so folgt:

$$\xi = \frac{M - N\sin^2\varphi}{\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Dies ist der allgemeine Ausdruck des unter den gemachten Annahmen gefundenen Rotationsgesetzes. M und N sind zwei aus den Beobachtungen zu bestimmende Constanten.

Dieses Gesetz wird auch noch für den Fall seine Gültigkeit bewahren, in welchem an Stelle der strömenden tropfbar-flüssigen eine elastisch-flüssige Masse gesetzt wird, da einer

solchen Masse für die vorliegende Betrachtung und innerhalb der angenommenen Beschränkungen dieselben wesentlichen Eigenschaften beigelegt werden können wie der tropfbar-flüssigen Masse.

5.

Es mag jetzt die folgende Modification des vorstehend behandelten Problems betrachtet werden:

Die Oberfläche der festen rotirenden Kugel sei gleichförmig mit einer im Verhältniss zu ihren Dimensionen sehr dünnen Schicht einer tropfbarflüssigen Masse bedeckt, deren Theilchen nur in den Ebenen der Parallelkreise mit einer gewissen Reibung verschiebbar sind. Ueber dieser Schicht strömt ganz in der oben betrachteten Weise von den Polen zum Aequator eine Gasmasse L, welche vermöge ihrer Reibung mit der beweglichen Flüssigkeitsschicht F in Verbindung steht. Es soll die Rotationsgeschwindigkeit eines Theilchens dieser letzteren Schicht F als Function seiner Breite ermittelt werden.

Wie man sieht, ist hier das Gesetz des relativen Geschwindigkeitszuwachses, nach welchem die Theilchen der strömenden Gasmasse von der darunter befindlichen Flüssigkeitsschicht F Bewegungsimpulse erhalten, ein unbekanntes. Man erkennt jedoch sofort, dass das gesuchte Rotationsgesetz zwischen zwei Grenzfällen liegen muss, von denen der eine stattfindet, wenn die Verschiebbarkeit zwischen der strömenden Gasmasse L und der Flüssigkeit F eine so geringe wird, dass der Unterschied ihrer Geschwindigkeitscomponenten in der Ebene eines Breitenkreises verschwindet. In diesem Falle kann die Flüssigkeitsschicht bezüglich ihrer Verschiebung in der gedachten Ebene als zur strömenden Gasmasse gehörig betrachtet werden, für welche das oben gefundene Rotationsgesetz gilt.

Der andere Fall tritt ein, wenn die Verschiebbarkeit zwischen der Flüssigkeitsschicht und festen Kugeloberfläche eine so geringe ist, dass der Unterschied ihrer Rotationsgeschwindigkeiten verschwindet. Alsdann verhält sich die be-



trachtete Flüssigkeitsschicht wie eine Schicht der festen Kugeloberfläche und besitzt folglich für alle Puncte eine von der Breite unabhängige angulare Rotationsgeschwindigkeit.

Man kann folglich das gesuchte Rotationsgesetz der flüssigen Schicht auf folgende Form bringen

$$\xi = p.\left(\frac{M - N \sin^2 \varphi}{\cos \varphi}\right) + q.\xi_1 \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

worin ξ_1 die angulare Rotationsgeschwindigkeit der festen Kugel und p und q zwei Factoren bedeuten, die Functionen sind von φ und den beiden Reibungscoëfficienten der flüssigen Schicht, nämlich gegen die feste Kugeloberfläche von innen und gegen die strömende Gasmasse von aussen. Diese beiden Functionen stehen in einer solchen Beziehung, dass, wenn das Verhältniss des innern zum äusseren Reibungscoëfficienten sehr gross wird, der Werth von p für alle Werthe von φ verschwindet und q sich in eine Constante verwandelt. Nähert sich dagegen das Verhältniss der beiden Reibungscoëfficienten der Einheit, so muss q für alle Werthe von φ verschwinden und p sich in eine Constante verwandeln.

Die allgemeine Form dieses Gesetzes bleibt aber auch dann noch erhalten, wenn man von der festen Kugel ganz absieht und an ihrer Stelle eine homogene tropfbarflüssige Kugel setzt, deren Oberfläche in der oben angenommenen Weise beweglich gedacht wird. Dann verwandelt sich die früher betrachtete Flüssigkeitsschicht in die Grenzschicht der flüssigen Kugel und ihre Verschiebbarkeit wird abhängig von dem Coëfficienten der sogenannten inneren Reibung der Flüssigkeit, wogegen die Einwirkung der polaren Luftströme auf die Grenzschicht — abgesehen von ihrer Geschwindigkeit — durch den Coëfficienten der äusseren Reibung bezüglich der Gasmasse bedingt ist. Es besitzen alsdann die durch Einwirkung der Luftströme oberflächlich erregten Strömungen in der Flüssigkeit den Character sogenannter Driftströmungen.

Dass derartige Strömungen eine verhältnissmässig sehr geringe Tiefe haben und deshalb die tieferen Schichten der Flüssigkeit diesen Strömungen gegenüber wie zu einem starren Körper gehörige Schichten betrachtet werden können, beweisen einerseits die Driftströmungen an der Oberfläche des Meeres, andrerseits die experimentellen und theoretischen Untersuchungen von

O. E. Meyer[1]) und *C. J. H. Lampe* über die Reibung der Flüssigkeiten. Es würde demgemäss auch in diesem Falle die bewegliche Schicht als unendlich dünn den Dimensionen der Kugel gegenüber betrachtet und folglich von den Unterschieden der Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen dieser Schicht (durch Substitution einer mittleren Geschwindigkeit an der Oberfläche) abgesehen werden können.

6.

Wie man sieht, sind die in der angegebenen Weise modificirten Verhältnisse des ursprünglich untersuchten Problems gegenwärtig mit den Verhältnissen auf der Sonnenoberfläche vergleichbar, wenn dieselbe als eine tropfbarflüssige betrachtet wird, über welcher sich die Polarströme der Atmosphäre ergiessen. Um aber die entwickelte Theorie unter diesen Voraussetzungen auf die Sonne übertragen zu können, bedarf es zunächst noch der Erörterung einer Eigenschaft der flüssigen Kugeloberfläche, welche oben bei der Modification des Problems vorausgesetzt wurde.

Diese Voraussetzung bestand darin, dass die Theilchen der flüssigen Oberfläche nur in den Ebenen der Parallelkreise, d. h. nur in Länge, nicht in Breite verschiebbar sein sollten. Es müsste also durch irgend eine Kraft die meridionale Componente der durch die darüber hinfliessende Polarströmung erzeugten Bewegung aufgehoben werden, was z. B. der Fall wäre, wenn die Flüssigkeit an der Oberfläche sich nur in Canälen bewegen könnte, die parallel den Breitenkreisen gerichtet wären.

Betrachtet man indessen die Beschaffenheit der gesammten flüssigen Kugeloberfläche unter dem Einflusse der Polarströmungen auf beiden Hemisphären, so ergiebt sich in der That bezüglich der Entwickelungsfähigkeit der erwähnten beiden Bewegungscomponenten in Länge und Breite ein sehr wesentlicher Unterschied.

Auf dem Umfange eines Meridiankreises vertheilen sich nämlich die Bewegungscomponenten bezüglich ihrer Richtung derartig, dass in je zwei benachbarten Quadranten diese Richtung eine entgegengesetzte ist, wogegen die Bewegungscomponenten auf dem Umfange eines Breitenkreises sämmtlich in dem-

1) *Crelle's* Journal. Bd. 59, p. 229 und Pogg. Ann. Bd. 113, p. 55 ff.

selben Sinne wirken. Es kann sich folglich in der Ebene eines Breitenkreises die Driftströmung ohne irgend eine andere als die durch die Reibung bedingte Hemmung vollständig entwickeln, während die in beiden Hemisphären nach dem Aequator gerichteten meridionalen Componenten dort eine Aufstauung von Flüssigkeit erzeugen, welche durch den hiermit verbundenen Druck in entgegengesetzter Richtung die nach dem Aequator gerichtete Componente der Driftströmung abschwächt oder aufhebt.

Man ersieht aus dieser Betrachtung, dass in der That die Verschiebbarkeit der Theilchen an der flüssigen Oberfläche der rotirenden Kugel bezüglich ihrer Länge und Breite eine verschiedene sein muss, und dass die oben hierüber gemachte Annahme eine den Verhältnissen in der Natur entsprechende war.

Man könnte bei der Sonne zu dieser Ursache der Aufhebung der meridionalen Componente der Driftströmungen noch eine andere hinzufügen, sobald man annimmt, dass in Folge einer Temperaturzunahme nach dem Innern der rotirenden Kugel an der flüssigen Oberfläche ähnliche Strömungen auftreten wie in der darüber befindlichen Atmosphäre. Die Richtung dieser Strömungen wird alsdann an der Oberfläche der Flüssigkeit eine vom Aequator nach den Polen gerichtete sein und demgemäss eine der meridionalen Componente der Driftströmung entgegengesetzte Componente erzeugen. Je nachdem die eine oder andere dieser beiden Componenten prävalirt, würde ein auf der flüssigen Oberfläche schwimmender Sonnenfleck eine Bewegung nach den Polen oder nach dem Aequator besitzen, ohne hierdurch aufzuhören, der Bewegung der viel stärker entwickelten lateralen Driftströmungen Folge zu leisten.

7.

Es soll nun die vorstehend entwickelte Theorie der Rotation einer flüssigen Kugeloberfläche, die unter dem Einflusse von [illegible]larströmungen einer sie umgebenden Atmosphäre steht, mit [illegible]eobachtungen verglichen werden, welche über die Be-[illegible] der Sonnenflecken in verschiedenen heliographischen [illegible] *Carrington* und *Spörer* gesammelt worden sind.

[illegible] sich bei dieser Vergleichung von Theorie und Be-[illegible] nur darum handeln, zu untersuchen, ob [illegible]stimmung der in dem Ausdruck vorkommen-

den Constanten die analytische Form des letzteren zur Darstellung der Beobachtungen ausreichend ist.

In dem oben für das Rotationsgesetz gefundenen Ausdruck (6):

$$\xi = p.\left(\frac{M - N\sin^2\varphi}{\cos\varphi}\right) + q.\xi_1$$

enthalten im Allgemeinen die beiden Grössen p und q noch unbekannte Functionen von φ, deren Beziehungen oben angegeben wurden. Für die praktische Anwendung kommt es daher zunächst darauf an, zu untersuchen, welches der beiden Glieder in obiger Formel der Wahrscheinlichkeit nach bei der Sonne prävaliren wird.

Das Verschwinden des zweiten Gliedes ist nach dem Obigen an die Bedingung geknüpft, dass der Coëfficient der inneren Reibung der Flüssigkeit nicht wesentlich von dem Coëfficienten der äusseren Reibung gegen die Atmosphäre verschieden ist. Für diesen Fall verwandelte sich aber auch p in eine Constante und der Ausdruck des Rotationsgesetzes reducirte sich einfach auf die folgende Form:

$$\xi = \frac{A - B\sin^2\varphi}{\cos\varphi} \;\ldots\ldots\; (7)$$

worin A und B zwei aus den Beobachtungen zu bestimmende Constanten sind. Dass diese Formel nicht auf höhere Breiten als diejenige angewandt werden darf, in welcher sich die betrachteten Polarströme entwickeln, ist aus ihrer Ableitung selbstverständlich. Die oben für die Constanten M und N gefundenen Werthe zeigen aber gleichzeitig, dass, wenn φ jenen Werth φ_1 erreicht, der Rotationswinkel ξ sich auf denjenigen eines Punctes der angenommenen festen Kugeloberfläche reducirt.

So unvollständig gegenwärtig auch noch unsere Kenntnisse über die innere und äussere Reibung der Flüssigkeiten, namentlich den Gasen gegenüber, sein mögen, so sind doch bereits durch die theoretischen und experimentellen Untersuchungen von *Maxwell*, *O. E. Meyer*, *Graham*, *Helmholtz*, *Piotrowski*, *Hagenbach* u. A. gewisse Thatsachen festgestellt, welche uns als Stützpuncte für die Entscheidung der vorliegenden Frage dienen können, der Frage nämlich, ob der Coëfficient der inneren Reibung der glühenden Flüssigkeit an der Sonnenoberfläche

von dem Coëfficienten der äusseren Reibung an der Atmosphäre wesentlich verschieden ist.

Versuche über die äussere Reibung von Flüssigkeiten gegenüber gasförmigen Körpern, oder über den »Gleitungscoëfficienten«[1]) zwischen diesen Körpern sind mir nicht bekannt. Dagegen liegen zahlreiche Versuche vor, welche ein Urtheil über diesen Coëfficienten zwischen festen und gasförmigen Körpern gestatten.[2]) Diese Versuche beweisen, dass die Luft an der Oberfläche aller untersuchten festen Körper sehr fest haftet, meistens so sehr, dass ein Gleiten derselben an der Oberfläche nicht stattfindet. Dieses Resultat hat bereits *Stokes*[3]) aus *Baily's* Beobachtungen hergeleitet und die Beobachtungen *O. E. Meyer's*[4]) bestätigen dasselbe. Ist es daher gestattet, diese Eigenschaft auch zwischen flüssigen und gasförmigen Körpern vorauszusetzen, so kann in diesem Falle von einer äusseren Reibung keine Rede sein, und es reducirt sich die obige Frage auf diejenige nach dem Verhältniss der inneren Reibung der Atmosphäre zur inneren Reibung der glühenden Flüssigkeit an der Oberfläche der Sonne.

Von den Thatsachen, welche mir die geringe Verschiedenheit beider Coëfficienten auf der Sonne wahrscheinlich machen und daher a priori die Anwendbarkeit der einfachen Form (7) des Rotationsgesetzes zulässig erscheinen lassen, führe ich folgende Resultate aus den Untersuchungen *O. E. Meyer's* an. Am Schlusse seiner ausführlichen Abhandlung »über die Reibung der Flüssigkeiten« wird hervorgehoben, »dass die innere Reibung tropfbarer Flüssigkeiten mit steigender Temperatur abnimmt.« Ferner: »Atmosphärische Luft hat eine bedeutendere (innere) Reibung, als man nach ihrer geringen Dichtigkeit erwarten sollte. Dieselbe ist nur etwa 40 mal so klein wie die des Wassers, obschon die Dichtigkeit 770 mal so gering ist.«[5]) In einer späteren Abhandlung[6]) reproducirt *Meyer* die theoretischen Resultate *Maxwell's*.[7]) Nach dieser Theorie ist der Reibungs-

---

1) *Helmholtz*, Wiener Sitzungsberichte. Bd. 40, S. 656.
2) *Magnus*, Pogg. Ann. Bd. CXXI, p. 174.
3) Cambr Tr. 9, part. 2, p. 18.
4) Pogg. Ann. CXXV, p. 189.
5) Pogg. Ann. CXIII, p. 424.
6) Pogg. Ann. Bd. CXXV, p. 586.
7) Phil. mag. 4th ser. Vol. 19, p. 31.

coëfficient eines vollkommenen Gases von der Dichtigkeit desselben unabhängig, dagegen proportional der Quadratwurzel aus seiner absoluten Temperatur. Die Beobachtungen *Meyer's* sind mit diesen Forderungen der mechanischen Theorie der Gase in genügender Uebereinstimmung. [1]) In meiner Abhandlung »über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne« [2]) habe ich für die absolute Temperatur an der Oberfläche der Sonne einen Näherungswerth von

$$t = 27700^0 \text{ C.}$$

gefunden. Bezeichnet daher η_0 den inneren Reibungscoëfficienten eines absoluten Gases bei 10^0 C. über dem Gefrierpuncte des Wassers, also bei einer absoluten Temperatur von 283^0 C. und ebenso η den Werth dieses Coëfficienten bei der absoluten Temperatur von 27700^0, so hat man zur Berechnung von η nach dem erwähnten Gesetze *Maxwell's* einfach die folgende Relation:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \sqrt{\frac{27700}{283}}$$

woraus sich ergiebt:

$$\eta = 9.9\,\eta_0.$$

Es brauchte demgemäss (nach dem oben erwähnten Verhältniss der inneren Reibung von Wasser und Luft) für die glühende Flüssigkeit an der Sonnenoberfläche nur ein etwa viermal kleinerer Reibungscoëfficient als der des reinen Wassers angenommen zu werden, um das zweite Glied des allgemeinen Ausdrucks für das Rotationsgesetz vernachlässigen zu können. Eine solche Annahme der grösseren Verschiebbarkeit jener Flüssigkeit würde aber bei der hohen Temperatur eine sehr begründete sein, da die oben erwähnte Abnahme der inneren Reibung der Flüssigkeiten bei steigender Temperatur nach den Beobachtungen *Meyer's* beträchtlich schneller erfolgt, als die Zunahme dieser Reibung bei Gasen. [3]) Ausserdem haben wir in den strömenden Gasmassen an der Oberfläche der Sonne noch Dämpfe von

1) Pogg. Ann. Bd. CXXVII. p. 254.

2) Berichte d. kön. sächs. Ges. d. W. Sitzung vom 2. Juni 1870.

3) Pogg. Ann. Bd. CXXVII. p. 258. — Auch *Hagenbach* hebt als besonderes Resultat seiner Untersuchung den Satz hervor, dass die Zähigkeit oder innere Reibung der Flüssigkeiten »sehr bedeutend« mit steigender Temperatur abnimmt. (Pogg. Ann. Bd. CIX. p. 425.)



schwerer flüchtigen Stoffen anzunehmen, welche den Reibungscoëfficienten der im absoluten Gaszustande befindlichen Massen beträchtlich vergrössern müssen, eine Thatsache, die sich ebenfalls aus den Beobachtungen *Meyer's* bezüglich des in der Atmosphäre vorhandenen Wasserdampfes ergeben hat. Durch alle diese Betrachtungen glaube ich die Vernachlässigung des zweiten Gliedes der allgemeinen Formel und die damit verbundene Vereinfachung des theoretischen Ausdruckes des Rotationsgesetzes der Sonne zur Genüge gerechtfertigt zu haben.

8.

Die Beobachtungen *Carrington's*, auf welche zunächst die entwickelte Theorie angewandt werden soll, erstrecken sich auf die Zeit vom 9. November 1853 bis zum 24. März 1861, und enthalten demgemäss sowohl ein Minimum der Sonnenflecken, welches nach der Tabelle von *Fritz* 1856.2 stattfand, als auch ein Maximum im Jahre 1860.2.

Die folgende Tabelle, welche die reducirten Resultate aller Beobachtungen enthält, ist dem bereits oben citirten, umfangreichen Werke *Carrington's* »*Observations of the spots on the Sun*« p. 220 entnommen.

Die erste Columne in jeder Hemisphäre giebt die heliographische Breite an, die zweite enthält die mittlere tägliche Bewegung der in dieser Breite beobachteten Flecken in Länge, die dritte diese Bewegung für denselben Zeitraum in Breite. Beide Coordinaten sind in heliocentrischen Bogenminuten ausgedrückt. Die vierte Columne endlich enthält die Anzahl der Fleckenbeobachtungen, aus denen die betreffenden Werthe abgeleitet worden sind und gestattet hierdurch eine Beurtheilung der relativen Gewichte, welche den einzelnen Werthen beizulegen sind. Gleichzeitig gewähren diese Zahlen aber auch einen unmittelbaren Einblick in die Beziehung, in welcher die Häufigkeit der Fleckenerscheinungen zur heliographischen Breite steht.

Die Beobachtung des einen Fleckes in 50° nördlicher Breite, die höchste Breite, in welcher bisjetzt überhaupt das Vorkommen eines Fleckes constatirt ist, rührt von *Peters* in Hamilton College, Clinton, New-York, her. Der Werth ist aus den Beobachtungen zweier Tage zu Neapel am 8. und 13. Juni des Jahres 1846 abgeleitet worden.

Tabelle I.
Carrington's Beobachtungen von Sonnenflecken.

Nördliche Breite	Tägliche Bewegung in Länge	Tägliche Bewegung in Breite	Zahl der beob. Flecken	Südliche Breite	Tägliche Bewegung in Länge	Tägliche Bewegung in Breite	Zahl der beob. Flecken
+50°	−64′	+11′	1	−45°	−92′	− 8′	2
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
37°	−66′	−17′	2	—	—	—	—
36°	—	—	—	36°	−50′	+ 6′	2
35°	—	—	—	35°	—	—	—
34°	−43′	+ 4′	12	34°	−44′	− 1′	15
33°	−33′	+ 7′	4	33°	−36′	+10′	2
32°	−30′	− 2′	2	32°	−52′	− 5′	2
31°	−21′	+ 5′	15	31°	—	—	—
30°	−20′	− 1′	12	30°	−33′	+ 4′	12
29°	−36′	+ 6′	5	29°	−34′	+ 1′	35
28°	−28′	+ 8′	25	28°	−35′	+ 1′	18
27°	−27′	+ 2′	12	27°	−40′	+ 0′	10
26°	−21′	− 1′	43	26°	−27′	+ 0′	17
25°	−12′	+ 3′	4	25°	−20′	+ 3′	27
24°	−16′	+ 2′	23	24°	−23′	+ 4′	14
23°	−19′	+ 1′	34	23°	−17′	+ 3′	7
22°	−12′	− 1′	33	22°	−14′	− 0′	72
21°	−14′	+ 0′	34	21°	−18′	+ 5′	27
20°	− 9′	+ 1′	31	20°	−12′	+ 2′	38
19°	−11′	− 0′	47	19°	−13′	+ 1′	18
18°	− 6′	− 1′	6	18°	− 6′	− 0′	45
17°	− 9′	− 1′	15	17°	−10′	+ 1′	32
16°	− 5′	+ 2′	17	16°	− 6′	+ 0′	9
15°	− 0′	+ 2′	11	15°	−10′	− 0′	27
14°	− 4′	− 1′	30	14°	− 4′	− 1′	28
13°	− 2′	− 2′	24	13°	+ 1′	0′	2
12°	+16′	− 4′	18	12°	+ 1′	− 0′	97
11°	+ 5′	− 0′	38	11°	+ 6′	− 1′	18
10°	+ 2′	− 1′	22	10°	+ 3′	+ 1′	22
9°	+ 8′	− 8′	13	9°	+12′	+ 1′	43
8°	+10′	− 0′	71	8°	+ 6′	+ 3′	38
7°	+ 8′	− 1′	53	7°	+21′	+ 0′	16
6°	+11′	− 2′	19	6°	—	—	—
5°	+31′	+10′	5	5°	+24′	−12′	1
4°	+15′	+ 2′	6	4°	+18′	− 4′	3
3°	+38′	− 2′	2	3°	0′	− 1′	11
2°	—	—	—	2°	−17′	+ 9′	2
1°	—	—	—	1°	− 4′	0′	2
0°	—	—	—	0°	+10′	− 6′	1

Zu dieser Tabelle bemerkt *Carrington*, auf eine andere Zusammenstellung seiner Resultate Bezug nehmend, bei welcher eine grössere Anzahl von Beobachtungen ausgeschlossen wurde, Folgendes:

»*In the above table it will be remarked that there is more distinctly a trace of motion in latitude, the sings being on the whole + for latitudes higher N. or S. than 20°, though the daily polar motion between 20° and 40° of latitude on an average does not exceed 2', a quantity which could only be deduced from the totality of a large number of single results. Between the parallels of 10° to 20° the motion in latitude is evidently very small; but the signs are generally negative and a feeble tendency towards the Equator of about 1' per diem is indicated. Within 10° of the Equator on either side no reliable motion in latitude appears to exist, the sings varying much and the mean results being of less weight. It may however be inferred from these conclusions that elements of rotation will be best based on observed differences of latitude between about 8 and 18 degrees of latitude in either hemisphere, pairing them together in sets of two, one North and one South.*«

Bezüglich der geringen Bewegung der Flecke in Breite und der Ursache dieser Erscheinung verweise ich auf das oben (p. 60) hierüber Bemerkte. Aus den Veränderungen in Länge leitet *Carrington* die Rotationswinkel verschiedener Breitenkreise der Sonnenoberfläche innerhalb eines mittleren Tages ab, und stellt die erhaltenen Resultate in folgender Tabelle zusammen. Ich habe derselben in der dritten Columne noch die mittleren Werthe der täglichen Bewegung in Breite beigefügt, wie sie sich als Mittel aus je fünf der in Tabelle I. enthaltenen Werthe ergeben.[1])

1) *Secchi* reproducirt auf p. 90 seines bereits oben citirten Werkes »Le Soleil« ebenfalls die folgende Tabelle von *Carrington* und fügt derselben eine dritte Columne als »*extraite du même Ouvrage pour les mouvements en latitude*« bei, deren Werthe indessen durchschnittlich etwa 5mal grösser als die unten folgenden sind. Man überzeugt sich jedoch leicht, dass dieser Unterschied auf ein Versehen in der Berechnung dieser Werthe zurückzuführen ist, indem *Secchi* einfach nur die algebraischen Summen der, für verschiedene Flecken innerhalb je 5° beobachteten, täglichen Bewegungen in Breite angiebt, ohne diese Summen durch die Anzahl der Beobachtungen zu dividiren, deren Mittelwerthe sie darstellen sollen.

Tabelle II.

Rotationswinkel der Sonnenoberfläche in verschiedenen Breiten während eines mittleren Tages.

Breite	Täglicher Rotations-winkel	Tägliche Bewegung in Breite	Zahl der beob. Flecken
+ 50°	787′	+ 11′	1
+ 45°	—	—	—
+ 40°	—	—	—
+ 35°	806′	—	18
+ 30°	824′	+ 3′.5	59
+ 25°	831′	+ 3′.0	116
+ 20°	840′	+ 1′.0	151
+ 15°	851′	+ 0′.2	127
+ 10°	859′	− 1′.0	142
+ 5°	863′	− 2′.4	85
0°	867′	+ 3′.3	5
− 5°	865′	− 1′.6	31
− 10°	856′	+ 1′.0	218
− 15°	845′	− 0′.4	98
− 20°	839′	+ 0′.8	200
− 25°	827′	+ 3′.0	75
− 30°	814′	+ 1′.2	67
− 35°	805′	− 5′.3	19
− 40°	—	—	—
− 45°	759′	− 8′	2
− 50°	—	—	—

9.

Carrington hat versucht, die in vorstehender Tabelle ausgedrückte Abhängigkeit des täglichen Rotationswinkels von der heliographischen Breite durch eine empirische Formel auszudrücken und giebt hierfür die folgende an, in welcher, wie oben, ξ den täglichen Rotationswinkel in heliocentrischen Minuten und φ die heliographische Breite bezeichnet:

$$\xi = 865' - 165' \sin^{\frac{7}{4}} \varphi.$$

Eine weitere Modification dieser Formel, welche darin besteht, dass φ um 1° verkleinert wird, schliesst sich den Beobachtungen noch etwas besser an. Indessen mag diese Formel, die dann nicht weniger als 4 empirische Constanten besässe, hier unberücksichtigt bleiben; es sollen nur die Werthe der obigen

Formel mit denen verglichen werden, welche die theoretisch abgeleitete Formel mit nur zwei Constanten liefert, wenn die letzteren nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Beobachtungen bestimmt werden.

Faye hat versucht, die Formel von *Carrington* im Zusammenhange mit seinen Anschauungen über die gasförmige Natur des ganzen Sonnenkörpers durch eine andere zu ersetzen. Indem *Faye* die Sonnenflecken als Oeffnungen in der Photosphäre betrachtet, welche durch verticale, aus tieferen Schichten emporsteigende Gasströme erzeugt werden, begründet er seine Formel in folgender Weise: [1])

»*De l'échange continuel qui s'opère entre les couches profondes et la surface, au moyen de courants verticaux, il faut conclure que les lois ordinaires de la rotation dans une masse fluide en équilibre doivent être singulièrement altérées, puisque cet équilibre est constamment troublé dans le sens vertical.* [2]) *Les masses ascendantes, parties d'une grande profondeur, arrivent en haut avec une vitesse linéaire de rotation moindre que celle de la surface, parce que les couches d'où elles partent ont un moindre rayon. De là un ralentissement général dans le mouvement de la photosphère, bien que ce retard doive être compensé, pour la masse totale, par les courants descendants, de manière que la loi fondamentale des aires soit satisfaite. De même notre atmosphère ne suit pas exactement les lois de la rotation d'une masse en équilibre, mais les effets sont tout différents parce qu'elle repose sur un globe solide ou liquide.*

»*Si la photosphère est en retard sur la rotation générale, les couches profondes devront par compensation se trouver en avance sur ce mouvement. De cette opposition il résulte que, tandis que la photosphère aura une faible tendance à se rapprocher de l'axe de rotation, en coulant superficiellement vers les pôles, la tendance contraire se manifestera dans les couches inférieures qui se porteront vers l'équateur. Les choses se passeront comme si les points de départ des courants verticaux se trouvaient sur une surface interne plus éloignée*

1) Comptes rendus T. 60. p. 146 ff. Séance du 23. Janvier 1865.

2) Néanmoins la direction de l'axe peut rester invariable pendant toutes les phases que nous aurons à considérer.

des pôles que de l'équateur; et si cette surface idéale d'émission était sphéroïdale, par exemple, sa profondeur, et par suite le retard des zones successives de la photosphère, varierait à peu près comme le carré du sinus de la latitude. Or c'est ce que donnerait la formule empirique de M. Carrington si on la corrigeait du défaut de continuité qui lui a été objecté avec raison par M. Babinet, en remplaçant la puissance $\frac{7}{4}$ *du sinus par la puissance paire* $\frac{8}{4}$ *ou* 2.[1]) *Je trouve en effet que les observations sont aussi bien représentées par la formule*

$$\textit{Mouvement diurne} = 862' - 186' \sin^2 l.$$

»Mais ici les faits cessent de nous guider; au fond la loi de ces variations n'est pas réellement connue, la rareté des taches dans les 5 premiers degrés de la zone équatoriale et dans la zone polaire qui commence au 35° degré ne permet pas encore de déterminer la forme algébrique de cette variation.« [2])

Um eine übersichtliche Vergleichung der obigen Formel von *Faye* mit der empirischen von *Carrington* und der theoretischen von mir bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit zu gestatten, habe ich in der folgenden Tabelle die beobachteten Werthe der Rotationswinkel und ihre Abweichungen von den berechneten (Rechnung — Beobachtung) zusammengestellt. Für die zu diesem Zwecke zunächst aus den Beobachtungen beider Hemisphären nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleiteten Constanten A und B meiner Formel haben sich die folgenden Werthe ergeben:

$$A = 863.4$$
$$B = 619.5$$

Zur Berechnung wurden alle Beobachtungen zwischen 5° und 35° nördlicher und südlicher Breite mit gleichen Gewichten benutzt. Die Formeln von *Carrington*, *Faye* und mir sind mit *C.*, *F.* und *Z.* bezeichnet.

---

1) Comptes rendus, 12. Sept. 1865. p. 481.

2) Les observations faites vers le 45e et le 50e degré sembleraient indiquer un minimum de vitesse angulaire vers 45 degrés et non vers les pôles, mais la faiblesse des poids montre qu'il n'y a pas beaucoup à compter sur elles.

Tabelle III.

φ	ξ (beob.)	C. Fehler	C. Quadrate	F. Fehler	F. Quadrate	Z. Fehler	Z. Quadrate
+ 50°	[787']	[−25]	[625]	[−34]	[1156]	[− 9]	[81]
+ 45°	—	—	—	—	—	—	—
+ 40°	—	—	—	—	—	—	—
+ 35°	806'	− 3	9	− 5	25	− 1	1
+ 30°	824'	− 8	64	− 9	81	− 6	36
+ 25°	831'	− 2	4	− 2	4	0	0
+ 20°	840'	0	0	0	0	+ 2	4
+ 15°	851'	− 2	4	− 2	4	0	0
+ 10°	859'	− 2	4	− 2	4	− 1	1
+ 5°	863'	− 1	1	− 1	1	− 1	1
0°	867'	− 2	4	− 5	25	− 4	16
− 5°	865'	− 2	4	− 3	9	− 3	9
− 10°	856'	+ 1	1	+ 1	1	+ 2	4
− 15°	845'	+ 5	25	+ 4	16	+ 6	36
− 20°	839'	+ 0	0	+ 1	1	+ 3	9
− 25°	827'	+ 2	4	+ 2	4	+ 4	16
− 30°	814'	+ 2	4	+ 1	1	+ 4	16
− 35°	805'	− 2	4	− 4	16	0	0
− 40°	–	—	—	—	—	—	—
− 45°	[759']	[+19]	[361]	[+10]	[100]	[+24]	[576]

Mit Berücksichtigung aller Beobachtungen ergiebt sich hieraus als Summe der Fehlerquadrate für die drei Formeln:

$$C. = 1118$$
$$F. = 1448$$
$$Z. = 806$$

Schliesst man jedoch die beiden äussersten Beobachtungen in beiden Hemisphären, wegen ihres geringen Gewichtes aus, so erhält man:

$$C. = 132$$
$$F. = 192$$
$$Z. = 119.$$

Es folgt hieraus, dass im ersten Falle meine theoretische Formel einen entschiedenen Vorzug vor den Formeln von *Carrington* und *Faye* besitzt, dass dagegen im zweiten Falle die Beobachtungen durch sie nicht wesentlich schlechter dargestellt werden, als durch die empirische Formel von *Carrington*.

10.

Betrachtet man die Vertheilung der Vorzeichen der Fehler, so zeigt sich bei allen drei Formeln übereinstimmend, dass für die nördliche Hemisphäre die negativen, für die südliche die positiven Zeichen in sehr entschiedener Weise überwiegen. Es folgt hieraus, dass das Rotationsgesetz für beide Hemisphären nicht genau dasselbe sein kann, und in der That, vergegenwärtigt man sich die theoretische Ableitung unserer Formel, so hängen die in derselben vorkommenden Constanten A und B lediglich von der physikalischen Beschaffenheit, also der Temperatur, den Reibungscoëfficienten u. dgl. m. an der Oberfläche einer jeden Hemisphäre ab.

Bezüglich der Temperatur folgert *Secchi* aus seinen thermoskopischen Beobachtungen, dass dieselbe in der nördlichen Hemisphäre etwas höher als in der südlichen sei und am Aequator ein Maximum besitze. [1]) Ebenso wird die Anzahl und Vertheilung der Flecken in beiden Hemisphären, wie unten ausführlicher erörtert werden soll, im Allgemeinen nicht ohne Einfluss auf die Reibungsverhältnisse der bewegten Massen sein können. Will man demgemäss bei der Vergleichung eines theoretischen Ausdruckes des Rotationsgesetzes mit den Beobachtungen rationell verfahren, so müssen die beiden Constanten der Formel für jede Hemisphäre besonders bestimmt werden.

Die nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleiteten Constanten A und B erhalten für meine Formel die folgenden Werthe:

---

[1]) Le Soleil p. 133. Ausserdem: Nuova ricerche sulla distribuzione del calore alla superficie solare. (Tortolini, Annal. sc. mat. e fis. IV. 1853.)

Nördl. Hemisphäre
$A = 863.8$
$B = 613.2$

$$\xi = \frac{A - B\sin^2\varphi}{\cos\varphi}$$

Südl. Hemisphäre
$A = 861.8$
$B = 620.5$

Tabelle IV.

Nördliche Hemisphäre				Südliche Hemisphäre			
φ	ξ beob.	ξ berechn.	Differenz	φ	ξ beob.	ξ berechn.	Differenz
+ 0°	867	863.8	− 3.2	− 0°	867	861.8	− 5.2
5°	863	862.6	− 0.4	5°	865	860.4	− 4.6
10°	859	858.4	− 0.6	10°	856	856.2	+ 0.2
15°	851	851.7	+ 0.7	15°	845	849.2	+ 4.2
20°	840	843.0	+ 3.0	20°	839	839.8	+ 0.8
25°	831	832.1	+ 1.1	25°	827	828.5	+ 1.5
30°	824	820.6	− 3.4	30°	814	816.0	+ 2.0
35°	806	807.6	+ 1.6	35°	805	801.7	− 3.3
40°	—	797.1	—	40°	—	790.5	—
45°	—	788.7	—	45°	759	780.0	+21.0
50°	787	783.8	− 3.2	50°	—	774.1	—

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung für die nördliche Hemisphäre eine überraschende und so vollkommen, wie dies bei der Unsicherheit der einzelnen Beobachtungen kaum besser von irgend einer Formel verlangt werden kann. Es wird selbst die Beobachtung von *Peters* in der Breite von 50° ebenso gut wie die andern Werthe dargestellt. Für die südliche Hemisphäre dagegen ist der Anschluss der Formel an die Beobachtungen weniger gut.

Indessen lässt sich auch hier noch eine bessere Uebereinstimmung bezüglich der äussersten Beobachtung erzielen, wenn man die aus den Beobachtungen der nördlichen Hemisphäre abgeleitete Rotationsgeschwindigkeit am Aequator, also den Werth der Constanten

$$A = 863.8$$

auch für die südliche Hemisphäre annimmt. Es erhält dann nur die Constante B für jede Hemisphäre einen besonderen Werth und zwar:

für die nördliche Hemisphäre $B = 613.2$
für die südliche Hemisphäre $B = 631.1$

Mit Hülfe dieser Werthe ist die folgende Tabelle berechnet:

Tabelle V.

φ	ξ beob.	ξ berechn.	Differenz	Quadrate	Zahl d. beob. Flecken
+50°	787	783.8	− 3.2	10.2	1
+45°	—	788.7	—	—	0
+40°	—	797.4	—	—	0
+35°	806	807.6	+ 1.6	2.6	18
+30°	824	820.6	− 3.4	11.5	59
+25°	831	832.1	+ 1.1	1.2	116
+20°	840	843.0	+ 3.0	9.0	151
+15°	851	851.7	+ 0.7	0.5	127
+10°	859	858.4	− 0.6	0.4	142
+ 5°	863	862.6	− 0.4	0.2	85
0°	867	863.8	− 3.2	10.2	5
− 5°	865	862.4	− 2.6	6.8	31
−10°	856	857.9	+ 1.9	3.6	218
−15°	845	850.6	+ 5.6	31.4	98
−20°	839	840.6	+ 1.6	2.6	200
−25°	827	828.7	+ 1.7	2.9	75
−30°	814	815.3	+ 1.3	1.7	67
−35°	805	801.0	− 4.0	16.0	19
−40°	—	787.5	—	—	0
−45°	759	775.2	+16.4	262.4	2
−50°	—	766.3	—	—	0

Für die Summe der Fehlerquadrate ergiebt sich hieraus die Zahl 373, ein Werth der um mehr als die Hälfte kleiner als der oben p. 70 unter Annahme eines für beide Hemisphären gleichen Werthes der Constante *B* erhalten wurde. Schliesst man aber nur die einzige Beobachtung bei − 45° aus, so reducirt sich die Summe der Fehlerquadrate auf die Zahl 111, ein Werth, welcher nach dem Obigen kleiner als der mit *Carrington's* empirischer Formel erhaltene Werth (132) ist, zu dessen Erlangung jedoch nicht nur e i n e, sondern zwei Beobachtungen in den höchsten Breiten ausgeschlossen werden müssen.

Ich glaube durch die vorstehend mitgetheilten Resultate zur Genüge bewiesen zu haben, dass die von mir auf Grund bekannter physikalischer Gesetze abgeleitete Formel die Beobachtungen *Carrington's* besser darstellt, als irgend eine der bisher bekannten Formeln.

Indem ich in der vorliegenden Abhandlung zunächst auf eine approximative Grenzbestimmung der in den Grössen *A* und *B* enthaltenen physikalischen Constanten der Sonnenoberfläche

verzichte, zweifle ich nicht, dass dies bei späteren Untersuchungen, die sich auf ein grösseres und detaillirter behandeltes Beobachtungsmaterial stützen, gelingen wird. Wir werden auf diese Weise im Stande sein, jene Constanten ähnlich der Lichtemission, der Temperatur u. dgl. m. auf irdische Masseinheiten zu reduciren und dadurch diese Grössen mit den analogen uns bekannter Körper zu vergleichen.

Die folgenden Betrachtungen sollen nun zeigen, wie diese Theorie auch von den Modificationen des Rotationsgesetzes Rechenschaft zu geben im Stande ist, welche dasselbe sowohl in verschiedenen Zeiten der Sonnenfleckenperiode als auch bei einzelnen Flecken in verschiedenen Stadien ihrer Entwickelung den Beobachtungen entsprechend erleidet.

11.

Die oben p. 55 erhaltene Differentialgleichung für die Componente der linearen Rotationsgeschwindigkeit eines strömenden Massenelementes war folgende:

$$dv = -A\,a\,v_1 \sin\varphi \cos\varphi\, d\varphi$$

Hierin bedeutete:

- A einen Proportionalitätsfactor,
- a den Reibungscoëfficienten zwischen der Oberfläche der festen Kugel und der strömenden Flüssigkeit,
- v_1 die lineare Rotationsgeschwindigkeit eines Punctes auf dem Aequator der festen Kugel,
- φ die Breite eines strömenden Theilchens.

Im Laufe der ferneren Betrachtungen hatte sich die feste Kugel in eine flüssige verwandelt, und demgemäss a die Bedeutung des Coefficienten der inneren Reibung der Flüssigkeit erlangt; v_1 bedeutet alsdann die lineare Rotationsgeschwindigkeit eines Theilchens am Aequator des flüssigen Kerns, welcher dem gewöhnlichen Rotationsgesetz einer starren Kugel folgt.

Es wurde hierbei angenommen, dass die Tiefe, in welcher die Theilchen der flüssigen Kugel sich dem normalen Rotationsgesetz entsprechend verhalten, eine im Verhältniss zu den Dimensionen der Kugel verschwindend kleine sei, oder mit anderen Worten, dass die Tiefe der an der Oberfläche der flüssigen Kugel erzeugten Driftströmungen unendlich klein sei.

Betrachtet man nun die Geschwindigkeiten, welche in verschiedenen Tiefen dieser dünnen Schicht stattfinden, einer Schicht, die bei den gewaltigen Dimensionen der Sonne wahrscheinlich nach Meilen gemessen werden muss, so ist klar, dass zwischen diesen Geschwindigkeiten ein continuirlicher Uebergang existiren wird. Es soll jetzt untersucht werden, in welchem Sinne dieser Uebergang stattfindet, d. h. ob mit wachsender Tiefe innerhalb der betrachteten Schicht die lineare Geschwindigkeit der Rotation wächst oder abnimmt. Zu diesem Zwecke ist nur erforderlich, die Geschwindigkeit v_a eines Punctes an der Oberfläche der Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v_i eines Punctes im Innern derselben in derjenigen Tiefe zu vergleichen, in welcher das Rotationsgesetz einer starren Kugeloberfläche zu gelten beginnt.

Bezeichnet v_1 die lineare Rotationsgeschwindigkeit eines Punctes am Aequator der inneren Kugeloberfläche, also auf dem Grunde der dünnen Schicht, und φ_1, wie oben, diejenige Breite, in welcher sich die Polarströmung entwickelt, so hat man mit Rücksicht auf das Frühere:

$$v_a = v_1[\tfrac{1}{2}Aa(\sin^2\varphi_1 - \sin^2\varphi) + \cos\varphi_1]$$
$$v_i = v_1 \cos\varphi$$

folglich:

$$\frac{v_a}{v_i} = \frac{\frac{1}{2}Aa(\sin^2\varphi_1 - \sin^2\varphi) + \cos\varphi_1}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Es handelt sich also nur darum, zu untersuchen, ob und unter welchen Bedingungen dieser Ausdruck grösser oder kleiner als Eins ist.

Zunächst sieht man, dass unter allen Umständen für $\varphi = \varphi_1$

$$\frac{v_a}{v_i} = 1$$

sein muss, entsprechend der Annahme, dass die Geschwindigkeit der strömenden Masse beim Beginn ihrer Bewegung die normale Rotationsgeschwindigkeit der dem Ausgangspuncte zugehörigen Breite besitzt. Differentiirt man die obige Gleichung nach φ und setzt den erhaltenen Ausdruck gleich Null, so ergiebt sich:

$$[\cos\varphi_1 - \tfrac{1}{2}Aa(\cos^2\varphi_1 + \cos^2\varphi)]\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\cos\varphi} = 0$$

Dieser Gleichung genügt, abgesehen von Specialfällen

allgemein der Werth $\varphi = o$ und es erlangt, wie man sich leicht überzeugt, der Werth von $\frac{v_a}{v_i}$ am Aequator ein Minimum. Hieraus folgt, dass das Verhältniss der beiden Geschwindigkeiten mit abnehmender Breite bis zum Aequator stetig kleiner wird und demgemäss, mit Rücksicht auf den obigen Werth in der Breite φ_1, im Allgemeinen stets kleiner als Eins sein muss.

Man gelangt also zu dem wichtigen Resultate, dass innerhalb der betrachteten, relativ sehr dünnen Schicht an der Oberfläche der flüssigen rotirenden Kugel die Rotationsgeschwindigkeit mit zunehmender Tiefe wächst, *so dass die tiefer gelegenen Schichten den darüber liegenden im Sinne der Rotation vorauseilen.*

Da sich offenbar dieselbe Betrachtung auch auf die dünne atmosphärische Schicht anwenden lässt, welche als Polarstrom die Driftströmungen auf der Oberfläche der Flüssigkeit hervorruft, und nach dem Früheren ein continuirlicher Uebergang zwischen den Geschwindigkeiten der einzelnen Schichten der Atmosphäre und der Flüssigkeit angenommen werden muss, so folgt hieraus, dass, mit Ausnahme der Polarregionen, in denen die Ströme ihren Ursprung haben, *auf der ganzen Sonnenoberfläche östliche*[1] *Winde wehen, deren Geschwindigkeit mit abnehmender Breite stetig wächst und am Aequator ein Maximum erreicht.*

Demgemäss sind die betrachteten Driftströmungen an der glühend flüssigen Sonnenoberfläche dem inneren, normal rotirenden, Kerne gegenüber im Allgemeinen von Osten nach Westen gerichtet und das Rotationsgesetz nur eine Folge der Verzögerung oder Hemmung, welche die Rotationsbewegung der oberflächlichen Schichten der rotirenden Kugel an den Polarströmungen der Atmosphäre erleidet.

12.

Untersuchen wir jetzt die Bewegungen von Körpern etwas näher, welche wie die Sonnenflecken auf der Oberfläche der glühenden Flüssigkeit schwimmen, und ganz wie die letztere

[1]) Die Bezeichnung der Himmelsrichtung ist hier und an allen andern ... als heliocentrisch zu nehmen, so dass unter einem östlichen Wind ... verstanden wird, der eine der Rotationsbewegung entgegen- ...ponente besitzt.

vermöge der Reibung dem retardirenden Einfluss der Polarströme unterworfen sind.

Nimmt man zunächst die Dicke eines Sonnenfleckes im Verhältniss zur Tiefe der ganzen Driftströmung sehr klein an und setzt sein specifisches Gewicht nicht wesentlich kleiner als das der glühenden Flüssigkeit voraus, so wird der Fleck so lange dieselbe Geschwindigkeit wie die ihn umgebende Driftströmung besitzen, als die Reibung zwischen seiner Oberfläche und der Atmosphäre nicht grösser als diejenige zwischen der Flüssigkeit und dieser Atmosphäre ist. Ist dagegen diese Reibung grösser, so erleidet der Fleck eine stärkere Hemmung seiner Rotationsbewegung und bewegt sich folglich langsamer im Sinne der letzteren als der Driftstrom.

Wie ich glaube bedarf die Annahme, dass die Reibung oder der Widerstand der strömenden Atmosphäre an der Oberfläche eines Sonnenfleckes, wenn derselbe als eine Schlackenmasse betrachtet wird, eine grössere als an der flüssigen Oberfläche sei, keiner besonderen Begründung.

Man vergegenwärtige sich z. B. die felsartig zerklüftete Oberfläche einer viele Meilen umfassenden Eisscholle in unseren Polarmeeren und vergleiche sie mit der Oberfläche des sturmbewegten Meeres, in welchem sie schwimmt, so gewinnt man vielleicht einige, wenn auch nur schwache, Anhaltspuncte für diejenigen Vorstellungen, welche mit den bisher theoretisch angewandten Begriffen, wie Reibung, Verschiebbarkeit u. dgl. m. verknüpft werden müssen. Wir dürfen uns aber von der Anwendung allgemeiner physikalischer Begriffe auch auf solche Naturphänomene nicht abhalten lassen, bei welchen die Discontinuität der constituirenden Elemente durch die Grösse der Dimensionen für unsere Sinne eine auffälligere ist. — Die Oberfläche eines glatten Sandsteins erscheint im Mikroskop als rauhe und zerklüftete Felswand.

Die Dimensionen der Sonne sind so ungeheure, dass diejenigen Grössen, welche man hier im physikalischen Sinne als unendlich klein zu betrachten berechtigt ist, bei Anwendung irdischer Masse nach Meilen gemessen werden müssen.

Nimmt man also die Reibung der Atmosphäre an der Oberfläche der Sonnenflecken grösser als an der Oberfläche der sie umgebenden Flüssigkeit an, so folgt, dass die Rotationsgeschwindigkeit eines Flüssigkeitstheilchens grösser als die-

jenige eines in gleicher Breite beobachteten Sonnenfleckes sein muss. Diese Verschiedenheit wird offenbar für die Ableitung der allgemeinen Form des Rotationsgesetzes aus den Bewegungen der Sonnenflecken so lange ohne Einfluss sein, als die verringerte Geschwindigkeit des Sonnenfleckes für alle Breiten proportional der Geschwindigkeit des Driftstromes gesetzt werden kann. Ausserdem darf aber die Anzahl der in einer bestimmten Breite befindlichen Flecken nicht so gross sein, dass hierdurch die Geschwindigkeit des Driftstromes in seiner ganzen Ausdehnung gehemmt wird. Dass dies bei einer grossen Anzahl von Flecken, die gleichzeitig oder nach kürzeren Intervallen in derselben Breite auftreten, nothwendig der Fall sein muss, ist leicht ersichtlich, da alsdann die Flecken sich dem Driftstrome gegenüber wie Inseln in der Mitte eines Stromes verhalten würden.

Da nun aber die Vertheilung der Flecken auf der Sonnenoberfläche keine gleichmässige, sondern eine auf zwei Zonen beschränkte ist, welche sich im Mittel vom 5ten bis zum 30ten Grad nördlicher und südlicher Breite ausdehnt, so könnte dieser zuletzt erwähnte Einfluss nur innerhalb dieser beiden Zonen ungefähr bei 17°.5 ein Maximum erreichen. Ferner ist klar, dass dieser Einfluss zu denjenigen Zeiten am stärksten hervortreten muss, in welchen sich die angedeutete Vertheilung der Flecken und die dadurch bedingte Verschiedenheit der Sonnenoberfläche am deutlichsten ausspricht. Es wird dies offenbar in solchen Zeiten der Fall sein, wo die Anzahl der überhaupt auf der Sonne befindlichen Flecken am grössten ist, d. h. zur Zeit der Maxima der Sonnenflecken.

13.

Dieser Einfluss ist bisher bei der theoretischen Ableitung des Rotationsgesetzes nicht berücksichtigt worden, vielmehr wurde hierbei bezüglich der physikalischen Constanten die Annahme einer vollkommenen Homogeneïtät der Sonnenoberfläche gemacht. Indessen ist bereits aus dem Obigen ersichtlich, dass die Beschaffenheit der hierdurch bedingten Aenderung des Rotationsgesetzes im Allgemeinen leicht anzugeben ist. Es muss nämlich die nach der früheren Formel berechnete Rotationsgeschwindigkeit um eine gewisse Grösse verkleinert werden, die sich mit der Breite ändert und für einen Werth von ungefähr 17°.5 ein Maximum erreicht. Demgemäss

würde der Ausdruck des Rotationsgesetzes mit Berücksichtigung dieses Einflusses die folgende Gestalt annehmen.

$$\xi = \frac{A - B\sin^2\varphi}{\cos\varphi} - C.f(\varphi) \;\ldots\ldots$$

wo $f(\varphi)$ die soeben erwähnte Function mit dem Maximum für $\varphi = 17^{0}.5$ wäre.

Sind die hier angestellten Betrachtungen in der Natur begründet und liegt die Grösse des fraglichen Einflusses nicht innerhalb der Unsicherheit der Beobachtungswerthe, so muss sich in den oben erhaltenen Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Werthen ein gewisser Gang erkennen lassen, in der Weise, dass die Abweichungen im positiven Sinne zwischen 15^{0} und 20^{0} ein Maximum erreichen.

Ein Blick auf die letzte Tabelle V. zeigt, dass dies für die Abweichungen beider Hemisphären in der That der Fall ist, obschon in viel stärkerer Weise für die südliche als für die nördliche Hemisphäre. In der ersteren fällt die grösste Abweichung $+3.0$ auf die Breite $+20^{0}$, in der letzteren die Abweichung $+5.6$ auf die Breite -15^{0}. Vergleicht man aber mit Rücksicht auf die in Tabelle I. gegebenen Zahlen der beobachteten Flecken die Vertheilung derselben, so fallen in der nördlichen Hemisphäre auf die Zone zwischen $+10^{0}$ und $+20^{0}$ etwa 40 Procent, in der südlichen Hemisphäre aber auf dieselbe Breitenzone nahe 47 Procent der in jeder Hemisphäre überhaupt beobachteten Flecken. [1]) Ausserdem ist die Vertheilung der Flecken in der nördlichen Hemisphäre eine viel gleichförmigere, während in der südlichen die beiden Maxima bei -10^{0} und -20^{0} schroff hervortreten.

Es erklärt sich also auf diese Weise mit Hülfe der entwickelten Theorie ganz ungezwungen, sowohl weshalb die Beobachtungen der südlichen Hemisphäre durch die zur Berechnung angewandte Form des Rotationsgesetzes nicht ebenso gut dargestellt werden können wie die Beobachtungen der nördlichen Hemisphäre, als auch der Sinn, in welchem die übrig bleibenden Abweichungen liegen.

1) Zählt man die Flecken nach der in Tabelle I. gegebenen Uebersicht, so findet man für die nördliche Hemisphäre 719, wovon 287 auf die Zone zwischen 10—20 fallen, für die südliche 715, von denen 336 auf diese Zone fallen.



11.

Noch stärker aber muss, wie schon oben bemerkt wurde, dieser Einfluss um die Zeit der Fleckenmaxima hervortreten. Eine solche Beobachtungsreihe liefern uns die Beobachtungen *Spörer's*, welche in den Jahren 1861 bis 1864 angestellt wurden, also kurz nach einem Maximum (1860. 2) beginnen und kein Minimum (1867. 1) enthalten. Ich bemerke hierbei, dass sehr wahrscheinlich das Maximum der Rotationsverzögerung der Driftströme nicht genau mit der Zeit des Fleckenmaximums zusammenfallen, sondern, wie alle derartigen Summationswirkungen, etwas später als das Maximum der Ursache eintreten wird.

Dass die Frequenz der Flecken einen sehr merklichen Einfluss auf das Rotationsgesetz der Sonne ausübt, hebt *Spörer* mit folgenden Worten in seiner Abhandlung vom 30. Sept. 1866 in den Astronomischen Nachrichten hervor:

»Indem aus mancherlei Ursachen die Rotationswinkel erheblich differiren, hatte ich mich zunächst nach Abschluss des Jahres 1861 damit begnügt, das erwähnte Gesetz nur durch eine für die arithmetischen Mittel aufgestellte Tabelle und noch nicht durch eine Formel ersichtlich zu machen. Erst nach Verlauf eines Zeitraums von vier Jahren wurde die Formel aufgestellt, wobei ich (Astr. Nachrichten No. 1542) aussprach, dass ich im Jahre 1866 auch die Resultate des fünften Jahrganges mit den früheren vereinigen wollte. Letzteres ist nun bisher nicht geschehen, und zwar deshalb nicht, weil sich eine Aenderung der Verhältnisse deutlich herausstellte, also für die Zeit verminderten Fleckenstandes eine getrennte Behandlung erforderlich ist.«

Spörer giebt a. a. O. eine empirische Formel zur Darstellung seiner Beobachtungen. Verwandelt man die dort auf Grade bezogenen Constanten in Minuten, so ist diese Formel:

$$\xi = 1011'.0 - 202.8 \sin(\varphi + 41^\circ 13')$$

Die folgende Tabelle, in welcher die beobachteten Werthe einer Abhandlung *Spörer's* in *Poggendorff's* Annalen Bd. 128 (1866) p. 269 entnommen sind, enthält dagegen die mittelst der früheren theoretischen Formel berechneten Werthe von ξ, nachdem die Constanten A und B nach der Methode der kleinsten

Quadrate unter Ausschluss der beiden ersten Beobachtungen [1]) in unmittelbarer Nähe des Aequators bestimmt wurden. Es ergab sich:

$$A = 858.6$$
$$B = 550.9$$

Tabelle VI.

Die Rotation der Sonnenoberfläche nach Spörer's Beobachtungen.

Breite	ξ beobachtet	ξ berechnet	Differenz
0° 54′	881′.4	858′.6	−22.8
1° 55′	874.2	858.4	−15.8
5° 4′	860.4	857.7	− 2.7
7° 2′	858.6	856.9	− 1.7
9° 20′	853.8	855.4	+ 1.7
11° 56′	852.0	853.5	+ 1.5
14° 7′	843.6	851.5	+ 7.9
15° 49′	837.6	850.0	+12.4
18° 23′	832.8	847.1	+14.3
21° 18′	832.2	843.5	+11.3
24° 38′	826.8	839.3	+12.5
30° 22′	823.8	832.9	+ 8.2

Der Gang und die bedeutend grössere Stärke der Abweichungen entspricht, wie man sieht, vollkommen der Theorie. Das Maximum derselben fällt auf die Breite von 18° 23′, also ziemlich genau in die Mitte derjenigen Zone (5° — 30°), in welcher die Frequenz der Flecken ein Maximum erreicht.

Es mag jedoch hier noch eines Umstandes gedacht werden, welcher auf die Geschwindigkeit in unmittelbarer Nähe des Aequators von wesentlichem Einfluss sein muss.

Die aus *Carrington's* Beobachtungen abgeleitete Rotationsgeschwindigkeit des Aequators betrug 867′, war also um 14′.4 kleiner als die von *Spörer* beobachtete. Es erklärt sich dieser Unterschied sehr leicht, wenn man die Abhängigkeit der retardirenden Kraft der Polarströme von ihrer Geschwindigkeit berücksichtigt. Den Ausdruck dieser Kraft findet man für die Einheit der bewegten Masse aus der ursprünglichen Gleichung für dv einfach durch Division mit dt und erhält:

1) Mit Berücksichtigung derselben erhält man: $A = 857.4$, $B = 550.8$

$$\frac{dv}{dt} = -A\,a\,v_1 \sin\varphi \cos\varphi \,.\, \frac{d\varphi}{dt}$$

Da $\frac{d\varphi}{dt}$ aber nichts anders als die meridionale Componente des Polarstroms ist, so folgt, dass die retardirende Kraft der Ströme proportional jener Geschwindigkeitscomponente ist.

Da nun die oberflächlichen Schichten, in denen die Sonnenflecken schwimmen, von unten stets der beschleunigenden Wirkung der schneller rotirenden tiefern Schichten unterworfen sind, so ist klar, dass eine Abnahme in der Geschwindigkeit der Polarströme eine Zunahme der Rotationsgeschwindigkeit der Sonnenflecken zur Folge haben muss.

Am Aequator, wo ihrer Natur nach die horizontale Bewegung der Ströme sich in eine vertical aufsteigende verwandelt, verschwindet demgemäss die retardirende Wirkung an der Oberfläche der Flüssigkeit und es bleibt nur die beschleunigende Wirkung der tieferen Schichten und möglicherweise noch die seitlich retardirende der benachbarten Zonen übrig. Da jedoch die Dicke der in Betracht kommenden Schicht zur Breite der Aequatorialzone, in welcher sich die aufsteigenden Ströme entwickeln, im Allgemeinen eine geringe sein wird, so muss für die Aequatorialzone eine grössere Geschwindigkeit der Rotation stattfinden, als aus dem theoretischen Rotationsgesetz resultirt.

Zur Zeit eines Fleckenmaximums werden aber die Polarströme vermöge des grösseren Reibungswiderstandes an der Oberfläche der Sonnenflecken beträchtlich verzögert und gelangen daher mit weit geringerer Geschwindigkeit nach den Aequatorialgegenden als zur Zeit eines Fleckenminimums. Daher muss während der Maxima der Fleckenperiode die beschleunigende Wirkung der tieferen Schichten an der Sonnenoberfläche bedeutend stärker als zur Zeit der Minima sein, und demgemäss die beobachtete Rotationsgeschwindigkeit am Aequator zur Zeit der Maxima weit stärker als zur Zeit der Minima im Sinne einer grösseren Rotationsgeschwindigkeit ausfallen, ganz wie dies die Beobachtungen von *Spörer* zeigen.

Dass übrigens der erwähnte Einfluss auch bei den *Carrington*'schen Beobachtungen, wenn auch in weit geringerem Maasse hervortritt, zeigen die relativ starken Abweichungen am Aequator, in demselben Sinne wie bei den *Spörer*'schen Beobachtungen.

Hiermit wäre die Abweichung der von beiden Beobachtern erhaltenen Resultate als eine nothwendige Consequenz der entwickelten Theorie erklärt, auch ohne den Einfluss der von *Faye* eingeführten Tiefenparallaxe der Flecken zur Hülfe zu nehmen.

15.

Es soll jetzt das oben erwähnte Glied $C. f(\varphi)$ näher bestimmt werden, um eine auch für die Zeit der Fleckenmaxima gültige Formel zu erhalten.

Die Beschaffenheit der Function $f(\varphi)$ muss nach dem Früheren von der heliographischen Vertheilung der Sonnenflecken abhängen und kann daher nur einer empirischen Bestimmung fähig sein.

Wie verschieden aber auch diese Beschaffenheit in einzelnen Fällen sein mag, sie muss doch stets der Bedingung genügen, dass die Function für einen innerhalb der Zone von 5^0 bis 30^0 liegenden Werth α ein Maximum erreicht. Je kleiner nun der Factor C ist und je geringer demgemäss der betrachtete Einfluss der Fleckenvertheilung auf die ursprüngliche Form des Rotationsgesetzes ist, desto weniger wird es hierbei auf die besondere Gestalt des Gesetzes, nach welchem die Function für den Werth $\varphi = \alpha$ ihr Maximum erreicht, ankommen, so dass alsdann durch eine jede Function, welche nur der erwähnten allgemeinen Bedingung Genüge leistet, eine bessere Darstellung der Rotation der Sonnenoberfläche zur Zeit eines Fleckenmaximums erreicht wird, als dies durch die einfachere Grundform des Rotationsgesetzes möglich ist.

Diese Betrachtungen veranlassten mich, für $f(\varphi)$ eine Kreisfunction anzunehmen und einfach zu setzen:

$$f(\varphi) = \cos(\varphi - \alpha)$$

worin α die erwähnte Bedeutung hat. Der Ausdruck für das Rotationsgesetz zur Zeit des Fleckenmaximums nähme alsdann folgende Gestalt an:

$$\xi = \frac{A - B \sin^2 \varphi}{\cos \varphi} - C \cos(\varphi - \alpha)$$

oder durch weitere Entwickelung:

$$\xi = \frac{[A - C\cos\alpha] - [B - C\cos\alpha] \sin^2 \varphi}{\cos \varphi} - C \sin\alpha \, . \, \sin\varphi$$

Setzt man hierin die Constanten:

$$A - C\cos\alpha = A'$$
$$B - C\cos\alpha = B'$$
$$C\sin\alpha = C'$$

so erhält man:

$$\xi = \frac{A' - B'\sin^2\varphi}{\cos\varphi} - C'\sin\varphi \,\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Bestimmt man aus den Beobachtungen *Spörer's*, mit Ausschluss der beiden ersten in unmittelbarer Nähe des Aequators, die wahrscheinlichsten Werthe der drei Constanten, so findet man:

$$A' = 877.07$$
$$B' = 387.07$$
$$C' = 154.39$$

In der folgenden Uebersicht sind die mit Anwendung dieser Constanten noch übrig bleibenden Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung mit den Unterschieden der empirischen Formel von *Spörer* zusammengestellt. Die Abweichungen der *Spörer*'schen Formel sind unter *S.*, die der meinigen unter *Z.* aufgeführt. Alle Werthe sind auf Minuten reducirt.

Tabelle VII.

φ	ξ beobachtet	*S.* Fehler	*S.* Quadrate	Z. Fehler	Z. Quadrate
0° 54′	881.4	−6.7	44.9	−6.9	47.6
1° 55′	874.2	−2.1	4.4	−2.3	5.3
5° 4′	860.4	+3.6	13.0	+3.2	10.2
7° 2′	858.6	+0.9	0.8	+0.4	0.2
9° 20′	853.8	+0.6	0.4	−0.1	0.0
11° 56′	851.9	−3.4	11.6	−4.2	17.6
14° 7′	843.6	+0.4	0.2	−0.5	0.3
15° 49′	837.6	+3.5	12.2	+2.1	4.4
18° 23′	832.8	+2.9	8.4	+2.0	4.0
21° 18′	832.2	−1.5	2.2	−1.6	2.6
24° 38′	826.8	−1.3	1.7	−0.4	0.2
30° 22′	823.8	−5.5	30.2	0.0	0.0
		Summe = 130.1		Summe = 92.4	

Wie man sieht, lassen sich alle Beobachtungen *Spörer's* durch die oben theoretisch abgeleitete Formel weit besser als durch die von *Spörer* gegebene empirische Formel darstellen. Schliesst man aber die Beobachtung in unmittelbarer Nähe des Aequators aus, so reducirt sich die Summe der Fehlerquadrate für die *Spörer*'sche Formel auf 85.2, für die meinige auf 44.8, also fast auf die Hälfte des *Spörer*'schen Werthes.

Es hat sich demnach auch für die *Spörer*'schen Beobachtungen in der Nähe eines Fleckenmaximums die entwickelte Theorie des Rotationsgesetzes vollständig bewährt, und man wird in Zukunft die obige Formel ganz allgemein als den modificirten Ausdruck jenes Gesetzes zur Zeit der Fleckenmaxima zu betrachten haben.

16.

Es sind jedoch die bisher betrachteten Bewegungen der Sonnenflecken nicht die einzigen, denen ein starrer, in der glühenden Flüssigkeit schwimmender Körper innerhalb der Driftströmungen unterworfen ist.

Denken wir uns z. B. eine feste Kugel von geringerem Durchmesser als die Dicke der bewegten Schicht und von nur wenig geringerem specifischen Gewicht als die Flüssigkeit, in welcher sie schwimmt. Da die unteren Theile der Kugel in tiefere Schichten der Flüssigkeit hinabreichen, und diese Schichten nach dem Früheren eine grössere Geschwindigkeit im Sinne der Rotation besitzen als die oberen, so wird ein Drehungsmoment erzeugt, vermöge dessen die Kugel um eine horizontale, in der Meridianebene liegende, Axe in Rotation versetzt wird, deren Richtung der Rotation der grossen Kugel entgegengesetzt ist.

Ein zweites Drehungsmoment wird aber noch um die normal zur flüssigen Oberfläche stehende Axe der Kugel erzeugt, da die vom Aequator entfernteren Theile der Kugel, zufolge der Rotationsverschiedenheit der Breitenzonen, einen geringeren Bewegungsantrieb als die dem Aequator näheren Theile erleiden. Die Richtung der hierdurch erzeugten Rotation muss in beiden Hemisphären eine entgegengesetzte sein, indem für einen auf dem Pole stehenden Beobachter die Rotation der schwimmenden Kugel um ihre normale Axe stets im Sinne der Rotation der grossen Kugel erfolgt.

Da für einen Beobachter auf der nördlichen Hemisphäre der Erde die Rotation auf der Sonnenscheibe von links nach rechts, also bei der Culmination vom Ostrande nach dem Westrande erfolgt, so muss der Sinn der betrachteten Rotationsbewegung für einen Körper auf der südlichen Hemisphäre von links nach rechts — also im Sinne eines Uhrzeigers — auf der nördlichen Hemisphäre im entgegengesetzten Sinne erfolgen.

Vergleicht man die Geschwindigkeit der beiden Rotationsbewegungen der schwimmenden Kugel, so wird diejenige um die horizontale Axe eine beträchtlich viel grössere als diejenige um die verticale Axe sein müssen, da die Aenderungen der Geschwindigkeit der strömenden Schichten nach der Tiefe bei Weitem schneller wachsen müssen als nach der Breite. Es folgt dies unmittelbar aus der oben begründeten Annahme einer relativ sehr geringen Tiefe der Driftströme und den Ausdrücken für die linearen Geschwindigkeiten an der Oberfläche und auf dem Grunde dieser Ströme.

Indessen wird dieses Verhältniss ein anderes, sobald man an Stelle der schwimmenden Kugel einen platten Körper, also einen solchen von geringeren verticalen als horizontalen Dimensionen voraussetzt. Das erwähnte Drehungsmoment wird in diesem Falle nur dann eine Rotation um die horizontale Axe zu erzeugen im Stande sein, wenn es stark genug ist, um den Gegendruck zu überwinden, welcher bei einem so gestalteten Körper durch das theilweise Heraustreten der vorangehenden Theile aus der Flüssigkeit d. h. durch Ablenkung seines Schwerpunctes aus der Normalen erzeugt wird. Ist die Grösse des Drehungsmomentes hierzu nicht ausreichend, so wird sich seine Wirkung auf eine permanente Lagenveränderung des schwimmenden Körpers reduciren, die darin besteht, dass der in der Bewegung vorangehende Theil gehoben, der nachgehende gesenkt wird, so dass der hierdurch erzeugte Gegendruck dem Drehungsmomente stets das Gleichgewicht hält. Die Oberfläche solcher Körper wird demgemäss nicht eine horizontale, sondern eine etwas schräge, im Sinne der Rotation aufsteigende Lage erhalten. Die Grösse des hierdurch erzeugten Neigungswinkels hängt einerseits von dem Verhältniss der Dicke zur Oberfläche der schwimmenden Körper, andererseits von der Tiefe des Eintauchens und der in verschiedenen Tiefen herrschenden Geschwindigkeitsdifferenz der

strömenden Schichten ab. Aendern sich diese Verhältnisse bei demselben Körper, so müssen dieselben sowohl von Aenderungen der rotatorischen als auch translatorischen Bewegungen begleitet sein. So müsste z. B. eine schnelle Zunahme der Tiefe des Eintauchens auch mit einer schnellen Vergrösserung der Bewegung im Sinne der Rotation verbunden sein, da in diesem Falle die tieferen, schneller rotirenden Schichten einen grösseren Einfluss auf die Fortbewegung der schwimmenden Masse gewinnen würden. Würde der Körper durch eine plötzliche Veränderung seines Gleichgewichtes untergetaucht, so müsste er an einer anderen Stelle wieder emporsteigen, welche der ursprünglichen im Sinne der Rotation voraus liegt.

17.

Alle diese Betrachtungen sind unmittelbar auf die Sonnenflecke anwendbar, sobald man dieselben als starre, auf der flüssigen Sonnenoberfläche schwimmende Körper betrachtet. Ist dies der Fall, so müssen sich die oben abgeleiteten Bewegungen auch bei den Sonnenflecken wiederfinden. Diese Folgerung wird durch die Beobachtungen in überraschender Weise bestätigt.

Carrington bespricht am Schlusse seines Werkes p. 245 die Tendenz der Flecke zu divergiren, eine Erscheinung, die nach meiner Theorie durch die an den Küsten der Schlackeninseln erzeugten heftigen Winde, welche in ihrem unteren Theile, also an der Oberfläche der Inseln analog den Landwinden an den Küsten des Meeres centrifugale Richtung haben müssen, ihre einfache Erklärung findet.

Carrington erklärt diese Erscheinung in folgender Weise:

»*It appears to me only explicable by the tendency of spots to break out two and two or to subdivide, coupled with a gyratory motion of their parts, which for every spot in the same hemisphere will take place in the direction of rotation around the pole of that hemisphere, or what is called right-handed in the South and left-handed in the North Hemisphere. The outer portions of two contiguous spots will therefore have opposed motions producing mutual centrifugal pressure.*«

Beispiele von Rotation der Flecken sind von verschiedenen Beobachtern angeführt worden, obschon ich nicht weiss, in wie

weit die Richtung dieser Rotation im Durchschnitt mit der oben angegebenen übereinstimmt.

Die von *Carrington* erwähnte Tendenz der Flecke zu zerbrechen und sich zu theilen, würde sich durch den oben erwähnten Druck erklären, welcher durch das Drehungsmoment um die horizontale Axe erzeugt wird. Dieser Druck kann nur vermöge der Cohäsion der Schlackenmasse bestehen, und muss daher, bei hinreichender Stärke, die Cohäsion überwinden und hierdurch ein Zerbrechen der Masse herbeiführen.

Dieses Zerbrechen wie überhaupt alle plötzlichen Gestaltsveränderungen der Flecken müssen nothwendig mit Veränderungen in der Tiefe des Eintauchens der einzelnen Schlackenstücke verbunden sein, und hierdurch, bei der Verschiedenheit der Geschwindigkeit der einzelnen Schichten der Flüssigkeit, grosse und plötzlich eintretende Bewegungsdifferenzen der Fleckenstücke erzeugen. Man kann ganz allgemein behaupten, dass zu denjenigen Zeiten, in welchen starke Veränderungen in der Tiefe des Eintauchens der Flecken eintreten, auch starke Aenderungen in der Bewegung derselben eintreten müssen. Solche Aenderungen werden aber, wie leicht ersichtlich, am stärksten in der Phase der Entwickelung und Auflösung der Flecken vorhanden sein. Im ersten Falle nimmt die Dicke der sich bildenden Schlacke zu, im zweiten wieder ab, und nur zwischen beiden Phasen wird ein Zustand von relativ constanter Dicke und demgemäss auch von constanter Tiefe des Eintauchens vorausgesetzt werden können.

In der oben citirten Abhandlung [1]) bemerkt *Spörer* bezüglich der Gültigkeit des Rotationsgesetzes Folgendes:

»Die Formel gilt nicht für die erste Phase in der Entwickelung der Gruppen, indem alsdann sehr beträchtliche, verschiedene und einander entgegengesetzte Bewegungen beobachtet werden. Nachdem meist der östliche Theil der Gruppe verschwunden ist, verbleibt im westlichen Theile ein Hauptkern und dieser zeigt annähernd die nach der Tabelle seiner heliographischen Breite entsprechende Bewegung.«

Die Bezeichnungen »östlich« und »westlich« sind hier geocentrisch bezüglich des Sonnenrandes zu verstehen. Ersteres bezeichnet also den nachfolgenden, letzteres den im Sinne der

1) Pogg. Ann. Bd. 128, p. 270.

Rotation vorausgehenden Rand des Fleckes. Auch für das erwähnte frühere Verschwinden des nachfolgenden Randes giebt die entwickelte Theorie eine Erklärung. Berücksichtigt man nämlich einerseits die durch das Drehungsmoment bewirkte schräge Stellung der Oberfläche eines Fleckes (nach der vorangehenden Seite aufsteigend), andererseits die Bewegung der Flecken innerhalb der Driftströme im entgegengesetzten Sinne derselben, so wird auf der nachfolgenden Seite des Fleckes stets ein grösserer Theil von der glühenden Flüssigkeit umspült und daher schneller aufgelöst als auf der vorausgehenden, wo der Fleck, vermöge des Drehungsmomentes mehr aus der Flüssigkeit hervorragt.

Es wurde oben theoretisch für die ganze Sonnenoberfläche die Existenz von östlichen (heliocentrisch) Winden abgeleitet. Hieraus erklärt sich die von den englischen Beobachtern und auch von *Spörer* hervorgehobene Thatsache, dass sich die sogenannten Fackeln in der Nähe der Flecken in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle auf der nachfolgenden Seite der Flecken befinden.

Diese Fackeln sind nach meiner Theorie der Sonnenflecken nichts anderes als Theile der Sonnenatmosphäre, welche durch die an der Grenze der Flecken aufsteigenden Luftströme aus der Tiefe emporgerissen werden und daher auch wirkliche Erhebungen der glühenden Atmosphäre über ihr gewöhnliches Niveau erzeugen. Die grössere Helligkeit dieser Gebilde ist wesentlich durch drei Umstände bedingt, nämlich erstens durch die höhere Temperatur der tieferen Schichten der Atmosphäre, zweitens durch die grössere Dicke der strahlenden Schicht, auf welche wir blicken, und drittens durch die Verminderung der Dicke derjenigen kälteren Schichten der Sonnenatmosphäre, welche vorzugsweise eine absorbirende Wirkung auf die Lichtemission des Sonnenkernes ausüben.

18.

Es wurde oben bei Erörterung der Wirkungen des Drehungsmomentes um die horizontale Axe der Einfluss hervorgehoben, welchen hierbei das Verhältniss der Dimensionen der schwimmenden Körper in horizontaler und verticaler Ausdehnung ausübt. Je mehr sich dieses Verhältniss der Einheit nähert, desto leichter wird das Drehungsmoment eine wirkliche Drehung an

Stelle der schiefen Stellung des Körpers hervorbringen können. Untersucht man die Aenderungen dieses Verhältnisses bei einem Sonnenflecke in den verschiedenen Stadien seiner Entwickelung, so ist offenbar im Beginn der Entwickelung die Dicke der Schlackenschicht im Verhältniss zu ihrer Ausdehnung eine sehr geringe. Die Dicke wächst jedoch im Laufe der weiteren Entwickelung und wird namentlich durch das oben erwähnte Abschmelzen auf der nachfolgenden Seite des Fleckes im Verhältniss zu den horizontalen Dimensionen desselben bis zu seinem Verschwinden stetig wachsen. Gewinnt nun hierbei das Drehungsmoment das Uebergewicht über den durch die schräge Stellung erzeugten Druck, so wird der ganze Fleck eine Wälzung erleiden, ähnlich wie man dies an schwimmenden Körpern beobachtet, die in einem schnell fliessenden Strome mit verschiedenen Theilen ihrer Oberfläche auch die tieferen, hier aber langsamer fliessenden Schichten berühren.

Wie man sieht, wird ein solches Phänomen nur in der letzten Entwickelungsphase eines Sonnenfleckes wahrscheinlich sein. Derselbe wird hierbei untertauchen, von den tieferen Schichten fortgeführt werden und an einer im Sinne der Rotation entfernteren andern Stelle wieder emportauchen müssen.

Solche Erscheinungen werden nun in der That öfter beobachtet. *Carrington* führt auf p. 246 seines Werkes unter der Ueberschrift »*On reccurrence in the same neighbourhood*« etwa zwanzig Fälle auf, in denen ein solches Wiedererscheinen verschwundener Flecke beobachtet wurde.

Secchi[1]) stellt sogar ganz bestimmt den folgenden Satz auf:

»*Les grandes taches, après s'être dissoutes, reparaissent souvent à une petite distance de leur position primitive, mais toujours vers la partie antérieure. Ainsi, la tache no. 43, après avoir disparu, se reproduisit une trentaine de degrés plus loin, sous la même latitude.*«

Ebenso ist der folgende Satz (ibid. p. 93) bezüglich der vorher betrachteten Erscheinungen bemerkenswerth:

»*Toutes les fois qu'une tache se divise, ou qu'elle subit un changement considérable dans sa forme, on observe toujours un mouvement brusque, une espèce de saut qui se fait invariablement*

---

1) Le Soleil p. 94.

vers la partie antérieure, c'est-à-dire dans le sens où croissent les longitudes.«

Die vorstehend behandelten Veränderungen der Sonnenflecken sind die hauptsächlichsten der bis jetzt bekannten allgemeinen Erscheinungen und konnten daher auch nur solche Ursachen haben, welche in der allgemeinen physischen Beschaffenheit des Sonnenkörpers begründet sind.

19.

Eine wesentliche und durchaus nothwendige Voraussetzung bei der Theorie dieser Bewegungsphänomene ist, wie man sieht, der feste Aggregatzustand der Sonnenflecken. Wären dieselben wolkenartige, in der Sonnenatmosphäre schwimmende Massen, welche an den Bewegungen der Atmosphäre, nach Analogie der irdischen Wolken, Theil nehmen, so müssten dieselben, mit Rücksicht auf das Rotationsgesetz, schon im Verlaufe weniger Tage Veränderungen erleiden, deren allgemeine Beschaffenheit sich leicht angeben lässt.

Im Durchschnitt beträgt nach den Beobachtungen *Carrington's* der Unterschied der täglichen Rotationsgeschwindigkeiten zweier Puncte der Sonnenoberfläche, deren heliographische Breiten um 1° verschieden sind, etwa 1°.6. Nach Verlauf von *n* Tagen müssten sich diese beiden Puncte offenbar um 1.6 *n* Grade von einander entfernt haben und das ursprüngliche Wolkengebilde von 1° Durchmesser würde zu einem Streifen von 1.6 *n* Grade ausgedehnt worden sein, welcher mit zunehmender Entfernung der beiden Puncte immer mehr eine dem Aequator parallele Richtung annähme.

Die Breite des Streifens wäre in der Mitte am grössten und nähme nach beiden Seiten bis zum Verschwinden ab. Gesetzt also, wir beobachteten das Entstehen eines nach allen Richtungen ziemlich gleich entwickelten Fleckes von 1° Durchmesser und verfolgten diesen Fleck nur während der Zeit einer halben Rotationsdauer der Sonne, also etwa 12.5 Tage, so müsste sich dieser Fleck, — falls er aus einer in der Sonnenatmosphäre schwimmenden Wolke bestände, — in einen Streifen von 20° Länge verwandelt haben. Bei grösseren Flecken muss diese Veränderung natürlich eine verhältnissmässig viel stärkere

sein und ein Fleck von z. B. 3° Durchmesser würde nach nur einmaliger Rotation bei seiner Wiederkehr einen Streifen von 120° Länge bilden, sich also fast über den ganzen uns zugewendeten Theil des betreffenden Parallelkreises ausgedehnt haben. Derartige Erscheinungen werden aber bei den Sonnenflecken, bis auf die nun leicht erklärliche Tendenz der Gruppen sich den Breitenkreisen parallel zu stellen, nicht beobachtet, trotzdem ihre Dimensionen die oben angenommenen oft weit übertreffen. Ich betrachte daher die Abwesenheit dieser Streifenbildung auf der Sonne als einen der schlagendsten Beweise gegen die wolkenartige Natur der Sonnenflecken.

20.

Diese Betrachtungen führen nun unmittelbar auf die Frage, ob nicht die merkwürdigen und so characteristischen Streifen, welche wir auf den Oberflächen der beiden grössten Planeten unseres Systems, des Jupiter und Saturn beobachten, den soeben entwickelten Verhältnissen ihre Entstehung verdanken. Als wesentliche Bedingung zu dieser Entstehung müsste für die Atmosphären beider Planeten ein dem Rotationsgesetz der Sonne analoges Gesetz angenommen werden, also eine Verschiedenheit der Rotationsgeschwindigkeit der einzelnen Breitenzonen.

Bereits vor 6 Jahren habe ich in meinen »photometrischen Untersuchungen« p. 303 ff. die Gründe entwickelt, welche zur Annahme einer relativ noch sehr hohen Temperatur der Oberflächen beider Planeten nöthigen. Der wesentlichste dieser Gründe war die durch Beobachtungen erwiesene starke Veränderlichkeit der Gebilde an den Oberflächen jener Planeten. Sind diese Gebilde atmosphärischer Natur und ihre Bewegungen durch Gleichgewichtsstörungen in Folge von Temperaturdifferenzen, wie in der irdischen Atmosphäre, erzeugt, so können diese Temperaturunterschiede nicht durch Insolation hervorgerufen sein, da die Intensität der Wärmestrahlung der Sonne auf dem Jupiter nur $^1/_{25}$, auf dem Saturn aber nur $^1/_{100}$ von derjenigen auf der Erde beträgt. Folglich muss die Quelle der auf den Oberflächen Jupiters und Saturns beobachteten gewaltigen Bewegungen, die meistens unsere heftigsten Stürme weit

übertreffen, in einer sehr hohen eigenen Temperatur dieser Planeten gesucht werden.

In meiner letzten Abhandlung »über die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken«[1]) habe ich die Entwickelung der Polarströmungen in den flüssigen Umhüllungen einer Kugel lediglich als die Folge zweier Ursachen, der Rotation und der höheren Temperatur der Kugel, mechanisch zu begründen versucht. Bei dieser Begründung hatte ich die gleichmässig erwärmte Kugel zunächst als ruhend vorausgesetzt und gezeigt, wie durch den Beginn der Rotation das labile Gleichgewicht der übereinander liegenden Flüssigkeitsschichten gestört und eine Circulation im Sinne eines Emporsteigens der erwärmten Massen am Aequator erzeugt werden muss. Man könnte indessen vielleicht die Beweiskraft dieser Betrachtungsweise deswegen beanstanden, weil in der Natur die beiden Ursachen nicht in der angedeuteten Weise getrennt, sondern von Anfang an gleichzeitig aufgetreten sind. Berücksichtigt man indessen, dass die angulare Rotationsgeschwindigkeit eines sich abkühlenden und in Folge dessen sich contrahirenden Weltkörpers stets wachsen muss, so würde hierdurch in der That die in der erwähnten Betrachtung angenommene Reihenfolge der wirkenden Ursachen motivirt sein. So geringfügig auch diese Veränderungen sein mögen, bei der Störung des labilen Gleichgewichtes ist zur Erzeugung jener Circulation nur die Richtung nicht die Stärke wesentlich, in welcher diese Störung erfolgt.

Man sieht also, dass nur die Annahme einer noch hinreichend hohen Temperatur an der Oberfläche der beiden Planeten erforderlich ist, um für sie ganz in derselben Weise wie für die Sonne ein analoges Rotationsgesetz ihrer Atmosphäre zu begründen.

21.

Es ist mir nun in der That gelungen, für die Oberfläche Jupiters direct die Existenz des erwähnten Rotationsgesetzes durch ältere und neuere Beobachtungen unwiderleglich zu beweisen und hierbei gleichzeitig die Richtigkeit der oben ent-

---

1) Sitzung d. kön. sächs. Ges. d. W. am 12. December 1870, p. 347.

wickelten Theorie der Streifenbildung über jeden Zweifel zu erheben.

Von älteren Beobachtern haben sich *Cassini* und *Schröter* am sorgfältigsten mit den Erscheinungen auf der Oberfläche des Jupiter beschäftigt.

Ersterer theilt nun in einer Abhandlung[1]) vom 31. Januar 1692, welche betitelt ist: »*Nouvelles découvertes de diverses périodes de mouvement dans la Planete de Jupiter, depuis le mois de Janvier* 1691 *jusqu'au commencement de l'année* 1692« folgende Beobachtungen mit, welche sowohl die allmälige Umbildung von ursprünglich nach allen Richtungen gleich ausgedehnten Flecken in Streifen beweisen, als auch direct die schnellere Rotation von Flecken in der Nähe des Aequators bestätigen.

Auf p. 8 der erwähnten Abhandlung werden diese beiden Erscheinungen mit folgenden Worten beschrieben:

»*Il* (*Cassini*) *a remarqué que certaines taches qui au commencement étaient rondes, se sont peu à peu allongées suivant la direction des bandes. Il en observa quatre de cette nature depuis le mois de Février de l'année dernière jusqu'à ce que Jupiter fût trop proche du Soleil pour les pouvoir distinguer.*«

Einige Zeilen weiter heisst es:

»*Et généralement toutes les taches qui passent plus près du centre apparent de Jupiter, ont un mouvement plus vîte que celles qui en passent plus loin.*«

In einer späteren Abhandlung[2]) wird dieselbe Erscheinung von zwei andern Flecken beschrieben, indem es heisst:

»*La révolution de ces deux taches est égale à celle de quelques autres taches qui avaient paru au mois de Decembre* 1690 *et au mois de Janvier* 1691 *que nous trouvâmes de* 9^h 51′, *plus courte de cinq minutes, que celle que nous avions observée l'an* 1665, *qui était plus éloignée du centre de Jupiter, ce qui confirme que nous avions remarqué dans les Mémoires du* 31. *Janvier* 1692, *que les taches qui passent plus proches du centre apparent de Jupiter, ont un mouvement plus vîte que celles qui en sont plus éloignées.*«

---

1) Mémoires de Math. et Phys. de l'anné 1692, p. 1—9.
2) Mém. de l'Acad. Fr. de l'année 1699, p. 106.

Ebenso bemerkt *Schröter* bei der Discussion der Bewegung eines Fleckes: [1])

»Dass hingegen in einer grösseren Entfernung vom Aequator eine grössere Geschwindigkeit in der Bewegung entdeckt worden, widerleget die Allgemeinheit desjenigen, was sowohl aus den *Cassini*'schen Beobachtungen als den meinigen dahin wahrscheinlich wurde, dass die Flecken, welche näher bei dem Aequator befindlich, eine geschwindere Bewegung zeigten.«

Indessen habe ich auf p. 121 derselben Schrift noch ein anderes allgemeines Resultat gefunden, welches von *Schröter* mit folgenden Worten ausgesprochen wird:

»Alle von mir beobachteten Flecken zeigten gewöhnlich eine in Ansehung der Rotationsperiode beschleunigte Bewegung von Ost nach West und folglich nach der Richtung des Rotationsschwunges.«

Diese Thatsache würde unter Voraussetzung einer schnelleren Rotation für die dem Aequator näheren Zonen die nothwendige Folge einer Bewegung der Flecken von den Polen nach dem Aequator sein, und folglich auch durch directe Beobachtung die Existenz der theoretisch geforderten Polarströme beweisen.

Es bedarf keiner besonderen Erwähnung, dass diese Erscheinungen nur an solchen Flecken beobachtet werden können, welche entweder wolkenartige Gebilde, oder unabhängige Lücken in der die Oberfläche einhüllenden Wolkendecke sind. Werden jedoch solche Lücken in der Wolkenhülle z. B. durch das Aufsteigen heisser, aus vulkanischen Oeffnungen dringender Luftmassen erzeugt, so müssen derartige Flecke eine constante Lage auf der Jupiteroberfläche zeigen, vorausgesetzt dass diese selber nicht eine flüssige sei.

22.

Am anschaulichsten wird aber sowohl die Theorie der Streifenbildung als auch die schnellere Rotation der dem Aequator näher liegenden Zonen durch die auf Tafel I. gegebenen Abbildungen des Jupiter im Jahre 1860 erläutert, welche getreue

1) *Schröter*, Beiträge zu den neuesten astronomischen Entdeckungen, herausgegeben von *Bode*, Berlin 1788, p. 91.



Copien zweier, in den *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* Vol. XX. p. 268 enthaltenen Tafeln sind.

Die in den Figuren 1, 2 und 3 dargestellten Erscheinungen, welche in einem Briefe von Mr. *Long* an einen der Secretäre der R. A. S. beschrieben sind, wurden an dem oben erwähnten Orte mit Erlaubniss der Herren *Long* und *Baxendell* aus den *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester* reproducirt. Figur 4 ist einer Abbildung entnommen, welche Capitain *Jacob's* Notiz über Mr. *Fletcher's* neues Aequatorial begleitete und Figur 5 von einer nachträglich mitgetheilten Zeichnung des Mr. *Baxendell.* Letzterer giebt zu allen 5 Figuren folgende Erläuterungen: [1])

»*With reference to these sketches, I may remark that since Mr. Long first observed the oblique streak on the* 29th *February, it has gradually extended itself in a preceding direction, or in the direction of the planet's rotation, at an average rate of* 3640 *miles per day, or* 151 *miles per hour; the two extremities of the belt remaining constantly on the same paralells of latitude. The belt has also gradually become darker and broader, some portions, however, being generally much darker than others. On the* 14th *of March I observed Jupiter with Mr. Worthington's* 13—*inch reflector, power* 301, *and noticed a faint, curved, dark mark, extending across the bright equatoreal belt from the upper end of the oblique belt to the small dark spot shown in the preceding part of the large belt in my sketch of March* 5th.«

»*On March* 21 *st. the spot at the lower end af the belt had increased considerably in size and depth of shade, and appeared to consist of two spots in contact. The sketch of April* 9 *shows the belt, now considerably lengthened, extending completely across the planet's disc.*«

Auch von dem königlichen Astronomen in Greenwich wurde eine Entwickelungsphase des schrägen Streifens beobachtet, welche zwischen dem 12. März und 9. April liegt. *Airy* bemerkt nämlich an derselben Stelle p. 245 Folgendes:

»*On viewing Jupiter with the S. E. equatoreal of the Royal Observatory, Greenwich, on* 1860, *March* 26, *about* 9h 30m, *the following appearances were remarked:*

1) Monthly Notices Vol. XX. p. 243 ff.

..... 3. *In the region above the equator there was a double belt inclined perhaps 15° to the equator and to the belt which I have just described. Its right-hand or eastern end was nearly on the equator, but its left-hand or west end was considerably above it or south of the equator. The left-hand ends were broader than the right-hand ends. The outlines irregular.*

In den ersten drei Figuren bemerkt man auch eine Anzahl feinerer Streifen, welche sehr deutlich das oben theoretisch gefolgerte Maximum der Dicke in der Mitte zeigen.

In Bezug auf die Natur der grauen Streifen hatte ich schon in meinen »photometrischen Untersuchungen« p. 304 behauptet, dieselben könnten nicht Wolken aus Wasserdampf sein, »weil diese sich bei einem von aussen betrachteten Planeten als weisse Stellen von dem dunkleren Grunde der allgemeinen Oberfläche abheben müssten. Eine Wolke aus Wasserdampf erscheint nur grau im durchgehenden nicht im reflectirten Lichte.« Ich glaube nun, dass die in den drei ersten Figuren dargestellten Erscheinungen als eine Stütze dieser Behauptung betrachtet werden können.

Wäre nämlich der kleine, von links oben nach rechts unten gerichtete, schräge Streifen ein dunkles Wolkengebilde, also z. B. eine Wolke dunkler, vulkanischer Asche, deren feinzertheilte Masse in der Atmosphäre schwimmend gedacht wird, so müsste dieser Streifen bei weiterer Entfernung seiner Endpuncte immer dünner und feiner werden, da sich dieselbe Masse der dunklen Substanz auf einem grösseren Raume ausdehnt.

Nach den Beobachtungen und den mitgetheilten ausdrücklichen Bemerkungen findet aber gerade das Gegentheil statt: der Streifen wird breiter und dunkler.

Beachtet man nun, dass gleichzeitig auch alle übrigen dunklen Theile der Jupitersfläche sich vom 29. Februar bis zum 5. März mehr und mehr verdunkeln, so würden sich alle diese Erscheinungen sehr einfach erklären lassen, wenn man den kleinen Streifen für einen Riss in der Wolkendecke annähme, in welcher während der angegebenen Zeit ein fortschreitender Auflösungsprocess vorginge. Ein solcher Process macht seine Wirkung zunächst an den Grenzen von Wolkengebilden geltend und erzeugt so naturgemäss zunächst eine Erweiterung vorhandener Lücken.

Ist man aber bereit, den vorstehend angeführten Thatsachen eine genügende Beweiskraft für die Richtigkeit der entwickelten Theorie der Streifenbildung zuzuerkennen, so muss man auch umgekehrt aus dem Vorhandensein solcher Streifen an der Oberfläche eines Planeten auf die Existenz der sie erzeugenden Ursachen schliessen. **Folglich muss auch Saturn dem allgemeinen Rotationsgesetze der Sonne unterworfen sein und demgemäss noch eine hinreichend hohe Temperatur besitzen, um in Verbindung mit seiner Rotation die erforderlichen Polarströmungen in der ihn umgebenden Atmosphäre zu erzeugen.**

23.

Durch die Ergebnisse vorliegender Abhandlung glaube ich die bisher von mir über die physische Beschaffenheit der Sonne nur vereinzelt und aphoristisch entwickelten Ansichten in einer so befriedigenden Weise bestätigt zu haben, dass dieselben aus dem Bereiche blos hypothetischer Annahmen in das Gebiet einer Theorie getreten sind, welche, von Thatsachen der Beobachtung ausgehend, mit Hülfe einfacher und allgemein bekannter physikalischer Gesetze die Mannigfaltigkeit der solaren Bewegungs-Phänomene in ihren wesentlichen Grundzügen deductiv zu entwickeln im Stande ist. Es sei mir gestattet, hier am Schlusse dieser Untersuchungen die hauptsächlichsten Momente dieser Theorie kurz zusammen zu stellen, theils um ihren inneren Zusammenhang deutlicher hervortreten zu lassen, theils um an einzelnen Stellen noch ergänzende Bemerkungen hinzuzufügen.

Als Resultate der Beobachtung stehen folgende drei Thatsachen fest:

1) die Rotation des Sonnenkörpers,
2) die hohe Temperatur seiner Oberfläche,
3) die Existenz einer Atmosphäre.

Die erste wurde durch die Entdeckung der Sonnenflecken von *Joh. Fabricius*, *Galilei* und *Scheiner* vermittelt, die beiden letzten durch die Untersuchungen *Kirchhoff's* als eine unwiderlegliche Consequenz der Spectralanalyse des Sonnenlichtes begründet.

Als ein mehr indirect durch Schlüsse vermitteltes Resultat muss

4) die tropfbar-flüssige Beschaffenheit der Sonnenoberfläche betrachtet werden. Ich habe die Nothwendigkeit einer solchen Beschaffenheit aus dem eruptiven Character einer grossen Anzahl von Protuberanzen gefolgert, [1]) und sehe nun mit Befriedigung, wie neuerdings auch *Respighi* durch zahlreiche und sorgfältige Beobachtungen von Protuberanzen zu Anschauungen über die physische Beschaffenheit der Sonne geführt worden ist, welche sowohl bezüglich der Flecken als auch der tropfbar-flüssigen Beschaffenheit der Oberfläche vollkommen mit den bisher von mir vertretenen Ansichten übereinstimmen. [2])

Die angeführten vier Thatsachen reichen aus, um alle wesentlichen bisher an der Sonnenoberfläche beobachteten Erscheinungen zu erklären.

Aus den beiden ersten folgt die Entwickelung der grossen Circulation in der Atmosphäre, in Folge deren am Aequator die erhitzten Gasmassen emporsteigen und dadurch im unteren Theile der Atmosphäre Polarströme, im oberen Aequatorialströme erzeugen, welche wesentlich ungestört übereinander hinfliessen. Diese Ströme äussern auf die glühend-flüssige Oberfläche eine doppelte Rückwirkung, nämlich erstens eine thermische und zweitens eine mechanische. In Folge der ersteren entsteht durch die Berührung mit den herabsteigenden und relativ abgekühlten Aequatorialströmen an den Polen eine stärkere Abkühlung als am Aequator; in Folge der letzteren entwickeln sich durch die Reibung der atmosphärischen Ströme an der flüssigen Oberfläche Driftströmungen, welche die normale Rotation der Kugel in eine dem entwickelten Rotationsgesetze entsprechende abändern.

Die Wärmeausstrahlung äussert aber ihre Wirkung ausser in diesen thermischen und räumlichen Veränderungen auch noch drittens in partiellen Veränderungen des Aggregatzustandes der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche, indem sich an einzelnen Stellen schlackenartige Abkühlungsproducte entwickeln, die uns als dunkle Flecke erscheinen. Derartige Flecke müssen folglich an denjenigen Stellen der Sonnenoberfläche am zahlreichsten entstehen, wo die Bedingung zu einer

---

1) Vergl. diese Berichte. Sitzung am 2. Juni 1870.

2) Sulle Osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari etc. Atti della Reale Accademia dei Lincei nella sessione I, del 4 decembre 1870.

möglichst kräftigen Wärmeausstrahlung am günstigsten ist. Diese Bedingung ist im Wesentlichen eine grosse Klarheit oder Durchstrahlbarkeit der Atmosphäre. Dieser Zustand wird am wenigsten in denjenigen Zonen zu erwarten sein, wo, wie am Aequator, durch den aufsteigenden Luftstrom stark erhitzte und mit Dämpfen gesättigte Luftmassen sich schnell abkühlen, oder, wie in den Polarzonen, die relativ abgekühlten oberen Luftmassen beim Herabsteigen sich mit wärmeren und dampfreicheren Schichten in den unteren Theilen der Atmosphäre mischen. In beiden Zonen werden atmosphärische Trübungen in Form von Wolkenbildungen eintreten, die jedoch bei der glühend-flüssigen Natur ihrer Bestandtheile nicht wesentlich an Helligkeit von der allgemeinen Sonnenoberfläche verschieden sein können. Daher treten die Flecken durchschnittlich am häufigsten in zwei zu beiden Seiten des Aequators gelegenen Zonen auf.

24.

Jeder Fleck bedingt an der Oberfläche der Sonne eine Stelle von schroff gegen ihre Umgebung abgegrenzter Temperaturerniedrigung. Dieselbe muss in der darüber befindlichen Atmosphäre nothwendig der entstandenen Differenz entsprechende Gleichgewichtsstörungen in Form von aufsteigenden und absteigenden Strömen erzeugen. Die hierdurch eingeleitete Circulation begrenzt mit ihrem aufsteigenden Theile die äussere Umgebung der Flecken, und erzeugt durch das hiermit verbundene Aufquellen heisserer Theile der Atmosphäre über dem gewöhnlichen Niveau der continuirlich leuchtenden Gasschichten die sogenannten Fackeln.[1]) Der absteigende Theil der Circulation fällt auf die Schlackenmasse und erleidet bei seinem Uebertritt auf dieselbe bereits in der Höhe durch die von unten verminderte Wärmeausstrahlung eine Abkühlung, in Folge deren ein Theil der aufgelösten Dämpfe in Form von Wolkengebilden ausgeschieden wird. Diese Wolkengebilde umgeben in einer gewissen Höhe die Grenzen der Schlackenmassen und erscheinen uns auf dieselben projicirt als die sogenannten Penumbren.

---

1) Man vergl. auch die vortreffliche Arbeit von *Liais*: *Sur l'intensité relative de la lumière dans les divers points du disque du Soleil.* Mémoires de Cherbourg 1867. p. 334.

Durch diese Entstehungsweise der Penumbren erklärt sich sowohl ihre nach dem Centrum der Flecke gerichtete Stratification als auch die konische Vertiefung ihrer Oberfläche, indem die nach dem Innern des Fleckes gerichteten absteigenden Ströme die Lagenverhältnisse der Wolke beeinflussen und namentlich eine Senkung des inneren Randes nach der Oberfläche des Fleckes bedingen müssen. Hierdurch wird bei vollständig und regelmässig entwickelten Flecken das sogenannte *Wilson*'sche Phänomen der relativen Randveränderungen der Penumbra bei seitlicher Betrachtung eines Fleckes in der Nähe des Sonnenrandes erklärt.

Jeder in der angegebenen Weise entstandene Fleck muss sich wieder auflösen, sobald die Temperatur der gebildeten Schlackenmasse wieder bis zu derjenigen ihrer glühend-flüssigen Umgebung gestiegen ist. Eine solche Temperaturerhöhung muss aber eintreten, sobald die zugeführte Wärmemenge grösser als die ausgestrahlte ist. Da nun durch die über dem Flecke entstandenen Condensations-Wolken die ursprüngliche Bedingung einer kräftigen Wärmeausstrahlung wieder aufgehoben ist und die Schlackenmasse theils durch Leitung von unten, theils durch das fortdauernde Herabströmen der glühenden Condensationsproducte von oben erwärmt wird, so ist die zur Schmelzung der Schlackenmasse nothwendige Bedingung erfüllt und der Fleck löst sich auf.

Es verhält sich also die über einer abgekühlten Stelle gebildete Condensationswolke in der Atmosphäre wie ein Schirm, welcher eine weiter fortschreitende Abkühlung dieser Stelle verhindert. Da dieser Schirm aber selbstthätig von der abgekühlten Stelle in der darüber befindlichen Atmosphäre erzeugt und nur durch die Existenz der letzteren ermöglicht wird, so kann die Atmosphäre der Sonne als ein Regulator der Wärmeausstrahlung ihrer glühend-flüssigen Oberfläche betrachtet werden.

25.

Während die angegebene Beziehung zwischen einem Regulator und der regulirten Kraft allen Erscheinungen mit regulatorischem Character gemeinsam ist, lassen sich dieselben bezüglich der von einander abhängigen Veränderungen des

regulirenden und regulirten Phänomens in zwei verschiedene Classen bringen.

Fallen nämlich die erwähnten Veränderungen zeitlich zusammen, wie z. B. bei der Hemmung, welche ein im widerstehenden Mittel fallender oder ein mit Reibung an seiner Oberfläche rotirender Körper erleidet, so resultiren constante Erscheinungen, die mit dem Namen der Compensationsphänomene bezeichnet werden mögen.

Verfliesst dagegen zwischen dem Eintritt in der Veränderung der zu regulirenden Kraft und in der Veränderung des Regulators eine bestimmte Zeit, — was offenbar überall da der Fall sein wird, wo die Beziehung zwischen beiden Veränderungen eine sehr vermittelte ist — so resultiren oscillatorische oder, bei Wiederkehr derselben Bedingungen, periodische Erscheinungen, die mit dem Namen der Regulationsphänomene bezeichnet werden mögen.

Diese Classe von Phänomenen spielt in der Meteorologie eine sehr ausgedehnte und wichtige Rolle, und man sieht, dass nach der entwickelten Theorie auch das Entstehen und Vergehen der Sonnenflecke nur ein specieller Fall jenes allgemeinen Gesetzes ist. Hier ist der Grund der Nichtcoïncidenz in der Veränderung der zu regulirenden Kraft, — nämlich der vermehrten Wärmeausstrahlung — und der Veränderung im Zustande des Regulators, — nämlich der Wolkenbildung in der Atmosphäre, — leicht anzugeben. Die erste Wirkung, welche sich bald nach begonnener Temperaturerniedrigung einstellen muss, sind Strömungen in der Atmosphäre, die mit ihrem absteigenden Theile auf die kühlere Stelle gerichtet sind. Hierdurch gesellt sich zunächst zur Wirkung der Ausstrahlung noch eine zweite abkühlende Wirkung, indem die kühleren Luftmassen aus höheren Regionen der Atmosphäre durch Berührung die betreffende Stelle der Oberfläche weiter abkühlen. Erst wenn diese Abkühlung einen solchen Grad erreicht hat, dass die herabsteigenden Luftströme keine weitere Temperaturerniedrigung zu erzeugen im Stande sind, und inzwischen die erzeugten Gleichgewichtsstörungen sich auf immer grössere Bezirke in der Umgebung des Fleckes ausgedehnt haben, wird der regulatorische Einfluss der atmosphärischen Condensationsphänomene das Uebergewicht erlangen und die regressive Entwickelungsphase des Fleckes einleiten.

Man ersieht hieraus, dass die Bildung von Fackeln, als Folgen aufsteigender, durch Temperaturdifferenzen erzeugter Luftströme, sehr häufig der Bildung eines Fleckes vorangehen müssen. Das sogenannte Aufbrechen des letzteren würde dann durch den immer intensiver entwickelten absteigenden Luftstrom bewirkt werden können, welcher auf der glühend-flüssigen Oberfläche in Verbindung mit der fortdauernden Ausstrahlung in ähnlicher Weise einen dunklen Fleck erzeugt, wie ein hinreichend stark gegen die glühende Oberfläche eines Metalles geleiteter kalter Luftstrom.

26.

Bei den bisherigen Entwickelungen wurde jeder einzelne Fleck für sich allein und unabhängig von andern betrachtet. Um nun die in meiner letzten Mittheilung vom 12. December 1870 »über die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken« dargelegte Theorie der Periodicität auf Grund der vorstehenden Erörterungen in mehr anschaulicher Weise zu begründen, wähle ich die Betrachtung des folgenden Gleichnisses.

Man denke sich einen grossen Dampfkessel, welcher eine sehr grosse Anzahl kleiner Dampfmaschinen, jede durch ein besonderes Zuleitungsrohr, speist. In jedem dieser Rohre befinde sich ein Ventil, welches mit einem für alle Maschinen gemeinsamen Regulator von der oben angegebenen Beschaffenheit in Verbindung gesetzt ist. Unter dieser Voraussetzung wird der Zustand des Regulators in jedem Moment das Resultat einer Summationswirkung sämmtlicher Maschinen auf ihn sein, deren Ursache, unserer Annahme gemäss, einige Zeit dieser Wirkung vorangegangen ist. Demgemäss müssen die Veränderungen im Zustande des Regulators, und folglich auch die von ihm abhängigen Zustände in der Bewegung sämmtlicher Maschinen, einen oscillatorischen Character annehmen. Je grösser die Anzahl der einzelnen Maschinen und je constanter die fortdauernd im Kessel erzeugte Dampfmenge ist, desto regelmässiger, und von störenden Einflüssen unabhängiger, muss der Verlauf der einzelnen Oscillationen von statten gehen und hierdurch allmälig einen periodischen Character erhalten.

Man setze nun an Stelle des Dampfkessels die Sonne, an Stelle des ausströmenden Dampfes die ausströmende Wärme,

für die einzelnen Dampfmaschinen mit ihrer Bewegung die einzelnen Sonnenflecken mit ihrer Abkühlung, und endlich für den gemeinschaftlichen Regulator die, alle Sonnenflecke gemeinsam umschliessende, Atmosphäre, so hat man ein Bild von derjenigen Vorstellung, welche ich mir von der Ursache der Periodicität in der Häufigkeit der Sonnenflecken gebildet habe. —

Ueber das Verhältniss des aufsteigenden und absteigenden Theils der graphisch diese Periodicität darstellenden Curve giebt diese Theorie ebenfalls Rechenschaft.

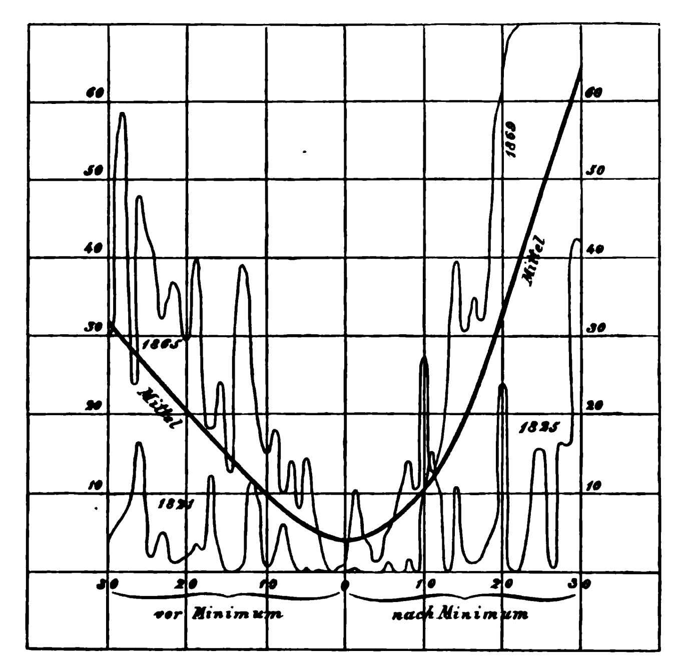
Es wurde oben bei der Entstehung eines Fleckes eine doppelte Ursache der localen Abkühlung auf der glühendflüssigen Sonnenoberfläche angenommen, nämlich als primitive die durch Klarheit der Atmosphäre begünstigte Ausstrahlung, als secundäre die abkühlende Berührung mit den kälteren Theilen des herabsteigenden Luftstromes.

Die Auflösung eines Fleckes kann aber nur auf letzterem Wege durch Berührung mit wärmeren Luft- oder Flüssigkeitsmassen bewirkt werden, da eine Erwärmung durch Strahlung von aussen nicht stattfindet. Während also zur Entwickelung eines Fleckes zwei Ursachen in gleichem Sinne wirken, findet die Auflösung nur unter dem Einfluss der einen im umgekehrten Sinne statt. Deshalb wird die Entwickelung eines Fleckes schneller erfolgen als seine Auflösung und dieser Umstand ein schnelleres Aufsteigen als Absteigen in der Häufigkeits-Curve der Sonnenflecken bedingen. Bei unseren Eisdecken auf Flüssen und Seen findet ganz dasselbe Verhältniss statt; es genügt oft eine einzige Nacht, um die Oberfläche eines Sees dicht mit Eisschollen zu bedecken, zu deren Auflösung tagelang warme Witterung erforderlich ist.

Die bisherigen Untersuchungen über die Häufigkeit der Flecken namentlich die umfangreichen und sorgfältigen von *Wolf* in Zürich haben bereits früher einen derartigen Unterschied in dem auf- und absteigenden Theile der erwähnten Curve erkennen lassen. Die neuesten »astronomischen Mittheilungen« vom December 1870 desselben Beobachters haben indessen durch eine besonders auf diesen wichtigen Umstand gerichtete Untersuchung diese Thatsache in einer sehr auffallenden und überraschenden Weise bestätigt. Durch die freundliche Zusendung der betreffenden Abhandlung bin ich in den Stand gesetzt, die hierauf bezüglichen Resultate mitzutheilen.

In zwei Tafeln, die hier nicht wiedergegeben werden können, sind für je 30 Monate vor und nach den fünf letzten bestbekannten Minimumsepochen die mittleren Relativzahlen — für jeden Monat der daraus folgende Mittelwerth – zusammengestellt. Die wesentlichsten Resultate, welche bis jetzt aus dieser Vergleichung gezogen werden konnten, sind vom Verfasser in folgenden Worten zusammengestellt:

1. »Geht daraus in schärferer Weise, als es bei früherer Untersuchung erhältlich war, hervor, dass die **Sonnenfleckencurve rascher aufsteigt als sinkt**, wie dies die beistehende graphische Darstellung der mittleren Curve auf den ersten Blick zeigt.« (a. a. O. p. 250.)



2. »Bezeichnet man die Anzahl der Jahre, während welcher die Sonnenfleckencurve aufsteigt, mit x, so erhält man unter der Annahme, dass der Gang während der ganzen Periode annähernd derselbe bleibe, wie in den hier dargelegten fünf Jahren, die Proportion:

$$x : 11^1/_9 - x = 1 : 2$$



woraus

$$x = 3.7$$

folgt; d. h. es nimmt durchschnittlich das Aufsteigen der Sonnenfleckencurven 3.7 Jahre, das Absteigen 7.4 Jahre in Anspruch.«

3. »Der Verlauf einzelner Perioden kann sich von dem mittleren Verlaufe wesentlich unterscheiden, jedoch scheint einem verzögerten oder beschleunigten Absteigen auch ein verzögertes oder beschleunigtes Aufsteigen zu entsprechen.«

»Sehr normal verlief das Minimum von 1844.0 — während dagegen das Minimum 1856.2 und noch mehr das in der Figur dargestellte Minimum von 1823.2 ein verzögertes, — das Minimum von 1833.8 und noch mehr das in der Figur dargestellte Minimum von 1867.2 ein beschleunigtes Ab- und Aufsteigen zeigt.«

Haben wir nun nach der bisherigen Entwickelung in den Sonnenflecken und ihrer periodischen Ab- und Zunahme die wesentlichen Momente eines grossartigen Regulationsprocesses erkannt, bei welchem als Aequivalent für die verminderte Wärmeausstrahlung mechanische Bewegungen in Form von Strömungen in der Atmosphäre auftreten, so lässt sich auch leicht die Existenz eines nicht minder grossartigen Compensationsprocesses in dem oben definirten Sinne nachweisen, bei welchem als Aequivalent für die verschwundene mechanische Bewegung Wärme und wahrscheinlich auch starke electrische Erscheinungen auftreten.

Es würde nämlich die Rotation der Sonne bei fortschreitender Abkühlung und Contraction schneller zunehmen, wenn nicht durch die fortdauernde Reibung der Polarströme, als deren Resultat das Rotationsgesetz erkannt wurde, eine im entgegengesetzten Sinne wirkende Kraft, und hierdurch für lange Zeiträume annähernd eine constante Rotation des inneren Kerns erzeugt würde.

27.

Indem ich auf die Wiederholung der in vorliegender Abhandlung bereits früher entwickelten besonderen Bewegungserscheinungen der Flecken verzichte, seien mir nur noch einige

Bemerkungen über den Zusammenhang der Protuberanzen mit den Flecken, Fackeln und andern localen Verhältnissen auf der Sonnenoberfläche gestattet.

Die eruptiven Protuberanzen entstehen durch Druckdifferenzen zwischen dem Druck einer in der Flüssigkeit eingeschlossenen oder von ihr absorbirten Gasmasse und dem äussern, durch die Cohärenz und Schwere der oberen Flüssigkeitsschichten vergrösserten, Druck der Atmosphäre. Demgemäss werden an denjenigen Orten am leichtesten eruptive Protuberanzen entstehen können, wo der zu überwindende Druck am geringsten ist, — am seltensten oder gar nicht da, wo dieser Druck am grössten ist.

Jeder aufsteigende Luftstrom in der Atmosphäre vermindert aber den Druck an dieser Stelle ebenso wie jeder absteigende ihn vermehrt. Da nun in der Umgebung der Flecken sehr starke aufsteigende Ströme stattfinden und ebenso die Fackeln durch derartige Ströme verursacht werden, so müssen diese Stellen besonders günstig für die Entwickelung eruptiver Protuberanzen sein.

Diese Folgerung wird durch die neuesten Beobachtungen *Respighi's* vollkommen bestätigt. Er bemerkt hierüber in seiner oben citirten Abhandlung Folgendes:

»*Sul nucleo o non hanno luogo eruzioni, o sono ristrette a getti sottili e poco duraturi.*

Sul contorno delle macchie sorgono ordinariamente getti gassosi di straordinarie intensità e violenze, e di forme ben definite.«

Ferner bezüglich des Zusammenhanges der Fackeln mit den Protuberanzen:

»*Ordinariamente nelle località delle facole le protuberanze o le eruzioni sono molto frequenti e molto sviluppate, etc.*

Quantunque presso le facole si trovino comunemente grandi protuberanze, pure le loro posizioni non si presentano così coincidenti da poter ritenere le une confuse colle altre. Le protuberanze e i getti sono prossimi alle facole, ma costituiscono un fenomeno da queste totalmente distinto.

. . . . *Avuto riguardo alla concomitanza delle facole colle protuberanze o colle eruzioni, è ragionevole il supporre che o dalla*

facola sia prodotto o risulti la protuberanza, o viceversa dalla protuberanza od eruzione sia prodotta la facola.«

Wie man sieht, ist nach der oben angedeuteten Theorie das Erstere der Fall, die Fackeln sind durch aufsteigende Ströme der Atmosphäre erzeugt und bedingen hierdurch an der flüssigen Oberfläche eine Verminderung des Atmosphärendruckes, wodurch einer in der glühenden Flüssigkeit eingeschlossenen oder absorbirten Wasserstoffblase der Austritt in Form einer eruptiven Protuberanz gestattet wird.

Es ist übrigens eine auch den Meteorologen bekannte Thatsache, dass an der Erdoberfläche durch auf- und absteigende Luftströme der Barometerdruck ganz in dem erwähnten Sinne sehr beträchtliche Veränderungen erleidet. [1])

Wären die Variationen des Luftdruckes an der Erdoberfläche hinreichend gross, so würde durchschnittlich der Beginn vulkanischer Eruptionen in die Zeit der barometrischen Minima, das Ende derselben in die Zeit der Maxima fallen und auf diese Weise die Reaction des feurig-flüssigen Erdinnern mit den meteorologischen Erscheinungen an der Erdoberfläche in eine sehr enge Verbindung treten. Ohne Zweifel hat in einer früheren Entwickelungsphase unseres Planeten eine solche Verbindung existirt und es dürfte sich vielleicht auch jetzt noch der Mühe lohnen, die meteorologischen Tagebücher mit den Eruptionszeiten namentlich solcher Vulkane zu vergleichen, bei welchen ihrer Natur nach relativ nur geringe Druckdifferenzen in's Spiel kommen.

Dass aber sowohl die eruptiven Protuberanzen als auch die Bildung und Auflösung von Sonnenflecken Erscheinungen sind, die nicht ihrem Wesen, sondern nur ihrer Intensität nach von den vulkanischen Erscheinungen unserer Erde verschieden sind, geht am deutlichsten aus den Beschreibungen dieser Phänomene hervor, welche von theoretisch in keiner Weise präoccupirten Beobachtern geliefert worden sind. [2])

---

1) *De Luc*, Untersuchungen über die Atmosphäre. Leipzig 1778. Bd. 2. S. 71. § 528 ff. *Saussure*, Versuch über die Hygrometrie. Leipzig 1784. § 296. *Dove*, Pogg. Ann. Bd. 70. S. 382.

2) Ich erlaube mir hier zwei derartige Schilderungen vulkanischer Thätigkeit wörtlich aus *Naumann's* Geognosie. 2. Aufl. Bd. I. mitzutheilen. »So sah z. B. *Spallanzani* im Jahre 1788 im Kraterboden des Aetna einen runden, etwa 60 F. weiten Schlund, in dessen Tiefe die feurig flüssige

Auch von der allgemeinen heliographischen Vertheilung der eruptiven Protuberanzen, über welche ebenfalls *Respighi* sehr werthvolle Resultate a. a. O. mitgetheilt hat, ist unsere Theorie im Stande mit Leichtigkeit Rechenschaft zu geben.

In der That, wenn die aufsteigenden Ströme in der Sonnenatmosphäre durch ihre Druckverminderung die Veranlassung zur Erzeugung einer Gas-Eruption aus der glühenden Flüssigkeit sind, so muss man auch berücksichtigen, dass die benachbarten absteigenden Ströme eine Druckerhöhung in der Umgebung der Ausbruchsstelle bewirken und auf diese Weise gleichsam eine Art Herauspressung des Gases während der Eruption bewirken. Derartige seitlich nebengeordnete Druckdifferenzen müssen nach unserer Theorie offenbar am stärksten

---

Lava beständig auf und nieder wallte. Weit deutlicher beobachtete er dieselbe Erscheinung in einem Kraterschlunde des Stromboli. Die glühende Lava stieg alle 2 Minuten gegen 20 F. weit herauf, und sank dann rasch wieder in die Tiefe zurück. Jedesmal, wenn sie ihren höchsten Stand erreicht hatte, blähte sich ihre Oberfläche auf; Blasen von mehreren Fuss Durchmesser schwollen empor, und explodirten zuletzt mit einem starken Knall; dabei wurden sie in viele hundert Stücke zersprengt, die mit fürchterlicher Gewalt in die Luft flogen, und als Stein- und Schlackenregen klirrend am Berge herabstürzten. Unmittelbar nach diesen Explosionen sank die Oberfläche der Lava schnell und geräuschlos in ihr anfängliches Niveau zurück, um bald wieder auf's Neue mit prasselndem Geräusche empor zu schwellen. *Poulet Scrope* beobachtete im Jahre 1819 diese Erscheinungen in ganz ähnlicher Weise.« (l. c. p. 116.)

»Im grossartigsten Maassstabe ist das Aufwallen und ruhige Ausfliessen der Lava in dem colossalen Krater Kilauea auf Hawaii beobachtet worden. In der Tiefe desselben breiten sich mehrere hellleuchtende Lavaseen aus, von denen einer 1500 F. breit ist; seine Lava ist in beständiger auf- und niederwogender Bewegung, und Schlackenstücke werden von Zeit zu Zeit bis 70 F. hoch aufwärts geschleudert. In einem zweiten kleineren Lavasee strahlte die aufkochende Lava ein so intensives Licht aus, dass es in darüber hinziehenden Regenwolken einen Regenbogen erzeugte; die Lava ergoss sich aus dem Rande des Sees so flüssig wie Wasser, theilte sich bei ihrem weiteren Fortströmen in mehrere Arme, bildete über Abstürzen des Terrains Kaskaden u. s. w.

Die Amerikaner *Chase* und *Parker* sahen auf einem dieser Lavaseen, der in mächtigen Feuerwogen gegen sein Ufer brandete, Lavasäulen bis zu 60 F. Höhe aufsteigen; dann wurde es ruhig, die Oberfläche verdunkelte sich und schien erstarren zu wollen; doch plötzlich zerriss die Decke, flüssige Lava breitete sich abermals aus, in welcher die Schlackenschollen wie Eisschollen im Wasser auf- und niedertauchten, und der glühende Lavasee war wieder hergestellt.« (l. c. p. 117 u. 118.)

durch die Anwesenheit eines Sonnenfleckes hervorgerufen werden und folglich müssen im Allgemeinen die Zonen der häufigsten Fleckenentwickelung auch die Zonen der meisten eruptiven Protuberanzen sein.

Man wird demgemäss an den Polen und am Aequator Minima in der Häufigkeit der Eruptionen zu erwarten haben. — Bezüglich der Heftigkeit, mit welcher diese Ausbrüche erfolgen, können aber auch die Unterschiede der Zähigkeit, oder der grössere oder geringere Grad von Beweglichkeit der glühenden Flüssigkeit, aus welcher diese Eruptionen hervorbrechen, nicht ohne Einfluss sein. Je zähflüssiger diese Masse ist, desto seltener, aber intensiver, — je dünnflüssiger, desto häufiger, aber schwächer werden die Eruptionen sein. An den Polen kann durch die abkühlende Wirkung der herabkommenden Ströme diese Zähigkeit vermehrt und so der Einfluss ihrer Druckerhöhung auf die Hemmung der Eruptionen unterstützt werden. Am Aequator kann durch den früher erwähnten Stauungsprocess der sich treffenden Driftströme eine Niveauerhöhung der flüssigen Oberfläche und hierdurch eine Druckvermehrung auf die unteren Schichten erzeugt werden, durch welche die sonst begünstigte Entwickelung von Eruptionen in dieser Zone wieder beeinträchtigt wird.

Alle diese Folgerungen werden ebenfalls durch die Beobachtungen *Respighi's* bestätigt, wie dies aus folgenden Stellen seiner mehrfach erwähnten Abhandlung hervorgeht.

»*Nelle regioni circumpolari, e cioè sino alla distanza di circa 20° dai poli, il fenomeno delle protuberanze, o non si verifica mai, o in modo del tutto eccezionale.*«

»*Nella zona equatoriale, per la larghezza di circa 20°, le protuberanze o le eruzioni sono meno frequenti e meno sviluppate, che nelle zone corrispondenti a maggiori latitudini.*«

Ueber die durchschnittliche Höhe der Protuberanzen, also über die Intensität der Eruptionen, theilt *Respighi* Folgendes mit:

»*Divisi i due emisferi in zone di 10° di latitudine, calcolando per ogni zona la media altezza delle protuberanze non meno alte di 1', si sono trovati i seguenti resultati.*«

Zone	Altezze medie Emisfero Nord	Emisfero Sud
0°—10°	1′ 26″	1′ 29″
10 —20	1 18	1 14
20 —30	1 30	1 34
30 —40	1 53	1 38
40 —50	1 24	1 12
60 —70	1 29	1 40
70 —80	1 18	—
80 —90	—	—

28.

Ich kann die vorliegenden Untersuchungen nicht beschliessen, ohne in Kürze auf die Bedeutung des Rotationsgesetzes der Sonne und seiner gegenwärtig erkannten Ursachen für die Geologie und Petrographie der Erde aufmerksam zu machen. Wenn in der That die Entwickelungsprocesse aller grösseren Himmelskörper im Wesentlichen als übereinstimmend angenommen werden dürfen, so muss sich auch die Erde ehemals in einem Zustande befunden haben, in welchem durch die kräftige Reaction der Polarströme ihrer damaligen Atmosphäre auf die glühendflüssige Oberfläche Driftströmungen nach Analogie der noch gegenwärtig auf der Sonne vorhandenen erzeugt wurden.

Wir sahen, dass diese Ströme als eine Rotationsverzögerung der oberen Flüssigkeitsschichten aufgefasst werden konnten, welche am Aequator ein Maximum erreichte und zu beiden Seiten desselben in denjenigen Breiten verschwand, in welchen die Polarströme ihren Ursprung hatten. Es wurde ferner gezeigt, wie durch die Eigenthümlichkeit der relativen Geschwindigkeit zweier unter- und nebeneinander befindlichen Flüssigkeitsschichten zwei Drehungsmomente auf einen innerhalb dieser Schichten befindlichen Körper ausgeübt wurden. Bei annähernd gleicher Ausdehnung aller drei Dimensionen müsste demnach ein solcher Körper um eine horizontale, in der Ebene eines Meridiankreises liegende, und um eine verticale Axe rotiren. Die Rotationsgeschwindigkeit um die erste Axe ist eine relativ viel grössere als um die letztere, da wegen der relativ geringen Tiefe, bis zu welcher sich die Retardation der obersten Schichten fortsetzt, die Geschwindigkeitsdifferenzen zweier Schichten für gleiche Abstände viel schneller in verticaler als in horizontaler Richtung wachsen.

Gesetzt nun, der innerhalb der bewegten Schichten befindliche Körper bestände aus einer dehnbaren oder zähen Masse, welche vermöge der Reibung mit den sie umgebenden Schichten in Verbindung steht, so muss dieser Körper parallel der Rotationsbewegung ausgestreckt werden. Diejenigen Theile des Körpers, welche in derselben Horizontalschicht liegen, werden ganz in derselben Weise wie irgend welche Heterogeneïtät in den Atmosphären Jupiter's und Saturn's in einen Streifen umgewandelt. In analoger Weise werden aber auch die in verticaler Richtung übereinander liegenden Querschnitte des Körpers gegeneinander verschoben und zwar nach dem Obigen viel schneller als die horizontal neben einander gelegenen Theile. Man sieht leicht, dass auf diese Weise die ursprünglich nach allen drei Dimensionen gleich stark ausgedehnte Masse in eine streifenartige Horizontalschicht von relativ viel geringerer Dicke als Breite ausgedehnt werden muss. Ursprünglich weit getrennte, in demselben Parallelkreise befindliche Massen werden durch diesen Process in übereinandergelagerte Parallelschichten von stets abnehmender Mächtigkeit verwandelt.

Man ersieht hieraus, dass in dem betrachteten Entwickelungsstadium eines Weltkörpers die mechanischen Bedingungen zu einer unerschöpflichen Quelle von Streifen- und Schichtenbildungen vorhanden sind.

Könnten wir die Schlackenmasse, aus welcher ein Sonnenfleck gebildet ist, bezüglich ihrer Structur untersuchen, wir würden ohne Zweifel die horizontal über einander gelagerte Schichtung so vieler unsrer irdischen Gesteinsarten wieder erkennen. — Aber auch auf die innere Structur und Anordnung der einzelnen Bestandtheile der Gesteine muss dieser Process von wesentlichem Einfluss gewesen sein.

Nimmt man ferner hierzu die oben über die besonderen Bewegungen der Sonnenflecken erhaltenen Resultate, ihre schräge Stellung, ihr Zerbrechen und ihre Umwälzung vor der Auflösung — so hat man hier einen Reichthum an mechanischen Vorgängen, welche, wie mir scheint, den Schlüssel zum Verständniss einer grossen Anzahl geologischer Phänomene liefern können, die bisher zum Theil unverständlich geblieben sind, zum Theil nur sehr gezwungen und künstlich erklärt werden konnten.

Haben also wirklich die in jenem frühen Entwickelungsstadium unseres Planeten wirksam gewesenen Processe in der erstarrten Erdrinde ihre unvergänglichen Spuren zurückgelassen, so muss die morphologische Beschaffenheit der Gesteine bezüglich ihrer geographischen Verbreitung an bestimmte Gesetze gebunden sein.

Berücksichtigt man die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsdifferenz zweier Schichten von ihrer Tiefe und ihrem Abstand vom Aequator, so ergeben sich für die erwähnte Beziehung die folgenden Gesetze:

1. Die mittlere Richtung aller Stratificationsformen muss im Allgemeinen parallel dem Aequator sein.
2. Die Schichtenbildung muss mit zunehmender geographischer Breite und Tiefe abnehmen und in den polaren Regionen und grossen Tiefen ganz aufhören.
3. Die Dicke der Schichten muss mit zunehmender geographischer Breite und Tiefe wachsen.
4. Die Breite der Streifen in ein und derselben Schicht muss in einem Abstande von etwa 45° vom Aequator ein Minimum erreichen.
5. Die mittlere Richtung der sogenannten Parallelstructur einer grossen Anzahl von Gesteinen muss durchschnittlich in die Ebene eines Parallelkreises fallen.

Selbstverständlich können diese Gesetze, mit Rücksicht auf die vielfach vulkanischen Störungen des betrachteten Processes, nur vermittelst statistischer Durchschnittswerthe von zahlreich und kritisch gesammelten Beobachtungen verificirt werden. Ich vermag indessen nicht zu beurtheilen, in wie weit schon gegenwärtig das bisher über diese Verhältnisse aufgespeicherte Beobachtungsmaterial ausreichend ist, um eine Bestätigung oder Widerlegung jener theoretisch gefolgerten Beziehungen daraus ableiten zu können.

Berichtigung: p. 64, Zeile 15 v. o. lies: »*R. Wolf*« statt »*Fritz*.«



Jupiter.

Fig. 1.
1860 Feb. 29. 8h.
(Long.)

Fig. 2.
1860 März 2. 8h.
(Baxendell.)

Fig. 3.
1860 März 3
(Baxendell.)

Fig. 4.
1860 März 12. 8h.
(Fletcher.)

Fig. 5.
1860 April 9. 8h.
(Baxendell.)

SITZUNG AM 6. MAI 1871.

Dr. **J. J. Müller**, *Ueber die Tonempfindungen*. Aus d. phys. Institute zu Leipzig. Vorgelegt von d. w. Mitgl. *C. Ludwig*.

1.

Die harmonischen Obertöne, welche von den Hrn. *Helmholtz* und *v. Oettingen* so erfolgreich als Grundlage für die Theorie der Melodie und Harmonie benutzt wurden, haben zwei ganz verschiedene physikalische Ursachen.

Setzt man die aus den Verschiebungen der Theilchen resultirenden Kräfte proportional den Verschiebungen, so wird die Gleichung der Resonanz für eine einfache Schwingung

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - ax - \alpha \frac{dx}{dt} + A \sin (nt).$$

In dem Integrale dieser Gleichung

$$x = \frac{A}{\sqrt{(a - mn^2)^2 + \alpha^2 n^2}} \sin (nt - \varepsilon) +$$

$$B e^{-\frac{\alpha t}{m}} \sin \left\{ \frac{t}{m} \sqrt{am - \frac{\alpha^2}{4}} + \varepsilon' \right\}$$

kann die bald verschwindende zweite Schwingung mit der Exponentialfunction der Zeit vernachlässigt werden. Jede einfache Schwingung ruft daher in dem resonirenden Körper nur die gleiche einfache Schwingung hervor. Unter der Voraussetzung, dass diese Annahme auch für das Ohr gültig sei, liegt somit die Ursache harmonischer Obertöne in entsprechenden Schwingungen des gegebenen Körpers.

Sind aber die aus den Verschiebungen resultirenden Kräfte nicht mehr einfach proportional den Verschiebungen, so wird die

Differentialgleichung der Resonanz für eine einfache Schwingung unter Berücksichtigung des quadratischen Gliedes

$$-m\frac{d^2x}{dt^2} = ax + bx^2 + \alpha\frac{dx}{dt} + A\sin(nt).$$

Die periodischen Functionen des Integrales dieser Gleichung sind unter Vernachlässigung derjenigen, welche die Exponentialfunction der Zeit enthalten

$$x_1 = A_1 \sin(nt - \varepsilon_1)$$
$$x_2 = -A_2 \cos(2nt - \varepsilon_2)$$
etc.

worin

$$A_1 = \frac{A}{\sqrt{(a - mn^2)^2 + \alpha^2 n^2}}$$

$$A_2 = \frac{A^2 b}{2\left[(a - mn^2)^2 + \alpha^2 n^2\right]\sqrt{(a - 4mn^2)^2 + 4\alpha^2 n^2}}$$
etc.

Unter den neuen Annahmen erregt also die einfache Schwingung in dem resonirenden Körper nicht nur die ihr entsprechende Sinusschwingung sondern auch die harmonische Oberreihe.

Beim Ohre erfordern nun in der That die Asymmetrie des Trommelfells und die lose Beschaffenheit des Hammer-Ambosgelenkes eine Abhängigkeit der Kraft von der Excursion dieser zweiten Art. Daraus folgt, wie auch Herr *Helmholtz* bemerkt, dass die einfache Schwingung eines Körpers als Empfindung nicht nur den ihr entsprechenden einfachen Ton, sondern auch die harmonischen Obertöne erregen muss. [1]) Die Thatsache der Schwelle fordert allerdings für das Bewusstwerden dieser harmonischen Obertöne eine beträchtliche Stärke der objectiven Schwingung. Aber auch Empfindungen, die unter dem Schwellenwerthe liegen, können bestimmend auf das Urtheil wirken, und die ausserordentliche Empfindlichkeit des Ohres wird schon jene Werthe immer noch relativ klein lassen. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle wird daher das Urtheil auch bei Einwirkung einer einfachen objectiven Schwingung doch eine aus Grundton und Obertönen zusammengesetzte Empfindung haben; die harmonische Oberreihe wird also subjectiv ganz wesentlich mit dem Grundton verknüpft.

---

1) *Helmholtz*, Tonempfindungen. (3) 248. 249.

Die Analogie, welche diese Auffassung zwischen den Tonempfindungen und den Farben herstellt, ist evident: erregt doch jede Aetherschwingung alle drei Grundfarben zugleich. Diese Analogie führt nun sofort zu einer den Nachbildversuchen entsprechenden Versuchsreihe über die Ermüdung der Hörnerven. Da solche Beobachtungen umgekehrt die obigen Schlüsse wieder beleuchten und darum für die Theorie der Musik Wichtigkeit gewinnen, so mag der wichtigste hier in Frage kommende Versuch im Folgenden mitgetheilt werden.

Durch vorangehende Ermüdung derjenigen Sehnervenfasern, welche ausser der Grundfaser noch in geringem Maasse von einer Aetherschwingung erregt werden, kann die durch die letztere hervorgerufene Farbe noch eine grössere Sättigung gewinnen, als selbst die Farben im Spectrum besitzen. Dem entsprechend muss durch vorangehende Ermüdung derjenigen Fasern des Hörnerven, welche die harmonischen Obertöne liefern, die durch die einfache Schwingung hervorgerufene Tonempfindung noch eine leerere Klangfarbe annehmen, als diese Töne sonst haben.

Der Versuch kann bei den beiden Hörnerven ganz ebenso angestellt werden wie auf zwei Stellen der Netzhaut, vorausgesetzt, dass die beiden Gehörorgane gleiche Empfindungen liefern. Es werden durch längere Einwirkung objectiver Schwingungen die Fasern der harmonischen Obertöne in dem einen Ohre ermüdet und hierauf der Grundton jener Schwingungen abwechselnd auf dem ermüdeten und nicht ermüdeten Ohre verglichen. Während die zuerst verwendeten Obertöne ganz vortheilhaft harmonisch zusammengesetzte Klänge sein können, darf der Grundton harmonische Oberschwingungen nicht enthalten.

Die Stimmgabeln besitzen bekanntlich hohe und unharmonische Obertöne. Hat man daher eine Reihe von Gabeln mit den Schwingungszahlen n, $2n$, $3n$, welche zugleich die Gabeln selber bezeichnen sollen, so braucht man nur die Gabel $2n$ oder $3n$ zuerst anhaltend vor das eine Ohr und hierauf die Gabel n successive vor dieses und das nicht ermüdete Ohr zu halten. Diese einfache Versuchsweise eignet sich namentlich für tiefgestimmte Gabeln. Es stand mir ein System zeitmessender Stimmgabeln mit den Schwingungszahlen 60, 120, 180 zu Gebote; mit diesen stellte ich die ersten Beobachtungen in der angedeuteten Weise an. Der Grundton war in dem ermüdeten Ohr deutlich

weicher, leerer und etwas schwächer als in dem nicht ermüdeten.

Für die Gabeln mit hohen Tönen, welche, obwohl nahe vor das eine Ohr gehalten, doch auch im andern eine merkliche Erregung hervorrufen, habe ich dem Versuche folgende Anordnung gegeben. Ein gabelig sich theilendes Kautschukrohr war an den einen Enden mit Glasröhrchen versehen, die in die Ohren eingeführt wurden; an dem andern Ende stand es mit dem Rohre eines Sthetoskopes in Verbindung, vor dessen freier Mündung ein auf die Gabel $2n$ abgestimmter Resonator angebracht war. Die Gabel $2n$ schwingt vor dem letzteren, während der Beobachter den einen Schlauch mit den Fingern zusammenpresst; der Schall wird dann wesentlich nur in das Ohr der andern Seite geleitet. Bei eingetretener Ermüdung werden Gabel und Resonator $2n$ rasch durch Gabel und Resonator n ersetzt und der Ton durch abwechselndes Oeffnen und Schliessen der Kautschuke in das ermüdete und nicht ermüdete Ohr geführt. Versuche dieser Art habe ich mit den Vocalstimmgabeln b' und b'' angestellt. Das Resultat derselben war in völliger Uebereinstimmung mit den ersten Versuchen: im ermüdeten Ohr war der Ton stets weniger klangreich und schien etwas schwächer.

Man könnte gegen die Triftigkeit dieser Versuche einwenden, dass die Stimmgabeln oft selber die Octave des Grundtones hören lassen. [1]) Es hätten dann Schwingungen im einen Ohr auf ermüdete, im andern auf nicht ermüdete Fasern eingewirkt, welche auf diese Schwingungen selber abgestimmt waren, was selbstverständlich zu einem solchen Unterschied in der Klangfarbe führen musste. Dieser Einwand hat nur Berechtigung bei starken Schwingungen der Gabeln; der Versuch gibt aber auch bei schwachen Schwingungen unter Anwendung des Resonators dasselbe Resultat. Ausserdem sind die Unterschiede auch bei vorangegangener Ermüdung der Nervenfasern für den Ton $3n$ vorhanden, während die Gabel die Duodecime nicht hören lässt.

2.

Die wichtige Bedeutung, welche die durch die angeführten Versuche direct bestätigte eigenthümliche Erregung des Hörner-

---

1) *Roeber*, Repert. d. Physik III. 55. *Helmholtz*, Pogg. XCIX. 504. 506.

ven durch objectiv einfache Schwingungen für die Theorie der Melodie und Harmonie besitzt, ist von Hrn. *Helmholtz* [1]) hervorgehoben: sie erklärt die Klangverwandtschaft der objectiv nahezu einfachen Schwingungen. Eine Reihe anderer interessanter Consequenzen, die übrigens alle auch für die harmonischen Klänge gelten, entspringt aus der logarithmischen Natur der Intensitätsfunctionen der Empfindung.

Bezeichnet man mit r die lebendige Kraft der jedesmaligen reizenden Schwingung und mit ϱ die lebendige Kraft der entsprechenden Schwingung, welche eben noch die Empfindung Null hervorruft, so sind diese Intensitätsfunctionen von der Form

$$e = c \log \frac{r}{\varrho}.$$

Für die verschiedenen Tonhöhen haben nun die beiden Parameter c und ϱ verschiedene Werthe. Setzt man bei gleichbleibendem Druck des Blasebalges die Sirene in immer schnellere Rotation, so nimmt die Stärke des Tones zu in dem Maasse als seine Höhe steigt, obwohl in Folge der Reibung für die Hervorbringung der hohen Töne noch weniger Arbeit übrig bleibt, als für die tiefen. Die Amplituden der Partialtöne der gestrichenen Saiten verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate ihrer Ordnungszahlen; gerade die hohen Obertöne aber, etwa vom sechsten bis zum zehnten, erklingen dem Ohre sehr deutlich. Der zweite und dritte Partialton der Pianofortesaiten sind subjectiv ebenfalls recht stark, der erstere bisweilen stärker als der Grundton. [2]) Aus diesen Beobachtungen ergibt sich, dass beim aufsteigenden Fortschreiten in der Tonscala c zu, ϱ aber abnimmt, d. h. bei wachsender Tonhöhe verschiebt sich die Intensitätscurve von der Abscisse weg und ihr Anfang näher gegen den Ursprung der Coordinaten hin. In wie weit übrigens diese Verhältnisse für die höchsten Töne andere werden, ist noch nicht ermittelt.

Trifft eine intensive einfache Schwingung oder ein harmonischer Klang das Ohr, so ist die Empfindung gegeben durch

$$e = \Sigma\, c_\nu \log \frac{r_\nu}{\varrho_\nu}$$

wo die Indices sich auf die Partialschwingungen hinter dem Hammer-Ambosgelenk beziehen. Bei gleicher Höhe und gleicher Stärke

---

1) *Helmholtz*, Tonempfindungen. (3) 452.
2) *Helmholtz*, l. c. (3) 20. 275 f. 142.



müssen daher die einfachen Schwingungen die nämliche Empfindung geben, wie ihre Erregung und Zuleitung zum Ohre auch stattgefunden habe. Aendert man dagegen die Amplitude der Schwingung, so wachsen die subjectiven Intensitäten der Partialtöne in verschiedenem Maasse, es ändert sich also das Verhältniss derselben. Daraus ergibt sich, dass die Klangfarbe eine Function der Tonstärke ist, ein Satz, welcher vollkommen dem optischen Satze analog ist, der die Abhängigkeit der Sättigung der Farbe von ihrer Intensität ausdrückt. Die unmittelbare Consequenz dieses Satzes ist, dass das Gefühl für die Verwandtschaft der Klänge nicht nur von ihrer Schwingungsform sondern auch von ihrer Stärke abhängt. Wir halten zwei Klänge für um so näher verwandt, je stärker ihre gemeinsamen Partialtöne und je grösser die Zahl derselben. Beide Momente werden begünstigt durch grössere Stärke des gegebenen Tones; die Klangverwandtschaft muss also mit der Intensität wachsen.

Aendert man die Höhe des gegebenen Tones, so wird wegen der Aenderung der Parameter in den Intensitätsfunctionen im Allgemeinen wieder das Verhältniss der subjectiven Töne ein anderes. Klangfarbe und Klangverwandtschaft stehen deshalb auch in Beziehung zu der Tonhöhe. Das heisst aber nichts anderes, als: der Lage der Tonica kommt eine absolute Bedeutung zu. Die oft behandelte Frage, ob einer Tonart unabhängig von ihrem Verhältniss zu einer andern ein absoluter Charakter beizulegen ist, ist identisch mit der andern Frage ob für alle Tonhöhen die Klangfarbe die nämliche ist. Wenn das letztere der Fall ist, so lässt sich kein solcher absoluter Charakter denken. Unterschiede in der Klangfarbe sind nun aber in der That schon im Instrumente vorhanden, schon deshalb ist die Frage zu bejahen.[1]) Aber auch, wenn objectiv alle Schwingungen ganz gleiche Verhältnisse der Amplituden ihrer Partialtöne besässen, so müssen doch aus den Verschiedenheiten der logarithmischen Functionen Unterschiede in der subjectiven Klangfarbe hervorgehen. Es muss allerdings zugegeben werden, dass diese Unterschiede geringe sein werden, worauf sich der Ausspruch gründen mag, dass ein verschiedener Charakter der Tonart auf der Orgel zum Beispiel nicht zu bemerken sei. Wenn nun aber in Wirklichkeit auch bei Orgelcompositionen die Tonart immer

---

1) *Helmholtz*, Tonempf. (3) 487.

eine bestimmt gewählte ist, so muss doch ein Motiv den Künstler geleitet haben und es ist unsere Aufgabe, die objectiven Ursachen für solche Motive zu suchen. Dazu scheinen mir nun die genannten Aenderungen der logarithmischen Functionen wichtige Anhaltspuncte zu bieten. Auf Eigenthümlichkeiten, welche übrigens für die Tonsysteme auch aus dem Eigentone des Trommelfells entspringen können, macht Hr. *Helmholtz*[1]) aufmerksam.

Die Aenderung der Klangfarbe muss an den Grenzen der Tonscala besonders auffallend werden; die höchsten und tiefsten noch wahrnehmbaren Töne können nur einfache Empfindungen sein, jene von Fasern geliefert, welche auf sie selber, diese von solchen, welche auf einen der Obertöne abgestimmt sind. Die tiefsten Schwingungen müssten also auch dann zuerst durch die Obertöne wahrgenommen werden, wenn in ihnen gar keine harmonische Oberschwingungen vorkämen. Aber auch, wenn die Fasern des Grundtones mit erregt sind, so beruht doch die Wahrnehmung der tiefsten Töne ganz wesentlich auf der Erregung der Obertöne, da die Empfindlichkeit für diese ausserordentlich viel bedeutender ist als für jene. Dies mag auch der Grund sein, warum die obigen Ermüdungsversuche für die tiefern Töne meist leichter gelingen als für die höhern.

3.

Das subjective Hinzutreten der Obertöne erklärt die Verwandtschaft der objectiv einfachen Töne und gibt so die Consonanz ihrer Intervalle. Die nämliche Thatsache kann nun auch Veranlassung geben zur Bildung von rein subjectiven Schwebungen beim gleichzeitigen Erklingen zweier einfacher Schwingungen; die damit eintretenden Dissonanzen in den Intervallen der einfachen Töne werden ebenso wie jene Consonanzen für die Stimmführung in einfachen Tönen verwerthbar.

Erklingen zwei einfache Töne, wovon der eine nahe an einem harmonischen Obertone des andern liegt, so wird zwar das grosse Intervall zwischen solchen Tönen objective Schwebungen nicht zu Stande kommen lassen; so bald aber der tiefere Ton das Ohr trifft, entstehen die harmonischen Obertöne desselben, deren erster jetzt die Bedingung zur Bildung von Schwe-

1) *Helmholtz*, l. c. 488.

bungen mit dem zweiten gegebenen Tone enthält. Wenn zwei einem andern harmonischen Intervall benachbarte einfache Töne zusammenklingen, so werden zwei subjective Obertöne von verschiedener Ordnungszahl zur Schwebung kommen. Diese Schwebungen einfacher Töne sind längst bekannt; sie sind aber allgemein nach *Scheibler* mit Hülfe von Combinationstönen erklärt worden, die ersteren unter Benützung des Combinationstones erster Ordnung, die letzteren unter Einführung von Combinationstönen höherer Ordnung. [1])

Bei den harmonisch zusammengesetzten Klängen können die Combinationstöne höherer Ordnung bekanntlich ebenso richtig als Combinationstöne erster Ordnung der Obertöne angesehen werden. Bei harmonisch zusammenklingenden einfachen Tönen gelingt es, auch wenn sie durch Resonatoren verstärkt sind, nicht, Combinationstöne höherer Ordnung wahrzunehmen. Daraus schliesst Hr. *Helmholtz*, »dass wenn wir bei Tönen mittlerer Stärke Combinationstöne zweiter oder höherer Ordnung deutlich hören, diese durch die höheren Nebentöne der primären Töne erzeugt sind,« analog der andern Auffassung, dass die zwei-, dreimal schnelleren Schwebungen von zwei dissonirenden harmonisch zusammengesetzten Klängen Schwebungen ihrer Obertöne sind. Aus derselben Thatsache werden wir ebenso folgerichtig schliessen, dass die *n*fachen Schwebungen, die beim Zusammenklingen einfacher Töne hörbar sind, nicht von Combinationstönen höherer Ordnung herrühren, sondern die Schwebungen der subjectiv hinzutretenden Obertöne sind. Wenn Schwebungen beim Zusammenklingen zweier der Octave benachbarter einfacher Töne auftreten, so kann zur Erklärung derselben der Combinationston erster Ordnung benutzt werden; er wird aber unterstützt durch die höhere Octave des tiefen Tones, die im Ohre entsteht.

Hr. *Helmholtz* löst den Widerspruch, welcher in der Annahme von Combinationstönen höherer Ordnung bei dissonirenden Intervallen einfacher Töne und dem Nichterscheinen solcher Combinationstöne bei consonirenden Intervallen liegt, durch die Bemerkung, dass im ersteren Falle durch die Addition der Amplituden die Empfindung eine stärkere werden muss und daher dort noch Töne wahrgenommen werden können, die bei gleich-

---

1) *Scheibler*, Poggend. Ann. 32, 493; — *Roeber*, Repertorium der Physik III, 88; — *Helmholtz*, Pogg. Ann. 99, 514; Tonempf. (3) 243.

mässigem Abfluss gar keine Empfindung mehr hervorbringen. Er legt aber seinem Versuche, die Tonhöhe der Schwebungen zu bestimmen, wenig Beweiskraft bei, da es sehr schwierig ist, bei so ausserordentlich schwachen Tönen die Octave sicher anzugeben. Ausserdem macht er selber auf die Schwierigkeit aufmerksam, dass bei einer vollständigen Durchführung der Theorie auch für andere Töne Schwebungen hervorgehen, nicht nur für die, zu deren Erklärung die Hypothese aufgestellt wurde. Endlich scheint mir die Annahme von Combinationstönen vierter Ordnung, die bei dieser Auffassung nöthig ist, allzu kühn. Die oben gegebene Darstellung hat alle diese Schwierigkeiten nicht.

Hiezu kommt, dass die fraglichen Schwebungen vor dem Ohre nicht existiren. Bei der unreinen Quinte mit den Schwingungszahlen $2n$ und $3n + \delta$ soll der Combinationston erster Ordnung $n + \delta$ mit dem Combinationstone zweiter Ordnung $2(2n) - (3n + \delta) = n - \delta$ die Schwebungen 2δ hervorbringen. Bei der unreinen Quarte $3n$ und $4n + \delta$ wäre es der Combinationston zweiter Ordnung $2(3n) - (4n + \delta) = 2n - \delta$ und ein solcher dritter Ordnung $2(4n + \delta) - 2(3n) = 2n + 2\delta$, welche 3δ Schwebungen hervorbringen. Bei der unreinen grossen Terz $4n$ und $5n + \delta$ endlich würde ein Combinationston dritter Ordnung $2(5n + \delta) - 2(4n) = 2n + 2\delta$ und ein solcher vierter Ordnung $3(4n) - 2(5n + \delta) = 2n - 2\delta$ mit einander 4δ Schwebungen bilden. Im ersten Falle müssten die Schwebungen durch den Resonator n, im zweiten und dritten durch den Resonator $2n$ verstärkt werden. Ich habe solche Versuche mit Stimmgabeln angestellt, welche, schwach angestrichen, vor ihren Resonatoren vibrirten. Die deutlich gehörten Schwebungen wurden nie durch den für sie geforderten Resonator verstärkt. Man muss also jedenfalls eine subjective Entstehung der Schwebungen zugeben. Zur Erklärung dieser reichen nun aber die subjectiven Obertöne vollständig aus, man braucht nicht noch etwas Neues, die Combinationstöne höherer Ordnung anzunehmen.

Den directen Beweis für die Richtigkeit der gegebenen Erklärungsweise liefert eine noch wenig beachtete Classe von Schwebungen einfacher Schwingungen. Wenn zwei nahe beisammen liegende harmonische Klänge eine Reihe verschiedener Schwebungen bilden, so ist dies sofort einleuchtend: die schnelleren Schwebungen sind die Schwebungen der Obertöne. Aber

auch zwei benachbarte einfache Schwingungen n und n' können die Schwebungsreihe

$$n - n', \ 2\ (n - n'), \ 3\ (n - n')$$

hören lassen. Objectiv werden sie zwar nur die der Differenz ihrer Schwingungszahlen entsprechenden Schwebungen bilden; im Ohre aber kommen die harmonischen Obertöne hinzu, die zur Bildung von doppelt und dreifach so raschen Schwebungen führen.

Ich verstimmte die eine von zwei unisonen auf hölzernen Resonanzkästen befestigten Gabeln c' so, dass beide in etwa 1,5″ eine Schwebung machten. Richtete sich dann die Aufmerksamkeit auf die Octave c'', so hörte ich deutlich zwei Schwebungen in der Zeit, wo der Grundton eine vollendete. Diese Schwebungen wurden aber etwas verstärkt durch den Resonator c'', sie waren also jedenfalls zum Theil schon vor dem Ohre vorhanden, entsprechend dem Mitklingen der Octave bei den Stimmgabeln. Schwächer, aber ebenfalls noch deutlich, hörte ich ausserdem drei Schwebungen auf eine Schwebung des Grundtones und diese wurden jetzt nicht mehr durch Resonator g'' verstärkt. Diese letzteren Schwebungen sind durch die *Scheibler*'sche Theorie nicht erklärbar, während ich gerade durch die gegebene Darstellung auf sie geleitet wurde. —

Ganz die nämlichen Abhängigkeiten wie für die Klangfarbe und Klangverwandtschaft ergeben sich aus der logarithmischen Natur der Intensitätsfunctionen der Empfindung auch für die Schwebungen und für die Dissonanz der Intervalle. Ein Intervall mit gegebener Schwingungszahl wird um so rauher erscheinen, je intensiver diese Schwebungen, d. h. je stärker ihre Maxima sind. Da jene logarithmische Function für zwei eine Schwebung bildende Töne gleich gesetzt werden darf, mit der absoluten Lage der beiden Töne aber variirt, so werden die Maxima der Empfindung bei gegebener Höhe der Töne von ihrer Amplitude, bei gegebener Amplitude aber auch von der Höhe des schwebenden Tones abhängen. Dies gilt von jedem der schwebenden Töne eines Intervalles. Daraus folgt, dass auch die Dissonanz eines Intervalls von der absoluten Lage desselben abhängt. Diese Abhängigkeit liefert eine neue Reihe von Eigenthümlichkeiten in der Empfindung, die zum absoluten Charakter der Tonica beitragen.

Leipzig, im April 1871.

Dr. J. J. **Müller**, *Ueber den Einfluss der Raddrehung der Augen auf die Wahrnehmung der Tiefendimension.* Aus d. physiolog. Institute zu Leipzig. Vorgelegt von d. w. M. *C. Ludwig.*

Denkt man sich um die Augen mit einem gegebenen Radius ein kugelförmiges Blickfeld geschlagen, so ist für alle Puncte dieser Kugelfläche die Raddrehung [1]) eine einwerthige Function des Erhebungs- und Seitenwendungswinkels. In grosser Näherung wird diese Function durch das Listing'sche Gesetz ausgedrückt, wenn auch bekanntlich sowohl vorangegangene Anstrengung oder Gewöhnung als eine zu periphere Lage des Blickes Abweichungen von diesem Gesetze mit sich führen. Im Folgenden soll die strenge Gültigkeit des Listing'schen Gesetzes vorausgesetzt sein.[2])

Geht man von einer solchen Kugelfläche zu einer zweiten über, so ändert sich, wie aus den Versuchen der Hrn. *Meissner*, *Recklinghausen*, *Volkmann*, *Helmholtz* und *Hering* in Uebereinstimmung hervorgeht[3]), die genannte Function etwas. Sie enthält also den Radius des Blickfeldes als Parameter und die Raddrehung des Auges ist allgemein nicht nur eine Function des Erhebungs- und Seitenwendungswinkels der Blicklinie, sondern auch der Entfernung des Blickpunctes. Unter Voraussetzung des Listing'schen Gesetzes drückt sich diese zweite Abhängigkeit darin aus, dass die Primärlage der Blicklinie eine Function der Convergenz der Augen ist; bei abnehmendem Radius des Blickfeldes rückt die Primärlage, bei verschiedenen Augen übrigens in verschiedenem Maasse, nach unten.

Aus jedem dieser beiden Gesetze entspringen gewisse von

1) Unter »Raddrehung« schlechthin ist hier der Raddrehungswinkel (*Helmholtz*) verstanden.

2) Diese Voraussetzung ist nur der Einfachheit wegen gemacht und keineswegs gefordert. Nothwendig ist nur, dass die Function die Zeit nicht als Variable enthält.

3) Vergl. *Helmholtz*, Optik 469. 524. — *Hering*, binoc. Sehen 92. 99.

der Entfernung des Blickpunctes abhängige Raddrehungen. Die Aenderung der Primärlage führt unmittelbar und nothwendig zu einem solchen Zusammenhang zwischen Raddrehung und Distanz des Blickpunctes; jedem Radius der Blickfelder entspricht eine bestimmte Raddrehung, deren Grösse von der Grösse und Lage des Radius abhängt. Das Listing'sche Gesetz führt zu Raddrehungen des Auges, so oft der Blickpunct einen Radius durchläuft, welcher nicht in einer Primärlage der Blickebene gelegen ist. Die ersten Raddrehungen treten demnach gesondert auf für alle Tiefenänderungen in den Primärlagen der Blickebene; in allen übrigen Fällen sind beide Arten von Raddrehung vereint.

Die Erscheinungen, welche diese letzteren zusammengesetzten Raddrehungen hervorrufen, sind durch die Versuche der Hrn. *Recklinghausen*, *Hering* und *Helmholtz* über die Fehler, welche bei der Beurtheilung von Linienrichtungen beim zweiäugigen Sehen eintreten [1], bekannt. Im Folgenden sollen die Consequenzen des aus der Aenderung der Primärlage hervorgehenden Zusammenhanges zwischen Raddrehung und Tiefe entwickelt werden.

Die mit der Raddrehung verbundenen Aenderungen der Localzeichen der Empfindungen könnten auch durch eine Aenderung des Reliefs des Objectes erzeugt sein. Das Bewusstsein, das nur die Empfindungsänderungen kennt, hat also erst zu ermitteln, ob sie in Folge der Willensimpulse, welche die Augen von der einen Convergenz und Accommodation in die anderen überführten, oder ob sie in Folge von Aenderungen am Objecte eingetreten sind.

Ist mit derselben Innervation immer dieselbe Empfindungsänderung verbunden, so muss die letztere auf die Willensimpulse bezogen, d. h. Constanz des Objectes angenommen werden, und umgekehrt. Bei den zu untersuchenden Raddrehungen, die bei Tiefenänderungen in einer Primärlage der Blickebene auftreten, ist das erstere nun immer der Fall, wenn nur unter Innervation nicht blos Grösse und Richtung eines Willensimpulses sondern auch seine jedesmalige Combination mit andern Impulsen verstanden wird. Wir folgern daraus, dass die aus diesen Raddrehungen hervorgehenden verschiedenen Empfindungen doch auf dasselbe äussere Object bezogen werden.

1) Vergl. *Helmholtz*, Optik 661. 675.

In der That sind auch keine Aenderungen des Reliefs bei solchen Distanzänderungen des Objectes in den Primärlagen bekannt, obwohl die Grösse der eintretenden Raddrehungen zu ihrer Hervorbringung wohl hinreichte. Hr. *Hering* gibt beispielsweise für die Tiefenänderungen in dem Horizontalschnitte die folgenden Werthe der Raddrehung:

Convergenz der Augen	20°	40°	60°
Raddrehung	25′	2° 15′	3° 47′.

Setzt man ein Netzhautbild von 1mm Radius voraus, so entspricht an seinem Ende eine Drehung von 15,5′ der kleinsten wahrnehmbaren Distanz zweier Linien. Wenn nun auch Aenderungen des Reliefs erst bei Drehungen zu erwarten sind, welche für eine grössere Anzahl von Empfindungselementen die Localzeichen ändern, so kann doch der Werth der kleinsten eben eine Reliefänderung bedingenden Raddrehung höchstens das 3—4-fache von dem angegebenen, also etwa 1° erreichen; denn dann haben für mehr als die Hälfte des Radius die Empfindungen die Localzeichen geändert, wie es wohl für den fraglichen Schluss gefordert ist. Die vorkommenden Drehungen müssten also immer noch zu starken Reliefänderungen führen, was nicht der Fall ist.

Bei der angeführten Schlussreihe des Bewusstseins wird jeder der Innervationen eine bestimmte Aenderung der Empfindung, die durch Raddrehung entsteht, associirt. Was darum für die Wahrnehmungen aus den ersteren resultirt, muss auch aus den letzteren geschlossen werden können.

Nun führen die Innervationen das bei der Tiefenänderung eingetretene undeutliche Sehen zurück auf das frühere deutliche und einfache Sehen. Die Innervation wird daher ein Zeichen für die Grösse der Tiefenänderung und das Bewusstsein schliesst, wie bekannt, aus ihr auf die Entfernung. Somit müssen auch die auf die Innervationen zurückgeführten Empfindungsänderungen durch Raddrehung ein Zeichen werden für solche Tiefenänderungen. Die aus der Aenderung der Primärlage entspringende Raddrehung wird also eines jener Momente, welche zur Wahrnehmung der absoluten Tiefe dienen.

Entsprechend der oft recht unvollkommenen Verwerthung von Accommodation und Convergenz wird freilich auch die Feinheit, mit der die Raddrehung für die Wahrnehmung der Tiefe benutzt wird, eine geringe sein. Darauf weist schon die blos successiv mögliche Vergleichung der beiden Empfindungssysteme,

welche die ausserordentliche Genauigkeit der Beurtheilung beider Netzhautbilder nie erreicht. Ein Blick auf die bereits angeführten wirklich vorkommenden Drehungswerthe führt zu demselben Schlusse. Die von Hrn. *Wundt* zur Ermittlung des Einflusses der Convergenz angestellten Versuche ergaben bekanntlich eine beträchtliche Unvollkommenheit in der Schätzung der absoluten Entfernung, und doch konnte in ihnen ausser der Convergenz noch die Accommodation und Raddrehung von Einfluss sein. Das Interesse dieser Verwerthung der Raddrehung wird aber durch ihre geringe Feinheit nicht aufgehoben.

Beschränken wir uns auf die der Tiefenwahrnehmung dienenden Momente, welchen bestimmte sinnliche Empfindungen zu Grunde liegen, so ergeben nach dem Gesagten die gleichzeitigen Werthe der Convergenz, Accommodation und Raddrehung [1]) die Tiefendimension. Eine solche Construction des Bewusstseins setzt selber wieder eine constante Beziehung zwischen diesen Grössen voraus; zu einem gegebenen Werthe der einen muss immer derselbe Werth der andern hinzukommen. Wird dagegen bei einer gegebenen Convergenz und Accommodation die Raddrehung eine andere, so kann der Widerspruch verschiedener Tiefen nur beseitigt werden durch die Annahme einer Aenderung des Reliefs bei gleicher Tiefe. Es muss also bei solchen abnormen Raddrehungen eine Aenderung der stereoskopischen Wahrnehmung eintreten.

Die Fähigkeit, das Auge willkührlich um die Blicklinie zu drehen, lässt sich leicht durch die bekannte Combination zweier Reflexionsprismen, deren Hypotenusenflächen der Blicklinie parallel und von einander abgewendet sind, ersetzen. Ich habe zwei solche Prismen nach Art der Nicols in einen kleinen Tubus eingefasst, so dass das eine um die mit der Blicklinie zusammenfallende Axe derselben drehbar ist; die Drehung kann an einer Kreistheilung mit Hülfe eines Nonius abgelesen werden. Der Tubus wird in einem Stativ so befestigt, dass seine Axe den gewählten Blickpunct trifft; dieser erfährt dann bei der Drehung des Prisma keine Rotation, während alle übrigen Puncte Bogen beschreiben, deren Projectionen auf eine senkrecht zur Blicklinie

1) Die Projectionsänderungen, welche in Folge veränderter Neigung der Blicklinien gegen die Flächen des Objectes entstehen, sind wohl nicht hinzuzufügen. Wenigstens tritt bei grösster Annäherung eines Kreises an das Auge eine starke Verkürzung des horizontalen Durchmessers ein.

und durch den Blickpunct gelegte Ebene concentrischen um den Blickpunct geschlagenen Kreisen angehören.

Mit Hülfe dieses kleinen Apparates kann nun die Erzeugung, Vernichtung oder Umkehrung eines Reliefs durch Raddrehung recht auffallend nachgewiesen werden, wenn derselbe beim binocularen Sehen vor das eine Auge gesetzt ist. [1]) Als Object eignet sich vorzugsweise ein System zweier ineinander liegender, aber excentrischer Kreise, deren Mittelpuncte in einer zur Basallinie der Augen senkrechten Geraden liegen; Fixationspunct soll der Mittelpunct des grösseren Kreises sein. Sind Anfangs die Hypotenusenflächen einander parallel, so erscheinen die Kreise wie bei gewöhnlicher Betrachtung in einer Ebene. Dreht man aber jetzt das Prisma um die Blicklinie, so tritt, je nach der Richtung der Drehung, der kleine Kreis über oder unter die Ebene des grösseren. Hat man eine kleine kreisförmige Scheibe mit Hülfe einer Nadel über dem grösseren Kreise befestigt, so kann sie umgekehrt durch eine solche Drehung leicht in die Ebene des grösseren zurück geführt oder scheinbar unter dieselbe gebracht werden. Wählt man mehrere kleine Kreise, deren Centren alle auf demselben Radius des grösseren liegen, so zeigt sich sehr schön die Abhängigkeit des Tiefenunterschiedes von der Distanz der Centren; liegt ein Theil der Kreiscentren auf dem entgegengesetzten Radius des grösseren Kreises, so entsprechen ihnen natürlich auch die umgekehrten Tiefendifferenzen. Man kann auf diese Weise leicht aus einem passend gewählten System excentrischer Kreise das körperliche Bild eines Kreiskegels erzeugen und das Relief eines wirklichen Kegels in das seines Spiegelbildes umkehren. [2])

Bei einer gegebenen Entfernung des Objectes hängt die Grösse der Reliefänderung von der Grösse der Drehung ab: beide wachsen mit einander. Um von der Genauigkeit, mit der die

---

1) Die hiebei auftretenden Erscheinungen der Verschmelzung von Bildern auf nicht identischen Netzhautstellen werden nicht weiter berücksichtigt.

2) Der Versuch, der sich übrigens durch Benutzung von Geraden und Puncten vielfach variiren lässt, entspricht der von Hrn. *Listing* neulich beschriebenen Tiefenwahrnehmung bei Ablenkung der einen Blicklinie aus der Blickebene (Poggend. Ann. 141, 225). Die Analogie mit der letzteren führte mich auch in Wirklichkeit zu demselben; später sah ich, dass bereits Hr. *Hering* einige Bemerkungen über solche Aenderungen des Reliefs bei Beobachtung durch das Prismensystem macht (Binoc. Sehen 61).

Auffassung dieser Reliefänderungen geschieht, eine Vorstellung zu bekommen, suchte ich den Werth der Drehung, bei welchem der kleine Kreis einen eben merklichen Höhenunterschied zeigte. Die folgende kleine Tabelle gibt diesen von der Distanz der beiden Kreiscentren abhängigen Werth. Die Winkel beziehen sich auf das Prisma, die Drehung des Bildes ist daher die doppelte. Der kleine Kreis hatte einen Halbmesser von 3^{mm}; die des grösseren variirte etwas mit der Distanz der Mittelpuncte.

Entfernung der Figur vom Auge: 20 ^{cm}.

Distanz der Centren	1^{mm}	2	3,5	5	10
Minimale Drehung	8^0	4	2,5	1	0,5

Für eine Entfernung der Figur von 20 ^{cm} und eine Distanz der Kreiscentren von 10 ^{mm} hat das Bild dieser letzteren Linie der Netzhaut nahezu eine Grösse von 1^{mm}. Die Drehung, die in diesem Falle nöthig ist für die eben merkliche Aenderung des Reliefs (1^0), stimmt recht gut mit dem früher abgeleiteten wahrscheinlichen Werthe dieser Grösse.

Wenn die beobachtete Tiefendifferenz von der Discordanz zwischen Accommodation und Convergenz einerseits und der Raddrehung andererseits herrührt, so muss sie sich auch mit den ersteren Grössen ändern: bei einer gegebenen Drehung wird die Reliefänderung von der Accommodation und Convergenz, d. h. der Entfernung des Objectes abhängen. An einem entfernteren Objecte sind die Tiefenunterschiede, welche dieselben Differenzen im Netzhautbilde erzeugen sollen, grösser als an einem näheren Objecte. Dem entsprechend ruft dieselbe Raddrehung für die entfernteren Objecte die grösseren Reliefänderungen hervor. Hat man bei einer geringen Distanz des Kreissystems durch Drehung des Prisma ein bestimmtes Relief erzeugt, so sieht man es um so grösser werden, je mehr man das Object vom Auge entfernt.

Die Theorie dieser Erscheinungen ergibt sich am einfachsten aus der Bemerkung, dass die Erscheinungen selber identisch sind mit den Aenderungen, welche die stereoskopische Wahrnehmung bei einer Drehung der beiden Bilder in ihrer gemeinsamen Ebene erfährt, vorausgesetzt, dass die Blicklinien senkrecht zur Bildebene stehen und dass die Drehungen um die Schnittpuncte beider geschehen.

Es sei[1]) ein Object stereoskopisch abgebildet in einer zur Visir- und Medianebene senkrechten Ebene, welche von der Basallinie $2a$ um die Entfernung b absteht. Wir wählen ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Ursprung der Gesichtspunct dieser Bildebene, dessen eine Ebene die Bildebene selber und dessen eine Axe der Basallinie parallel seien. Bezogen auf dieses System seien die Coordinaten der Bildpuncte ξ und η, wobei die Axe der ξ parallel der Basallinie, die positive Richtung der ξ nach rechts und diejenige der η nach oben gewählt seien. Die Bildpuncte desselben Objectpunctes seien ξ_l, η_l und ξ_r, η_r; solche entsprechende Puncte genügen der Bedingung, dass

$$\eta_l = \eta_r = \eta \qquad (\alpha).$$

Bezogen auf dasselbe System seien die Coordinaten der Objectpuncte $x\,y\,z$, wobei die Axen der x und y denen der ξ und η entsprechen und die positive Richtung der z die Richtung vom Antlitz weg ist. Diese Objectpuncte bestimmen sich dann aus den entsprechenden Bildpuncten durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a\,(\xi_l + \xi_r)}{2a + \xi_l - \xi_r} \\ y &= \frac{2a\,\eta}{2a + \xi_l - \xi_r} \\ z &= \frac{b\,(\xi_r - \xi_l)}{2a + \xi_l - \xi_r} \end{aligned}\right\} \qquad (1.)$$

Wir drehen die beiden Bilder in der Ebene der Zeichnung nach entgegengesetzten Richtungen um die Puncte

$$\begin{aligned} \xi_l &= -a \quad \text{und} \quad & \xi_r &= a \\ \eta_l &= 0 & \eta_r &= 0 \end{aligned}$$

Die Grösse der Drehung sei φ, das wir positiv rechnen, wenn die negative Richtung der z die Rotationsaxe ist. Eine solche Drehung, welche für das rechte Bild positiv für das linke negativ ist, führt die Puncte $\xi_l\,\eta_l$ und $\xi_r\,\eta_r$ über in die neuen Lagen

$$\left.\begin{aligned} \xi'_l &= (\xi_l + a)\cos\varphi - \eta_l \sin\varphi - a \\ \eta'_l &= \eta_l \cos\varphi + (\xi_l + a)\sin\varphi \\ &\text{und} \\ \xi'_r &= (\xi_r - a)\cos\varphi + \eta_r \sin\varphi + a \\ \eta'_r &= \eta_r \cos\varphi - (\xi_r - a)\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (2.)$$

---

1) Vergl. *Helmholtz*, Optik 664.

Sollen in diesen neuen Lagen irgend zwei Puncte $\xi'_l \; \eta'_l$ und $\xi'_r \; \eta'_r$ (die keineswegs aus zwei entsprechenden Puncten $\xi_l \; \eta_l$ und $\xi_r \; \eta_r$ hervorgegangen zu sein brauchen,) die Bilder desselben Objectpunctes sein, so muss

$$\eta'_l = \eta'_r = \eta' \quad (\beta.)$$

Es seien nun die Bilder zwei vollkommen gleiche excentrische Kreispaare, die Mittelpuncte

der grösseren Kreise		der kleineren Kreise	
$\xi_l = -a$ und	$\xi_r = a$	$\xi_l = -a$ und	$\xi_r = a$
$\eta_l = o$	$\eta_r = o$	$\eta_l = \varepsilon$	$\eta_r = \varepsilon.$

Bei der vorgeschriebenen Drehung bewegen sich die beiden grösseren Kreise in sich selbst, sie erleiden also keine Verschiebung. Durch die Centren der kleineren Kreise ist der Gl. (β) Genüge geleistet, ihre neuen Lagen werden also wieder entsprechende Puncte sein. Um dieselben liegen nun zwei identische Kreise, folglich gibt es für jeden Punct des einen Bildes einen Punct im andern, für welchen (β) ebenfalls erfüllt ist. Die beiden kleinen Kreise werden also auch in ihren neuen Lagen Bilder eines Objectes sein.

Vor der Drehung fiel der Mittelpunct des kleinen Objectkreises in die Ebene $z = \infty$ des grösseren. Setzt man die aus den Gleichungen (2) sich ergebenden neuen Coordinaten der Centren der kleinen Kreise in die Gleichungen (1), so ergibt sich die Lage des ihnen entsprechenden punctuellen Objectes nach der Drehung

$$x' = o \quad y' = -a \operatorname{cotg} \varphi \quad z' = -b - \frac{a}{\varepsilon \sin \varphi}.$$

Da die Differenz der ξ Coordinaten

$$\xi'_r - \xi'_l = \frac{2\,a\,z'}{b + z'}$$

für alle entsprechenden Punctpaare der kleinen Kreise auch nach der Drehung dieselbe ist, so muss z' für alle ihre Objectpuncte dasselbe sein, d. h. diese Objectpuncte liegen wieder in einer zur Visir- und Medianebene senkrechten Ebene. Die Gleichung dieser Ebene ist der Ausdruck für z'.

Fällt, wie in den obigen Versuchen, das Object mit dem Bild zusammen, so ist für das Centrum des kleinen Kreises

$$\xi_l = \xi_r = o$$

und daher die Gl. (β) wieder erfüllt. Es werden also auch jetzt die neuen Lagen der kleinen Kreise Bilder eines Objectes sein, und die Ebene dieses Objectes ist wieder durch z Coordinate des neuen den Centren entsprechenden Objectpunctes gegeben. Das Centrum des wirklichen kleinen Kreises ist

$$x = o \qquad y = \varepsilon \qquad z = o; \qquad (3)$$

die scheinbare Lage nach der Drehung

$$\left.\begin{aligned} x' &= o \\ y' &= \frac{a\,\varepsilon \cos \varphi}{a - \varepsilon \sin \varphi} \\ z' &= \frac{b\,\varepsilon \sin \varphi}{a - \varepsilon \sin \varphi} \end{aligned}\right\} \quad (3')$$

Der letzte Ausdruck, welcher die Tiefendifferenz der beiden Kreise gibt, lässt die Abhängigkeit der Reliefänderung von der Grösse der Drehung und der Distanz der Centren erkennen. Bemerkenswerth ist ferner, dass dieser Werth direct proportional der Entfernung des Objectes ist. Der Winkel φ in den letzteren Ausdrücken (3) und (3′) ist aber nicht ganz identisch mit dem doppelten Drehungswinkel des Prisma, da im Allgemeinen die Blicklinie schief zur Ebene der Kreise steht; die in der Bildebene gelegene Componente der Drehungsaxe ist hier unberücksichtigt geblieben.

Das hier Entwickelte bezieht sich auf die Raddrehungen, welche aus der Aenderung der Primärlage durch Convergenz hervorgehen. Obwohl die zweite Gruppe, die sich aus diesen und den aus dem Listing'schen Gesetze entspringenden Raddrehungen zusammensetzt, die frühere Bedingung, dass zu jeder Innervation eine bestimmte Empfindungsänderung gehört, ebenfalls erfüllt, so werden doch diese Empfindungs-Aenderungen auf Aenderungen des Reliefs bezogen. Dies scheint sich mir nun folgendermaassen zu erklären.

Die Tiefenänderungen erfolgen jedenfalls überwiegend häufig in den Primärlagen der Blickebene. Es wird sich also zuerst ein bestimmter Zusammenhang für die Aenderungen der Accommodation und Convergenz einerseits und die aus den Aenderungen der Primärlage allein entspringenden Raddrehungen anderseits ausbilden: zu einem Werthe jener wird ein bestimmter Werth dieser associirt. — Wenn nun die Blickebene eine andere wird, so wird durch das Auftreten der aus dem Listing'schen Satz her-

vorgehenden Raddrehungen bei der nämlichen Aenderung der Accommodation und Convergenz die Raddrehung doch eine andere. Es tritt also jetzt ein, was oben künstlich herbeigeführt wurde. Dem entsprechend wird auch diesmal der Widerspruch verschiedener Tiefe beseitigt durch die Annahme einer Aenderung des Reliefs.

Angenommen, es würden bei der Tiefenänderung gar keine Aenderungen des deutlichen und einfachen Sehens eintreten, so könnte eine Raddrehung, die für jede Tiefenänderung einen bestimmten Werth besässe, das hinreichende Moment für die Wahrnehmung der Entfernung werden. Dies würde dann umgekehrt das Vorhandensein der Raddrehung erklären. Man dürfte somit aus den neuen Daten, welche die Raddrehung auch bei bestehender Convergenz und Accommodation für die Tiefenwahrnehmung liefert, die Aenderung der Primärlage begründen. Dass diese Aenderung dann gerade nach unten geschieht, würde sich aus der dadurch erzielten Verminderung der Täuschungen ergeben, welche die Raddrehungen nach dem Listing'schen Gesetze für die binoculare Tiefenwahrnehmung mit sich führen. Entfernte Tiefenänderungen werden in einer dem Boden nahe parallelen Richtung vorzugsweise eintreten, nähere werden eine geneigte mittlere Lage ihrer stärksten Frequenz haben, und diese Neigung wird mit der Nähe wachsen. Fällt nun jede dieser Neigungen in eine Primärlage der Blickebene, so sind die genannten Täuschungen vermieden.

Leipzig, im April 1871.

Ph. Owsjannikow, *Die tonischen und reflectorischen Centren der Gefässnerven.* Aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Vorgelegt von d. w. Mitgl. *C. Ludwig.*

Einleitung und Fragestellung. Nach den gegenwärtig herrschenden Anschauungen werden die motorischen Gefässnerven innerhalb der nervösen Centralorgane erregt durch leidenschaftliche Zustände, durch Reflexe und endlich durch einen besonderen automatisch wirksamen Reizungsapparat. Die unbestrittene Geltung, welche den beiden ersten der genannten Erregungsarten zu Theil geworden, hat sich die dritte derselben noch nicht erringen können; in der That ist die Annahme von der Anwesenheit eines besondern automatischen Reizungsapparates nur darum gemacht worden, weil man durch sie am bequemsten den Tonus erklären kann, in welchem sich die Ringmuskeln der Arterien für gewöhnlich zu befinden pflegen. Dieser tonische Erregungszustand kann aber auch aus der fortlaufenden Anwesenheit der Reflexe, beziehungsweise aus ihrer Nachwirkung erklärt werden, ähnlich wie dieses seit *Brondgeest* mit dem Tonus der Sceletmuskeln zu geschehen pflegt.

Wie es sich hiemit nun auch verhalten möge, jedenfalls sind die Nerven der Gefässmuskeln vor denjenigen vieler anderer Muskeln dadurch ausgezeichnet, dass sie auf ihrem Verlauf durch das Rückenmark keinen Ort durchsetzen, von welchem sie in eine Erregung gebracht werden könnten; denn es ist eine allgemein anerkannte Thatsache, dass nach der Durchschneidung des Rückenmarkes, die hinter dem Schnitt entspringenden Gefässnerven ihren Tonus für immer einbüssen,

und ferner, dass sie auch durch Reizung keiner der sensiblen Nerven reflectorisch zu erregen sind, welche ihre Wurzeln aus dem Rückenmarksstumpf hinter dem Schnitt empfangen. Die Orte, an welchen im Verlaufe des normalen Lebens die Gefässnerven tonisch und reflectorisch erregt werden, müssen demnach jenseits des Rückenmarkes, also im Gehirn gesucht werden.

Dieser durch die Thatsachen geforderten Anschauung findet sich öfter die andere hypothetische beigesellt, dass die Gefässnerven innerhalb des Gehirns in ein Erregungscentrum auslaufen. Dem Wortlaute dieses vielgebrauchten aber nirgends genauer definirten Begriffs gemäss würde man sich vorzustellen haben, dass die sämmtlichen Gefässnerven an einem engbegrenzten Ort zusammenliefen, innerhalb dessen sich auch ihre in kleinstem Raume ausgeführten Erregungsapparate vorfänden. Mit einem Worte, man würde den motorischen Nerven der Gefässe etwa ein ähnliches centrales Ende zuschreiben, wie es den Nerven der Athemmuskeln nach unsern gegenwärtigen Erfahrungen zukommt. Dieser durchaus hypothetischen Annahme könnte man die andere ebenso berechtigte entgegenstellen, dass sich die motorischen Nerven der Blutgefässe ähnlich verhielten wie die motorischen Nerven der Gliedmassen. Geschieht dieses, so erscheint es nun unstatthaft vorauszusetzen, dass dem Gefässnervensystem die verschiedenen, ihm überhaupt ertheilbaren Arten von Erregung sämmtlich an einem beschränkten Orte übertragen würden. Wie den motorischen Nerven der Gliedmassen kurz nach ihrem Eintritt in das Rückenmark die reflectorische Erregung, nach ihrem Uebergang in das Gehirn aber erst die willkührliche zugetheilt wird, so würde dann auch für die Gefässnerven zu statuiren sein, dass ihnen die reflectorischen und die in Folge leidenschaftlicher Aufregung ertheilten Reize an zwei verschiedenen Orten zukämen. Mit dieser letztern Anschauung scheinen denn auch die Thatsachen zu stimmen, welche bis dahin durch die Versuche am Gehirn des lebenden Thieres ermittelt wurden.

Nach den Beobachtungen von *Dittmar* [1]), welche die Angaben *v. Bezold's* [2]) berichtigt haben, liegt der reflectorische Ort

---

1) Arbeiten des phys. Instituts zu Leipzig, Jahrg. 1870.

2) Untersuchungen über die Innervation des Herzens. II. Abtheil. 276.

der Gefässnerven im verlängerten Marke; dort finden aber die genannten Nerven keineswegs ihr centrales Ende, denn nach den übereinstimmenden Angaben von *Schiff*[1], *Budge*[2] und *Afonasiew*[3] lassen sich durch Reize, die oberhalb der Grosshirnschenkel angebracht werden, Zusammenziehungen der Arterien hervorrufen.

Die Annahme, dass die Gefässnerven nur an bestimmten Orten des Gehirns der Erregung theilhaftig werden, schliesst die weitere keineswegs in sich, dass dieses für alle Gefässnerven an denselben beschränkten Orten geschehe. Fragen wir die Erfahrung um Rath, so empfangen wir die Antwort, dass die verschiedenen Abtheilungen unseres Gefässsystems sich gleichzeitig in sehr verschiedenen Graden von tonischer Erregung befinden können, ferner dass in zahlreichen Fällen durch die Reizung einzelner sensibler Nerven, obwohl sie sämmtlich reflexauslösende für alle Vasomotoren sein können, doch keineswegs das ganze, sondern nur ganz bestimmte Stücke des vasomotorischen Systems in Erregung gerathen, und endlich ist es eine allbekannte Erfahrung, dass eine jede unserer Leidenschaften im Bereiche der Gefässnerven einen eigenthümlichen Ausdruck erfahren kann. Hieraus ist abzuleiten, dass zum mindesten gewisse Abtheilungen des vasomotorischen Systems in einer gegenseitigen Unabhängigkeit zu den centralen Reizapparaten stehen können, so dass vermittelst der letztern ein Theil der erstern in Thätigkeit gerathen und ein anderer in Ruhe bleiben kann. Dieses wird aber nur dann möglich sein, wenn die Entwicklung, beziehungsweise die Uebertragung der Erregung auf die sämmtlichen Nerven nicht an dem einen Punkte stattfindet, mit andern Worten, wenn ein jedes der sog. Centren innerhalb des Gehirns einen merklichen Raum einnimmt.

Unabhängig von der Antwort, welche die Zukunft den soeben erhobenen Fragen ertheilen möchte, schien es mir von Wichtigkeit zu versuchen, ob es möglich sei, die Orte genauer

---

1) Lehrbuch d. Physiologie 251 und Untersuchungen zur Physiologie d. Nervensystems, 219.

2) Compendium der Physiologie 1870. 264.

3) Ueber die physiol. Bedeutung der peduncul. cerebri. Kiew 1869 (russisch). Siehe auch *Diedülin* Die Petersburger medizinische Nachrichten 1865 u. 1866. u. Versammlung der Naturforscher zu St. Petersburg 1868. 1. Bd.

zu umgrenzen, aus denen die motorischen Gefässnerven ihren Tonus und an denen sie ihre reflectorische Erregung empfangen. Die Möglichkeit, diese Aufgabe zu lösen, scheint mir vorhanden zu sein, weil sich die Orte in dem verlängerten Marke also in der Hirnabtheilung befinden, welche den operativen Eingriffen am leichtesten erreichbar sind, ferner weil mit Hilfe des Manometers der mittlere Zustand des Tonus in der Arterienwand sicher zu finden ist, und endlich weil sich von den sensiblen Nerven aus Reflexe auf das Gefässnervensystem zu jeder Zeit leicht hervorrufen lassen, so dass man die Entscheidung darüber herbeiführen kann, ob die Hirntheile, an welche die Reflexe auftreten, noch unverletzt vorhanden sind. — Die Lösung erschien mir aber auch der Mühe werth, nicht allein, weil hiemit ein Beitrag zur Topographie des Hirns und zur Stellung der Gefässnerven im Gegensatz zu andern motorischen geliefert wurde, sondern auch desshalb, weil sich vielleicht auf diese Weise ermitteln liess, ob die Orte, an welchen die reflectorischen Vorgänge stattfinden, mit einer eigenthümlichen Structur behaftet sind. Hierüber Aufschluss zu geben würde dem Mikroskop gewiss gelingen, wenn der physiologische Versuch einen vielleicht nur wenige Cubikmillimeter umfassenden Raum als denjenigen bezeichnete, in welchem die Reflexe von der ausserordentlichen Zahl sensibler auf die grosse Menge von Gefässnerven stattfindet. — Von dieser Hoffnung erfüllt benutzte ich die Gelegenheit, welche mir Herr Prof. *C. Ludwig* freundschaftlichst eröffnete, zur Ausführung der folgenden Versuchsreihe.

Die Thiere, welche ich der Beobachtung unterwarf, waren Kaninchen. Sie waren sämmtlich mit Curare vergiftet und durch künstliche Respiration am Leben erhalten. Der veränderliche Erregungszustand des motorischen Apparates der Arterien wurde auf bekannte Weise durch das registrirende Manometer bestimmt. Die Feder des Manometers zeichnete die veränderlichen Drücke auf einen unendlichen Papierstreifen. Hierdurch ward es möglich, der Beobachtung ohne irgend welche Unterbrechung eine sehr lange Dauer zu geben. Auf das Papier waren ausser dem Druck noch die Zeit in Secunden und die Perioden einer etwa vorgenommenen electrischen Reizung verzeichnet.

Die Durchschneidungen am verlängerten Marke habe ich auf verschiedene Weisen versucht. Von vorneherein erschien es mir, als ob es einen grossen Vortheil bieten würde, wenn man

die Durchschneidungen an dem blossgelegten Marke ausführte. Hierdurch würde jedenfalls eine genauere Auswahl der zu durchschneidenden Orte möglich gewesen sein, als auf jedem andern Wege. Ich legte mir desshalb auf die von *Eckhard*[1]) angegebene Weise das untere Ende der Rautengrube frei; alsbald zeigte es sich jedoch, dass es unmöglich sei, ohne die Wegnahme eines Stückes Hinterhauptsbein und des Wurmes vom kleinen Gehirn so hoch wie nöthig in der Rautengrube vorzudringen. Um die Blutungen zu stillen, welche mit diesen Eingriffen verbunden waren, legte ich schleifenförmige Ligaturen um die art. vertebrales und um die zur Druckmessung nicht verwendete art. carotis. Obwohl hiemit der nächste Zweck erreicht war, so erwies sich dieses Verfahren doch desshalb als unbrauchbar, weil es die Reizbarkeit der Hirntheile bedeutend beeinträchtigte. Dieses geschah selbst dann noch, wenn auch zeitweilig durch Lösung der Ligaturschleifen der Zutritt des Blutes gestattet war. — Ich verliess desshalb diese Operationsweise vollkommen und ersetzte dieselbe durch die Anlegung einer Reihe von sehr kleinen Trepanöffnungen, die ich paarweise neben der Mittellinie vom hintern Ende der Scheitelbeine und durch die Länge des Hinterhauptsbeines hindurch unmittelbar hintereinander anlegte. Durch je eine solche Oeffnung führte ich ein sehr feines Messer ein und stach mit ihm in der Richtung von der Mittellinie zur Seite schneidend in das verlängerte Mark ein. Hierdurch war es nun, trotzdem dass die Durchschneidung im Dunklen vor sich ging, erreichbar, den Einstich bis auf 1 ^{mm} genau an dem gewünschten Orte anzubringen. Es leuchtet ein, dass ich mit diesem Verfahren nur im Stande war, die Ausdehnung zu ermitteln, welche die tonisch oder reflectorisch erregenden Orte in der Richtung von oben nach unten hin einnehmen; aber eben so gewiss ist es auch, dass künftighin durch eine geringe Modification meiner Methode die Ausdehnung der genannten Stellen nach den beiden andern Dimensionen zu ermitteln sein wird. Die genauere Bestimmung der Hirnstelle, welche von dem Messerchen getroffen war, fand nach Beendigung des Versuchs an dem sorgfältig ausgehobenen und in Weingeist gehärteten Gehirne statt. In der vorliegenden Abhandlung musste ich mich damit begnügen, zu den Ortsangaben des

1) Beiträge zur Anatomie und Physiologie IV. Bd. S. 12.

Schnittes den in Millimeter ausgedrückten Abstand von der hintern Grenze der Vierhügel oder von dem calam. scriptorius zu benutzen. Diese Bestimmung hat selbstverständlich nur so lange einen Sinn, als man Kaninchen von annähernd gleicher Grösse dem Versuche unterzieht. Wenn erst eine sorgfältige mikroskopisch-topographische Zergliederung des verlängerten Markes vorliegt, wird es möglich sein, die Ortsbestimmungen des Schnittes durch Kennzeichen zu geben, die aus der Markstructur selbst hergenommen sind.

Versuche am Kaninchen und Resultate. Nachdem das Kaninchen, durch Einspritzung von Curare in die v. jugularis vergiftet, das künstliche Athmen eingeleitet, die beiden Vagi durchschnitten, und auf eine art. carotis eine Klemmpincette angelegt war, wurde in die andere art. carotis, nachdem sie ebenfalls durch eine Klemmpincette verschlossen war, eine Canule eingeführt und so befestigt, dass sie jeden Augenblick mit einem Manometer verbunden werden konnte. Endlich wurde das Kaninchen umgekehrt und dem Brete, an dem es befestigt, eine stark geneigte Lage gegeben, so dass der Kopf ziemlich hoch lag und damit die Möglichkeit vorlag, sowohl am Halse als auch am Schädel zu operiren. Nachdem dies geschehen, wurde die Haut auf dem Kopfe in der Mittellinie durchschnitten und zu den Seiten abpräparirt. Nun hob ich aus dem Schädel neben der Pfeilnaht eine Reihe von je zwei neben einander liegenden Plättchen heraus. Dadurch erhielt ich mehrere Paare symmetrisch liegender Oeffnungen, in die ich leicht ein schmales Messer oder eine Staarnadel einführen konnte. Jetzt wurde die Carotis mit dem Manometer des Kymographion, dessen Verbindungsschenkel mit einer Lösung von kohlensaurem Natron durch eine der *W. Sadler*'schen [1]) ähnliche Vorrichtung gefüllt war, verbunden und die Abscisse genommen. Die Klemme von der Carotis wurde entfernt und der Normaldruck bestimmt. Dann führte ich das Messer in das erste am meisten nach vorn gelegene Paar Oeffnungen hinein und suchte auf dieser Stelle einen Theil des Gehirns ganz abzutrennen.

Der Blutdruck blieb auf derselben Höhe. Darauf führte ich das Messer in das 2te Paar der Oeffnungen und senkte das-

1) Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Vierter Jahrgang 1867. p. 80.

selbe ebenfalls bis auf den Grund. Der Druck stieg in die Höhe, fiel aber nach einiger Zeit wieder auf denselben Stand. Als ich nun in das 3te Paar Oeffnungen das Messer auf dieselbe Weise einführte, so stieg der Blutdruck noch höher als das letzte Mal und fiel nach einigen Minuten auf seinen früheren normalen Stand. Dieser Schnitt, der einen höheren Stand des Quecksilbers im Manometer hervorrief, fiel in die Vierhügel und durchschnitt dieselben mitten durch. Bis an die hintere Grenze der Vierhügel (vom Grosshirn an gerechnet) kann also der Schnitt geführt werden, ohne dass eine Lähmung der Gefässnerven Platz greift. Demnach können die Orte, von welchen sie ihre tonische Erregung empfangen, nicht oberhalb der genannten Grenze gelegen sein. Die Verletzung der Vierhügel ist jedoch nach den mitgetheilten Versuchen für die Gefässnerven nicht gleichgiltig. Denn jedesmal rief dieser Eingriff eine vorübergehende Erregung derselben hervor. Gegenwärtig haben wir kein Kennzeichen dafür, ob dieselbe reflectorischer Natur ist, oder ob sie bedingt wurde durch unmittelbare Reizung von vasomotorischen Fasern, die über das verlängerte Mark hinausgreifen.

Das 4te Paar Oeffnungen fiel hinter die sut. lambdoidea. Das in diese Oeffnungen eingeführte Messer trennte entweder die Vierhügel von dem verlängerten Marke geradezu ab, oder es fiel der Schnitt ungefähr einen Millimeter tiefer. War der Schnitt unmittelbar hinter die Vierhügel oder gar in ihren äussersten Rand selbst gefallen, so geschah ein schwaches Steigen mit darauf folgender Rückkehr auf den Normalstand. Hatte dagegen das Messer einen Millimeter oder etwas mehr unterhalb der Vierhügel eingeschnitten, so beobachtete man ein beträchtliches und dauerndes Sinken des Manometerstandes. Da diese Erscheinung ganz constant auftrat, so konnte daraus der Schluss gezogen werden, dass in dem Marktheile, der nach unten um 1 Millimeter von den Vierhügeln entfernt liegt, ein Theil jener Apparate enthalten ist, welche die Gefässnerven beherrschen.

Nach dieser Erfahrung schritt ich nun zu der Prüfung, ob durch die Verletzung der eben erwähnten Stelle auch die reflectorische Erregung beeinträchtigt sei, welche auf Reizung sensibler Nerven im vasomotorischen System eintritt. Die Beobachtung ergab, dass dieses nicht der Fall sei. Denn in Folge der Reizung des n. depressor trat ein weiteres Sinken des Druckes, während

der Reizung des n. auricularis posterior dagegen ebenso wie nach der des n. ischiadicus ein Steigen desselben ein. Demnach waren die Apparate, welche den Tonus auf reflectischem Wege erniedrigen, wie die, welche ihn erhöhen, noch in Wirksamkeit. Da die Auslösung der Erregung durch einen Zweig des n. vagus und durch die obersten wie durch die untersten sensiblen Wurzeln des Rückenmarkes zu erzielen war, so dürfte auch der Schluss erlaubt sein, dass noch alle sensibeln Wurzeln die Gefässnerven reflectorisch erregen konnten. Liesse es sich auch noch ausserdem, was bisher nicht möglich, nachweisen, dass alle sensiblen Nerven in gleichem Grade wie vor Anlegung des Schnittes wirksam waren, so würde mit Bestimmtheit zu schliessen sein, dass in den obersten Abschnitten des verlängerten Markes ein Organ gelegen wäre, das unabhängig von aller reflectorischen Wirkung einen tonisirenden Einfluss auf die Gefässnerven übte. Damit wäre, wie es scheint, die Anwesenheit eines automatischen Erregungswerkzeuges erwiesen.

Es galt nun, weitere Schnitte zu führen. Der neue Schnitt, der gemacht wurde, fiel um etwa 2 Millimeter niedriger und wurde von einem noch tieferen Sinken des Blutdruckes begleitet. Die Reizungen des Depressors und des Ischiadicus gaben ein ähnliches Resultat wie die oben angeführten, nur mit dem sehr beachtenswerthen Unterschiede, dass die positiven oder negativen Aenderungen des Druckes nicht mehr so hoch waren, wie nach dem früheren Schnitte. Der folgende Schnitt fiel 2—3 Millim. tiefer; nach ihm sank der Blutdruck bedeutend herab. Die Reizungen der n. depressores und der n. ischiadici blieben nun ohne Erfolg. Der Blutdruck verharrte während derselben auf seinem Stande.

Da die tieferen Schnitte an der Sache nichts weiter änderten, so wird man zu dem Ausspruche genöthigt sein, dass mit dem letzten der oben genannten Schnitte die niedrigste Grenze der erregenden Gefässnervencentra erreicht war.

Das Resultat der vorstehenden Versuche lässt sich also kurz dahin aussprechen, dass die Orte, welchen die Gefässnerven des Kaninchens ihre tonische Erregung verdanken, in einem Raume gelegen sind, dessen obere Grenze ein bis zwei Millimeter unterhalb der Vierhügel und dessen untere vier bis fünf Millimeter oberhalb des calam. scriptorius gelegen ist. In der Richtung

von oben nach unten nehmen also die erregenden Orte einen Raum von etwa 4 Millimeter ein.

Meine Versuche haben mich ausserdem darüber belehrt, dass die genannten Orte nicht unmittelbar die Mittellinie des verlängerten Markes berühren, sondern seitwärts liegen. Man kann nämlich, vorausgesetzt dass man sich in der Mittellinie des verlängerten Markes hält, mit den Schnitten weit nach unten herabsteigen, ohne dass hierdurch eine Veränderung des Blutdrucks eintritt, und ohne dass die gewöhnliche Folge der Reizung des nerv. ischiadicus beeinträchtigt wird.

Nachdem ich dem Leser einen Versuch Schritt für Schritt vorgeführt habe, mit dem Hinweis auf eine Methode, welche die Resultate in Zahlen ausdrücken kann, also keine Täuschungen zulässt, wie jene Untersuchungen, in denen die Erweiterung oder Zusammenziehung der Gefässe mit blossem Auge verfolgt wurde, lege ich eine Tabelle vor, in welcher als Beispiel ein Theil meiner Versuche an Kaninchen verzeichnet ist. (Siehe die Tabelle auf folgender Seite.)

Reihenfolge d. Versuche.	Normaler Blutdruck vor den Einstichen in das Gehirn.	Schnitt vor den Vierhügeln. links	Schnitt vor den Vierhügeln. rechts	Schnitt durch die Vierhügel. links	Schnitt durch die Vierhügel. rechts	Schnitt unmittelbar hinter den Vierhügeln.	Schnitt 1 Millim. tiefer.	Schnitt 2 Millim. tiefer.	Schnitt 3 Millim. tiefer.	Schnitt 4 Millim. tiefer.	Schnitt 6 Millim. tiefer, in der Mittellinie.
1.	77 mm Hg.	105—97 mm Hg.		,,	,,	Sinken u. Steigen, endlich 67 mm Hg.	,,	40 mm Hg.	,,	,,	,,
2.	71	169		,,	,,	Längere Zeit ein hoher Stand endlich 57. Reizung des n. ischiad. 89.	,,	65 Reizung d. n. ischiad. 65	,,	38 Reizg. d. n. ischiad. 38.	,,
3.	133	127 — 190		,,	,,	61	,,	,,	,,	,,	,,
4.	79	95 — 144		,,	,,	56	,,	46	,,	,,	,,
5.	108	,,	,,	152 — 166		,,	,,	,,	,,	,,	132— 48
6.	137	,,	,,	,,	,,	74 während Reizg. d. n. ischiad. 91	,,	,,	,,	,,	,,
7.	90	,,	84	,,	73	,, ,,	56	,,	,,	,,	,,
8.	23	,,	,,	103		Steigen und Sinken 50	,,	,,	,,	,,	,,
9.	124	,,	,,	,,	,,	82 Reizung des n. ischiad. 103.	,,	,,	,,	44 Reizg. d. n. ischiad. 44.	,,
10.	83	,,	,,	Steigen und Sinken 130 Reizung des n. ischiad. 190		Steigen und Sinken von 124 bis 190.	,,	,,	,,	43 Reizg. d. n. ischiad. 43.	,,

Bestätigung der Versuche an Katzen. Weitere Bemerkungen. Die Resultate, die ich zu Leipzig an Kaninchen gewann, bestätigten sich hier in Petersburg auch an Katzen. Auch bei diesen Thieren nehmen die Gefässnervencentra einen ebenso kleinen Raum ein und liegen auf der analogen Stelle.

Folgendes ist zu den mitgetheilten Resultaten hinzuzufügen.

Das kleine Gehirn steht in gar keiner Beziehung zu den erregenden Centren der Gefässnerven. Es kann theilweise oder ganz entfernt werden, ohne dass irgend eine Erniedrigung oder Erhöhung des Druckes bemerkt werden kann. Ich lenke auf diesen Versuch die Aufmerksamkeit des Lesers, weil manche Beobachter einen Einfluss des Kleinhirns auf den Blutdruck glauben annehmen zu müssen.

In Betreff der Höhe des Blutdrucks ist noch zu erwähnen, dass ich ein Mal bei einer Katze, das zweite Mal beim Kaninchen (siehe Versuch 8 der Tabelle) den Druck von vorn herein unverhältnissmässig niedrig gefunden habe. Beim Kaninchen hob sich dieser merkwürdigerweise gleich nach dem Schnitte vor den Gefässnervencentren, während er bei der Katze im Laufe des ganzen Versuches sehr niedrig verharrte.

Ferner verdient der Erwähnung noch eine sehr interessante Erscheinung, die ich mehrere Mal zu sehen Gelegenheit hatte und die, wie ich glaube, zur Zeit noch nicht genügend erklärt werden kann. Es zeigt sich nämlich nach dem Schnitte unmittelbar vor den Gefässnervencentren eine sehr regelmässige Schwankung des Druckes, die lange anhält. Durch die Reizung des Ischiadicus stieg der Druck sehr hoch, nachdem aber die Reizung beendet und der Druck wieder abgesunken war, fingen die früheren Schwankungen wieder von neuem an. Sie werden zum Verschwinden gebracht durch die Abtrennung der Gefässnervencentra. Bei diesen Schwankungen war nicht allein die Höhe und Tiefe des Druckes, sondern es war auch eine gewisse Regelmässigkeit des periodischen Wechsels zu bemerken. So fielen einmal auf eine solche Druckschwankung 8 Respirationen, dann 9, dann wieder 8, wieder 9 u. s. w.

In den Versuchen, die ich an Katzen anstellte, zeigte sich mir eine Erscheinung, die, obwohl sie auch an Kaninchen vorkam, doch dort nicht so in die Augen fiel. Der Unterschied der Deutlichkeit ist darin begründet, dass bei Katzen der Herzschlag

selbst nach Durchschneidung der Vagi sehr viel langsamer als bei den Kaninchen ist. Jedes Mal, wenn ich den Ischiadicus reizte, oder einen Schnitt im Gehirn vor den Gefässnervencentren ausführte und die beiden Operationen einen erhöhten Druck hervorriefen, sah ich eine bedeutende Beschleunigung der Pulsschläge. Demnach trat auch jedesmal eine Reizung der n. cordis accelerantes ein.

In den Fällen, wo die Respirationscurven vor der Reizung oder Durchschneidung sehr schwach ausgeprägt oder gar nicht sichtbar waren, erschienen sie nach der Durchschneidung oder Reizung sehr deutlich und waren namentlich stete Begleiter des beschleunigten Herzschlages. Verminderte sich die Zahl der Herzschläge, so wurden auch die Respirationscurven undeutlicher. Dieselben Erscheinungen treten auch dann mit derselben Regelmässigkeit ein, wenn das von den Gefässnervencentren getrennte Rückenmark electrisch gereizt wurde.

Beiläufige Mittheilung über die Wirkung des Chloralhydrats auf die Gefässnerven. Ich will ganz in Kürze anführen, dass ich auch einige Versuche mit Chloralhydrat gemacht habe. Die Wirkung dieses Stoffes war für mich in so fern von Bedeutung, als dasselbe speciell auf Gefässnerven wirkt. Ich habe den Kaninchen mehrmals kleine Dosen 0,125 Grm. (4 bis 5 solcher Dosen werden von den meisten Kaninchen recht gut ertragen) in die Vene eingespritzt. Waren die Thiere früher curarisirt oder nicht, jedesmal erfolgte ein Sinken des Blutdrucks, das bei den ersten Dosen nur einige Secunden anhielt. Später fiel der Blutdruck sehr tief und zwar auf dieselbe Stufe, auf welche er zu sinken pflegt, wenn die Gefässnervencentra entfernt werden, zuweilen noch niedriger. Ich habe Fälle gesehen, wo der Blutdruck 4—6 Millim. über der Abscisse stand, während das Herz über eine Stunde beim künstlichen Athmen zu schlagen fortfuhr. Die Thätigkeit des Herzens bei einem so niedrigen Stande des Blutdrucks ist jedenfalls beachtenswerth. Wenn dem curarisirten oder normalen Kaninchen zwei bis drei der obengenannten Dosen von Chloralhydrat in die Vene eingespritzt wurden und der Blutdruck schon merklich herabgesunken war, so konnte durch die Reizung des centralen Endes vom n. vagus, saphenus oder ischiadicus der Blutdruck gehoben werden. Jedoch niemals auf dieselbe Höhe wie beim normalen Thiere. Nicht alle Mal, aber in sehr vielen Fällen sah ich vor

dem Steigen des Druckes ein schwaches und kurz andauerndes Sinken vorangehen. Bei noch stärkeren Vergiftungen habe ich weder ein Steigen, noch Sinken des Druckes beobachtet, aber einen regelmässigen um fünf bis acht Mal langsameren Herzschlag. Die Herzschläge waren voller und stärker. Die genannten Erscheinungen traten ein, trotzdem dass die beiden Vagi durchschnitten waren.

Nach starken Dosen, wenn der Blutdruck sehr bedeutend herabgesunken war, rief die Reizung des Ischiadicus und anderer Nerven keine Blutdrucksteigerung mehr hervor. Es war dann ganz dieselbe Erscheinung zu beobachten, die man jedesmal nach dem Abtrennen der Gefässnervencentra sehen kann. Bei den Untersuchungen mit Chloralhydrat habe ich öfter die Temperatur des Anus gemessen und dabei gefunden, dass sie ganz allmählig absank, wobei es gleichgiltig war, ob der Blutdruck, den das Manometer anzeigte, im Aufsteigen oder Absinken begriffen war; somit scheint also die Abnahme der Temperatur von den Schwankungen des Blutdrucks unabhängig zu sein.

St. Petersburg, 17. April 1871.

O. Schmiedeberg, *Ueber die Innervationsverhältnisse des Hundeherzens.* Aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig.*

Mit 3 Tafeln in Steindruck.

Die functionelle Bedeutung der auf verschiedenen Bahnen zum Säugethierherzen tretenden Nerven ist experimentell bisher nur am Kaninchen durch die einschlägigen Arbeiten der Herren *Ludwig*, *Bezold* und ihrer Schüler näher erforscht worden. Beim Hunde, dem als Versuchsobject unter den Säugern nur das Kaninchen den Rang streitig macht, ist mit Ausnahme der im Stamm des Vago-Sympathicus verlaufenden Fasergruppen über die Bedeutung der einzelnen Herznerven wenig bekannt. Dennoch verdienen die Innervationsverhältnisse des Hundeherzens eine besondere Berücksichtigung, weil ihr Studium durch ihre Beschaffenheit und Lage wesentlich leichter ist, und die Resultate desselben viel ausgesprochener sind, als beim Kaninchen, wie aus den vorliegenden, in dem Laboratorium des Herrn Prof. *Ludwig* angestellten Untersuchungen hervorgehen dürfte.

Die anatomischen Verhältnisse der Herznerven des Hundes, die hier nur für die rechte Seite berücksichtigt sind, lassen sich am leichtesten überblicken, wenn man bei der Betrachtung derselben von dem Ganglion cervicale inferius ausgeht, welches, wenige Ausnahmefälle abgerechnet, gleichsam den Knotenpunkt [illegible] allein der zum Herzen, sondern auch zu anderen Organen [illegible] den Nerven bildet und von welchem die verschiedenen [illegible] neuen Gruppen geordnet ihre weiteren Bahnen ver[illegible] Das Ganglion ist die untere Grenze des gemeinschaft[illegible] Stammes des Vagus und Sympathicus und liegt wenig [illegible] mittlere Theil der ersten Rippe zur Seite der

Trachea, theilweise von der Carotis communis bedeckt, je nach der Grösse des Thieres 1—2 Cm. oberhalb der Art. Subclavia. Ausser aus dem Vago-Sympathicus erhält es aus dem ersten Brustganglion zu stärkeren Stämmen vereinigte Fasern.

Das erste Brustganglion, Ganglion thoracicum primum oder stellatum (Fig. III. 8.), welches von einer dünnen Bindegewebshülle bedeckt auf dem Mm. longus colli liegt, nach aussen begrenzt von dem ersten Zwischenrippenraum, ist der Ausgangspunkt für den Brustgrenzstrang und erhält aus den unteren Halsnerven zwei Rückenmarkswurzeln, von welchen die kürzere anfangs mit der Arteria vertebralis verläuft und daher als Nv. vertebralis bezeichnet werden kann (Fig. III. 4.).

Das erste Brustganglion giebt meist zwei Verbindungsnerven zum untersten Halsknoten.

Der erste, obere, gewöhnlich stärkere Verbindungszweig begiebt sich in gerader Richtung nach innen und oben dicht hinter dem Anfangstheil der Art. vertebralis hinweg zum ggl. cerv. inf.

Der zweite, untere Zweig geht auf dem Mm. longus colli liegend nach innen zur vorderen Fläche der Art. subclavia und von hier zur Seite des Vagus, des absteigenden Theils des Recurrens und eines der Herzäste zum ggl. cervic. inf. In manchen Fällen verbindet sich dieser Nerv, statt zum Ganglion cerv. inf. zu gehen, unterhalb des letzteren mit dem Vagusstamm (Vers. IV. u. VI.).

Von dem unteren Halsknoten setzt sich der Stamm des Vagus weiter fort und giebt in seinem Verlauf zahlreiche Aeste ab. Aus dem Ganglion selbst oder in dessen unmittelbarer Nähe entspringen im Allgemeinen die folgenden drei Nerven:

Der erste Herznerv, Ramus cardiacus sup. oder primus entspringt entweder aus dem Ganglion selbst, oder, wie in der Abbildung (Fig. III. 9.), aus dem oberen Verbindungszweig beider Ganglien oder gleich unterhalb des letzten Halsknotens aus dem Stamm des Vagus und begiebt sich mit dem letzteren und dem absteigenden Theil des Recurrens zur vorderen Fläche der Subclavia, um von hier zur Seite des Truncus Anonymus zum Herzen zu gelangen. Der Nervus recurrens geht entweder vom unteren Ende des Gangl. cerv. inf. oder nahe an demselben vom Stamm des Vagus ab, verläuft mit letzterem, nach aussen vom Anfangstheil der Art. Carotis communis, zur vorderen Fläche

der Subclavia, von wo er, sich um letztere schlingend, seinen Weg nach aufwärts beginnt. Aus der Umbiegungsstelle entspringen ein oder mehrere Aeste, die sich in ihrem weiteren Verlauf mit Zweigen, die aus dem Vagusstamm unterhalb des Ganglion kommen, geflechtartig verbinden. Der aufsteigende Theil des Recurrens ist in der Höhe des untersten Halsganglion mit letzterem durch einen ziemlich starken Zweig verbunden.

Ramus cardiacus inferior kann man einen stärkeren Ast nennen, der in der Nähe des ggl. cerv. inf., aber unterhalb des Recurrens, vom Vagus abgeht. In manchen Fällen ist nur der eine oder der andere der beiden Rami cardiaci vorhanden, die hier nur in Rücksicht auf ihre Lage zum Recurrens unterschieden sind, während die ganze functionelle Bedeutung bald dem oberen, bald dem unteren zukommt (Vergl. Vers. I. E; II. D u. E; III. E; IV. D und E). Es sind bei der vorstehenden Darstellung nur die Nervenstämme und ihre Hauptäste berücksichtigt worden. Den weiteren Verlauf zum Herzen zu verfolgen wurde unterlassen, da die Reizung über ihr Ziel Aufschluss geben sollte.

Die Reizungsversuche sind an curarisirten Thieren angestellt, wobei die künstliche Respiration in sehr regelmässiger Weise durch einen mittelst der Maschine in Bewegung gesetzten Blasebalg bewerkstelligt wurde. Der Blutdruck und die Pulsfrequenz, sowie die Zeit in Secunden und die Dauer der Reizung wurden an einem Kymographion mit fortlaufender Papierabwicklung verzeichnet. Die Schliessung des reizenden Stromes erfolgte erst nach der Ueberbrückung der Electroden durch den zu reizenden Nerven.

Das Blosslegen der betreffenden Nerven hat nur in so fern Schwierigkeiten, als bei der tiefen Lage dieser Theile leicht Zerrungen und Verletzungen derselben vorkommen. Das bei dem Präpariren einzuschlagende Verfahren ist durch die Abbildungen auf Tafel I und II erläutert.

Nachdem man einen auf dem Mm. pectoralis major beginnenden, bis über die Mitte des Halses hinaufreichenden Hautschnitt gemacht, wird die obere Partie des Pectoralis major am Manubrium sterni und in der Nähe des Schultergelenks mit Ligaturen umschnürt und zwischen den letzteren quer durchschnitten, so dass die vordere Fläche und der obere Rand der ersten Rippe frei gelegt werden. Nachdem die grossen venösen Gefässe bis hinunter zur Vena cava superior am besten durch

Zerreissen von dem sie umgebenden Bindegewebe befreit sind, werden zunächst die vier grössten V. Anonyma, Subclavia, Jugularis externa und interna in einiger Entfernung von ihrer Vereinigungsstelle, und falls zwischen der letzteren und den Ligaturen sich noch Aeste finden, auch diese unterbunden und alle innerhalb der Unterbindungsstellen durchschnitten. Dadurch kommt man zunächst auf das untere Ende der Carotis communis, und nach Entfernung von ein wenig Bindegewebe auf die übrigen arteriellen Gefässe (Truncus anonymus, Subclavia, Mammaria interna, Vertebralis, Intercostalis suprema, Cervicalis profunda, Art. transversa scapulae et cervical. ascendens), die man wie die venösen einzeln unterbindet und durchschneidet. Die Unterbindung des Truncus anonymus geschieht zwischen dem Ursprung der linken Carotis und seiner Theilungsstelle. Da die letztere, sowie die Ursprungsstellen der meisten jener arteriellen Gefässe von den oben genannten Nerven gleichsam umfasst werden, indem nach vorn der Vagusstamm, der absteigende Theil des Recurrens, die Rami cardiaci und der zweite Verbindungsast beider Ganglien, nach hinten der aufsteigende Theil des Recurrens und der erste Verbindungszweig der Ganglien liegen, so ist bei der Unterbindung darauf zu achten, dass nicht einer der Nerven mit umschnürt wird, was namentlich mit dem ersten Verbindungsnerven wegen der Nähe der Art. vertebralis und mit dem Ram. cardiacus sup. wegen seiner Lage zur Art. anonyma leicht geschehen kann.

Um leichter zum Ggl. thor. I und zu den von ihm abgehenden Nerven zu gelangen, ist es zweckmässig, den Brustgrenzstrang unterhalb des Ganglion zu durchschneiden, wodurch letzteres, da es mit seiner Unterlage nur locker zusammenhängt, leicht höher hinaufgebracht werden kann.

Von den einzelnen Nerven hat bei unseren Versuchen der Stamm des Vago-Sympathicus die wenigste Berücksichtigung gefunden, da unter den hier in Betracht kommenden Nerven seine functionelle Bedeutung am besten bekannt ist. Die uns interessirende Beobachtung *Rutherford's*, dass bei atropinisirten Thieren, also nach der Lähmung der Hemmungsnerven, durch periphere Reizung des Vago-Sympathicus eine Beschleunigung des Herzschlages hervorgerufen werden kann, was die Gegenwart von beschleunigenden Fasern in diesem Nervenstamm darthun würde, sind vom Autor auf Grund seiner im Laboratorium des Herrn Prof.

Ludwig angestellten Versuche weitere Mittheilungen zu erwarten. Die bei den vorliegenden Versuchen und bei anderen Gelegenheiten gemachten Erfahrungen sprechen indess nicht für das Vorkommen dieser Fasern im Stamm des Vagus und Sympathicus oberhalb des ggl. cervicale inf.

Bei der in zwei Versuchen vorgenommenen centralen Reizung dieses Stammes trat eine Steigerung des Blutdrucks ein, wobei in dem einen Falle die Pulsfrequenz beschleunigt wurde, in dem andern unverändert blieb. Der Vago-Sympathicus der anderen Seite war in beiden Fällen erhalten [1]).

Die Verbindungszweige des Ggl. thor. prim. zum Ggl. cerv. inf. und zum Vagus enthalten die Beschleunigungsfasern, denn bei der Reizung des mit dem letztgenannten Ganglion oder dem Vagus im Zusammenhang stehenden Stumpfes dieser Nerven tritt regelmässig eine Pulszunahme von 30 — 70 % ein, ohne nennenswerthe Aenderungen des Blutdrucks (Vers. III, A. 2. 3; IV, B; V, A, 2; VI, B, 1.). Wenn in einem Falle (Vers. I, B) bei der Reizung des unteren Verbindungszweiges beider Ganglien die Beschleunigung ausbleibt, so liegt der Grund darin, dass der Recurrens, der hier die Beschleunigungsfasern enthält, bereits durchschnitten war, als die Reizung stattfand.

Auch bei der centralen Reizung dieser Nerven lässt sich eine Erhöhung der Pulsfrequenz beobachten (Vers. I. A, 2; III. B, 2 u. 3.), die nur in dem einen Falle von einer bedeutenderen Steigerung des Blutdrucks begleitet ist. Ob es sich bei dem Zustandekommen dieser Pulsbeschleunigung um eine reflectorische Erregung der Acceleransfasern handelt, lässt sich nicht sicher entscheiden. Die den letzteren eigenthümliche Nachwirkung der Erregung ist nur das eine Mal deutlich, während sie das andere Mal fehlt. In dem einen dieser Versuche (III, A, 4), in welchem die centrale Reizung des unteren Verbindungszweiges eine Zunahme der Pulszahlen bedingt, erfahren die letzteren bei der in gleicher Richtung vorgenommenen Reizung des oberen Zweiges eine Verlangsamung, die mit einer beträchtlichen Steigerung des Blutdrucks verbunden ist, während in dem anderen (Vers. I), in welchem der obere Zweig die pulsbeschleunigende Wirkung hat, die Reizung des unteren im Zusammenhang ohne

1) Vergl. *Aubert* u. *Roever*, d. vasomotor. Wirk. d. Nv. vagus etc. *Pflügers* Archiv f. Physiol. I. p. 224 u. fgde.



Einfluss auf die Pulse bleibt, dagegen den Blutdruck erhöht. Da bei der Reizung anderer sensibler Nerven mit der Steigerung des Blutdrucks eine Verminderung der Pulsfrequenz einhergeht, wenn die Vagi erhalten sind [1]), hier aber bei erhöhtem Blutdruck, in einem Falle sogar ohne nennenswerthe Aenderung desselben, also von ihm unabhängig, die Pulszahlen bedeutend wachsen, so lässt sich auf die Gegenwart verschiedener Arten von sensiblen Fasern in diesen Zweigen schliessen. Man kann daher auf reflectorischem Wege, wie bei der peripheren Reizung der entsprechenden Nerven, Verengerung und Erweiterung der Gefässe (*Lovén*), Verlangsamung der Pulsfrequenz (*Goltz*, *Bernstein*) und Beschleunigung derselben hervorrufen.

In den beiden Rückenmarkswurzeln des Ggl. thor. prim., die nur in einem Falle bei intactem Zustande der übrigen Nerven gereizt wurden, liessen sich die Acceleransfasern nicht nachweisen, obgleich sie beim Kaninchen nach den Versuchen von *Bezold* gerade in dieser Bahn zum Ggl. stellatum treten. Das Ausbleiben der Pulsbeschleunigung in diesem Falle spricht indess nicht ohne Weiteres gegen das Vorkommen solcher Fasern in diesen Wurzeln, da die Einflüsse, welche die im Nachstehenden erwähnte Pulsverlangsamung bedingten und selbst nach dem Aufhören der Reizung noch wirksam blieben, das Zustandekommen der Pulsvermehrung verhindert haben können.

Die Reizung des peripheren Stumpfes bedingte zunächst eine Blutdrucksteigerung (bis 18 %), die nur während ihres Maximums mit einer geringen Pulsverminderung verbunden war, während schwächere Reizungen den Druck um ein Weniges erhöhten, ohne die Pulse zu beeinflussen. Es finden sich offenbar in diesen Wurzeln die Nerven einer grösseren Anzahl von Arterien, deren Erregung jene Druck- und Pulsveränderung bedingt. Die letztere äussert sich auch bei der durch Rückenmarksreizung hervorgebrachten Blutdruckerhöhung, in einzelnen Fällen als Verlangsamung der Schlagfolge, wie die Herren *Ludwig* und *Thiry* bei ihren bekannten Versuchen beobachtet haben. Bei nicht zu schwachen Reizungen trat regelmässig eine Erweiterung der Pupille ein. Bemerkenswerth ist eine eigenthümliche Nachwirkung, die sich nach dem Aufhören

---

1) Vergl. *Lovén*, Ueber Erweiterung von Arterien durch Nervenerregung. Ber. d. k. s. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig. 1866. p. 85.



der peripheren Reizung der Wurzeln in der Weise einstellt, dass die auf ihre Mittelwerthe zurückgegangenen Druck- und Pulszahlen plötzlich eine rasch vorübergehende Veränderung in demselben Sinne und wenigstens die Pulse in verstärktem Masse erleiden als während der Reizung. Das Nähere ergeben die folgenden Zahlen:

		Pulse	Blutdr.
I.	Vor der Reizung	$37\frac{1}{2}$	121
	Während der Reizung	**34**	**143**
	Nach dem Aufhören derselben	37	123
	24 [1]) Secunden nach dem Aufhören	**20**	**142**
	Gleich darauf	36	110
	10 Secunden später	—	124
II.	Vor der Reizung (1 ½ Min. nach d. vorigen)	37	123
	Während der Reizung	**34**	**132**
	Unmittelbar nach derselben	$35\frac{1}{2}$	122
	12 Sec. nach dem Aufhören	**20**	**144**
	10 Sec. später	$34\frac{1}{2}$	123

Ob es sich bei dem Zustandekommen dieser Erscheinung um eine Veränderung im Lumen der Lungengefässe handelt, wodurch die Zufuhr von arteriellem Blut zum Herzen beeinträchtigt oder beschleunigt wird, muss ich einstweilen dahin gestellt sein lassen. Das späte Eintreten und die kurze Dauer dieser Einwirkung wäre bei einer solchen Annahme leicht verständlich.

Von dem Ggl. cerv. inf. gehen die Hemmungs- und Beschleunigungsfasern in verschiedenen Bahnen zum Herzen. Der grösste Theil der Fasern letzterer Art kann direct vom Ganglion als selbstständiger Nerv sich zum Herzen begeben, wie im II. Vers., in welchem die periphere Reizung des Ram. card. sup. eine Beschleunigung von 23 % hervorruft, die des Recurrens nur eine von 9 %, der Vagusstamm unterhalb des Ganglion dagegen eine Verlangsamung ergiebt, ohne nachfolgende Beschleunigung, wie sie einzutreten pflegt, wenn im Nerven neben den verlangsamenden auch beschleunigende Fasern enthalten sind.

1) Die Zeit bezeichnet hier wie überall in diesen Versuchen den Beginn der Pulszählung und Druckmessung für die nächsten 10 Sec.

In einem anderen Falle führt der Card. sup. nur Hemmungsfasern (Vers. IV, D), während die Beschleunigungsfasern neben den Hemmungsfasern im Ram. card. inf. (IV, E) und im Stamm des Vagus (IV, F.) sich finden. Dagegen lassen sich im I. Vers. die Acceleransfasern nur im Recurrens nachweisen, dessen periphere Reizung einen Pulszuwachs von mehr als 32 % ergiebt, während die gleich unterhalb desselben entspringenden Zweige (I, E.) und die Fortsetzung des Vagusstammes nur eine Verlangsamung bedingen. Da nach der Durchschneidung des Recurrens oberhalb der Umbiegungsstelle die Reizung der von letzterer abgehenden Aeste keinen Einfluss auf den Puls ausübt (I, C, 2), so verlassen die Beschleunigungsfasern entweder den Recurrens noch näher zur Peripherie, als die Durchschneidung stattfand, oder es ist hier die Reizung bei 16 Rollenabstand zu schwach gewesen, wie bei der vorhergehenden (I, C, 1) der Rollenabstand 17 zu gross war.

Wie in diesem Versuche der Recurrens nur beschleunigende, so enthält er im III. nur hemmende Herzfasern. Die Zahl der letzteren scheint indess eine geringe zu sein, da die Verlangsamung der Herzschläge bei der peripheren Reizung unerheblich ist. Es ist der Recurrens hier in Bezug auf das Gefässsystem ein vorwiegend sensibler Nerv, dessen Reizung im Zusammenhang eine Blutdruckerhöhung hervorbringt, die nach der Durchschneidung bei der peripheren Reizung ausbleibt. Wie der Recurrens verhält sich in diesem Versuche bei peripherer Reizung der Ram. card. inf. Es finden sich aber in ihm diejenigen sensiblen Fasern, die bei der centralen Reizung des unteren Verbindungszweiges jene erwähnte Pulsbeschleunigung vermitteln. (Vergl. Vers. III, E, 1 u. III, B. 2 u. 3.) Die Acceleransfasern lassen sich hier nur in der Fortsetzung des Vagusstammes nachweisen.

Das gleichzeitige Vorkommen beider Arten von Fasern in demselben Nervenstamm macht sich durch die den Beschleunigungsfasern eigenthümliche Nachwirkung sehr deutlich bemerkbar. Im Beginn der Reizung sinkt die Pulsfrequenz, weil die Wirkung der Hemmungsfasern überwiegt, ihr Einfluss auf das Herz bei gleich starker Reizung grösser ist, als der entgegengesetzte der Beschleunigungsfasern. Sie werden aber rascher erschöpft als die letzteren und zeigen keine entsprechende Nachwirkung. Daher hört ihr Einfluss bei fortgesetzter Reizung oder

nach dem Aufhören derselben rasch auf, während jener der Acceleransfasern noch längere Zeit fortdauert. In jenem III. Vers. (F. 1.) sinkt der Puls während der 5 Sec. dauernden Reizung von der ursprünglichen Frequenz 29 auf 11 und steigt unmittelbar nach dem Aufhören jener auf $39^1/_2$. Bei abermaliger Reizung durch 50 Sec. beginnt die von 31 auf $10^1/_2$ gesunkene Pulsfrequenz noch während der Reizung an zu steigen, erreicht zu Ende derselben den Werth 25, der gleich nach dem Aufhören der Reizung auf 39 steigt. Bei beiden Reizungen sind die Maxima der Abnahme und der Steigerung fast genau dieselben. Im IV. Vers. (F. 1) wird die Zahl der Pulse bei stärkerer Reizung von 25 auf 7 herabgesetzt und beträgt unmittelbar nach dem Aufhören derselben 37. Durch kurz auf einander folgende Reizungen solcher Nerven kann man einen raschen Wechsel von Herabsetzung und Steigerung der Pulsfrequenz hervorbringen. Im IV. Vers. (F. 2.) sinkt die letztere, die ursprünglich 25 beträgt, bei jeder nur wenige Secunden dauernden Reizung auf einige Schläge oder auf 0 herab und steigt in den kurzen Pausen zwischen jeder Reizung sofort auf 35, einmal auf 33. Bei einer Pause von $1^1/_2$ Min. kehrt sie auf ihre ursprüngliche Grösse von 25 zurück. Nach der Lähmung der Hemmungsfasern durch das Atropin bleibt die Verlangsamung aus und es verhält sich der beide Arten von Fasern führende Nerv wie ein reiner Beschleunigungsnerv (Vers. III, F, 2; VI, F.) Wird ein solcher gereizt, so stellt sich das Maximum der Steigerung nicht unmittelbar nach dem Beginn der Reizung ein, sondern es wird dasselbe allmälig zuweilen erst nach dem Aufhören der letzteren erreicht (Vergl. Vers. I, C, 1; II, D, 2; III, A, 2 u. 3, F. 2; IV, B; V, A, 1 u. 2; VI, F.). Wenn aber gleichzeitig die Hemmungsfasern gereizt werden, so fehlt dieses allmälige Anwachsen der Pulsfrequenz, das Maximum der Steigerung tritt sofort nach dem Aufhören der Reizung ein. Hieraus lässt sich schliessen, dass die Erregung beider Arten von Fasern und ihrer Endorgane neben einander, also unabhängig von einander stattfindet, dass demnach Verlangsamung und Beschleunigung nicht die Folge verschiedener Zustände desselben Apparats, sondern die Folge der Erregung verschiedener Vorrichtungen sind. Es kann daher die Herzthätigkeit gleichzeitig durch beide Arten von Vorrichtungen beeinflusst werden, so dass beim Zusammenwirken derselben die Zahl der

Herzcontractionen die Resultante dieser einander entgegengesetzten Wirkungen ist. Denn wenn die Herzthätigkeit durch schwache Reizung der Hemmungsnerven eine Verlangsamung erfahren hat, so kann durch Erregung der Beschleunigungsnerven eine Zunahme der Pulsfrequenz hervorgebracht werden, ohne dass indess die letztere die ursprüngliche Höhe erreicht. Im VI. Vers. (A, 2) wird bei der Reizung des linken Vago-Sympathicus mit sehr schwachen Strömen der Puls um mehr als 10 Schläge verlangsamt, in welchem Zustande die Reizung des rechten Accelerans mit Strömen, die bei vorausgegangener Prüfung das Maximum einer Wirkung (Steigerung von 26—28 auf 36—38) bedingten, nur einen Zuwachs von 3 — 4 Schlägen ergiebt. Das gilt auch von der Reizung unter 7, wenn man sie, wie es wegen der beginnenden Ermüdung des Vagus erforderlich ist, nicht mit der vorausgegangenen (6), sondern mit der nachfolgenden (8) vergleicht. Erst beim Aufhören der Reizung beider Nerven stellt sich die absolute Pulszunahme ein. Bei stärkerer Erregung der Hemmungscentra, gleichgültig ob dieses vom Vagus durch elektrische Ströme oder direct durch das Muscarin geschieht[1]), bleibt die Reizung der Beschleunigungsnerven ganz erfolglos. Es steigt zwar die Pulsfrequenz, aber nur in dem Masse, als die Hemmungsfasern ermüden. In Folge dieser Ermüdung kommt bei fortgesetzter Vagusreizung zuletzt die Wirkung des Accelerans zur vollen Geltung.

Die lange anhaltende Nachwirkung der Erregung des Accelerans findet sich hier in demselben Masse, wie beim Frosch[2]) und beim Kaninchen[3]) und ist für diesen Apparat charakteristisch. Ausser durch diese eigenthümliche Trägheit der Erregbarkeit, die sich in dem allmäligen Zustandekommen und der langen Dauer der Wirkung äussert, unterscheidet er sich auch durch eine gewisse Unempfindlichkeit gegen erregende Ströme und andere Einwirkungen von dem Hemmungsapparat. Es sind bei den Beschleunigungsnerven im Allgemeinen grössere Stromstärken zur Reizung erforderlich als bei den Hemmungsnerven, und während letztere oder vielmehr ihre Endapparate durch eine Anzahl von Giften (Atropin, Veratrin, Nicotin u. a.)

1) Vergl. Unters. über einige Giftwirkungen am Froschherzen. Ber. d. k. s. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig. 1870. p. 180.

2) Unters. über einige Giftwirkungen etc. l. c.

3) *Bezold* in d. Würzb. phys. Unters. II. 245.

leicht gelähmt werden, ist es bisher nicht gelungen, erstere durch irgend ein Mittel unerregbar zu machen; sie bleiben selbst auf einzelne pulsirende Theile des mit herzlähmenden Stoffen (Digitalin, Veratrin) vergifteten Froschherzens wirksam.

Was den Einfluss der Beschleunigungsnerven auf den Blutdruck betrifft, so fehlt derselbe zuweilen fast gänzlich, indem selbst im Maximum der Pulssteigerung keine Veränderung sich bemerklich macht. In anderen Fällen erleidet er entweder eine geringe Steigerung, oder er sinkt ein wenig, Abweichungen, die so gering und inconstant sind, dass sie nicht mit der Wirkung der gereizten Beschleunigungsfasern in Zusammenhang gebracht werden können. Es hat daher auch hier der von *Cyon* und von *v. Bezold* am Kaninchen festgestellte Satz Geltung, dass die Wirkung der spinalen Herznerven wesentlich in einer Beschleunigung der Herzschlagfolge besteht, ohne dass nothwendig die Arbeitsleistung des Herzens hierdurch vermehrt wird[1]. Letzteres gilt natürlich nur so weit, als sich die Arbeitsleistung aus dem Blutdruck erschliessen lässt. Bemerkenswerth ist es indess, dass öfters beim Beginn der Reizung ganz vorübergehend eine geringe Erhöhung des Drucks eintritt, der meist eine kleine Senkung unter den ursprünglichen Werth folgt, eine Veränderung, die man als Druckwelle bezeichnen könnte und die durch folgende Zusammenstellung veranschaulicht wird.

	Pulse.				Blutdruck.			
	Versuch I, C, 2.	Versuch III, A, 2.	Versuch III. A, 3.	Versuch IV, B.	Versuch I, C, 2.	Versuch III, A, 2.	Versuch III, A, 3.	Versuch IV, B.
Vor d. Reizung	37	31	35½	28	102	120	112	106
Beim Beginn d. Reizung.	37	36	41½	38	113	128 / 110	116	115
Zu Anfang des Pulsmaxim.	42	40½	43	39½	105	104	107	101

Da die Veränderung des Blutdrucks eintritt, bevor das Maximum der Pulsbeschleunigung erreicht ist, ja bevor überhaupt letztere bemerkbar wird, so scheint sie unabhängig von der veränderten Schlagfolge des Herzens zu sein und steht vielleicht mit einer Reizung von Gefässnerven ganz localer Gebiete z. B. der Carotis im Zusammenhang, wobei der erhöhte Blut-

1) Würzb. Unters. II. p. 233.

druck durch raschen Abfluss des Bluts in nicht verengte Gefässe ausgeglichen wird.

Wie beim Froschherzen [1]) erfahren auch in diesen Versuchen die Pulsexcursionen während der Reizung der Beschleunigungsnerven in der Art eine Veränderung, dass sie kleiner ausfallen, d. h. der Unterschied zwischen dem systolischen und diastolischen Stand des Quecksilbers im Manometer geringer wird, zuweilen im Maximum der Beschleunigung fast verschwindet, so dass die Pulse kaum wahrnehmbar sind. Ob das, wie am Froschherzen, auf Kosten der Diastole geschieht, dadurch, dass diese unvollständiger ausfällt, das Herz gleichsam tetanisirt wird, lässt sich am Säugethierherzen nicht in der Weise wie dort bestimmen, da man hier nicht im Stande ist, die Spannung des Herzens direct zu messen. Doch ist ein derartiges Verhalten nach Analogie mit dem Froschherzen wahrscheinlich. In diesem Falle muss die mittlere Spannung des Herzens wachsen. Der Einfluss, der dadurch auf die Geschwindigkeit der Blutbewegung in den Arterien ausgeübt werden kann, wird bei gleichbleibender Kraft der Herzcontractionen abhängig sein von dem Verhältniss zwischen der Differenz der Volumina des linken Ventrikels in der Diastole und der Systole (Pulsvolum) und der Anzahl der Herzcontractionen. Bleibt das ursprüngliche Verhältniss in der Weise constant, dass eine Verminderung des Pulsvolums, in Folge deren bei jeder Herzcontraction eine geringere Blutmenge in die Aorta getrieben wird, durch eine Zunahme der Pulse ausgeglichen wird, dass also die Summe der Pulsvolumina in der Zeiteinheit sich nicht ändert, so wird die Stromgeschwindigkeit keine Abweichung erfahren (unter sonst gleichen Bedingungen). Die unveränderte Spannung in den Arterien, wie sie durch den Blutdruck zum Ausdruck kommt, gestattet nicht ohne weiteres den Schluss, dass jenes Verhältniss keine Veränderungen erlitten, die Stromgeschwindigkeit den ursprünglichen Werth behalten hat, da die letztere und der Blutdruck in keinem directen Verhältniss zu einander stehen [2]).

Ob die Verkürzung der Pulserhebungen von der Zunahme der Herzschläge oder umgekehrt diese von jener abhängig ist,

---

1) Unters. über einige Giftwirkungen etc. l. c.

2) *Dogiel*, Die Ausmessung der strömenden Blutvolumina. Ber. d. k. s. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig. 1867.



oder ob beide Erscheinungen unabhängig von einander zu Stande kommen, lässt sich nicht entscheiden. Beim Hunde fallen sie, soweit sich das schätzen lässt, zeitlich vollkommen zusammen, während am Froschherzen die Form der Pulse jene Veränderung erleidet, bevor die Zahl derselben eine Zunahme erfahren hat.

Versuche.

Die einzelnen Reizungen sind nicht in derselben Reihenfolge aufgeführt, in der sie angestellt wurden, sondern derartig geordnet, dass sie für jeden Nerven zusammengestellt sind und die Aufeinanderfolge der letzteren in allen Versuchen die gleiche ist. Der Blutdruck ist in der linken Carotis gemessen; der Druck in Mm. Quecksilber, der Rollenabstand (R. A.) bei der Reizung in Cm. angegeben. Die Zeiteinheit beträgt 10 Secunden.

I. Versuch. Junger Hund; mässige Curarevergiftung. Statt des einen, oberen Verbindungszweiges beider Ganglien finden sich zwei eng an einander liegende Fäden.

A. Die beiden genannten Verbindungsfäden beider Ganglien.

1. Reizung vor der Durchschneidung (im Zusammenhang); auch alle übrigen Nerven erhalten. R. A. 19, zuletzt 18; Dauer der Reizung 50 Sec.

	Pulse	
Vor der Reizung	27	Der Blutdruck vor u. während d. Reizung grossen, unregelmässigen Schwankungen unterworfen. 112—168 Mm.
Beim Beginn derselben	29	
20 Sec. nach dem Beginn	33	
10 Sec. nach dem Aufhören der Reizung	31	
20 Sec. nach dem Aufhören der Reizung	27	

2. Reizung der beiden Fäden nach der Durchschneidung des Vagusstammes oberhalb und unterhalb des Ggl. cerv. inf., so dass sie nur mit dem Ggl. thor. prim. im Zusammenhang stehen. R. A. 16. Dauer der Reizung 40 Sec.

	Pulse	Druck	
Vor der Reizung	26	108	Zuwachs der Pulsfrequenz 26,5 %.
Während derselben	30	148	
Desgl. später	33	146	
Unmittelbar nach dem Aufhören der R.	27	109	
15 Sec. nach dem Aufhören der R.	26	104	

B. Der untere Verbindungszweig beider Ganglien.

Die Reizung findet statt, nachdem der Recurrens von seinem Ursprung am Vagus getrennt war; sonst alles er-

halten; also Reizung im Zusammenhang. R. A. 16. Dauer der Reizung 40 Sec.

	Pulse	Druck	
Vor der Reizung	36	— 103	
Während der Reizung	36 —	158	Max.
		112	Min. (vorübergehend).

C. Nv. Recurrens.

1. Reizung des peripheren Endes nach der Trennung des Nerven vom Vagus. R. A. 17, später 16. Dauer der Reizung 45 Sec.

Vor der Reizung	37 — 102	
10 Sec. nach dem Beginn derselben .	37 — 113	
Etwas später	38 — —	Zuwachs der Pulsfrequenz 32,4 %. Dauer d. Nachwirkung 50 Sec.
Am Ende der Reizung	42 — 105	
20 Sec. nach dem Aufhören	39 — —	
40 Sec. nach dem Aufhören	38 — —	
50 Sec. nach dem Aufhören	37 — 107	

2. Durchschneidung des Recurrens oberhalb seiner Umbiegungsstelle und periphere Reizung der aus der letzteren entspringenden Aeste, die sich bis in den Winkel zwischen Aorta und Pulmonalis verfolgen lassen. R. A. 16. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	26	Der Blutdruck ist vor und am Anfang der Reizung veränderlich.
Während derselben	26	
Nach der Reizung	25	

E. Aeste, die unterhalb des Ursprungs des Recurrens vom Vagus abgehen und mit den Zweigen des Recurrens sich geflechtartig verbindend, zwischen Aorta und Pulmonalis sich begeben; sie entsprechen dem card. inf.

Die Reizung erfolgt nach Durchschneidung des Vagusstammes oberhalb und unterhalb dieser Aeste, so dass jene peripher erfolgt. R. A. 16. Dauer d. Reizung 53 Sec.

Vor der Reizung	26 — 88
Im Anfang derselben	26 — —
Am Ende derselben	24 — 92
Nach dem Aufhören derselben . . .	27 — 88

F. Peripheres Ende des Vagus unterhalb des Ganglion colli inf. Reizung nach der Durchschneidung unterhalb des Ganglion. R. A. 16. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	30 — 100
Zu Anfang derselben	27 — —
10 Sec. später	26 — 84

	Pulse	Druck
Am Ende der Reizung	26	— 85
40 Sec. nach dem Aufhören	$28^1/_2$	— —
80 Sec. nach dem Aufhören	$27^1/_2$	— —

II. Versuch. Junger Hund; stark curarisirt, so dass der Blutdruck ein sehr niedriger und die Reizbarkeit der Nerven eine geringe ist.

C. Nv. Recurrens. Es ist der Card. sup. an seinem Ursprung vom Ggl. colli inf. durchschnitten, sonst alles erhalten.

1. Gemeinsame Reizung des Recurrens und des Ram. card. inf. im Zusammenhang. R. A. 18. Dauer der Reizung 16 Sec.

Vor der Reizung	22	Blutdr. 27 — 28
Während derselben	$19^1/_2$	
Nach dem Aufhören	19	
10 Sec. später.	20	

2. Reizung des Recurrens allein, im Zusammenhang. R. A. 18. Dauer der Reizuug 40 Sec.

Vor der Reizung	21	26 — 28
Zu Anfang derselben	$19^1/_2$	
Am Ende derselben	$17^1/_2$	
Nach dem Aufhören	18	

3. Periphere Reizung des Recurreus nach seiner Trennung vom Vagusstamm. R. A. 15. Dauer d. Reizung 55 Sec.

Vor der Reizung	21	Der Blutdruck wird durch die Reizung nicht verändert.
Beim Beginn derselben	22	
Am Ende derselben	23	
Nach dem Aufhören	22	
10 Sec. später	21	

D. Ramus cardiacus superior. Vom Ggl. cerv. inf. zum Herzbeutel und von da zur Vena cava sup. bis gegen die Lungenwurzel und den Aortawinkel.

1. Reizung im Zusammenhang: R. A. 15. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	27
Beim Beginn derselben	30
10 Sec. nach dem Beginn	33
20 Sec. ,, ,, ,, ...	33
30 Sec. ,, ,, ,, ...	33
Nach dem Aufhören der Reizung	33

10 Sec. nach dem Aufhören . . .	31
20 Sec. „ „ „ . . .	29
30 Sec. „ „ „ . . .	28

2. Periphere Reizung nach der Trennung des Nerven vom Ganglion. R. A. 15. Dauer der Reizung 40 Sec.

	Pulse	Blutdr.	
Vor der Reizung	26½	34	Beschleunigung d. Pulsfrequenz 18.8 % der ursprüngl. Freq. Dauer der Nachwirkung 20 Sec.
Beim Beginn	29	—	
10 Sec. nach dem Beginn	31½	34	
Am Ende der Reizung	31	—	
Gleich nach dem Aufhören derselben	30	—	
20 Sec. nach dem Aufhören . . .	28	—	
20 Sec. nach dem Aufhören . . .	26	29	

F. Vagusstamm unterhalb des Gangl. cerv. inf.
Periphere Reizung nach der Durchschneidung.

Vor der Reizung	19	Blutdruck im Mittel 16—18 Mm. Eine Beschleunigung nach dem Aufhören d. Reizung tritt nicht ein.
Während der Reizung	11	
Später	19	
Bei abermaliger Reizung	12	

III. Versuch. Hund; schwache Curarevergiftung, so dass das Thier bei der Reizung sensibler Nerven zuckt.

A. Der obere Verbindungszweig beider Ganglien.

1. Reizung im Zusammenhang; auch alle anderen Nerven erhalten. R. A. 18. Dauer der Reizung 20 Sec.

Vor der Reizung	35 — 125	
Während der Reizung	29-32 — 140 - 143	
Unmittelbar nach d. Aufhören derselben	24 — 133	Während d. Reizung zuckt das Thier zusammen.
10 Sec. nach dem Aufhören	31 — —	
25 Sec. „ „ „	33 — 124	
35 Sec. „ „ „	35 — 122	

2. Der Nerv wird 6 Mm. vom Ggl. cerv. inf. entfernt unterbunden, durchschnitten und das mit diesem Ggl. zusammenhängende Ende gereizt. R. A. 18. Dauer d. Reizung 25 Sec.

Vor der Reizung	31	120	Beschleunigung v. 32 %. Dauer der Nachwirkung wenigstens 2 Min.
Beim Beginn derselben	36	128 / 110	
Am Ende derselben	40½	104	
Unmittelbar nach d. Aufhören der Reizung	41	115	
10 Sec. nach d. Aufhören d. Reizg.	38	113	

10 Sec. nach d. Aufhören d. Reizung	35	— 115
60 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	33½	— 116
105 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	32½	— —
140 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	31½	— —

3. Wiederholung der vorigen Reizung. R. A. 18. Dauer der Reizung 30 Sec.

	Pulse	Druck
Vor der Reizung	35½	— 112
Zu Anfang derselben	41½	— 116
Etwas später	43	— 107
Am Ende der Reizung.	43	— 115
Unmittelbar nach d. Aufhören ders.	40	— 110
15 Sec. nach dem Aufhören ,,	38	— 115
35 Sec. ,, ,, ,, ,,	36½	— —
45 Sec. ,, ,, ,, ,,	36	— —
55 Sec. ,, ,, ,, ,,	35	— 116

4. Reizung des mit dem Ggl. thor. I. zusammenhängenden Endes. R. A. 18. Dauer d. Reizung 20 Sec.

Vor der Reizung	34	— 124
Zu Anfang derselben	33	— 124
Am Ende derselben	27	— 152 Max. / 126 Min.
Unmittelbar nach dem Aufhören . .	31	— 127

B. Der untere schwächere Verbindungszweig beider Ganglien. Durchschnitten sind bereits der obere Verbindungszweig der Ganglien, der Ram. card. inf. und der Recurrens.

1. Reizung im Zusammenhang. R. A. 18. Dauer der Reizung 30 Sec.

Vor der Reizung	29	— 127
Zu Anfang der Reizung	31	— 124
Gegen Ende derselben	34	— 126
Unmittelbar nach dem Aufhören . .	34	— 131
10 Sec. nach dem Aufhören	33	— —
20 Sec. ,, ,, ,, ...	31	— 129

2. Reizung des mit dem Ggl. thor. I im Zusammenhang stehenden Endes nach der Durchschneidung des Nerven in der Nähe des Ggl. cerv. inf. R. A. 18. Dauer der Reizung 30 Sec.

Vor der Reizung	30	— 120
Während der Reizung im Max. .	36	— 128
Unmittelbar nach dem Aufhören .	35	— 125
10 Sec. nach dem Aufhören	32	— —
20 Sec. ,, ,, ,, ...	31½	— 124
30 Sec. ,, ,, ,, ...	31	— —

3. Wiederholung der vorigen Reizung. R. A. 15. Dauer der Reizung 30 Sec.

	Pulse	Druck
Vor der Reizung	30	123
Während der Reizung im Maximum	37	125
10 Sec. nach dem Aufhören	32	125
20 Sec. „ „ „	30	123

C. Nv. Recurrens. Durchschnitten sind die beiden Verbindungszweige der Ganglien und der Ram. card. inf.

1. Reizung im Zusammenhang. R. A. 15. Dauer der Reizung 30 Sec.

Vor der Reizung	28 — 122
Während derselben	25 - 24 — 134 - 130
Nach derselben	28 — 124

2. Reizung des peripheren Stumpfes. R. A. 15. Dauer der Reizung 30 Sec.

Vor der Reizung	29	
Während d. Reizung im Minimum	24	Blutdruck unverändert.
Nach der Reizung	30	

E. Ramus cardiacus inferior: entspringt unterhalb des Ggl. cerv. inf. und der Ursprungsstelle des Recurrens vom Stamm des Vagus. Durchschnitten ist nur der obere Verbindungszweig beider Ganglien.

1. Reizung im Zusammenhang. R. A. 18. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	31½	— 120	
Beim Beginn der Reizung	31	— 122	
10 Sec. nach dem Beginn	29	— 136	
20 Sec. „ „ „	30	— —	Ganz vorübergehend Blutdruck im Sinken begriffen.
Zu Ende der Reizung	32	— 119	
Gleich nach d. Aufhören d. Reizung	33	— 118	
15 Sec. nach d. Aufhören d. Reizung	32	— —	
25 Sec. „ „ „ „ „	31	— 120	

2. Reizung des peripheren Stumpfes. R. A. 15. Dauer der Reizung 20 Sec.

Vor der Reizung	32	
Während der Reizung	30½	Die Veränderungen des Blutdrucks unbedeutend.
Nach der Reizung	30½	

F. Vagusstamm unterhalb des Ganglion colli inferius.

1. Periphere Reizung nach der Durchschneidung unterhalb der Abgangsstellen des Recurrens und Ram. card. inf. R. A. 15. Dauer d. Reizung 5 Sec.

Vor der Reizung	29 — 132	
Während der Reizung (in 3,7 Sec. 4)	11 — 109	Grösse der Pulsexcursionen 2 Mm.
Gleich nach der Reizung	39½— 127	
10 Sec. nach der Reizung	36 — 122	
30 Sec. ,, ,, ,, ...	33½— —	
50 Sec. ,, ,, ,, ...	34 — 130	
Bei abermaliger Reizg. von 50 Sec.	40 — 124 / 110	
Am Ende derselben	25 — —	Blutdruck zwischen 126 und 147 schwankend.
Gleich nach d. Aufhören derselben	39 — —	
60 Sec. nach dem Aufhören ders.	36 — 125	
130 Sec. ,, ,, ,, ,,	33 — 125	
150 Sec. ,, ,, ,, ,,	32½— —	
160 Sec. ,, ,, ,, ,,	31½— 125	

2. Reizung des peripheren Vagusstumpfes nach der Vergiftung des Thieres mit 6 Milligr. Atropinsulfat durch Injection in die Vn. jugularis. R. A. 15. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	35	
Zu Anfang derselben	38	Der Blutdruck schwankt unabhängig von der Reizung zwischen 128 und 160.
Etwas später	39	
Gleich nach dem Aufhören	37	
35 Sec. nach dem Aufhören	37	

IV. Versuch. Hund; mässige Curarevergiftung.

B. Ein Zweig vom Ggl. thor. I zum Stamm des Vagus unterhalb des Ggl. cerv. inf., entsprechend dem unteren Verbindungszweige der Ganglien.

Beide Rückenmarkswurzeln durchschnitten.

1. Reizung des mit dem Vagus in Verbindung stehenden Stumpfes. Bei der Durchschneidung treten bedeutende Pulsverlangsamung und Blutdrucksteigerung ein.

R. A. 15. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	28 —106	
Zu Anfang derselben.	38 —115	ganz vorübergehend.
10 Sec. nach dem Beginn der Reizung	39½—101	
20 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	39 —107	
Nachdem die Reizung aufgehört .	38 —108	Beschleunigung = 10%.
Bei abermaliger Reizung (v. 8½ Sec.)	38½—109	
Gleich nach d. Aufhören der Reizung	39 —102	
20 Sec. nach d. Aufhören d. Reizung	35 —103	
65 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	29½—118	
90 Sec. ,, ,, ,, ,, ,,	28½— —	

D. Ramus cardiacus superior; entspringt an der unteren Grenze zwischen dem Ggl. cerv. inf. und Vagusstamm.

Periphere Reizung nach der Trennung vom Stamm. R. A. 18. Dauer der Reizung 40 Sec.

Vor der Reizung	29 — 114
Zu Anfang der Reizung	23 — 111
Gegen das Ende derselben	24 — 112
Nach dem Aufhören derselben	26 — 115

E. Ramus cardiacus inferior; entspringt gleich unterhalb des Recurrens vom Vagusstamm.

Reizung des peripheren Stumpfes. R. A. 18. Dauer der Reizung 45 Sec.

Vor der Reizung	$24^1/_2$ — 115	
Während der Reizung	12 — 100	
Später	23 — 113	
Gleich nach dem Aufhören d. Reizg.	33 — 116	Beschleunigung = 31,7 %
10 Sec. nach dem Aufhören	32 — 117	
35 Sec. „ „ „	28 — 117	

F. Vagusstamm unterhalb des Ggl. cerv. inferius.

1. Periphere Reizung nach der Durchschneidung unterhalb des vom Ggl. thor. I kommenden Zweiges (der Recurrens und die beiden Rami cardiaci liegen noch höher). R. A. anfangs 18, später 15. Dauer der Reizung 55 Sec.

Vor der Reizung	25 — 116	
Zu Anfang derselben	13 — 98	
20 Sec. nach d. Beginn d. Reizung	23 — 109	
30 Sec. „ „ „ „ „	7 — {113 / 66}	Die Differenz gleich den Pulsexcursionen.
40 Sec. „ „ „ „ „	10 — —	
Unmittelbar nach dem Aufhören	37 — 122	
10 Sec. nach dem Aufhören	35 — 127	
20 Sec. „ „ „	33 — 124	
60 Sec. „ „ „	31 — 117	
80 Sec. „ „ „	30 — 118	
110 Sec. „ „ „	$27^1/_2$ — 120	
130 Sec. „ „ „	$26^1/_2$ — 118	
150 Sec. „ „ „	26 — —	
160 Sec. „ „ „	25 — 118	

2. Wiederholte kurz aufeinanderfolgende periphere Reizungen des Vagusstammes. R. A. 15.

Vor der Reizung	25 — [illegible]	
Reizung von [illegible] Sec.	0 — —	Herzstillstand mit [illegible] Absinken des Blutdrucks.
Nach der Reizung	35 — [illegible]	
Reizung von 6 Sec. [illegible] Sec. nach der letzten	[illegible] — [illegible]	Diff. Grösse d. Pulsexcursionen.
Nach dem Aufhören	33 — [illegible]	
Pause von [illegible] Min. bis zur nächsten Reizung.		
Vor der Reizung	25 — [illegible]	
Reizung von [illegible] Sec.	0 — —	Herzstillstand und [illegible] Absinken des Blutdrucks.
Nach der Reizung	35 — [illegible]	
Reizung von 6 Sec. 15 Sec. nach der letzten	6 — 110 / 78	Diff. Grösse d. Pulsexcursionen.
Nach dem Aufhören der Reizung	35 — 115	
Reizung von 6 Sec. 15 Sec. nach der letzten	5½ — 103 / 80	Diff. Grösse d. Pulsexcursionen.
Nach der Reizung	35½ — 118	
Reizung von 1¹/₄ Sec. 15 Sec. nach der letzten	4 — 114 / 97	Diff. Grösse d. Pulsexcursionen.
Nach der Reizung	35 — 122	im Max.
Reizg. v. 1¹/₄ Sec. 15 nach d. letzten	0 — —	Herzstillstand
Nach der Reizung	35 — 121	im Max.

V. Versuch. Hund; mässige Curarevergiftung.

A. Oberer Verbindungszweig beider Ganglien.

1. Reizung des Ggl. thor. prim. nach der Durchschneidung des unteren Verbindungszweiges und des Brustgrenzstranges unterhalb des Ganglion. R. A. 18. Dauer der Reizung 50 Sec.

Vor der Reizung	25½ — 98	
Beim Beginn d. Reizung	28 — 98	
10 Sec. nach d. Beginn	33 —104	
20 Sec. „ „ „	32 —114	
Zu Ende der Reizung	33 — —	Zuckungen.
Unmittelbar nach dem Aufhören	32 —106	
20 Sec. nach dem Aufhören	28 — —	
40 Sec. „ „ „	26½ — 99	

2. Periphere Reizung des vom ersten Brustganglion getrennten Verbindungszweiges. R. A. 18. Dauer der Reizung 30 Sec.

Vor der Reizung	26 — 109
Beim Beginn der Reizung	30 — —

10 Sec. nach dem Beginn	34 — 106	
Beim Aufhören der Reizung	32 — 98	
20 Sec. nach dem Aufhören	29 — —	Beschleunig. = 30,7 %. Nachwirkung 50 Sec.
40 Sec. „ „ „	27 — —	
50 Sec. „ „ „	26 — 89	

3. Gleichzeitige Reizung des oberen Verbindungszweiges beider Ganglien (rechter Nv. Accelerans) und des peripheren Stumpfes des linken Vago-Sympathicus, in der Weise, dass während der fortgesetzten Vagusreizung der rechte Accelerans wiederholt gereizt wird; 2 Schlittenapparate. Dauer der Vagusreizung 63 Sec.

Vor der Reizung	26	
Bei Vagusreizung	9	
Bei Vagus- und Acceleransreizung	11	Blutdr. durchgängig sehr unregelmässig; zuweilen Krämpfe.
Während derselben Reizung später	12	
Vagusreizung allein	14	
Vagus- und Acceleransreizung	35	
Nach d. Aufhören d. Reizung beider Nerven	28	

VI. Versuch. Hund; mässige Curarevergiftung. Ausser der gewöhnlichen Präparation der linke Vagus blossgelegt und durchschnitten. Statt des zweiten Verbindungszweiges geht ein Ast vom Ggl. thor. prim. zum Vagus unterhalb des Ggl. cerv. inf.

B.′ Der genannte Zweig des Ggl. thor. prim. zum Vagus.

1. Periphere Reizung dieses Zweiges (Nv. Accelerans). R. A. 18. Dauer der Reizung 7 Sec.

Vor der Reizung (45 Sec. nach einer Vagusreizung)	24 —126	
Während der Reizung ($20^1/_2$ in 5 Sec.)	41 —132	
Unmittelbar nach der Reizung . . .	40 —114	Beschleunigung = 70%.
10 Sec. nach d. Aufhören der Reizung	35 —118	
20 Sec. „ „ „ „ „	$30^1/_2$— —	
35 Sec. „ „ „ „ „	28 —118	

2. Gleichzeitige Reizung des rechten Accelerans und des linken Vago-Sympathicus (peripher), so dass bei fortgesetzter, schwacher Reizung des letzteren der Accelerans mehrmals gereizt wird. Zwei Schlittenapparate, unpolarisirbare Electroden.

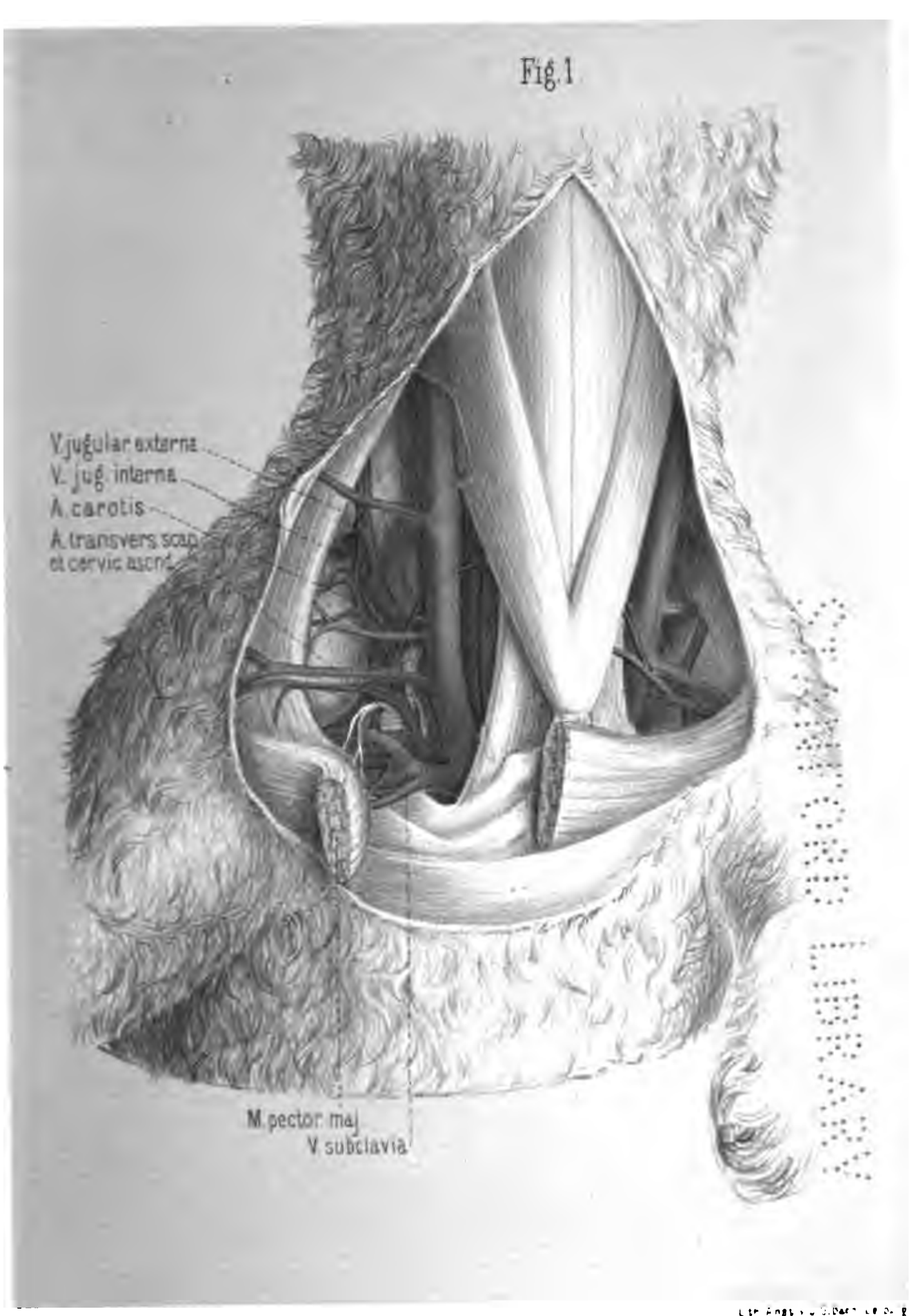
1) Vor der Reizung	29 —110
2) Vom Beginn der Vagusreizung bis zu der des Accelerans; (2$^3/_4$ Sec. = 7 Schläge)	18$^1/_2$—106
3) Vagus und Accelerans gereizt; (8,2 Sec. = 18$^1/_2$ Schl.)	22$^1/_2$—106
4) Vagusreizung allein; (4,8 Sec. = 8$^1/_2$ Schl.)	17$^1/_2$— 99
5) Vagus und Accelerans gereizt; (3$^1/_2$ Sec. = 7$^1/_2$ Schläge)	20 —103
6) Vagusreizung allein; (4 Sec. — 7 Schläge)	17$^1/_2$—102
7) Vagus- und Accelerans gereizt; (3,1 Sec. = 8$^1/_4$ Schläge)	26$^1/_2$—115
8) Vagus allein gereizt; (7$^3/_4$ Sec. = 28$^1/_2$ Schläge)	23$^3/_4$—104
9) Nach dem Aufhören der Reizung beider Nerven	32 —110

F. Vagusstamm unterhalb des Gangl. cerv. inf.

Reizung des peripheren Stumpfes nach der Vergiftung des Thieres mit 5 Milligr. Atropinsulfat. R. A. 15. Dauer der Reizung 55 Sec.

Vor der Reizung	26	—86
In den ersten 5 Sec. d. Reizung (14) .	28	——
In den nächsten 5 Sec. d. Reizg. (16) .	32	—86
In den weitern 5 Sec. d. Reizg. (18) .	36	——
In den nächsten 10 Sec.	38	——
In den folgenden 10 Sec.	38$^1/_2$	——
In den weiteren 10 Sec.	40	——
In den letzten 10 Sec.	40	——
Unmittelbar nach der Reizung . . .	40	—84
10 Sec. nach dem Aufhören	39	——
20 Sec. „ „ „	37	—85
60 Sec. „ „ „	33	—84
93 Sec. „ „ „	32	—84

Beschleunigung = 54%. Dauer der Nachwirkung 1$^1/_2$—2 Min.



Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1870.
Zur Abhandl. v. Dr. Schmiedeberg.



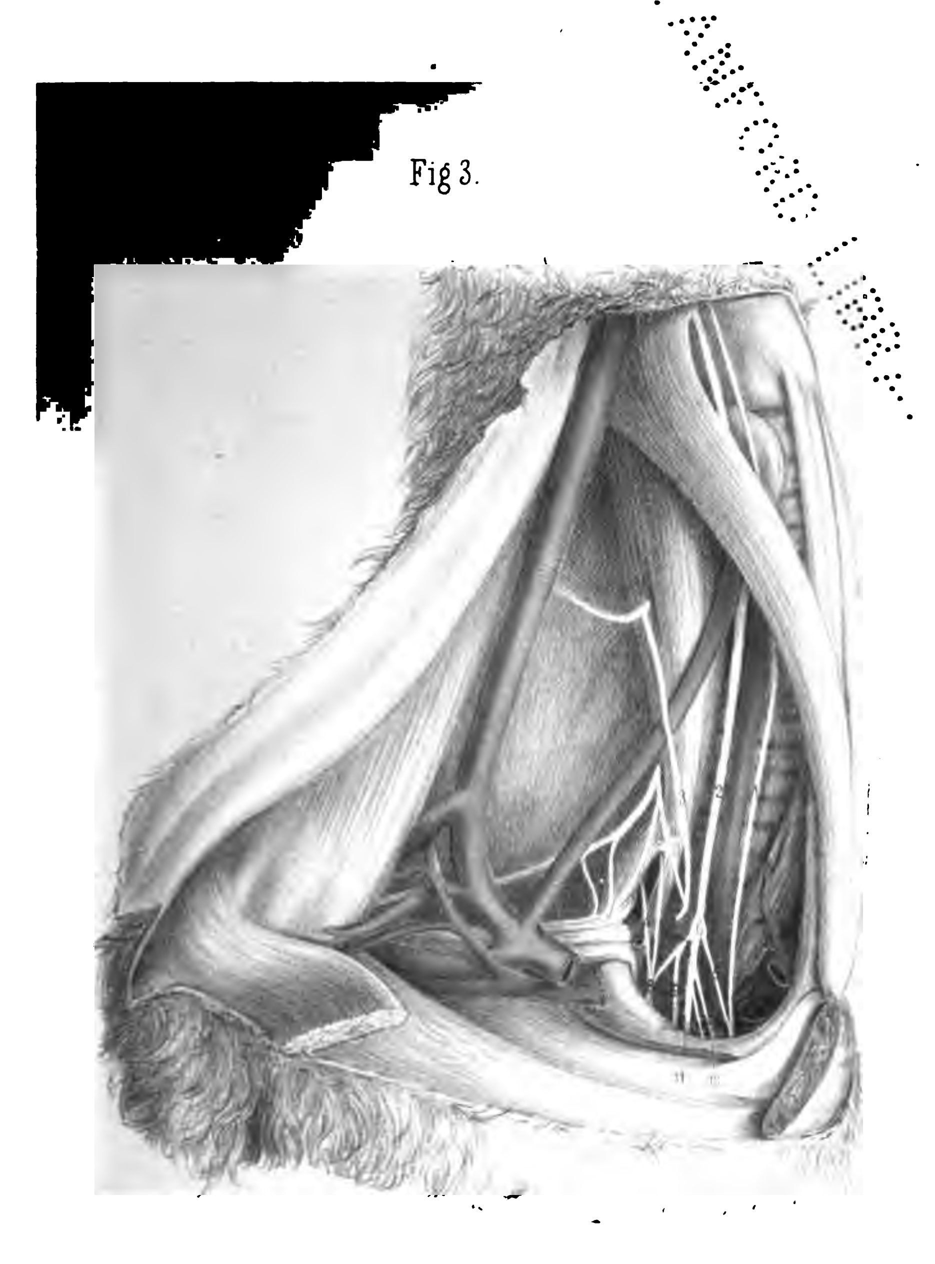
Fig. 2.

1. art. carotis. — 2. art. vertebralis. — 3. ven. vertebral.
4. art. cervic. prof. — 5. art. transv. scap. et cervical. ascend.
6. art. subcl. — 7. art. mammaria.

Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1870
Zur Abhandlg. v. Dr. Schmiedeberg.



Fig 3.



1. nerv. recurrens 2. n. vago sympathicus 3. n. phrenicus. 4. n. vertebralis
5. n. recurrens vagi. 6. gglion. cerv. infim. 7. n. sympath colli 8. gg. thorac. I.
9. r. cardiac. super. 10. r. cardiac. infer.? 11. trunc. n. vagi.

Lith. Anst. v. J. G. Bach, Leipzig



H. Tappeiner, *Ueber die Zersetzung des Eiweisses unter der Einwirkung des übermangansauren Kali's.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig, vorgelegt von d. wirkl. Mitgliede *C. Ludwig.*

Die grosse Entschiedenheit, mit welcher *Béchamp* *) neuerdings das Auftreten des Harnstoffs unter den Zersetzungsproducten des Eiweisses durch übermangansaures Kali behauptete, veranlassten mich, trotz der Widerlegung, welche *Städeler* **) den früheren Mittheilungen des genannten Chemikers hatte angedeihen lassen, zu einer Wiederholung der Versuche. Bei der Ausführung derselben kam ich schliesslich zu demselben Resultate, welches schon vor Jahren von *Städeler* und das auch vor Kurzem von *Loew* ***) erhalten wurde. Trotzdem dass ich also nach dieser Richtung hin nichts Neues mittheilen kann, glaubte ich die Veröffentlichung der folgenden Zeilen nicht unterdrücken zu sollen, da sie für die Beurtheilung des Verhaltens von Eiweiss gegen übermangansaures Kali nicht ohne alle Bedeutung sind.

In vier Versuchen, die genau nach den Vorschriften *Béchamps* ausgeführt wurden, erhielt ich zwar im Verlaufe derselben die von dem französischen Chemiker beschriebenen Erscheinungen, keineswegs aber dasselbe schliessliche Ergebniss wie er. Während nämlich das eingedampfte Filtrat des Schwefelquecksilberniederschlags nach *Béchamp* grösstentheils in Alkohol sich lösen und daraus Salpetersäure salpetersauren Harnstoff fällen soll, fand ich es in Alkohol unlöslich und aus nichts als salpetersaurem Baryt, dem noch etwas organische Masse anhaftete, bestehend. Nur in einem Falle gelang es mir durch Alkoholbehandlung eine

*) Compt. rend. Bd. 70. p. 866.
**) Journ. für pract. Chem. Bd. 72. 251. (1857.)
***) *Kolbe,* Journal f. pract. Chemie II. Bd. 2. p. 289.

geringe Menge einer krystallinischen, organischen Substanz, die aber kein Harnstoff war, zu gewinnen. Verdampfung der gleich nach der Oxydation erhaltenen Flüssigkeit hingegen gab jederzeit reichlichen Rückstand an organischer Masse, die sich bei näherer Untersuchung als stickstoff- und auch noch als schwefelhaltig erwies. Die Hoffnung, aus dieser Masse irgend einen vielleicht schwefelhaltigen Körper zu isoliren, gab die Veranlassung zu drei neuen, nach einer etwas modificirten Methode unternommenen Versuchen, die zwar nicht zu den erwarteten Resultaten führten, als Vorarbeit für künftige Versuche aber doch vielleicht nicht ganz werthlos sein möchten.

Zwanzig Gramm trocknen Hühnereiweisses wurden mit 200 Gr. übermangansauren Kali's und 500 C. C. Wasser auf dem Wasserbade bis zur völligen Entfärbung erhitzt. Die dabei mit den Wasserdämpfen entweichenden Gase rochen stark nach Methylamin und Ammoniak. Hierauf wurde die Flüssigkeit vom Braunstein abfiltrirt und mit Schwefelsäure schwach angesäuert in einer Retorte destillirt.

1. Das Destillat, das sauer reagirte und stark nach Capronsäure roch, wurde mit kohlensaurem Baryt neutralisirt und eingedampft. Da das Verhalten der so gewonnenen Salze erkennen liess, dass man es bloss mit einem Gemenge von fettsauren Barytsalzen zu thun hatte, wurde eine weitere Trennung derselben unterlassen, da ja nur das Auftreten der Fettsäuregruppe im Allgemeinen unter den Zersetzungsproducten des Eiweisses für die Erkennung der Constitution desselben von Wichtigkeit ist, das Entstehen dieser oder jener niederen Fettsäure hingegen nur abhängt von der bald mehr bald weniger weit gegangenen Oxydation eines aus dem Eiweiss abgespaltenen, der Fettsäuregruppe zugehörigen, Körpers.

2. Der Rückstand in der Retorte wurde vom auskrystallisirten schwefelsauren Kali abgegossen und mehrere Male mit Aether ausgeschüttelt.

a) Der Aetherauszug reagirte sauer und hinterliess nach dem Verdunsten einen gelblich gefärbten krystallinischen Rückstand, der alle Eigenschaften der Benzoësäure besass. Die ganze Masse wog ungefähr 0.7 Gr. Zur weiteren Vergewisserung über die Natur der Säure wurde das Kalksalz derselben dargestellt und eine Kalkbestimmung gemacht. Die dabei gefundenen Zahlen stimmen in der That mit der für benzoësauren Kalk be-

rechneten Kalkmenge überein, wie die Zahlen zweier folgenden Analysen ergeben:

Angewandte Substanz in Gr.	Kalk gefunden in Gr.	in Proc.	berechnet in Proc.
0.1139	0.0160	14.04	14.1
0.1047	0.0147	14.04	

b) Der in Aether nicht lösliche Rückstand wurde zur Entfernung des gelösten schwefelsauren Kali's mit salpetersaurem Quecksilber gefällt, gut gewaschen und mit Schwefelwasserstoff zerlegt. Im Filtrat davon fällte salpetersaures Silber einen weissen, körnig krystallinischen Körper, der mit Wasser gewaschen und analysirt sich als oxalsaures Silber erwies. Im Filtrat blieb noch stickstoffhaltige organische Substanz gelöst, auf deren Gewinnung ein dritter Versuch hinzielte, bei dem das schwefelsaure Kali, statt durch salpetersaures Quecksilber, durch Versetzen der Flüssigkeit mit absolutem Alkohol entfernt, diese dann zur Entfernung der Schwefel- und Oxalsäure mit kohlensaurem Baryt neutralisirt, filtrirt und eingedampft wurde. Es zeigten sich blättchen- und drusenförmige Krystallmassen, die nach wiederholtem Umkrystallisiren ganz das Aussehen von Leucin darboten.

Die Analyse der Kupferverbindung bestätigte die gemachte Diagnose. Da nun Leucin durch übermangansaures Kali in alkalischer Lösung zu Oxalsäure und Valeriansäure oxydirt wird, so muss wohl angenommen werden, dass in diesem Versuche die Oxydation weniger weit gegangen und das Leucin analog seiner Bildung aus thierischen Stoffen durch Behandlung mit Mineralsäuren, erst bei der Destillation mit Schwefelsäure aus Körpern abgespalten worden sei, welche selbst nur unvollständige Zersetzungsproducte des Eiweisses gewesen waren. In der Mutterlauge des Leucins mussten aber noch andere stickstoffhaltige Spaltungsproducte enthalten sein, denn wenn man sie mit dem *Knop*'schen Reagens behandelte, so gab sie noch merkliche Mengen freien Stickstoffs aus, eine Erscheinung, die bei der erwiesenen Abwesenheit von Ammoniaksalzen nur auf eine ganz bestimmte Körpergruppe schliessen liess.

Bei der Ausführung dieser Versuche hatte Herr Dr. *Hüfner* wiederholt die Güte mich mit seinem Rathe zu unterstützen.

F. Zöllner, *Ueber die Stabilität kosmischer Massen und die physische Beschaffenheit der Cometen.*

1.

Die analytische Betrachtung freier, ihren eigenen Kräften überlassener, flüssiger Massen hat sich bisher lediglich darauf beschränkt, die Gestalten zu bestimmen, welche diese Massen im ruhenden oder bewegten Zustande den Gesetzen des Gleichgewichtes gemäss annehmen müssen. Die Bedingungen aber, an welche die Stabilität des Aggregatzustandes jener Massen geknüpft ist, blieben hierbei unberücksichtigt. Bei einer genaueren Untersuchung dieser Bedingungen bin ich auf Grund bekannter physikalischer Gesetze zur Deduction von Erscheinungen gelangt, deren allgemeiner Character mit einer Klasse bisher räthselhafter kosmischer Phänomene in so grosser Uebereinstimmung ist, dass die Wahrscheinlichkeit auch einer Identität der Ursachen zwischen den deducirten und beobachteten Erscheinungen eine sehr grosse wird.

Der tropfbar-flüssige Aggregatzustand der Körper ist im Allgemeinen nur abhängig vom Drucke und der Temperatur, so dass, innerhalb gewisser Grenzen, beide Grössen zusammengehörige, und für den Zustand des Körpers characteristische Werthe darstellen.

Die Untersuchungen von *Thomas Andrews* [1]) scheinen die Annahme zu rechtfertigen, dass es für jeden Körper eine obere

[1]) On the Continuity of the gaseous and liquid states of matter. Philosophical Transactions Vol. 159. p. 575—590. 1869. Part. II. — Poggendorff's Annalen, Ergänzungsband V. p. 64—87.

Grenze der Temperatur gebe, über welcher keine Werthe des Druckes im Stande sind, den Körper in den flüssigen Zustand zurückzuführen, wenigstens nicht in der Weise, dass sich die unter dem Drucke ihres eigenen Dampfes stehende Flüssigkeit als eine physikalisch verschiedene Substanz durch eine Trennungsfläche von dem Dampfe abgrenzt. Denjenigen Punct der Temperatur, über den hinaus es keine Werthe des Druckes mehr giebt, durch welche der betreffende Stoff im angegebenen Sinne in den flüssigen Zustand übergeführt werden kann, nennt *Andrews* den »kritischen Punct« (*critical point*) oder die »kritische Temperatur«. Für Kohlensäure ist z. B. dieser kritische Temperaturpunct + 31° C., für Aether + 200° C. Auf Grund dieser Eigenschaft der Körper gründet *Andrews* eine scharfe Unterscheidung zwischen Dämpfen und Gasen.

Ein Dampf verwandelt sich in ein Gas, sobald seine Temperatur den kritischen Punct überschreitet. Bei Annahme dieser Definition wäre also Kohlensäure ein Dampf bei Temperaturen unter 31° C., dagegen ein Gas bei höheren Temperaturen; ebenso Schwefeläther ein Dampf unter 200°, aber ein Gas bei jeder höheren Temperatur. Der kritische Punct der sogenannten permanenten Gase liegt wahrscheinlich tiefer als die niedrigsten Temperaturen, welche wir künstlich erzeugen können.

Die Versuche über die Dampfspannung des Wassers unter seinem Gefrierpunct sowie die Beobachtung von Dissociationsphänomenen haben ferner gezeigt, dass auch feste Körper im Stande sind, Dämpfe oder Gase von einer gewissen Spannung zu entwickeln und diese Entwickelung so lange fortzusetzen, bis die Spannung oder der Druck der Dämpfe ein von der herrschenden Temperatur abhängiges Maximum erreicht hat. Solange dieses Maximum nicht erreicht ist, findet eine Dampfbildung auf Kosten der Masse des festen oder flüssigen Körpers statt, und man sieht, dass diese Masse sich fortdauernd bis zum Verschwinden der festen oder flüssigen Substanz vermindern muss, wenn die Bedingungen zur Erzeugung jenes Maximums der Spannkraft des entwickelten Dampfes nicht erfüllt sind.

Diese Bedingungen kann man sich auf zwei wesentlich von einander verschiedenen Wegen hergestellt denken, nämlich:

1. durch Abgrenzung eines bestimmten Raumes, innerhalb dessen sich die betreffende Substanz befindet;

2. durch Anwendung einer hinreichenden Masse jener Substanz, vermöge welcher sie auf die an ihrer Oberfläche gebildete Dampfatmosphäre eine solche Anziehung ausübt, dass der Druck jener Atmosphäre dem Maximum der Spannkraft für die herrschende Temperatur entspricht.

Auf die erste Methode sind wir unter irdischen Verhältnissen angewiesen, um flüchtige Substanzen in constantem Aggregatzustande zu erhalten, der zweiten Methode aber müsste sich die Natur bedienen, um im Weltraum Körper von stabilem Aggregatzustande herzustellen und zu erhalten. Da nämlich sowohl der aërostatische Druck der Dampfatmosphäre an der Oberfläche als auch der hydrostatische Druck im Innern eines flüssigen Weltkörpers wesentlich nur durch die Intensität der Schwere bedingt ist, und demgemäss von der Masse und dem Volumen abhängt, so kann ein solcher Weltkörper seinen Aggregatzustand nur dann als einen dauernden bewahren, wenn die Intensität der Schwere hinreichend gross ist, um bei einer gegebenen Temperatur das Maximum der Dampfspannung an der Oberfläche zu erzeugen.

Es muss folglich zwischen der Masse eines jeden im Weltraume sich selbst überlassenen Körpers und der Spannkraft seiner Dämpfe bei der herrschenden Temperatur eine quantitativ bestimmte Beziehung geben, welche nothwendig stattfinden muss, wenn die Stabilität des Aggregatzustandes eines grösseren oder geringeren Theiles der gegebenen Masse möglich sein soll.

2.

Zur analytischen Entwickelung dieser Beziehung mag zunächst das folgende Problem behandelt werden.

Es sei eine ruhende flüssige Masse vom specifischen Gewicht σ_1 gegeben, welche unter dem Einflusse der Gravitation ihrer Theile die Gestalt einer Kugel vom Radius r_1 angenommen hat. Auf der Oberfläche dieser Kugel sei unter denselben Bedingungen eine andere Flüssigkeit von dem geringeren specifischen Gewichte σ_2 ausgebreitet, so dass die hierdurch

um die erste Kugel gebildete Schale den grösseren Radius r_2 erhält. Es soll für einen beliebigen, innerhalb dieser Schale gelegenen Punct mit dem Abstande r vom Centrum die Grösse des hydrostatischen Druckes p bestimmt werden.

Sind x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten eines Punctes im Innern einer flüssigen Masse von der Dichtigkeit σ, und bezeichnen X, Y, Z die Componenten der auf ihn wirkenden bewegenden Kraft, so befindet sich die Masse im Gleichgewicht, wenn für alle Puncte derselben der folgenden Differentialgleichung Genüge geleistet wird:

$$dp = \sigma(Xdx + Ydy + Zdz) \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Im vorliegenden Falle sind dem angenommenen Attractionsgesetze zufolge die Grössen X, Y, Z die Componenten einer Centralkraft und die Flächen gleichen Druckes Kugeloberflächen. Die Grösse des Druckes ist folglich nur eine Function des Radius derjenigen Kugeloberfläche, in welcher der betrachtete Punct liegt. Bezeichnet man diesen Radius mit r und die Kraftfunction mit $\varphi(r)$, so verwandelt sich die obige Gleichung für die gegenwärtige Aufgabe in die folgende:

$$dp = \sigma\varphi(r)dr \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Es bezeichne ferner:

g die Intensität der Schwere an der äusseren Oberfläche der Schale, also den Werth von $\varphi(r_2)$,

m_1 die Masse der inneren Kugel,

m_2 die Gesammtmasse von Kugel und Schale,

m die von einer mit dem Radius r beschriebenen Kugelschale eingeschlossene Masse.

Mit Rücksicht auf das angenommene Attractionsgesetz hat man alsdann:

$$\varphi(r) = -g\frac{r_2^2 m}{r^2 m_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Drückt man die Massen m und m_2 durch Volumen und Dichtigkeit aus, so erhält man:

$$m = \tfrac{4}{3}\pi[\sigma_2 r^3 + (\sigma_1 - \sigma_2)r_1^3]$$
$$m_2 = \tfrac{4}{3}\pi[\sigma_2 r_2^3 + (\sigma_1 - \sigma_2)r_1^3]$$

folglich:

$$\varphi(r) = -\frac{g r_2^2[\sigma_2 r^3 + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3]}{r^2[\sigma_2 r_2^3 + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3]}$$

oder, wenn man setzt:

$$\frac{r_2^2}{\sigma_2 r_2^3 + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3} = C \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

$$\varphi(r) = -gC\left[\sigma_2 r + (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \frac{r_1^3}{r^2}\right] \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Dieser Werth in die Gl. (2) eingeführt, $\sigma = \sigma_2$ gesetzt, und das negative Vorzeichen unterdrückt, welches die Richtung des Druckes nach dem Centrum der Kugel andeutet, giebt:

$$dp = \sigma_2 gC\left[\sigma_2 r dr + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3 \frac{dr}{r^2}\right] \quad . \; . \; . \; . \quad (6)$$

oder

$$p = \sigma_2 gC\left[\sigma_2 \int_r^{r_2} r dr + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3 \int_r^{r_2} \frac{dr}{r^2}\right] \quad . \; . \; . \quad (7)$$

oder

$$p = \sigma_2 gC\left[\frac{\sigma_2}{2}(r_2^2 - r^2) + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}\right)\right] \quad . \; . \quad (8)$$

oder für C seinen Werth aus Gl. (4) gesetzt:

$$p = \frac{\sigma_2 g}{2} \cdot \frac{r_2^2}{\sigma_2 r_2^3 + (\sigma_1 - \sigma_2) r_1^3}(r_2 - r)\left[\sigma_2(r_2 + r) + 2(\sigma_1 - \sigma_2)\frac{r_1^3}{r_2 r}\right] \quad (I)$$

Aus dieser Formel ergeben sich unmittelbar zwei andere, je nachdem man $\sigma_1 = 0$ oder $r_1 = 0$ setzt.

Im ersten Falle verwandelt sich der betrachtete Körper in eine Hohlkugel, deren Schale eine Dicke $r_2 - r_1$ besitzt. Der Gleichgewichtszustand ist alsdann, wie allgemein, wenn σ_1 kleiner als σ_2, nur ein labiler, und der unter dieser Voraussetzung erhaltene Ausdruck für p kann nur dazu dienen, ein Maass für die Intensität der Kraft zu erhalten, mit welcher die Theilchen der flüssigen Masse unter gewissen Bedingungen bestrebt sind, den labilen in den stabilen Gleichgewichtszustand durch Bildung einer Vollkugel zu verwandeln.

Für eine Hohlkugel erhält man daher für $\sigma_1 = 0$ und mit Fortlassung des Index bei σ_2:

$$p = \sigma g \cdot \frac{r_2^2}{2(r_2^3 - r_1^3)}(r_2 - r)\left(r_2 + r + \frac{2r_1^3}{r_2 r}\right) \quad . \; . \quad (II)$$

Für eine homogene Vollkugel ergiebt sich für $r_1 = 0$:

$$p = \sigma g \cdot \frac{r_2^2 - r^2}{2r_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (III)$$

3.

In den obigen Ausdrücken bedeutet das Product σg ein bestimmtes Gewicht, und zwar dasjenige der zu Grunde gelegten Volumeneinheit einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte σ an der Oberfläche der betrachteten Kugeln, wo die Intensität der Schwere gleich g ist. Der Factor, mit welchem dieses Gewicht in beiden Formeln multiplicirt wird, ist eine Raumgrösse von einer Dimension. Demgemäss wird in den vorstehenden Formeln die Grösse des Druckes p ausgedrückt durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule aus demselben Stoffe, aus welchem die Kugeln bestehen, und zwar wird hierbei vorausgesetzt, dass für alle Theile dieser Flüssigkeitssäule die Schwerkraft übereinstimmt mit dem Werthe g an der Oberfläche der betrachteten Kugeln.

Mit Berücksichtigung des Bemerkten ist es nun leicht die Formeln auf diejenigen Maass-Einheiten zu reduciren, deren wir uns gewöhnlich zur Bestimmung hydrostatischer Druckverhältnisse bedienen, nämlich auf die Höhe einer Quecksilbersäule unter dem Einflusse der Schwere an der Erdoberfläche.

Bezeichnet:

ϱ_1 das spec. Gewicht des Quecksilbers,
g_1 die Intensität der Schwere an der Erdoberfläche,

so ist $\varrho_1 g_1$ das Gewicht der Volumeneinheit Quecksilber an der Erdoberfläche. Dieses Gewicht als Einheit in die obige Formel III eingeführt, giebt:

$$p = \frac{\sigma g}{\varrho_1 g_1}\left(\frac{r_2^2 - r^2}{2r_2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Bezeichnet ferner:

m_1 die Masse der Erde,
r_1 den Radius der Erde,
σ_1 das mittlere spec. Gewicht der Erde,
m_2 die Masse der flüssigen Kugel,

so hat man in Folge des Gravitationsgesetzes:

$$\frac{g}{g_1} = \frac{m_2 r_1^2}{m_1 r_2^2}$$

Für m_2 und m_1 die folgenden Werthe eingeführt

$$m_2 = \sigma \cdot \tfrac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$m_1 = \sigma_1 \cdot \tfrac{4}{3}\pi r_1^3$$

giebt

$$\frac{g}{g_1} = \frac{\sigma r_2}{\sigma_1 r_1}$$

Dieser Werth für $\frac{g}{g_1}$ in der obigen Gleichung 9 substituirt, giebt:

$$p = \frac{\sigma^2}{2\varrho_1 \sigma_1 r_1} (r_2^2 - r^2) \quad . \; . \; . \; . \; (10)$$

Hieraus erhält man für den Druck im Centrum einer Kugel vom Radius r und dem spec. Gewicht σ:

$$p = \frac{\sigma^2 r^2}{2\varrho_1 \sigma_1 r_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Für den Radius der Kugel ergiebt sich:

$$r = \frac{\sqrt{p}}{\sigma} \sqrt{2\varrho_1 \sigma_1 r_1} \quad . \; . \; . \; (12)$$

Bezeichnet m die Masse der betrachteten Kugel, so ist

$$m = \frac{4\pi}{3} r^3 \sigma$$

oder den obigen Werth von r substituirt:

$$m = \frac{\sqrt{p^3}}{\sigma^2} \cdot \frac{4\pi}{3} \sqrt{(2\varrho_1 \sigma_1 r_1)^3} \quad . \; . \; . \; (13)$$

Hieraus ergiebt sich für p:

$$p = \frac{\sqrt[3]{\sigma^4 m^2}}{2\varrho_1 \sigma_1 r_1} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \quad . \; . \; . \; . \; (14)$$

Die Formeln (12), (13) und (14) drücken bestimmte Beziehungen aus, welche zwischen dem hydrostatischen Druck im Centrum einer tropfbarflüssigen Kugel, dem Volumen, der Masse und dem specifischen Gewichte der homogenen Flüssigkeit bestehen, wenn die Theilchen der letzteren dem Newton'schen Gravitationsgesetze unterworfen und im Zustande des Gleichgewichtes sind.

Mit Hülfe jener Ausdrücke lassen sich die genannten Grössen numerisch berechnen, wenn zwei derselben gegeben sind und der hydrostatische Druck durch die Höhe einer Quecksilbersäule an der Oberfläche der Erde gemessen wird.

4.

Der hydrostatische Druck im Innern einer flüssigen Kugel erreicht nach Formel (10) sein Maximum im Centrum derselben. Ist daher dieser Maximalwerth des Druckes kleiner als das Maximum der Spannkraft des Dampfes der betreffenden Flüssigkeit bei der herrschenden Temperatur, so müssen sich aus dem Centrum einer solchen Kugel, und noch mehr an entfernteren Stellen von demselben, Dampfblasen entwickeln, d. h. die Flüssigkeit muss in ihrer ganzen Masse sieden und sich hierdurch in eine Dampfkugel verwandeln. Dass unter den gemachten Voraussetzungen diese Verwandlung in Dampf eine vollständige, d. h. ohne Zurücklassung eines flüssigen Kernes sein muss, ist auch ohne Kenntniss der Druck- oder Dichtigkeitsvertheilung im Innern einer solchen Dampfkugel leicht ersichtlich.

Da nämlich überall das specifische Gewicht der in Dampf verwandelten Masse nothwendig kleiner als dasjenige derselben Masse im flüssigen Zustande sein muss, so folgt aus Formel (14), dass der Druck im Centrum der gebildeten Dampfkugel kleiner als im Centrum der früher aus der gleichen Masse gebildeten Flüssigkeitskugel ist. Da nun, unserer Annahme gemäss, bereits dieser letztere Druck kleiner war, als der zum Bestehen der Flüssigkeit erforderliche, so kann auch im Centrum der gebildeten Dampfkugel kein flüssiger Kern zurückbleiben.

Setzt man daher für p in den Formeln (12) und (13) denjenigen Werth ein, welcher dem Maximum der Spannkraft des Dampfes der betreffenden Flüssigkeit für die herrschende Temperatur entspricht, so erhält man für den Halbmesser und die Masse der Flüssigkeitskugeln bestimmte Werthe, welche nothwendig überschritten sein müssen, wenn diese frei im Weltraum schwebenden Körper sich nicht vollständig in Dampfmassen auflösen sollen.

Um eine Vorstellung von den hierbei auftretenden Grössen

zu erhalten, habe ich für eine Anzahl bekannter Stoffe die erwähnten Werthe berechnet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Als Längeneinheit ist das Meter, als Masseneinheit die Erdmasse angenommen. Setzt man die letztere gleich m_1, so ist:

$$m_1 = \frac{4\pi}{3} r_1^3 \sigma_1$$

und es verwandelt sich für diese Einheit Formel (13) in die folgende:

$$m = \frac{\sqrt{p^3}}{\sigma^2} \sqrt{\frac{(2\varrho_1)^3 \sigma_1}{r_1^3}}$$

Für die Grössen ϱ_1, σ_1 und r_1 sind die folgenden Werthe angenommen:

$$\varrho_1 = 13.597$$
$$\sigma_1 = 5.60$$
$$r_1 = 6370300^m.$$

Durch Einführung der hieraus sich ergebenden numerischen Constanten verwandeln sich die Formeln (12) und (13) für die zu Grunde gelegten Einheiten in die folgenden:

$$r = 31147 \cdot \frac{\sqrt{p}}{\sigma} \quad \ldots\ldots \quad (12a)$$

$$m = \frac{2087}{10^{11}} \cdot \frac{\sqrt{p^3}}{\sigma^2} \quad \ldots\ldots \quad (13a)$$

Mit Hülfe dieser Ausdrücke sind die folgenden Werthe von r und m berechnet, die Grössen σ und p sind den Tabellen von *Magnus* und *Regnault* entnommen, wobei jedoch die Aenderungen von σ in Folge der angenommenen Temperaturverschiedenheiten, als für den vorliegenden Zweck zu unbedeutend, vernachlässigt sind.

Temperatur und Grösse nicht stabiler Massen.

Name des Körpers	Temperatur	σ	p	r	m Erdmasse = 1
Wasser	− 32° C.	1	0.00032m	557m	$1.194.\frac{1}{10^{13}}$
—	− 20	—	0.00093	950	$5.917.\frac{1}{10^{13}}$
—	− 10	—	0.00209	1424	$1.993.\frac{1}{10^{12}}$
—	0	—	0.00460	2113	$6.512.\frac{1}{10^{12}}$
—	+ 20	—	0.01740	4109	$4.797.\frac{1}{10^{11}}$
—	+ 30	—	0.03160	5537	$14.72.\frac{1}{10^{11}}$
Alkohol	− 20	0.8095	0.0033	2211	$6.035.\frac{1}{10^{12}}$
—	0	—	0.0128	4354	$4.612.\frac{1}{10^{11}}$
Benzin	− 20	0.8999	0.0049	2423	$8.839.\frac{1}{10^{12}}$
—	0	—	0.0266	5646	$11.18.\frac{1}{10^{11}}$
Schwefelkohlenstoff	− 20	1.2931	0.0435	5025	$11.32.\frac{1}{10^{11}}$
—	0	—	0.1320	8754	$59.87.\frac{1}{10^{11}}$
Quecksilber	0	13.596	0.00002	10	$1.009.\frac{1}{10^{17}}$
—	+ 20	—	0.000037	14	$2.540.\frac{1}{10^{17}}$
—	+ 40	—	0.000077	20	$7.623.\frac{1}{10^{17}}$

5.

In der vorstehenden Uebersicht der Grösse und Masse von Kugeln, in deren Centrum der hydrostatische Druck den unter *p* angeführten Werthen entspricht, kommen Temperaturwerthe vor, bei welchen Wasser und Benzin ($C_{12}H_6$) sich im festen

Aggregatzustande befinden. Die angenommenen Werthe von p würden also in diesem Falle ihre physikalische Bedeutung als hydrostatischer Druck im Centrum der Kugeln verlieren. Da aber die Beobachtung lehrt, dass diese Körper auch im festen Aggregatzustande an ihrer Oberfläche so lange eine Dampfatmosphäre entwickeln, bis der Druck derselben auf die Oberfläche des verdunstenden Körpers dem Maximum der Spannkraft bei der herrschenden Temperatur entspricht, so folgt aus den vorhergehenden Betrachtungen, dass die mit den angenommenen Werthen von p berechneten Massen nothwendig zu klein sind, um vermöge ihrer Anziehung auf die sich bildende Dampfatmosphäre jenen Maximaldruck an ihrer Oberfläche zu erzeugen. Eine kugelförmige Eismasse mit einem Halbmesser von 557 Meter muss sich daher im leeren Raume selbst bei einer Temperatur von -32^{0} C. mit der Zeit vollständig in Dampf auflösen. Folglich ist auch der feste Aggregatzustand des Wassers unter den angenommenen Verhältnissen kein stabiler. Nur die Art und Geschwindigkeit des Ueberganges in den dampfförmigen Zustand ist bei einer Eismasse verschieden von derjenigen bei einer flüssigen Wassermasse. Während bei ersterer die Verdunstung nur an der Oberfläche vor sich gehen kann, findet bei letzterer für die angenommenen Dimensionen die Dampfentwickelung aus allen Theilen der Masse statt, so dass die Geschwindigkeit des Ueberganges oder die in der Zeiteinheit entwickelte Dampfmenge im letzten Falle eine unvergleichlich viel grössere als im ersten Falle sein wird.

Die hier dargelegte Beziehung zwischen dem festen und dampfförmigen Aggregatzustande ist nun aber nach allen bis jetzt bekannten Thatsachen nicht nur eine einzelnen Körpern eigenthümliche, sondern höchst wahrscheinlich eine allgemeine Eigenschaft der Materie. Dass wir nicht, wie beim Eise und anderen leichter verdampfenden Stoffen, im Stande sind, den Druck der gebildeten Dampfatmosphäre durch Depression des Quecksilberniveaus im Vacuum des Barometers nachzuweisen, muss nach einer rationellen Induction zunächst nur durch die allzugrosse Kleinheit, aber nicht durch die gänzliche Abwesenheit der fraglichen Druckgrössen erklärt werden. In ähnlicher Weise, wie die Werthe der Dampfspannung des Wassers und anderer Stoffe unabhängig von dem Aggregatzustande bei continuirlichen Temperaturänderungen continuirlich in einander übergehen,

muss dies auch bei anderen Körpern vorausgesetzt werden. Nur die Grösse der Dampfspannung wird bei derselben Temperatur für verschiedene Stoffe eine ausserordentlich verschiedene sein, wie dies bereits aus der vorstehenden Tabelle ersichtlich ist.

Berechnet man z. B. nach Formel (11)

$$p = \frac{\sigma^2 r^2}{2\varrho_1\sigma_1 r_1}$$

den Druck im Centrum einer flüssigen Eisenkugel vom spec. Gewicht 7.7 und einem Halbmesser von 10 Millimetern, so findet man

$$p = 0.000000006^{mm}.$$

Dieser Druck würde nach der mitgetheilten Tabelle ungefähr 6054 Mal kleiner als das Maximum der Dampfspannung des Quecksilbers bei + 20° C. sein. Gesetzt nun, es entspräche der gefundene Werth dem Maximum der Spannung des Eisendampfes bei + 20° C., so müsste sich nach den angestellten Betrachtungen eine feste Eisenkugel von 20mm Durchmesser bei der angegebenen Temperatur mit der Zeit im Weltraum vollständig in Dampf auflösen.

Ohne hier ausführlicher auf die Erscheinungen einzugehen, welche als Stützen für die Verdunstung von festen Körpern mit sehr hohen Schmelzpuncten auch bei gewöhnlicher Temperatur angeführt werden könnten, mag doch an den eigenthümlichen Geruch der Metalle und einiger Mineralien erinnert werden. Jedenfalls wird die spectralanalytische Untersuchung das empfindlichste Mittel sein, um die Existenz derartiger Dämpfe nachzuweisen, namentlich im Weltraume, wo die grosse Mächtigkeit der Gas-Schichten den durch ihre geringe Dichtigkeit entstehenden Verlust an Absorptions- oder Leuchtkraft wieder zu compensiren im Stande ist.

Ich würde mir auf Grund der obigen Betrachtungen das Vorkommen von Metalllinien im Spectrum der Atmosphäre erklären können, sei es, dass letztere, wie beim Nordlicht, durch die Ausgleichung kosmischer Electricitätsmengen oder durch den künstlich bewirkten Uebergang des electrischen Funkens in's Glühen versetzt wird.

6.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass die Temperatur und Masse kosmischer Körper mit der Stabilität ihres festen oder flüssigen Aggregatzustandes in engster Beziehung stehen. Wir können das Wesentlichste der gewonnenen Resultate kurz in folgendem Satze aussprechen:

Ist die Masse eines im Weltraume sich selbst überlassenen Körpers nicht ausreichend, um vermöge seiner Gravitation der ihn umgebenden Dampfatmosphäre eine Spannung zu ertheilen, welche gleich dem Maximum der Spannkraft seiner Dämpfe für die herrschende Temperatur ist, so löst sich jener Körper mit der Zeit vollständig in eine Dampfmasse auf.

Es entsteht nun die Frage, ob die so gebildete Dampfmasse, welche beim Verschwinden des flüssigen Kernes die Gestalt einer Kugel mit nach dem Centrum wachsender Dichtigkeit besitzen wird, sich in dieser Gestalt im Gleichgewichte befindet oder nicht. Setzt man für die einzelnen Elemente der Dampfkugel das *Newton*'sche und *Mariotte*'sche Gesetz voraus, so lässt sich, auch ohne das Gesetz der Dichtigkeitszunahme nach dem Centrum genauer zu kennen, nachweisen, dass eine endliche Dampf- oder Gasmasse im unbegrenzten Raume keine stabile Gleichgewichtsfigur zu bilden im Stande ist.

Ich glaube den fraglichen Beweis für diesen Satz in folgender Weise liefern zu können.

Gesetzt eine endliche Gasmasse befände sich unter dem Einfluss der angenommenen beiden Gesetze im Gleichgewicht, so sind zwei Fälle möglich, entweder die Masse vertheilt sich in concentrischen Kugelschichten mit abnehmender Dichtigkeit bis in die Unendlichkeit, so dass die von einer Kugelschale eingeschlossene Masse mit wachsendem Radius sich der ursprünglich gegebenen Masse als einem Grenzwerthe für einen unendlich grossen Radius nähert, — oder die gebildete Dampfkugel besitzt eine Grenze, d. h. die von einer Kugelschale umschlossene Masse erreicht für einen endlichen Werth des Radius ihre ursprünglich in Form von fester oder flüssiger Substanz gegebene Grösse.

In beiden Fällen kann man sich die vorhandene Gasmasse durch eine um den Mittelpunct beschriebene, beliebig grosse Kugelschale von endlichem Radius derartig in zwei Theile zerlegt denken, dass die von jener Schale eingeschlossene Masse als unendlich gross gegenüber der ausserhalb befindlichen betrachtet werden darf.

Unter dieser Voraussetzung soll die Dichtigkeit in irgend einem Puncte dieser ausserhalb befindlichen Gasmasse bestimmt werden.

7.

Es bezeichne:

p den Druck in einem beliebigen Puncte der äusseren Gasmasse,
r den Abstand desselben vom Centrum,
σ die Dichtigkeit in demselben,
r_1 den Radius der oben erwähnten Kugelschale,
g_1 die Intensität der Gravitation in der Oberfläche derselben,
σ_1 die Dichtigkeit in einem Puncte derselben,
t die überall constante Temperatur des Gases,
a eine von der Beschaffenheit des Gases abhängige Constante.

Die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes des betrachteten Punctes werden alsdann durch die folgenden beiden Gleichungen ausgedrückt:

$$dp = \sigma\varphi(r)dr \quad \ldots\ldots \quad (1a)$$

$$p = a(1 + \alpha t)\sigma \quad \ldots \quad (2a)$$

Durch Elimination von dp ergiebt sich hieraus:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{\varphi(r)dr}{a(1+\alpha t)} \quad \ldots\ldots \quad (3a)$$

Unter den gemachten Voraussetzungen ist aber

$$\varphi(r) = \frac{g_1 r_1^2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4a)$$

Dieser Werth in 3a substituirt giebt:

$$\int \frac{d\sigma}{\sigma} + \text{Const.} = \frac{g_1 r_1^2}{a(1+\alpha t)} \int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r_2}$$

Bezeichnet c eine Constante, so giebt die Ausführung der Integration:

$$\text{log. nat. } \frac{\sigma}{c} = \frac{g_1 r_1 (r_1 - r)}{a(1 + \alpha t) r}$$

oder:

$$\sigma = c e^{-\frac{g_1 r_1 (r - r_1)}{a(1 + \alpha t) r}}$$

Für $r = r_1$ folgt:

$$\sigma = \sigma_1$$

Der gesuchte Ausdruck ist demnach der folgende:

$$\sigma = \sigma_1 e^{-\frac{g_1 r_1 (r - r_1)}{a(1 + \alpha t) r}} \quad \ldots \quad (5a)$$

Diese Formel zeigt, dass für stetig wachsende Werthe von r die Dichtigkeit nach einem endlichen Grenzwerth convergirt, der für $r = \infty$ erreicht und ausgedrückt ist durch

$$\sigma_\infty = \sigma_1 e^{-\frac{g_1 r_1}{a(1 + \alpha t)}} \quad \ldots \ldots \quad (6a)$$

Es bezeichne nun dm die Masse, welche in einer concentrischen Kugelschicht vom Radius r und der Dicke dr enthalten ist, so hat man

$$dm = 4r^2 \pi \sigma dr = 4\pi \sigma_1 r^2 e^{-\frac{g_1 r_1 (r - r_1)}{a(1 + \alpha t) r}} dr$$

Für stetig wachsende Werthe von r convergirt dieser Ausdruck für das Differential der Masse, wie man sieht, nach dem Werthe:

$$dm = \infty$$

Da aber einer solchen Bedingung die vorausgesetzte endliche Gasmasse nicht genügen kann, so folgt, dass im leeren, unbegrenzten Raume eine endliche Gasmasse keinen Gleichgewichtszustand anzunehmen im Stande ist, sondern sich durch eine stetig mit der Zeit abnehmende Dichtigkeit im Raume verlieren muss. [1])

---

1) *Poisson* gelangt in seiner *Théorie mathématique de la chaleur, Supplement* p. 21 ff. bei der Untersuchung über die Grenze der Erdatmosphäre durch allgemeine Betrachtungen zu demselben Resultat. Er bemerkt:

»*Or, la force élastique ne saurait se réduire à zéro, parce qu'elle décroîtrait seulement à raison de la densité, et par exemple, suivant la loi de Ma-*

Betrachtet man daher die Verdampfung als eine allgemeine Eigenschaft der Materie über dem absoluten Nullpunct, so würden sich unter den gemachten Voraussetzungen auch die grössten Massen, so lange sie endlich sind, in einem unbegrenzten leeren Raume fortdauernd bis zum Verschwinden verflüchtigen müssen.

Als nothwendige Bedingung für die Stabilität des Aggregatzustandes ergiebt sich folglich die materielle Erfüllung des Raumes mit denjenigen Stoffen, aus welchen die in ihm befindlichen Körper bestehen. Aber auch eine unendliche Gasmasse würde der in Gl. 5a ausgesprochenen Gleichgewichtsbedingung nur dann genügen können, wenn die jener Gleichung zu Grunde liegende Voraussetzung auch für die unendliche Gasmasse erhalten bleibt. — Diese Voraussetzung bestand aber darin, dass die Theilchen der ausserhalb der mit dem Radius r_1 beschriebenen Kugelschale liegenden Gasmasse nur unter dem Einfluss der Gravitation der in jener Kugelschale eingeschlossenen Masse stehen, und daher untereinander keine gravitirende Wirkung ausüben. Diese Eigenschaft müsste man daher auch der ausserhalb der erwähnten Kugelschale

---

riotte; car alors, tant que l'air aurait aussi une force élastique en vertu de laquelle il se dilaterait encore davantage; et l'atmosphère ne pouvant se terminer, elle se dissiperait en entier dans l'espace.

In der stillschweigenden Voraussetzung, dass die Atmosphäre eine Grenze haben müsse, widerlegt nun *Poisson* zunächst die Annahme, dass etwa der Aether im Stande wäre, den erforderlichen Druck auf die äussere Grenzschicht auszuüben; eine solche Hypothese sei unzulässig »*car l'éther pénètre dans la masse d'air; et la force élastique de l'éther intérieur, en s'exerçant de dedans en dehors, détruit la pression exercée en sens contraire par l'éther extérieur.*« Es bliebe also nichts anderes übrig als die Annahme einer so niedrigen Temperatur jener Grenzschicht, dass die Luft ihre elastische Kraft vollständig verliere und tropfbar flüssig werde. »*C'est donc par le froid que les dernières couches de l'atmosphère doivent perdre leur ressort: près de la surface supérieure, la température de l'air doit être celle de la liquéfaction de ce fluide, et la couche d'air liquide doit avoir l'épaisseur nécessaire pour que son poids fasse équilibre à la force élastique de l'air inférieur, sur lequelle elle repose.*« Abgesehen von den Widersprüchen, welche eine solche Hypothese mit den Gesetzen der Verdampfung involvirt, nach denen für jede Temperatur über dem absoluten Nullpunct die Dampfspannung einen endlichen Werth besitzen müsste, fehlt jeder Grund für die Annahme einer so starken Temperaturerniedrigung, welche eine überall von den Wärmestrahlen der Sonne in der Entfernung unserer Erde getroffene Luftmasse erleiden sollte. (Siehe die folgende Anm.)

liegenden unendlichen Gasmasse beilegen, sollte dieselbe im Zustande des Gleichgewichtes den unendlichen Raum nach dem in (5a) enthaltenen Gesetze erfüllen. Eine solche Annahme kann aber nur als eine Fiction, nie als der Ausdruck realer Verhältnisse betrachtet werden, da die Gravitation als eine allgemeine Eigenschaft der Materie allen hierauf bezüglichen physikalischen Betrachtungen stets zu Grunde gelegt werden muss.

Gesetzt daher, es könnte eine unendliche Gasmasse im unendlichen Raum unter dem Einflusse der Gravitation auch ihrer Theile die Oberfläche einer starren Kugel als Atmosphäre im Zustande des Gleichgewichtes umgeben, so müsste nothwendig das Gesetz der Dichtigkeitsabnahme mit wachsender Entfernung vom Centrum ein anderes als das oben in Formel (5a) ausgedrückte sein.

Beobachteten wir aber dennoch an einer frei im Raume schwebenden Kugel, dass ihre Atmosphäre im Gleichgewichte ist und von einem bestimmten Abstande r_1 vom Centrum mit dem erwähnten Gesetz der Dichtigkeitsabnahme merklich übereinstimmt, so kann man sich fragen, welche Eigenschaften dem Raume und der ihn erfüllenden Materie beizulegen sind, um jenes beobachtete Gesetz physikalisch zu erklären. So weit ich sehe würde nur die folgende Annahme dieser Erklärung Genüge leisten:

Der Raum, in welchem sich die betrachtete Kugel befindet, ist ein sehr grosser aber endlich begrenzter und die Masse, welche von einer Kugelschale mit einem bestimmten Radius r_1 umschlossen wird, ist gegen die Gasmasse im übrigen Raume so gross, dass die letztere gegen die erstere vernachlässigt werden kann.

Wie man sieht ist auch unter dieser Voraussetzung die wirklich stattfindende Abnahme der Dichtigkeit nur eine Annäherung an das betrachtete Gesetz, die jedoch durch Vergrösserung des erwähnten Massenverhältnisses jeden beliebigen Grad erreichen kann. Ist also die von der Kugelschale mit dem Radius r_1 umschlossene Masse in Form einer festen Kugel gegeben, welche von der äusseren Gasmasse als Atmosphäre umhüllt wird, so sind die beiden nothwendigen und ausreichenden Be-

dingungen für die Abnahme der Dichtigkeit nach dem erwähnten Gesetze im Zustande des Gleichgewichtes, die folgenden:

1. die Masse der Atmosphäre ist verschwindend klein gegen die Masse der Kugel,
2. der Raum, in welchem sich diese Körper befinden, ist ein endlich begrenzter.

Die oben gefundene Formel (5a), welche das fragliche Gesetz enthält, ist nun aber identisch mit derjenigen, welche die Abnahme der Dichtigkeit unserer Atmosphäre mit der Erhebung über dem Erdboden bei überall constanter Temperatur ausdrückt.

Bezeichnet nämlich:

h die Grösse dieser Erhebung,
r_1 den Erdradius,
g_1 die Intensität der Schwere an der Erdoberfläche,
t die absolute und im ganzen Raume als constant angenommene Temperatur,
σ_1 die Dichtigkeit in der Höhe h,

so verwandelt sich der Ausdruck (5a) in den folgenden:

$$\sigma = \sigma_1 e^{-\frac{g_1 r_1 h}{aut(r_1+h)}}$$

Bezeichnet ferner:

ϱ_1 das specifische Gewicht des Quecksilbers,
ϱ das specifische Gewicht der Atmosphäre bei 0°C. und mittlerem Barometerstande,
a_1 die jenem Barometerstande entsprechende Höhe der Quecksilbersäule,

so ist:

$$a = \frac{\varrho_1 g_1 a_1}{\varrho} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8a)$$

Diese Grösse ist also, mit Rücksicht auf das *Mariotte*'sche Gesetz eine nur von der Beschaffenheit des Gases abhängige Constante. Wählt man als Längeneinheit für die Grössen g_1 und a_1 das Meter, so sind die numerischen Werthe jener Constanten für die atmosphärische Luft und die permanenten Gase die folgenden:

Luft:	$a_e =$	78380
Stickstoff:	$a_n =$	80690
Sauerstoff:	$a_o =$	70930
Wasserstoff:	$a_h =$	1131600

Setzt man in dem obigen Ausdrucke für σ:

$$h = \infty$$

und

$$\frac{1}{\alpha} = 273$$

indem für die absolute Temperatur die Grade der hunderttheiligen Scala angenommen werden, so erhält man:

$$\sigma = \sigma_1 e^{-\frac{273 g_1 r_1}{a t}} \quad . \; . \; . \; . \quad (9a)$$

Diese Formel drückt also unter den gemachten Voraussetzungen den Grenzwerth der Dichtigkeit aus, welchem sich bei fortdauernd wachsendem Abstande vom Centralkörper die Dichtigkeit einer im Gleichgewicht befindlichen Atmosphäre nähert.

Denken wir uns daher den unendlichen Raum mit einem bekannten Gase von überall constanter Dichtigkeit σ und constanter absoluter Temperatur t erfüllt, so würde sich aus jener Formel für das Dichtigkeitsverhältniss jenes Gases im Raume und an der Oberfläche des betrachteten Himmelskörpers der Ausdruck ergeben:

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = e^{-\frac{273 g_1 r_1}{a t}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (10a)$$

Bezeichnet man für einen zweiten Himmelskörper die entsprechenden Grössen mit σ_2, g_2, r_2, so würde unter denselben Verhältnissen jener Werth ausgedrückt durch:

$$\frac{\sigma}{\sigma_2} = e^{-\frac{273 g_2 r_2}{a t}}$$

Durch Division dieser Gleichungen erhält man:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = e^{\frac{273}{a t}(g_2 r_2 - g_1 r_1)} \quad . \; . \; . \quad (11a)$$

Beide Formeln zeigen, dass sich die Verhältnisse $\frac{\sigma}{\sigma_1}$ und $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ mit wachsendem Werthe von a, also mit abnehmender Dichtigkeit des angenommenen Gases und wachsender Temperatur t, der Einheit nähern.

Um bei der Anwendung der vorstehend entwickelten Consequenzen auf reale Verhältnisse nicht missverstanden zu werden, bemerke ich hier ausdrücklich, dass der empirische

Beweis für die Stabilität der Atmosphäre eines Himmelskörpers, z. B. derjenigen des von uns bewohnten Planeten, ebensowenig wie der Beweis für die absolute Unveränderlichkeit des Abstandes zweier Puncte eines Körpers je geführt werden kann. Wir können stets nur behaupten, dass innerhalb des endlichen Zeitintervalls der Beobachtungen keine für uns merkliche Veränderung stattgefunden hat, und erst nach einer unendlichen Beobachtungszeit würde jenes Urtheil über die Unveränderlichkeit einen absoluten Werth erreichen. Da nun aber die obigen Deductionen offenbar nur für den Zustand der absoluten Stabilität gültig sind, so kann empirisch über die erwähnten Eigenschaften des Raumes auf diesem Wege nie endgültig entschieden werden.

Nichtsdestoweniger schien es mir von Interesse, auf Erscheinungen im Bereiche der uns sinnlich zugänglichen Welt aufmerksam zu machen, welche von jenen Qualitäten des realen Raumes direct abhängig sind, und uns bei absolut genauen Beobachtungen unter den gemachten Voraussetzungen befähigen würden, jene Eigenschaften des Raumes und der ihn erfüllenden Materie unserer Erkenntniss zu erschliessen.

Unberührt von dieser Einschränkung bleibt jedoch das Resultat über die materielle Erfüllung des uns sinnlich wahrnehmbaren Raumes mit denjenigen Stoffen, aus welchen die darin enthaltenen Körper bestehen. Die letzteren verhalten sich der materiellen Erfüllung des Raumes gegenüber vollkommen analog den Wassertröpfchen, welche sich aus einer frei schwebenden Wolke durchsichtigen Wasserdampfes ausscheiden, wenn die Temperatur dieser Dampfmasse unter den dem Maximum der Spannkraft entsprechenden Werth herabgesunken ist. Der Raum zwischen den einzelnen schwebenden Wassertropfen bleibt stets mit Wasserdampf erfüllt, nur die Dichtigkeit und Spannung desselben ändern sich mit der Temperatur des Raumes. Sinkt diese Temperatur, so vergrössern sich die gebildeten Flüssigkeitskugeln auf Kosten der zwischen ihnen enthaltenen Masse des Dampfes. Auf diese Weise tritt bei stetiger Temperaturerniedrigung ein Zustand ein, wo die Masse der in Gas- oder Dampfform vorhandenen interglobularen Materie, gegenüber der zu Kugeln condensirten, ausserordentlich klein wird und alsdann für physikalische Betrachtungen als verschwindend angenommen werden kann.

Ein solcher Zustand wird bei den folgenden Betrachtungen für den uns sinnlich wahrnehmbaren Weltraum mit den in ihm befindlichen Körpern vorausgesetzt.

8.

Angenommen der Raum, in welchem sich unser Planetensystem befindet, besitze überall die Temperatur des schmelzenden Eises und sei mit atmosphärischer Luft erfüllt. Die in diesem Raume befindlichen, durch einen Condensationsprocess entstandenen kugelförmigen Massen haben vermöge ihrer Attraction die ursprünglich überall gleiche Dichte des vorausgesetzten Gases verändert und auf diese Weise Atmosphären gebildet, welche ihre Oberflächen mit nach Aussen abnehmender Dichtigkeit umgeben. Setzt man nun die gegenseitigen Abstände der einzelnen Massen sehr gross und die Dichtigkeit des angenommenen atmosphärischen Gases an der Oberfläche einer dieser kugelförmigen Massen als bekannt voraus, so lässt sich im Zustande des Gleichgewichtes mit Hülfe der Formel 10a ein Minimalwerth der Dichtigkeit des Gases berechnen, unter welchen dieselbe an keiner Stelle des Raumes herabsinken kann. Dieser minimalen Dichtigkeit wird sich ein Punct um so mehr nähern, je grösser seine Entfernung von der nächsten Masse im Verhältniss zu den Dimensionen derselben ist.

Bezeichnet z. B. σ_1 die Dichtigkeit der Atmosphäre an der Oberfläche der Erde, so ergiebt sich unter den gemachten Annahmen für jenen Grenzwerth der minimalen Dichtigkeit σ des atmosphärischen Gasgemenges im Weltraume:

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{10^{346}}$$

Dieser Werth von σ ist so gering, dass eine Luftmasse von 1.29 Gramm, welche an der Erdoberfläche unter normalen Verhältnissen den Raum eines Cubikdecimeters einnimmt, den Raum einer Hohlkugel gleichmässig erfüllen müsste, deren Halbmesser mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes erst in 10^{99} Jahren zurückgelegt werden könnte.

Berechnet man die Dichtigkeit dieses Gases in der Ent-

fernung des uns nächsten Himmelskörpers, des Mondes, so findet man

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{10^{340}}$$

also immer noch einen physikalisch vollkommen verschwindenden Werth. — Man sieht hieraus, dass ein Medium von so grosser Verdünnung weder auf die Extinction und Richtung des Lichtes im Weltraume noch auf die Bewegungen der in ihm befindlichen Massen einen merklichen Einfluss ausüben kann. Und dennoch würde eine solche feine Vertheilung der atmosphärischen Gase im Weltraume und der dadurch bedingte minimale Druck ausreichen, um unter dem Einfluss der Gravitation und des *Mariotte*'schen Gesetzes an der Erdoberfläche eine Atmosphäre von der uns bekannten Dichtigkeit im Zustande des Gleichgewichtes zu erhalten. Uebrigens zeigt die Formel, dass der gefundene Werth noch kleiner wird, wenn man die Temperatur des Weltraumes mit *Fourier* zu — 60° C. oder mit *Pouillet* zu — 142° C. annimmt. [1])

---

1) Unter »Temperatur des Weltraumes« würde diejenige Temperatur zu verstehen sein, welche ein Körper in jenem Raume unter dem Einfluss der Wärmestrahlung der Gestirne annimmt, wenn keins der letzteren — wie in unserem Planetensystem die Sonne — durch seine Nähe präponderirt, also an einer Stelle, deren Entfernung von der nächsten Wärmequelle eine mittlere Sternenweite beträgt.

Die Schlüsse, welche man aus der Temperaturerniedrigung eines Quecksilberthermometers mit wachsendem Abstande von der Erdoberfläche auf die Temperaturabnahme der Atmosphäre gemacht hat, involviren die Vernachlässigung eines sehr wesentlichen Umstandes, unter dem allein die Angaben des Thermometers als Ausdruck der Temperatur des umgebenden Mediums betrachtet werden dürfen. Sobald die Quecksilbersäule eine constante Höhe erreicht hat, ist die in der Zeiteinheit vom Thermometer empfangene Wärmemenge gleich der ausgegebenen. Empfang und Ausgabe finden durch Strahlung und Leitung statt. Ist das Medium, dessen Temperatur durch Eintauchen des Thermometers bestimmt werden soll, ein für Strahlen vollkommen undurchdringliches, so findet die Herstellung des Temperaturgleichgewichtes nur durch Leitung statt. Die Temperatur des Quecksilbers in der Kugel ist dann in der That gleich der Temperatur des umgebenden Mediums. Gesetzt nun das Medium würde bei sonst unveränderten Bedingungen, also auch bei derselben Temperatur, durchstrahlbar, so muss die vom Thermometer angegebene Temperatur nothwendig niedriger als die des umgebenden Mediums sein, da die Kugel des Thermometers noch eine bestimmte Wärmemenge durch Ausstrahlung verliert, während die Einnahme durch Leitung unverändert geblieben ist.

9.

Das Verhältniss der Dichtigkeiten eines bestimmten Gases im Raume und an der Oberfläche einer Kugel wird bei einer Temperatur von 0° C. ausgedrückt durch:

Die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit der Thermometerkugel durch Berührung von dem umgebenden Medium mitgetheilt wird, hängt abgesehen von der Leitungsfähigkeit auch von der Beweglichkeit des letzteren ab. Je grösser die Anzahl von Theilchen ist, welche in der Zeiteinheit mit der Oberfläche der Thermometerkugel in Berührung kommen und ihren Temperaturaustausch vollziehen können, desto grösser muss offenbar die Wärmemenge sein, welche das Thermometer durch Leitung von dem umgebenden Medium empfangen kann. Man denke sich nun eine Gasmasse von bestimmter Dichte und constanter Temperatur im Weltraume, und in dieser Gasmasse ein Thermometer. Sobald dasselbe eine constante Einstellung angenommen hat, ist die durch Berührung mit der Gasmasse empfangene Wärmemenge gleich der ausgestrahlten. Wird unter sonst unveränderten Umständen die Dichtigkeit der Gasmasse z. B. auf die Hälfte reducirt, so ist offenbar die Anzahl der Gastheilchen, welche in der Zeiteinheit mit der Kugel des Thermometers in Berührung kommen, nur halb so gross als vorher, und daher auch die in dieser Zeit durch Leitung mitgetheilte Wärmemenge eine nur halb so grosse. Da die Ausstrahlung des Thermometers durch die Verdünnung nicht wesentlich verändert, jedenfalls aber nicht verkleinert worden ist, so muss die Temperatur des Thermometers unter die Temperatur des umgebenden Mediums sinken. *Man sieht hieraus, dass die Angaben des Quecksilberthermometers zur Temperaturbestimmung frei im Raume befindlicher, durchstrahlbarer Gasmassen vollkommen unbrauchbar sind, indem diese Angaben stets niedriger als die wahren Temperaturen der Gasmasse sein müssen. Dieser Unterschied wächst mit der Abnahme der Dichtigkeit des betrachteten Gases.*

Die Temperaturabnahme in der Atmosphäre, welche wir mit wachsender Erhebung über dem Erdboden durch unser Gefühl und das Thermometer beobachten, müsste daher auch bei überall gleicher Temperatur der Atmosphäre nothwendig stattfinden, und ich glaube in der That, dass in den hier entwickelten Umständen die wesentlichste Ursache für das Sinken des Thermometers mit wachsender Erhebung über dem Erdboden zu suchen ist. — Setzt man daher als Ursache der constanten Temperatur der betrachteten Gasmasse die von einer sehr entfernten Wärmequelle, z. B. von der Sonne, ausgehende constante Strahlung voraus, so muss man, unabhängig von jeder besonderen Hypothese über die Beziehungen zwischen dem Träger der Strahlung und den Molecülen der Gasmasse, die Annahme machen, dass jedes einzelne dieser Molecüle durch Strahlung diejenige Wärmemenge in der Zeiteinheit empfängt, welche dasselbe in der gleichen Zeit durch eigene Strahlung verliert. Betrachtet man jene Molecüle im Sinne der mechanischen Theorie der Gase als discrete, elastische Massen, die sich im Verhältniss zu ihren Dimensionen in durchschnittlich sehr grossen Abständen befinden und nur in relativ sehr grosser Nähe

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = e^{-\frac{gr}{a}}$$

oder wenn man

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = x$$

setzt:

$$\log_n x = -\frac{gr}{a}$$

Da nun der Werth von a nach dem Früheren ist:

$$a = \frac{g_1 \varrho_1 a_1}{\varrho}$$

so kann man die Frage beantworten, wie gross die Dichtigkeit ϱ eines überall verbreiteten Gases angenommen werden müsste, damit das Verhältniss x der Dichtigkeiten desselben im Raume und an der Oberfläche selbst des grössten Körpers in unserem Planetensysteme einen bestimmten Werth nicht überschreite. Ich will annehmen, der Unterschied der beiden Dichten soll nicht grösser als $\frac{1}{100}$ sein. Alsdann wird

$$x = 0.99$$

und man hat zur Bestimmung von a die Gleichung:

$$a = -\frac{gr}{\log_n 0.99}$$

oder mit Hülfe des obigen Werthes von a:

$$\varrho = -\frac{g_1 \varrho_1 a_1}{gr} \log_n 0.99$$

Indem man für g und r die der Sonne zugehörigen Werthe einsetzt, erhält man:

$$\varrho_s = \frac{1}{186.10^9}$$

aufeinander wirken, so kann die Temperatur eines Aggregates solcher Molecüle wesentlich nur von der Intensität der Bestrahlung und nicht von der Dichtigkeit, d. h. von der Grösse des mittleren Abstandes der Molecüle abhängig sein.

Die Temperatur der den planetarischen Raum erfüllenden Gase wird daher in allen Puncten, welche in einer mit der Sonne concentrischen Kugeloberfläche liegen, als constant angenommen werden müssen, so lange diese Puncte nicht in der Nähe eines wärmestrahlenden Körpers, z. B. einer Planetenoberfläche liegen.

Dieselbe Rechnung unter denselben Bedingungen für die Erde ausgeführt, giebt:

$$\varrho_e = \frac{1}{161.10^7}$$

Bei diesen Werthen ist die Dichtigkeit des Wassers als Einheit angenommen. Legt man diejenige der atmosphärischen Luft zu Grunde, so erhält man:

$$\varrho_s = \frac{1}{241.10^8}$$

$$\varrho_e = \frac{1}{208.10^4}$$

Betrachtet man also z. B. das Medium, welches uns die Lichtschwingungen im Weltraum vermittelt als ein der Schwere unterworfenes Gas, so würde sich durch eine derartige Berechnung ein oberer Grenzwerth der Dichtigkeit dieses Gases bei 0° und dem normalen Barometerdruck ermitteln lassen, wenn auf anderem Wege empirisch bestimmt werden kann, welcher Dichtigkeitsunterschied an verschiedenen Stellen des Raumes nicht überschritten werden darf, ohne die Genauigkeit bekannter Beobachtungen merklich zu beeinflussen.

Zur Bestimmung einer solchen oberen Grenze für die Dichtigkeit des Aethers würden sich folgende Wege darbieten:

1. die Vergleichung der experimentell an der Erdoberfläche bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes mit der hierfür aus astronomischen Beobachtungen abgeleiteten Grösse,
2. die Berechnung des mechanischen Widerstandes, welchen der Aether, unter Annahme eines bestimmten Widerstandsgesetzes, z. B. des *Newton*'schen, nicht überschreiten darf, ohne die Umlaufszeit eines Körpers von bekannter Masse, Geschwindigkeit und Grösse um den Centralkörper in einer für unsere Beobachtungen merklichen Weise zu verändern.

Einen unteren Grenzwerth für die Dichtigkeit des Aethers hat *W. Thomson* durch Anwendung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft auf die actinometrischen Untersuchungen *Pouillet's* zu bestimmen versucht und hierbei gefunden *):

*) Edinb. Trans. XXI. 57—61. Comptes Rendus XXXIX. 529—534.

$$\varrho > \frac{1}{156.10^{18}}$$

Unter Voraussetzung, dass ein Gas, welches unter den normalen Druck- und Temperaturverhältnissen die obige Dichtigkeit besässe, den Weltraum erfülle, würde das betrachtete Verhältniss μ selbst unter dem Einflusse der Attraction des Sonnenkörpers einen von der Einheit so wenig verschiedenen Werth erlangen, dass man erhält:

$$\log.\mu = 0.000\,000\,000\,005$$

Auf dem ersten der oben angegebenen Wege würde man daher wohl für immer verzichten müssen, die Existenz eines derartigen Werthes nachzuweisen.

10.

Wenn die bisher angestellten Betrachtungen im Wesentlichen nur den Zweck hatten, zu zeigen, dass die Annahme einer allgemeinen Verbreitung der atmosphärischen Gase im Weltraum nicht zu Folgerungen führt, welche mit den Thatsachen der Beobachtung in Widerspruch treten, so mag in Folgendem eine bisher unerklärte Erscheinung, nämlich die Abwesenheit einer wahrnehmbaren Mondatmosphäre, angeführt werden, welche eine nothwendige Consequenz jener Annahme ist.

Auch ohne die Dichtigkeit des angenommenen Gases im Raume zu kennen, ist es nach den oben entwickelten Formeln leicht, den Ausdruck für das Verhältniss der Dichtigkeiten dieses Gases an der Oberfläche zweier Himmelskörper zu bilden, deren Masse und Grösse bekannt sind. Bezeichnen wie früher σ und σ_1 die Dichtigkeiten an den Oberflächen dieser Körper, und t und t_1 die absoluten Temperaturen in den Räumen, in denen sich das Gas mit den Körpern befindet, so erhält man als Ausdruck für das Verhältniss $\frac{\sigma}{\sigma_1}$ unter den gemachten Annahmen:

$$\log.\ \text{nat.}\ \frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{1}{a\alpha}\left(\frac{gr}{t} - \frac{g_1 r_1}{t_1}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Wendet man diese Formel auf Mond und Erde an, und setzt mit Rücksicht auf ihre im Mittel gleiche Entfernung von der Sonne

---

Vgl. auch das Referat von *Helmholtz* in den Berliner Berichten der physik. Ges. 1854. X. Jahrgang. p. 378.

$$t = t_1$$

so erhält man bei der Temperatur des schmelzenden Eises

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{1}{10^{332}}$$

also eine Dichtigkeit der atmosphärischen Gase, die in der That gegenüber derjenigen an der Erdoberfläche vollkommen verschwindend ist.

Dieselbe Rechnung auf die andern Körper unseres Planetensystems angewandt, giebt für alle bis einschliesslich Mars unter den angenommenen Bedingungen fast vollkommen verschwindende Werthe, dagegen für die Planeten Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun und vollends für die Sonne so ungeheure Zahlen, dass selbst bei hohen Temperaturverhältnissen an der Oberfläche dieser Körper möglicherweise die physikalischen Eigenschaften ihrer Massen, z. B. ihr specifisches Gewicht, durch Absorptionsprocesse sehr merklich beeinflusst werden könnten.

Bei niedrigen Temperaturen und einer dadurch bedingten überall festen Incrustation der Oberfläche könnten minimale Quantitäten von Gasen oder Dämpfen, die den atmosphärischen Gasen theils beigemengt sind, theils als Resultate einer unter irdischen Druckverhältnissen unmerklichen chemischen Reaction der beiden Hauptbestandtheile betrachtet werden dürfen, durch so ungeheure Drucksteigerungen einen Werth erreichen, welcher sich durch wahrnehmbare Absorptionswirkungen im Spectrum des von solchen Atmosphären reflectirten Sonnenlichts bemerklich macht. Die eigenthümlichen Spectra des Uranus und Neptun dürften von diesem Gesichtspuncte aus einer erhöhten Aufmerksamkeit und genaueren Untersuchung werth sein.

Indessen mag eine derartige Conjectur hier unterdrückt und nur noch darauf hingewiesen werden, dass diejenigen Körper unseres Planetensystems, welche nach den hier angeführten Berechnungen verschwindende Atmosphären von Stickstoff und Sauerstoff besitzen, dessenungeachtet Atmosphären aus anderen Stoffen, z. B. aus Wasserdampf, besitzen können. Es wird die Oberfläche eines Planeten unter Annahme einer genügend hohen eigenen Temperatur von einer sehr beträchtlichen Dampfatmosphäre umhüllt sein müssen, in welcher, je nach der Höhe der Temperatur, auch noch andere, leichter flüchtige, Stoffe enthalten

sein können. Auch die durch wechselnde Wärmestrahlung der Sonne erzeugten Temperaturdifferenzen würden auf einer allseitig mit Wasser bedeckten Planetenoberfläche mannigfache Condensationserscheinungen bedingen, die für einen fernen Beobachter den Character atmosphärischer Processe darbieten müssten. — Zu derartigen Annahmen über die Oberflächenbeschaffenheit wäre man bei einem von denjenigen Planeten genöthigt, für welchen die frühere Rechnung eine verschwindende Atmosphäre von Stickstoff und Sauerstoff ergeben hat, und anderweitige Beobachtungen die Existenz einer Atmosphäre bewiesen.

Nach der erwähnten Rechnung würde z. B. an der Oberfläche der Venus die Dichtigkeit der aus Stickstoff und Sauerstoff gebildeten Atmosphäre nur $\frac{1}{10^{34}}$ von der Dichtigkeit der irdischen Atmosphäre betragen und daher für unsere Wahrnehmung vollkommen verschwinden. Da nun aber die verschiedenartigsten Beobachtungen die Existenz einer sogar sehr beträchtlichen Atmosphäre auf der Venus beweisen, so wäre man genöthigt, ihrer Oberfläche bei Abwesenheit von Wasser eine so hohe Temperatur beizulegen, dass leichter flüchtige Stoffe, wie z. B. Natrium oder Magnesium, verdampften und jene Atmosphäre erzeugten. Bei einer ausgebreiteten Umhüllung von Wasser würden aber auch die durch kräftige Insolation erzeugten Temperaturunterschiede hinreichen, um die erforderlichen Verdampfungs- und Condensationserscheinungen zu erzeugen. Beide Eigenschaften können auch gleichzeitig vorhanden sein und durch ihre gemeinsame Wirkung die auf der Oberfläche der Venus beobachteten atmosphärischen Processe bedingen.

Da die eigenen Temperaturen der Planeten wesentlich von der Grösse und Abkühlungsgeschwindigkeit ihrer Massen abhängen, so würde die erste und jedenfalls wirksamste der obigen beiden Ursachen, welche für die Existenz einer aus nicht permanenten Gasen bestehenden Atmosphäre angenommen wurden, um so weniger wahrscheinlich werden, je kleiner die Masse eines Planeten ist. Da nun die Masse des Mars (für welchen unsere Rechnung ebenfalls einen vollkommen verschwindenden Werth der Dichtigkeit der permanenten atmosphärischen Gase ergiebt), ungefähr 7.8 Mal kleiner als diejenige der Venus ist, so würden die atmosphärischen Processe auf dem Mars wesentlich nur der Anwesenheit des Wassers und seiner Dämpfe, in

Verbindung mit dem wechselnden Einflusse der Insolation, zuzuschreiben sein, eine Annahme, welche ja bekanntlich auch durch andere Erscheinungen, z. B. durch die mit der Bestrahlung wechselnde Grösse der weissen Polarflecken gestützt wird.

Berücksichtigt man dagegen die kleine Masse des Merkur und die geringe Verschiedenheit der Werthe von gr bei diesem Planeten und dem Monde, die sich nur im Verhältniss von 28 zu 27 unterscheiden, ferner seine grosse Sonnennähe, vermöge deren er eine 6.6 Mal grössere Wärmemenge als die Erde erhält, so darf, wie ich glaube, mit grosser Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass Merkur ebensowenig wie der Mond in seiner gegenwärtigen Entwickelungsphase eine unter gewöhnlichen Verhältnissen merkliche Atmosphäre besitze.

Photometrische und spectroskopische Untersuchungen werden hierüber näheren Aufschluss geben, namentlich erstere, wenn die früher von mir in meinen »photometrischen Untersuchungen« bewiesene Abhängigkeit der Beleuchtung eines Planeten von seiner Oberflächenbeschaffenheit berücksichtigt wird.

11.

In Folgendem sollen nun diejenigen Erscheinungen näher erörtert werden, welche frei im Weltraume schwebende Flüssigkeitsmassen unter dem Einflusse einer variablen Temperatur und Wärmestrahlung darbieten müssen, wenn wir ihnen diejenigen allgemeinen Eigenschaften beilegen, welche an irdischen Flüssigkeiten durch Beobachtungen festgestellt sind.

In der oben (§. 4) mitgetheilten Tabelle wurden die Temperaturen und Massen einiger Stoffe angegeben, welche, ihren eigenen Kräften überlassen, sich nothwendig in Dampfmassen auflösen mussten, und zwar im flüssigen Aggregatzustande durch Dampfblasen-Entwickelung aus allen ihren Theilen. Befindet sich eine solche Masse successive unter dem Einflusse verschiedener Temperaturen, so muss die Quantität der in der Zeiteinheit entwickelten Dampfmenge sich ändern und zwar mit wachsender Temperatur steigen, mit sinkender abnehmen. Ebenso wird die Tiefe, in welcher unter dem Niveau der Flüssigkeit die

Blasenentwickelung beginnt, eine mit der Temperatur variable sein. Diese Entwickelung muss stets innerhalb derjenigen Tiefe beginnen, wo der hydrostatische Druck kleiner als das Maximum der Spannkraft der Dämpfe bei der herrschenden Temperatur ist. Man sieht leicht, dass die Veränderlichkeit dieser Tiefe für gleiche Temperaturschwankungen desto geringer werden muss, je grösser unter sonst gleichen Umständen die Flüssigkeitsmasse ist.

Auf der Erde steht die Oberfläche des Wassers unter dem Drucke einer Stickstoff- und Sauerstoffatmosphäre, welcher im Durchschnitt äquivalent dem hydrostatischen Drucke einer Wassersäule von 10.33 Metern ist. Da nun die Spannung des Wasserdampfes erst bei einer Temperatur von 100° C. jenen Werth erreicht, so können für alle Temperaturschwankungen unterhalb desselben die Veränderungen der Dampfspannung nur durch den Verdunstungsprocess an der Oberfläche des Wassers vor sich gehen. Denken wir uns aber die aus den genannten Gasen bestehende Atmosphäre entfernt, oder ein Gefäss mit Wasser in eine solche Höhe versetzt, in welcher der aërostatische Druck verschwindend ist, so müsste für jede Temperatursteigerung der Flüssigkeit ein Siedeprocess in Form von Blasenentwickelung bis zu einer gewissen Tiefe unterhalb des Niveau's stattfinden, und zwar bis zu einer solchen, in welcher der hydrostatische Druck gleich dem Maximum der Dampfspannung für die erhöhte Temperatur ist. Die Dampfentwickelung muss alsdann so lange fortdauern, bis der Druck der gebildeten Dampfatmosphäre auf die Oberfläche der Flüssigkeit dem erwähnten Maximum entspricht. So würde z. B. unter der gemachten Annahme an der Erdoberfläche eine plötzliche Temperatursteigerung des Wassers von 10° C. auf 15° C. von einem Siedeprocess begleitet sein, bei welchem die Entwickelung von Dampfblasen bis zu einer Tiefe von 47.6 Millimeter unter dem Niveau hinabreichte. Bei einer Wasserkugel von den Dimensionen unserer Erde, die also eine 5.6 Mal kleinere Masse als die letztere besässe, würde jene Blasenentwickelung bis zu einer Tiefe von 266.6 Millimetern hinabreichen. [1]) Diese Betrachtungen zeigen, dass partielle Temperaturänderungen flüs-

1) Bei diesen Berechnungen ist von dem sogenannten Siedeverzuge durch Ueberwindung der Molecularattraction abgesehen worden.



siger, kosmischer Massen von Aenderungen des Aggregatzustandes begleitet sind, die um so intensiver vor sich gehen, je kleiner die Massen und je grösser die Temperaturveränderungen sind.

12.

Befindet sich eine derartige Masse an einer Stelle des Weltraumes, wo die Strahlung keines Fixsternes wesentlich überwiegt, so muss sie diejenige Temperatur annehmen, welche man als »Temperatur des Weltraumes« bezeichnet und die *Pouillet* aus seinen actinometrischen Versuchen zu -142^{0} C. berechnet.[1] Gelangt jedoch die betrachtete Masse durch die Attractionswirkung eines grösseren Fixsternes in die Nähe einer strahlenden Wärmequelle, so wird zunächst diejenige Seite erwärmt werden, welche der Strahlung ausgesetzt ist. Es werden daher vorzugsweise nur auf dieser, der Wärmequelle zugewandten, Seite die oben geschilderten Verdampfungs- und Siedeprocesse stattfinden, indem die auf der entgegengesetzten Seite befindlichen Theile im Schatten des flüssigen Körpers liegen und daher nur indirect, vermöge der durch Strömungen vermittelten Leitung, erwärmt werden können. Auf dieser, der Wärmequelle abgewandten, Seite werden vorzugsweise Condensationserscheinungen eintreten, indem die Flüssigkeit hier durch Ausstrahlung eine Temperaturerniedrigung erleidet, welche unter günstigen Umständen sogar partiell eine Ueberführung in den festen Aggregatzustand bewirken könnte.

Um eine Vorstellung von der Dicke der Schicht zu erhalten, innerhalb welcher sich der Einfluss der Sonnenstrahlung auf eine Wassermasse noch geltend machen kann, will ich bemerken, dass die Sonne durch eine Schicht von nur 58 Metern des reinsten Wassers gesehen, bereits auf die Helligkeit der Vollmondsscheibe, d. h. auf $\frac{1}{618000}$ ihres ursprünglichen Glanzes reducirt sein würde.[2] Vergleicht man diese Dicke mit den in

1) *Pouillet*, Mémoire sur la chaleur solaire etc. Paris 1838.

2) Vergl. meine photometrischen Untersuchungen p. 105. — Ich habe hierbei für den Absorptionscoefficienten des Wassers den von *Wild* (Pogg. Ann. XCIX. 235—274) nach Filtration des Wassers durch »sehr feines Filtrirpapier« für eine Dicke von 1 Par. Zoll erhaltenen ($a = 0.9939$) zu Grunde

der obigen Tabelle zusammengestellten Dimensionen nicht stabiler Wassermassen, so sieht man, dass letztere auf der der Sonne abgewandten Seite vollkommen beschattet und jedem directen Einfluss der Wärmestrahlung entzogen sein müssen.

Ist nun durch den beschriebenen Process die ganze Flüssigkeitsmasse in Dampf verwandelt — was nach dem Früheren bei um so niedrigeren Temperaturen geschehen kann, je kleiner die ursprünglich vorhandene Masse war — so wird dieselbe bei Entfernung von der Wärmequelle und der dadurch bedingten Temperaturerniedrigung entweder wieder einen flüssigen Kern erzeugen, oder, wenn die Temperaturabnahme keine hinreichende war, langsam im Raume durch stetige Verdünnung verschwinden.

Gelangen demnach flüssige Meteormassen in den Bereich der Anziehungskraft der Sonne, so werden sie sich uns als Körper darbieten müssen, die von einer Dunsthülle umgeben sind, welche sich auf der der Sonne zugewandten Seite fortdauernd entwickelt. Je kleiner diese Massen sind, in desto grösserer Entfernung von der Sonne werden sie vollständig in Dampfkugeln verwandelt sein und alsdann, in Folge der Durchstrahlbarkeit der ganzen Masse, keine wesentlichen Unterschiede mehr auf der der Sonne zu- und abgewandten Seite zeigen können.

13.

Die Frage nun, ob es unter den verschiedenen Himmelserscheinungen auch solche gebe, welche dem soeben geschilderten Anblick flüssiger Meteormassen in wesentlichen Puncten entsprechen, muss im Hinblick auf die Cometen entschieden bejaht werden. Sieht man zunächst von der Schweifbildung ab, so sind es namentlich die sogenannten kleinen Cometen, deren äusserer Character vollkommen dem Aussehen kugelförmiger Dunstmassen entspricht. In der That, giebt man die Existenz

gelegt, welcher nahe mit dem von mir (Pogg. Ann. CIX. p. 253. 1860) nach längerem Stehen des destillirten Wassers gefundenen ($a = 0.9893$) übereinstimmt.



flüssiger Meteormassen zu — und ich sehe keinen irgend wie haltbaren Grund, ihr Vorkommen unter den zahllosen festen Massen im Weltraume a priori zu bestreiten — so ist die von *Schiaparelli* hervorgehobene und von Andern bestätigte Uebereinstimmung zwischen den Bahnen kleiner Cometen mit denjenigen der Meteor- und Sternschnuppenschwärme eine nothwendige und selbstverständliche Folge jener Annahme.

Würde unsere Erde jemals durch einen ähnlichen Process in einzelne Stücke zertrümmert, durch welchen sich *Olbers* [1]) die kleinen Planeten entstanden denkt, so müssten sich neben den zahlreichen festen Fragmenten auch Theile der gegenwärtigen Meere und der im Innern gebildeten flüssigen Kohlenwasserstoffverbindungen (Petroleum) zu einzelnen Flüssigkeitskugeln gruppiren, die den Bewohnern anderer Welten den Anblick cometenartiger, mit variablen Dunsthüllen umgebener Körper darböten. Indessen würde man sich bei dem erwähnten Vorkommen flüssiger Meteoriten zu der Erwartung berechtigt halten dürfen, unter den zahlreichen Meteorkörpern, welche zufällig auf die Erde fallen, zuweilen auch flüssigen Fragmenten zu begegnen, welche trotz des bedeutenden Widerstandes unserer Atmosphäre wenigstens als Reste ursprünglich grösserer Massen die Erdoberfläche erreichen müssten.

Bezüglich dieser Frage erlaube ich mir auf einen interessanten und im Druck erschienenen Vortrag des Herrn Professor *Galle*, Directors der Sternwarte zu Breslau, aufmerksam zu machen, welchen derselbe am 20. Januar 1869 »über den gegenwärtigen Stand der Untersuchungen über die gelatinösen sogenannten Sternschnuppen-Substanzen« gehalten hat. Am Schlusse seines Vortrages (p. 20) bemerkt *Galle* über diese aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff bestehenden Massen wörtlich Folgendes:

»Fasst man alle diese Nachrichten zusammen, so hat man mehr als 20 einzelne Fälle, aus verschiedenen Zeiten und von verschiedenen Orten, vornehmlich aus Deutschland, wo man gelatinöse Massen in unmittelbarer Nähe hat niederfallen sehen, in vielen Fällen in der Luft und oftmals auch noch am Boden leuchtend oder vielmehr phosphorescirend. Es dürfte zu gewagt sein, alle diese zum Theil sehr umständ-

1) *Zach's* monatl. Correspondenz Bd. VI. p. 88.

lichen und in Bezug auf die gelatinöse Natur der Substanz völlig übereinstimmenden Berichte einfach für Täuschungen oder Unwahrheiten zu erklären, wenn auch namentlich die Nachrichten aus älterer Zeit in ihren Einzelheiten nicht mit dem Maassstabe heutiger genauer Beobachtungs-Methoden werden gemessen werden können. Zwar sind die Berichte nicht so zahlreich, als über die nun bereits zu Hunderten angewachsenen und noch bis zum Anfange dieses Jahrhunderts bezweifelten Meteorsteinfälle, allein es wird zu beachten sein, dass unter übrigens gleichen Umständen das Herabfallen solcher kleineren Massen stets sehr viel leichter unbemerkt bleiben wird, als das in weitem Umkreise sichtbare und hörbare Herabfallen meteorischer Steine. Mehrere der umsichtigsten und besonnensten Forscher, wie *Chladni*, *Olbers*, *Poggendorff* u. A., theilen ebenfalls die Ansicht, dass die Berichte nicht ohne weiteres zu verwerfen seien. Um so schwieriger ist es jedoch, für diese Erscheinungen, und wenn deren auch nur wenige als zuverlässig erscheinen sollten, eine Erklärung zu finden.«

14.

Die Cometen bieten aber ausser den angeführten noch Erscheinungen dar, welche durch die bisher vorausgesetzten allgemeinen Eigenschaften flüssiger Körper nicht erklärt werden können. Diese Erscheinungen sind die beiden folgenden:

1. die durch die Spectralanalyse bewiesene eigene Lichtentwickelung, [1])
2. die Bildung der Schweife und ihre eigenthümliche Beziehung zur Sonne.

Soll daher das Selbstleuchten der Cometen unter Aufrecht-

1) *Huggins*, Phil. Trans. 1868. p. 529. Die hier zuerst am *Brorsen*'schen Cometen gemachten Beobachtungen sind später von Andern auch an andern Cometen wiederholt und bestätigt worden.

Tyndall scheint diese wichtige Thatsache bei seiner am 8. März 1869 der philosophischen Gesellschaft zu Cambridge mitgetheilten »Cometentheorie« gänzlich übersehen zu haben. Dieser Umstand genügt allein schon, wie ich glaube, jene Theorie als eine unhaltbare erscheinen zu lassen, auch ohne auf eine weitere Kritik der Deductionen *Tyndall's* vom physikalischen Standpuncte einzugehen. Doch hierüber Ausführlicheres an einem andern Orte.



erhaltung der bisher entwickelten Anschauungen erklärt, d. h. auf bekannte Erscheinungen zurückgeführt werden, so hat man sich zunächst einfach die Frage vorzulegen:

»unter welchen Umständen werden dampf- oder gasförmige Körper selbstleuchtend?«

Wir kennen bis jetzt nur zwei Ursachen, unter deren Einfluss dies geschieht, nämlich:

1. die Temperaturerhöhung, z. B. beim Verbrennungsprocess,
2. die electrische Erregung, z. B. bei dem Ausströmen der Electricität aus Spitzen oder ihrem Durchgange durch luftverdünnte Räume.

Nur zwischen diesen beiden Ursachen haben wir zu wählen, wenn das Selbstleuchten der Cometen durch bekannte und nicht mit Hülfe von Hypothesen über bisher unserer Erkenntniss verschlossen gebliebene Eigenschaften der Materie erklärt werden soll.

Ich überlasse es dem Leser, sich die physikalischen Widersprüche zu entwickeln, zu welchen die Annahme eines Verbrennungsprocesses bei den Cometen führen würde. Gesetzt aber, man wollte dennoch eine solche Annahme aufrecht erhalten, so müsste offenbar für die Erklärung der Schweifbildung noch eine zweite Ursache angenommen werden, da der Verbrennungsprocess als solcher keine Momente zur Erklärung dieser Erscheinung enthält.

Lässt sich dagegen zeigen, dass die Annahme einer electrischen Erregung der Dunsthüllen der Cometen nicht nur zur Erklärung des Selbstleuchtens, sondern gleichzeitig auch zu der der Schweifentwickelung mit allen ihren bisher räthselhaften Erscheinungen genügt, so ist die Wahl zwischen beiden Ursachen nach logischen Gesetzen keine willkürliche mehr. Wir wären alsdann gezwungen, in der Licht- und Schweifentwickelung der Cometen die Wirkungen electrischer Processe zu erblicken; gleichzeitig würde diese Anschauungsweise durch die angeführten Umstände einen so hohen Grad der Wahrscheinlichkeit erlangen, wie dies bei der Deduction kosmischer Phänomene aus bisher blos an irdischen Körpern beobachteten Eigenschaften der Materie nur irgend erwartet werden darf.

15.

Die erste Frage, welche sich uns bei Annahme eines electrischen Selbstleuchtens der cometarischen Dunsthüllen darbietet, ist die nach dem Sitz und der Ursache der hierzu erforderlichen permanenten electrischen Erregung. Da nach den früheren Betrachtungen die Dunsthülle durch einen permanenten Verdampfungs- und Siedeprocess in Form von Blasenentwickelung aus dem Innern der Flüssigkeit erzeugt wird, so kann der Sitz der Electricitätsentwickelung nur in diesem Process gesucht werden, sei es in der Veränderung des Aggregatzustandes, sei es in der beim Sieden der Flüssigkeiten stattfindenden mechanischen Trennung und Zerstäubung in feinere Tröpfchen.

Dass die Verwandlung des flüssigen Aggregatzustandes in den dampfförmigen und umgekehrt allein ausreichend sei, um merkliche Electricitätsmengen zu entwickeln, scheint nach den Versuchen von *Pouillet*,[1] *Faraday*,[2] *Riess*[3] und Anderer nicht angenommen werden zu dürfen. Dagegen liegen interessante Versuche vor, welche das mechanische Zerreissen von Flüssigkeitstheilchen beim Zerstäuben von Wasserstrahlen als eine sehr ergiebige Electricitätsquelle erscheinen lassen.

P. Riess stellt in seiner »Lehre von der Reibungselectricität« Bd. II. p. 525 die über diese Erscheinung gesammelten Erfahrungen in folgenden Worten zusammen:

»Electricität an zerstäubenden Wasserstrahlen. Als *Tralles*[4] unter dem Staubbache im Lauterbrunner Thale den feinen Wasserstaub auf den Deckel eines Electroskopes fallen liess, erhielt er Anzeige von negativer Electricität, und dieselbe Erscheinung an andern Stellen in einiger Entfernung von stürzenden Wassern. *Volta* bestätigte diese Electricitätserregung unter grösseren und kleineren Wasserfällen, über Wasserstürzen und Strudeln in einem Bache, wenn sich nur an dem Standpuncte des Beobachters eine Säule von Wasserstaub erhob. Bei kleinen Wasserfällen und an einer Schleusse wurde die Electricität erst mit Hülfe einer

1) Annales de chimie 1827. Bd. 35. p. 5.
2) Philosophical Transactions f. 1843. P. I. Exper. research Ser. 18.
3) Die Lehre von der Reibungselectricität II. p. 406.
4) *Volta*, Meteor. electr. lett. 7. Collezione I_2. 239.

an der Spitze des Electroskopes angebrachten Flamme merklich, war aber überall negativ. *Schübler*[1]) fand diese negative Electricität sehr stark an dem Falle des Reichenbaches, und schon bei einer Entfernung von 300 Fuss merklich; er konnte mit Hülfe einer Flamme[2]) eine Flasche durch den Wasserstaub zu Funken und fühlbaren Schlägen in einigen Minuten laden. Auch später hat *Schübler* diese Electricität häufig untersucht[3]) und Schwankungen in ihrer Stärke bemerkt, je nachdem der Wind mehr oder weniger Wasserstaub dem Instrumente zuwehte, sie aber niemals anders als negativ gefunden. Dadurch unterscheidet sich diese Electricität von der des Regens und Nebels, die nicht selten im Zeichen wechselt.«[4])

Durch die angeführten Versuche ist also wenigstens die Existenz electrischer Processe unter Umständen nachgewiesen, wie wir sie bei den siedenden und schäumenden, durch lebhafte Ströme bewegten kosmischen Flüssigkeitsmassen nothwendig voraussetzen müssen.

Dass wir des Nachts den Staub eines Wasserfalls nicht mit der Helligkeit eines Cometenschweifes leuchten sehen, erklärt sich leicht, mit Berücksichtigung des Einflusses, welchen die Dicke durchstrahlbarer leuchtender Schichten auf ihre scheinbare Helligkeit ausübt.

Denken wir uns die Zahl der feinen Wassertheilchen bei gleicher Dichtigkeit der Electricität an ihrer Oberfläche in demselben Verhältnisse vergrössert, als die Masse jedes einzelnen sich verkleinert, so kann die Dicke der electrisch leuchtenden Schicht bei constanter Masse des Wassergehaltes ausserordentlich vergrössert und dadurch die scheinbare Helligkeit beträchtlich erhöht werden. Es finden hierbei dieselben Betrachtungen

1) *Schweigger* Journ. Bd. 9. p. 358.
2) Als Mittel zum Aufsaugen der Electricität.
3) *Schweigger* Journ. Bd. 69. p. 273.
4) Diese Constanz des Zeichens scheint mir in der That jeden auf Influenz durch die Luftelectricität gegründeten Erklärungsversuch auszuschliessen, und nur die mechanische Trennung als einzige Ursache der beobachteten Electricitätsentwickelung zuzulassen; eine Annahme, die durch die Analogie mit ähnlichen Electricitätserregungen bei festen Körpern wesentlich unterstützt wird.

Anwendung, welche ich in meiner Abhandlung »über das Spectrum des Nordlichtes« entwickelt habe. [1])

Das Spectrum der auf diese Weise electrisch leuchtenden Dunsthülle eines Cometen muss nothwendig dasjenige sein, welches beim Uebergange der Electricität durch die vom flüssigen Kerne entwickelten Dämpfe erzeugt wird. Besteht dieser Kern aus einem Gemenge verschiedener Flüssigkeiten, so wird bei schwacher Electricitätserregung zunächst nur das Spectrum desjenigen Stoffes erscheinen, dessen Emissionsvermögen bei niedrigen Temperaturen das grössere ist. Wenn daher dem Wasser und den flüssigen Kohlenwasserstoffen (z. B. dem Petroleum) unter den kosmischen Flüssigkeiten — als Fragmenten zertrümmerter Weltkörper — eine hervorragende Rolle eingeräumt werden darf, so können die Spectra der Cometen vorzugsweise nur solche sein, welche den Dämpfen dieser Stoffe und ihren Bestandtheilen angehören. Auf diese Weise würde sich die Analogie und theilweise Coïncidenz der bisher beobachteten Cometenspectra mit dem Spectrum des electrischen Funkens in einer Atmosphäre von Kohlenwasserstoffdämpfen erklären.

16.

Ich wende mich nun zur Erklärung der Schweifentwickelung der Cometen und der wesentlichsten der dabei vorkommenden Erscheinungen.

Sowohl die von der Sonne abgewandte Richtung der Coma als auch die Abhängigkeit ihrer Länge von der Entfernung derselben fordern nothwendig die Annahme einer bestimmten Beziehung zwischen der Sonne und den Cometen, welche in den bisher bekannten Fernewirkungen der ersteren, nämlich der gravitirenden, optischen und thermischen Action nicht enthalten ist. Denn obgleich die letztere eine beträchtlich verstärkte Dampfentwickelung der kosmischen Flüssigkeitsmassen bei Annäherung an die Wärmequelle nothwendig macht, so wird doch hierdurch zunächst nur die grössere Reichhaltigkeit des Materials

[1]) S. diese Berichte; Sitzung vom 31. Oct. 1870.

zur Schweifbildung in der Nähe des Perihels, nicht aber die Verwerthung desselben zu einer von der Sonne abgewandten Coma erklärt.

Es soll nun gezeigt werden, dass die Annahme einer electrischen Fernewirkung der Sonne auf alle sie umkreisenden Körper nothwendig und ausreichend ist, um daraus alle wesentlichen und characteristischen Erscheinungen der Schweife und Dunsthüllen der Cometen abzuleiten.

Um jedoch zunächst einer solchen Annahme das Befremdende zu rauben, welches Viele, der Neuheit wegen, darin finden könnten, [1]) mag daran erinnert werden, dass auch unsere Erde, mit Rücksicht auf die überall und stets vorhandene Luftelectricität, als ein von einer permanent electrischen Atmosphäre umgebener Weltkörper zu betrachten ist.

Bekanntlich lassen sich nach *Lamont* alle Erscheinungen der veränderlichen Spannung der Luftelectricität durch die Annahme einer gewissen permanenten Menge freier negativer Electricität an der Erdoberfläche erklären. Welcher Art auch die Ursache und Quelle dieser Electricität sein mag, sie wird ebenfalls als eine permanent wirksame vorausgesetzt und wahrscheinlich in den thermischen und mechanischen Vorgängen auf oder in der Erde, d. h. in meteorologischen oder vulkanischen Processen gesucht werden müssen. Derartige Processe vollziehen sich nun aber auf der Sonne — freilich unter thermisch veränderten Verhältnissen — in unvergleichlich viel grösserem Maassstabe. Sollte man daher nicht berechtigt sein, bei so bedeutend gesteigerter Intensität der Ursachen auch eine entsprechende Steigerung der Wirkungen

1) Während des Druckes dieser Arbeit erhalte ich Kenntniss von zwei Aufsätzen des Professor *Osborne Reynolds* in den »Chemical News« vom 16. December 1870 und vom 16. März 1871, in welchen ebenfalls die Cometenschweife, nach Analogie des Nordlichtes und der Corona der Sonne als electrische Phänomene betrachtet werden. Die in diesen Aufsätzen entwickelten Ansichten weichen jedoch gerade in den wesentlichsten Puncten so bedeutend von den meinigen ab, namentlich dadurch, dass die Schweife nicht materielle Theile des Kernes (»*material appendages of the nucleus*«), sondern eine durch die Bewegung der Cometen in dem Aether erzeugte Reibungswirkung (»*an effect produced by the comet on the material through which it is passing*;« »*the tail would be due to the incandescent ether*«) sein soll, dass ich hier von einer weiteren Berücksichtigung des Inhaltes glaube absehen zu können.

vorauszusetzen? — Man vergegenwärtige sich nur die fortdauernd mit ungeheurer Gewalt in Form eruptiver Protuberanzen hervorbrechenden Dampf- und Gasströme und vergleiche sie mit den starken electrischen Processen einer Dampfelectrisirmaschine, oder den bei Eruptionen irdischer Vulkane regelmässig beobachteten starken Gewittererscheinungen, und man wird bei längerem Nachdenken Gründe genug finden, um in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen und Anschauungen von *Respighi*, *Tacchini* und Anderer die Annahme einer starken Electricitätsentwickelung auf der Sonne nicht nur als zulässig, sondern auch als n o t h w e n d i g zu betrachten.

Armstrong, bekanntlich der Erfinder der Dampfelectrisirmaschine, beschreibt die Wirkungen derselben wie folgt:

»Die Versuche, die ich seit meiner letzten Mittheilung angestellt, haben den Schluss, zu welchem ich damals gelangt, vollkommen bestätigt, nämlich, dass die Electricitäts-Erregung dort stattfindet, wo der Dampf eine Reibung erfährt. Durch Verbesserung der Ausströmungsweise des Dampfes habe ich die Wirksamkeit desselben so erstaunlich erhöht, dass es sich fragt, ob jemals eine Electrisirmaschine construirt worden sei, die so viel Electricität entwickelt als mein Dampfkessel. Jedenfalls besitzt dieser Kessel über s i e b e n Mal mehr Kraft als eine vortreffliche Maschine mit einer Platte von drei Fuss Durchmesser bei 70maliger Umdrehung in einer Minute.« (Vergl. Phil. Mag. Vol. XXII. p. 1. Pogg. Ann. Bd. 60. p. 348. 1843.)

In demselben Bande von Poggendorff's Annalen p. 352 findet sich ein »freier Auszug« eines Aufsatzes von *Armstrong* aus Phil. Mag. Vol. XXIII. p. 194 betitelt:

»*Beschreibung einer für die polytechnische Anstalt zu London angefertigten Hydro-Electrisirmaschine und einiger damit angestellter Versuche; von W. G. Armstrong.*«

In diesem Aufsatz finden sich folgende Stellen:

»Als einen ersten Beweis von der Kraft dieses Apparates wird angeführt, dass eine grosse Leidner Flasche, welche sich, wenn sie mit der kolossalen Electrisirmaschine des Institutes versucht wird, 50 Mal freiwillig in einer Minute entladet, in gleicher Zeit 140 solcher Entladungen giebt,

wenn sie mit dem Dampfapparat verbunden wird. Die Funken, welche der Kessel giebt, obwohl bisweilen 22 Zoll lang, sind noch keineswegs seinen übrigen Wirkungen angemessen.«

17.

Nach dem Mitgetheilten wird die Annahme einer permanenten Electricitätsentwickelung auf der Oberfläche der Sonne, welche fortdauernd durch die dort stattfindenden Processe unterhalten wird, als eine nicht unberechtigte und daher auch wahrscheinliche zu betrachten sein. Da nun nach dem Früheren die aus den flüssigen Kernen der Cometen entwickelten Dämpfe ebenfalls als electrisch vorausgesetzt werden mussten, so bedarf es offenbar nur noch der Annahme der Gleichartigkeit der Electricitäten der Sonne und der Cometen, um vorläufig wenigstens qualitativ die Abstossung der Dampftheilchen und dadurch die Entwickelung der Schweife nach einer stets von der Sonne abgewandten Richtung zu erklären. Betrachtet man also z. B. die Dunsthüllen der Cometen als negativ electrisch — entsprechend dem Zeichen der bei Zerstäubung des Wassers erzeugten Electricität — so wäre man genöthigt, auch auf der Sonnenoberfläche freie negative Electricität vorauszusetzen.

Aenderte sich durch irgend welche Umstände das Vorzeichen der Electricität der Cometendämpfe, [1]) so erhielte man einen der Sonne zugekehrten Schweif, wie dies z. B. bei dem Cometen von 1823 der Fall gewesen ist, welcher zwei Schweife besass, von denen der eine der Sonne zu-, der andere abgewandt war, und die unter einander einen Winkel von 160° bildeten. [2])

Viel wichtiger ist jedoch die Frage, ob sich durch eine derartige Annahme auch quantitativ die ungeheuren Geschwindigkeiten erklären lassen, mit welchen die Cometenschweife von den Kernen aus gleichsam hervorschiessen und sich in wenigen Tagen über Strecken von vielen Millionen von Meilen ausbreiten.

---

1) Wie leicht eine derartige locale Aenderung des Vorzeichens durch geringe Beimengung fremder Substanzen eintreten kann, beweisen die Versuche *Faraday's* über die Electricitätsentwickelung bei der Reibung von Dampfstrahlen. Vergl. Philos. Transactions f. 1843. P. I.

2) Astronomische Nachrichten 1836. No. 302. Vergl. auch *Bode's* astr. Jahrbuch für 1826. p. 168.



Diese Erscheinungen könnten vom Standpuncte der bisher entwickelten Theorie nicht anders als durch eine wirkliche mechanische Bewegung der electrisirten Dampftheilchen erklärt werden, die sich unter dem Einfluss der electrischen Abstossung der Sonne mit beschleunigter Geschwindigkeit von letzterer entfernen.

Um diese Frage beantworten zu können, muss man sich zunächst eine klare Vorstellung von der mechanischen Wirkungsweise der statischen Electricität auf ponderable Massen im Vergleich zur Gravitation machen. Gesetzt eine Anzahl kleiner Kugeln von demselben Stoffe aber verschiedenen Durchmessern stehen unter dem Einfluss der Massenattraction einer so grossen Kugel, dass die Masse der kleinen Kugeln gegenüber der der grossen als verschwindend betrachtet werden kann. Unter dieser Voraussetzung erlangen bekanntlich alle kleinen Kugeln, trotz ihrer verschiedenen Grösse, am Ende der Zeiteinheit dieselbe Endgeschwindigkeit, weil die bewegende Kraft in demselben Verhältniss wie die Zahl der ponderablen Molecüle wächst.

Man betrachte nun aber, unter Beibehaltung der Grössenverhältnisse, die Kugeln nur unter dem Einfluss der statischen Electricität, und nehme an, es seien die Oberflächen derselben mit einer Schicht von gleicher und constanter electrischer Dichtigkeit geladen. In diesem Falle sind die zu bewegenden ponderablen Massen, wie früher, proportional dem Volumen, die bewegenden electrischen Kräfte aber proportional den Oberflächen der kleinen Kugeln. Folglich kann die Beschleunigung am Ende der Zeiteinheit, d. h. die Grösse der beschleunigenden Kraft, nicht mehr unabhängig von der Grösse der kleinen Kugeln sein; sie muss vielmehr unter den gemachten Voraussetzungen umgekehrt proportional den Durchmessern der electrisch bewegten Kugeln sein.

Steht daher ein Körper gleichzeitig unter dem Einfluss der Gravitation und freien Electricität eines andern, so prävalirt bei zunehmender Masse die Gravitation, bei abnehmender Masse die Electricität als bewegende Kraft. Daher stehen die Kerne der Cometen, als tropfbar-flüssige Massen, unter dem Einfluss der Gravitation, die entwickelten Dämpfe, als Aggregate sehr kleiner Massen-

theilchen, unter dem Einfluss der freien Electricität der Sonne.

In der That beobachten wir bei dem sogenannten electrischen Tanz leichter Körper, dass staubartige Substanzen unter dem anziehenden und abstossenden Einfluss freier Electricitätsmengen viel schnellere Bewegungen ausführen, als grössere, z. B. Holundermarkkügelchen, so dass man vom Standpuncte der mechanischen Theorie der Gase versucht wäre, den leuchtenden Uebergang der Electricität in luftverdünnten Räumen, nach Analogie der erwähnten Erscheinungen, dadurch zu erklären, dass die einzelnen Gasmolecüle in Folge ihrer Kleinheit so grosse Geschwindigkeiten erhielten, dass ihre mittlere lebendige Kraft der Temperatur des Glühens entspräche.

Gesetzt z. B. wir hätten eine bestimmte Quantität Sauerstoffgas unter den normalen Druck- und Temperaturverhältnissen mit Hülfe einer dünnen aber unzerstörbaren Membran in die Form einer Kugel von 10 Millimeter Durchmesser gebracht. Dieser Kugel werde in einem widerstandslosen Raume zwischen electrisch wirksamen Metallflächen eine mittlere Geschwindigkeit von 1 Meter ertheilt. Denkt man sich an Stelle dieser Kugel unter übrigens gleichen Umständen eine andere von 3945 Mal kleinerem Durchmesser, so müsste dieselbe eine mittlere Geschwindigkeit von 3945 Meter unter dem Einfluss der electrisirten Metallflächen erhalten und diese Geschwindigkeit würde unter Annahme der von Clausius erhaltenen numerischen Werthe [1], bereits einer absoluten Temperatur des Sauerstoffs von 20000° entsprechen.

IX.

Es soll nun die Bewegung einer kleinen, kugelförmigen Masse bestimmt werden, welche unter dem Einflusse der Gravitation und electrischen Fernewirkung einer sehr grossen Kugel

1) Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie von *R. Clausius* Braunschweig p. [illegible]. Für die mittleren Geschwindigkeiten der Gasmolecüle [illegible] des Wassers findet Clausius die folgenden [illegible]

für Sauerstoff [illegible]
„ Stickstoff [illegible]
„ Wasserstoff [illegible]

steht, deren Oberfläche, ebenso wie die der kleinen Masse, mit gleichartiger Electricität von constanter Dichte geladen ist.

Da für die electrische Fernewirkung dasselbe Gesetz wie für die gravitirende gilt, so kann man sich unter den angenommenen Verhältnissen die auf der Oberfläche jeder Kugel vertheilte Electricitätsmenge im Mittelpuncte derselben vereinigt denken.

Es bezeichne:

x den Abstand der Mittelpuncte beider Kugeln,

g die bewegende Kraft der Schwere in dem Abstande x_1,

ε die bewegende Kraft der Electricität in dem gleichen Abstande x_1,

v die Geschwindigkeit der durch beide Kräfte bewegten kleinen Kugel zur Zeit t.

Unter der Annahme, dass g und ε entgegengesetztes Zeichen haben und daher beide Kugeln mit gleichartiger Electricität geladen sind und sich abstossen, erhält man die folgende Bewegungsgleichung des Theilchens:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = (\varepsilon - g)\frac{x_1^2}{x^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(a)}$$

Auf beiden Seiten mit $2dx$ multiplicirt, giebt:

$$2vdv = 2(\varepsilon - g)x_1^2 \cdot \frac{dx}{x^2}$$

oder, wenn man integrirt und die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null setzt:

$$v^2 = 2(\varepsilon - g)x_1 \cdot \frac{x - x_1}{x} \quad . \; . \; . \quad \text{(b)}$$

Diese Gleichung zeigt, dass die Geschwindigkeit des von der Sonne abgestossenen Theilchens mit wachsender Entfernung bis zu einem constanten Grenzwerth zunimmt, welcher für $x = \infty$ erreicht wird.

Setzt man x_1 gleich dem Halbmesser der Sonne, so beziehen sich die Grössen ε und g auf die Oberfläche derselben. Der letztere Werth ergiebt sich aus der bekannten Masse und Grösse der Sonne:

$$g = 274.3 \text{ Meter.}$$

Der Werth von ε dagegen ist unbekannt und von der mittleren Dichtigkeit der freien Electricität an der Oberfläche der Sonne abhängig.

Den umfangreichen und mühevollen Untersuchungen *Hankel's* »*über die Messung der atmosphärischen Electricität nach absolutem Maasse*«[1], verdanken wir jedoch die Möglichkeit, uns eine bestimmte Vorstellung von der beschleunigenden Kraft der atmosphärischen Electricität unserer Erde im Vergleich zu der beschleunigenden Kraft ihrer Gravitation zu machen. Als Einheiten der Länge, Masse und Zeit nimmt *Hankel* das Millimeter, das Milligramm und die Secunde an. (l. c. p. 441.) Die Beschleunigung g_1 der Schwere an der Erdoberfläche wird dann in dieser Einheit ausgedrückt durch die Zahl

$$g_1 = 9809.$$

Hankel hat nun als Beispiel für die Anwendbarkeit seiner Methode »an dem Nachmittage eines ziemlich heitern Septembertages im freien Felde zwischen Leipzig und dem nahen Dorfe Schönefeld« die Intensität der Luftelectricität nach absolutem Maasse gemessen und in den angegebenen Einheiten gefunden

$$\varepsilon_1 = 70930$$

d. h. die bewegende Kraft der Luftelectricität war an jenem Nachmittage so gross, dass einer kleinen Kugel von der Masse eines Milligrammes unter dem Einflusse dieser Kraft in einer Secunde eine mehr als 7 Mal grössere Beschleunigung als durch die Schwere ertheilt werden konnte.

Denkt man sich die bewegte Masse eines Milligrammes in Form einer Kugel aus einem Stoffe von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft unter den normalen Druck- und Temperaturverhältnissen, so würde eine solche Kugel einen Durchmesser von 11.38 Millimeter besitzen müssen.

Gesetzt nun, die Erdoberfläche sei überall mit freier Electricität von der oben gefundenen Intensität begabt und wirke auf die mit gleichartiger Electricität geladene kleine Kugel. Bewegt sich letztere von der Erdoberfläche aus in einem widerstandslosen Raume, so lässt sich nach Formel (b) die Geschwindigkeit berechnen, welche sie in einem gegebenen Abstande vom Centrum der Erde, z. B. in der Entfernung des Mondes, erlangt hat. Nimmt man diese Entfernung zu 60 Erdhalbmessern, so ist:

1) Abhandlungen der math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Ges. d. W. Bd. III. p. 381—599.



$$\frac{x - x_1}{x} = \frac{59}{60}$$

ferner:

$$x_1 = 6370300 \text{ Meter}$$
$$\varepsilon_1 = 70.930 \quad ,,$$
$$g_1 = 9.809 \quad ,,$$

Mit Hülfe dieser Werthe findet man:

$$v = 2767 \text{ Meter.}$$

Ein mit dieser Geschwindigkeit gleichförmig bewegter Körper würde eine Entfernung von 20 Millionen geogr. Meilen, also den Abstand der Erde von der Sonne, bereits in 62 Tagen zurücklegen.

Hätte man die in der kleinen Kugel enthaltene Luftmasse, unter sonst unveränderten Umständen, hundert Mal kleiner angenommen, entsprechend einer Dichtigkeit der Luft bei 7.6 Millimeter Barometerdruck — also eine Dichte, wie sie etwa in *Geissler*'schen Röhren vorkommt — so würde, bei derselben Electricitätsmenge an der Oberfläche der Kugel, der Werth von ε einhundert Mal grösser geworden sein, da alsdann dieselbe Kraft eine hundert Mal kleinere Masse zu bewegen hätte.

Ich will nun diese Annahme machen, und voraussetzen die freie Electricität an der Sonnenoberfläche sei nicht grösser als die an der Erdoberfläche und besitze überall denjenigen Werth, welchen *Hankel* bei dem oben angeführten Versuche an einem mässig heiteren Septembertage auf freiem Felde beobachtet hat.

Die Masse der kleineren Kugel von 11 Millimeter Durchmesser betrage $\frac{1}{100}$ Milligramm. Es soll die Geschwindigkeit bestimmt werden, welche diese Kugel unter dem Einflusse der Gravitation und electrischen Repulsion der Sonne, z. B. in der mittleren Entfernung des Mercur erlangt hat, wenn sie mit der Anfangsgeschwindigkeit Null die Sonnenoberfläche verlässt.

Die numerischen Werthe der in Formel (b) vorkommenden Grössen sind dann die folgenden:

$$\varepsilon = 7093 \text{ Meter}$$
$$g = 274 \quad ,,$$
$$x_1 = 680930000 \quad ,,$$
$$x = 86 x_1.$$

Mit Hülfe dieser Werthe findet man:

$$v = 3027000 \text{ Meter}$$

oder

$$v = 408.4 \text{ geogr. Meilen.}$$

Ein gleichförmig mit dieser Geschwindigkeit bewegter Körper würde in zwei Tagen einen Weg von 70540000 geogr. Meilen zurücklegen.

Der grosse Comet von 1680 hat nach den Bemerkungen *Newton's* [1]) in der Nähe seines Perihels innerhalb zweier Tage einen Schweif von ungefähr 60000000 Meilen entwickelt, so dass die oben erhaltenen Werthe in der That Grössen von derselben Ordnung der Geschwindigkeit sind, mit welcher sich die Cometenschweife entwickeln und verlängern.

Durch diese Betrachtungen soll jedoch die Möglichkeit blitzartiger Entladungen innerhalb der Dampfhüllen und Schweife keineswegs ausgeschlossen sein. Es wird dieselbe, bei der vorausgesetzten permanenten electrischen Erregung sogar wahrscheinlich und einzelne an einigen Cometen gemachte Beobachtungen, die sich leicht hierdurch erklären liessen, scheinen direct auf das vereinzelte Vorkommen derartiger Processe hinzudeuten.

Aus den bisher gewonnenen Resultaten unserer Untersuchung dürfte sich ergeben, dass es zur Erklärung der wesentlichsten Erscheinungen der Cometen nicht der Annahme einer neuen, bisher unbekannten repulsiven Naturkraft der Sonne bedarf, wie dies *Faye* in verschiedenen Abhandlungen über diesen Gegenstand zu begründen versucht hat, [2]) sondern dass es vollkommen genügt, der Sonnenoberfläche selbst quantitativ nur diejenigen electrischen Eigenschaften beizulegen, welche man durch directe Beobachtungen an der Erdoberfläche nachzuweisen im Stande ist.

19.

Der oben nachgewiesene wesentliche Unterschied zwischen der mechanischen Einwirkung der Electricität und der Gravitation

1) *Newton*, Philosophiae naturalis principia mathematica. Londini 1687. (Editio princeps) p. 504.

2) Comptes rendus T. 48. p. 421.

auf ponderable Massen, bedingt für den Kern des Cometen eine vollkommen verschwindende electrische Einwirkung, so dass die Bahnen derselben genau den *Kepler*'schen Gesetzen unterworfen sein müssen. In der That, selbst ein Cometenkern von der Masse nur eines Grammes Wasser würde unter den früher gemachten Annahmen 3914 Mal stärker durch die Gravitation als durch die Electricität der Sonne afficirt werden.

Ebenso verschwindend ist aber auch unter diesen Umständen die electrische Fernewirkung der Sonne an der Erdoberfläche, indem dieselbe nur $\frac{1}{16150}$ der angenommenen Quantität der Luftelectricität betragen würde. Demgemäss müsste die tägliche und jährliche Periode der letzteren, ganz in der bisherigen Weise, auf meteorologische Processe, d. h. auf indirect durch die Variabilität der Sonnenstrahlung bedingte Veränderungen zurückgeführt werden.

Zu merkwürdigen Resultaten führen dagegen Untersuchungen über electrische Störungen, welche von der Erde oder andern Planeten, (wenn man diesen gleichfalls electrische Eigenschaften beilegt,) auf die Schweife der Cometen oder andere cometarische Dunstmassen ausgeübt werden müssen.

Berechnet man nämlich unter den früheren Annahmen die Lage eines Punctes auf der Verbindungslinie zwischen Sonne und Erde, in welchem die electrischen Fernewirkungen beider Körper gleich sind, so findet man einen Punct, welcher der Sonne um 3.6 Halbmesser der Mondbahn näher liegt als die Erde. Für einen Punct auf der Mondoberfläche selber würde aber sogar die electrische Wirkung der Erde 12.8 Mal grösser als die der Sonne sein.

Demgemäss kann bei grossen Cometen, welche der Sonne nahe kommen, die Gestalt des Schweifes durch die electrische Fernewirkung der Planeten, z. B. der Venus, beeinflusst und hierdurch vielleicht die anomale Einbiegung erklärt werden, welche zuweilen an den Schweifen grosser Cometen, z. B. beim *Donati*'schen, beobachtet wurden. [1])

Wäre die Mondoberfläche mit Wasser oder anderen leicht verdampfenden Substanzen umgeben, so müssten die hieraus durch die Wärmestrahlung der Sonne entwickelten Dämpfe nach Analogie der Cometenschweife von der Erde abgestossen werden

1) *G. P. Bond*, Account of the Great Comet of 1858.

und auch im Uebrigen bezüglich ihrer electrischen Natur alle diejenigen Eigenschaften besitzen, z. B. eine selbständige Lichtentwickelung, welche nach der hier entwickelten Theorie den Cometendampfen nothwendig beizulegen sind.

In dem gegenwärtigen Entwickelungsstadium unserer Erde, wo die Wärmestrahlung derselben nur eine geringe ist, erhält jeder Punct der Mondoberfläche während einer Revolutionsdauer im Wesentlichen dieselbe Wärmemenge durch Bestrahlung von der Sonne, also die uns zugewandte Seite ebensoviel wie die entgegengesetzte. In einer früheren Epoche jedoch, wo die Erde vermöge ihrer eigenen hohen Temperatur noch eine grosse Wärmemenge aussandte, muss die uns zugewandte Mondhälfte eine dieser Strahlung entsprechend grössere Wärmemenge empfangen haben. Der Verdampfungsprocess muss daher auf dieser Seite ein lebhafterer gewesen sein, als auf der entgegengesetzten. Auf letzterer muss sich vielmehr, ihrer geringern Temperatur wegen, ein Theil der auf der anderen Seite verdampften Massen condensirt haben, und dadurch die bereits durch die erwähnten Strahlungsverhältnisse allein erzeugte Verschiedenheit in der Vertheilung des Flüssigen noch verstärkt worden sein.

Der geschilderte Process muss während geologischer Zeiträume stetig wirkend eine ursprünglich gleichförmige Vertheilung der Mondmasse derartig verändert haben, dass der Schwerpunct derselben allmälig weiter nach der uns abgewandten Seite der Mondoberfläche verlegt worden ist.

Bekanntlich ist *Hansen* bei seinen Untersuchungen über die Mondstörungen auf theoretischem Wege zu demselben Resultate gelangt, und spricht dasselbe in einem Briefe d. d. Gotha 1854 Nov. 3. an *Airy* in folgenden Worten aus: [1])

»Erlauben Sie mir zum Schluss einige wenige Bemerkungen über vorstehende Erklärung der Vergrösserung der Coefficienten der Mondstörungen. Aus dem oben angeführten Werthe des Factors folgt, dass der Mittelpunct der Figur des Mondes ungefähr 59000 Meter, d. i. ungefähr 8 geogr. Meilen näher nach uns zu als der Schwerpunct liegt; wonach zwischen der uns zugekehrten und der von uns abgekehrten

1) Monthly Notices of R. A. S. Vol. XV. 1854. Nov. 10.

Mondhemisphäre ein beträchtlicher Unterschied in Betreff des Niveau, des Klima und aller andern davon abhängigen Umstände stattfinden muss.« . . . .

. . . »Unter solchen Umständen haben wir uns nicht zu wundern, dass der Mond, von der Erde aus gesehen, ein dürres Aussehen hat, weder eine Atmosphäre, noch thierisches und pflanzliches Leben zeigt.« . . . .

. . . »Das mittlere Niveau muss nahe an den Rändern des Mondes stattfinden, wonach wir berechtigt sind zu erwarten, dass sich hier einige Spuren einer Atmosphäre werden entdecken lassen.«

Ueber die Ursachen dieser Erscheinung bemerkt *Hansen* Folgendes:

»Fragen wir jetzt nach der Ursache dieser Beschaffenheit des Mondes, so halte ich es nicht für unmöglich, dass vulkanische oder andere ähnliche Kräfte im Innern dieses Weltkörpers bei Weitem weniger Widerstand auf einer seiner Halbkugeln als auf der andern gefunden und daher viel grössere Erhebungen der Oberfläche auf der ersteren als letzteren bewirkt haben.«

20.

In jener Zeit, als unsere Erde noch Licht und Wärme ausstrahlte und auf der Mondoberfläche noch hinreichende Flüssigkeitsmassen vorhanden waren, musste der Mond, nach den oben angestellten Betrachtungen, den Beobachtern anderer Welten den Anblick eines Körpers dargeboten haben, dessen Dampfhülle ähnlich einem Cometenschweife von der Erde abgestossen wurde und sich alsdann, unter gleichartigem Einfluss der electrischen Fernewirkung der Sonne, zur Zeit des Neumondes in Form eines parabolisch oder hyperbolisch gekrümmten Bogens in der Ebene der Mondbahn ausbreitete. Zur Zeit des Vollmondes musste dieser Bogen sich in einen von der Erde und Sonne abgewandten Schweif verwandeln, weil alsdann die electrische Repulsion der Sonne und Erde in demselben Sinne wirkten.

Ein viel grossartigeres Schauspiel musste aber zu jener Zeit der Anblick einer totalen Sonnenfinsterniss gewährt haben. Der Mondrand war von emporschiessenden, mächtigen Dampfstrahlen

umkränzt, die theils in eigenem electrischen, theils in von der Sonne erborgtem Lichte erleuchtet waren. Selbst die ganze jetzt dunkle Mondscheibe erglänzte, gleich einem Cometenkerne, im electrisch-phosphorescirenden Lichte, welches spectroskopisch untersucht, die hellen Linien der electrisch leuchtenden Dünste hätte zeigen müssen.

Ich glaube nun auf Grund der geschilderten Phänomene die Behauptung aussprechen zu dürfen, dass wir noch gegenwärtig die schwachen Reste dieser gewaltigen Processe beobachten können, und zwar die Rudimente des Cometenschweifes im Zodiakallicht, die der Verdampfungsprocesse an der Mondoberfläche in den beweglichen und entfernteren Theilen der Sonnen-Corona bei totalen Sonnenfinsternissen.

Dass das Zodiakallicht weder eine Erweiterung der Sonnenatmosphäre noch ein Ring um die Sonne sein kann, wie gewöhnlich angenommen wird, glaube ich aus folgenden Gründen schliessen zu dürfen.

Berücksichtigt man nämlich die Dicke der strahlenden und beleuchteten Schicht, so müsste im ersten Falle bei totalen Sonnenfinsternissen die Corona in der Ebene des Sonnenäquators bei dem bedeutenden scheinbaren Halbmesser des Zodiakallichtes, sehr stark elliptisch ausgedehnt erscheinen, im zweiten Falle müssten sich zu beiden Seiten der Sonne, zur Zeit ihrer totalen Verfinsterung, zwei Lichtmaxima im Abstande des scheinbaren Halbmessers des Zodiakallichtes zeigen, entsprechend den beiden Maximis der Dicke, welche ein solcher durchsichtiger und leuchtender Ring einem ausserhalb und in seiner Ebene befindlichen Beobachter darbieten würde.

Die ebenfalls gemachte Annahme eines Dunstringes um die Erde würde denselben, mechanischen Gesetzen gemäss, in die Ebene des Aequators verlegen müssen und hierdurch in Widerspruch mit den Beobachtungen gerathen, welche für das Zodiakallicht eine nothwendige Beziehung zur Ekliptik verlangen.

Alle diese Schwierigkeiten beseitigt die Annahme eines in der Ebene der Mondbahn gelegenen, wahrscheinlich geöffneten Dunstringes, da für diese Betrachtungen die Ekliptik als vollkommen mit jener Ebene zusammenfallend angesehen werden darf.

Unter der Voraussetzung, dass auf der uns abgewandten Seite des Mondes noch gegenwärtig die Quantität verdampfungsfähiger Massen eine grössere als auf der uns zugewandten ist, erklärt sich bei dieser Anschauung des Zodiakallichtes sehr ungezwungen, weshalb dasselbe zur Zeit des Herbstäquinoctiums des Morgens vor Sonnenaufgang stets lichtschwächer als zur Zeit des Frühlingsäquinoctiums am Abendhimmel beobachtet wird.

Was nun die Corona der Sonne betrifft, so ist durch die Beobachtungen der letzten totalen Sonnenfinsterniss am 22. Dec. 1870 von amerikanischen Astronomen, besonders von *Gould*, hervorgehoben worden, dass nicht alle, namentlich die schnell wechselnden Theile der Corona, der Sonnenatmosphäre angehören können. Nicht minder bemerkenswerth für die hier entwickelte Anschauungsweise scheint mir aber der Umstand zu sein, dass bei derselben Finsterniss auch überall auf der dunklen Mondscheibe von *Harkness* und *Maclear* helle Linien der Corona beobachtet worden sind. [1])

Aus dieser Theorie ergiebt sich unmittelbar die spectroskopische Uebereinstimmung zwischen dem Zodiakallichte, der Corona, dem Nordlichte und der von *Ångström* beobachteten Phosphorescenz des dunklen Himmelsgrundes [2]) als eine physikalische Nothwendigkeit.

Die Vermuthung, dass das aschfarbene Licht des Mondes möglicherweise auch Spuren der hellen Nordlichtlinie zeige, hat sich durch die Beobachtungen, welche ich hierüber angestellt habe, bis jetzt nicht bestätigt. Das Spectrum ist ein continuirliches und hebt sich am dunklen Rande ganz deutlich von dem dunkleren und gleichfalls continuirlichen Luftspectrum ab.

---

1) Referat von *Lockyer* in einem Briefe vom 9. Jan. 1871 in der Zeitschrift »Nature«.

2) *Ångström*, Recherches sur le Spectre solaire. p. 42.

»Voici une circonstance qui donne à cette observation sur le spectre de l'aurore boréale une importance beaucoup plus grande et pour ainsi dire cosmique. Durant une semaine du mois de Mars 1867, j'ai réussi à observer la même raie spectrale dans la lumière zodiacale, qui se présentait alors avec une intensité vraiment extraordinaire pour la latitude d'Upsal. Enfin, pendant une nuit étoilée, tout le ciel étant en quelque sorte phosphorescent, j'en ai trouvé des traces même dans la faible lumière émise de toutes les régions du firmament.«



Auch haben mir photometrische Beobachtungen die Ueberzeugung verschafft, dass wahrscheinlich das aschfarbene Licht des Mondes im Wesentlichen reflectirtes Erdlicht ist, indem die scheinbare Helligkeit desselben bei wachsender Grösse der Mondsichel nicht nur subjectiv durch die zunehmende Erhellung des Himmels, sondern auch objectiv abnimmt, entsprechend einer Verkleinerung der vom Monde gesehenen erleuchteten Erdphase. Vielleicht gelingt es jedoch bei totalen Mondfinsternissen auf der verdunkelten Mondscheibe die hellen Linien der Corona und des Nordlichtes aufzufinden.

Dagegen erwarte ich mit grosser Zuversicht, dass sich in dem aschfarbenen Lichte der Venus helle Linien zeigen werden, indem nach den früheren Betrachtungen sowohl durch die eigene Temperatur dieses Planeten, als auch durch Insolation Dämpfe an seiner Oberfläche entwickelt werden, welche sich bei Abwesenheit einer merklichen Atmosphäre aus permanenten Gasen in Form von Siedeprocessen aus dem Innern der Flüssigkeiten entwickeln, und dann durch analoge electrische Processe wie die Cometen leuchtend werden müssen. Bei Urtheilen über die Intensität dieser Vorgänge darf jedoch nie die Masse unbeachtet bleiben, welche mit zunehmender Grösse, wie oben umständlich gezeigt, derartige Verdampfungsprocesse vermindern muss.

21.

Kehren wir nach dieser Abschweifung wieder zur Betrachtung der Cometen zurück, so bleiben noch folgende Erscheinungen derselben nach der bisher entwickelten Theorie zu erklären übrig:

1. die Krümmung des Schweifes in der Nähe des Perihels,
2. die Vervielfältigung der concentrischen Dunsthüllen am Kopfe des Cometen (vergl. Taf. 1),
3. die von *Bessel* am *Halley*'schen Cometen beobachtete oscillirende Bewegung der Ausströmung,
4. die Contraction der Dunsthüllen in der Nähe des Perihels.

Die erste der angeführten Erscheinungen kann vollständig nach dem bereits von *Olbers* [1]) angegebenen und von *Bessel* [2])

1) *Zach's* monatliche Correspondenz 1812 p. 3—22. Ueber den Schweif des grossen Cometen von 1811.

2) Astronomische Nachrichten Bd. 13. (1836) p. 186. Beobachtungen

erschöpfend durchgeführten Princip erklärt werden. Es handelt sich nur darum, die Bewegung eines Theilchens zu bestimmen, welches mit der Anfangsgeschwindigkeit des bewegten Cometenkernes unter dem Einfluss einer im umgekehrten Verhältniss des Quadrates der Entfernung wirkenden Repulsivkraft der Sonne steht. Die mathematische Auflösung dieses Problems führt zu Erscheinungen, welche vollkommen mit den beobachteten übereinstimmen.

Indem ich daher hier auf die Wiederholung dieser Deductionen verzichte, sei es mir indessen bei dieser Gelegenheit gestattet, der Anschauungen zweier Männer zu gedenken, welche zuerst bestrebt waren, die räthselhaften Erscheinungen der Cometen auf allgemein bekannte und an der Erdoberfläche unter ganz gewöhnlichen Verhältnissen beobachtete Erscheinungen zurückzuführen. Derartige Bemühungen verdienen auch dann noch unsere Beachtung, wenn die Resultate derselben den umfassenderen Beobachtungen und geläuterten physikalischen Vorstellungen einer späteren Zeit nicht mehr genügen können. Sie sind und bleiben stets der reine und unverfälschte Ausdruck derjenigen Thätigkeit des menschlichen Verstandes, durch welche allein die Erkenntniss im Gebiete kosmischer Erscheinungen erweitert werden kann.

In unserer Zeit aber, in welcher man leichtfertig bereit ist, bei Erklärung jener räthselhaften Phänomene zu einer neuen Naturkraft (»*force nouvelle*«) [1]) oder zu künstlich im Laboratorium erzeugten Wirkungen (»*actinical clouds*«) [2]) seine Zuflucht zu nehmen, scheint es mir doppelt nothwendig, sich durch anschauliche Beispiele den schlichten und einfachen Character jener Verstandesoperationen wieder zum Bewusstsein zu bringen.

Die beiden Männer, deren ich hier zu gedenken habe, sind *Keppler* und *Newton*. Ersterer spricht seine Ansichten über den Ursprung und die physische Beschaffenheit der Cometen in folgenden Worten aus: [3])

über die physische Beschaffenheit des *Halley*'schen Cometen und dadurch veranlasste Bemerkungen.

1) Comptes rendus Bd. 48. p. 421.

2) Proceedings of the Royal Society Vol. XVII. No. 105.

3) Ausführlicher Bericht von dem newlich im Monat Septembri und Octobri diss 1607. Jahrs erschienenen Haarstern oder Cometen und seinen Bedeutungen etc. gestellet durch *Johannem Kepplern*. Hall in Sachsen 1608. Vergl. Kepleri opera omnia edidit *Frisch* Bd. VII. p. 25 ff.

»Von den Cometen ist diss mein einfältige Meynung, dass, wie es natürlich, dass aus jeder Erden ein Kraut wachse, auch ohne Saamen, und in jedem Wasser, sonderlich im weiten Meer, Fische wachsen und darinnen umbschweben, also dass auch das grosse öde Meer Oceanus nicht allerdings leer bleibe, sondern aus sonderen Wohlgefallen Gottes des Schöpffers die grosse Wallfische und Meerwunder dasselbig mit ihren weitschüchtigen Straiffen hin und her besuchen und durchwandern: allermassen sey es auch mit der himmlischen, überall durchgängigen und ledigen Lufft beschaffen, dass nemlich dieselbige diese Art habe, aus ihr selber die Cometen zu gebären, damit sie, wie weit die auch sey, an allen Orten von den Cometen durchgangen werde und also nicht allerdings leer bleibe. Wann sie etwa an einem Ort dick wird, also dass die Sonne und die Sterne ihre Strahlen nicht wohl hindurch schiessen und auff Erden leuchten können, alsdann ist es Zeit, und bringt es dieser himlischen Lufft lebhaffte Natur mit sich, dass solche dicke, feiste Materi gleichsam als in ein Apostem zusammengezogen und ihrer Natur nach erleuchtet und wie andere Sterne mit einer Bewegung begabt werde.«

. . . . »Solcher Cometen halte ich der Himmel so voll seye, als das Meer voller Fische ist. Dass man aber selten solcher Cometen ansichtig wird, geschicht wegen der unermesslichen Weite der himmlischen Lufft, daher es kömpt, dass nur allein diejenige gesehen werden, welche nechst nebens des Erdbodens in der himlischen Lufft fürüberschiessen;« . . . .

»Wann nun also ein durchsichtige, liechte Kugel oder Klumpff im Himmel schwebt, und die Sonne mit ihren rechtlinischen Straalen darauff trifft, denselben auch durchgehet, so halt ich, dass solche Straalen etwas von der Materi der Cometen-Kugel mit sich davon führen und also den Cometen bleichen, waschen, saigern, durchtreiben und endlich gar vertilgen, inmassen bei uns hie auf Erden die Sonne alle Farben aus leinen Tüchern vertilget, verzehret und vertreibet und sie also schneeweiss machet; . . . So ist bekandt, dass die Sonne die dicke Nebel verzehre, zertreibe und discutire, welches Exempel sich auff der Cometen Materi besser reimet, wiewol wir noch nicht gewiss, was massen ein Nebel von der Sonnen zu nicht gemacht werde.«

Berücksichtigt man den damaligen Standpunct der Verdampfungslehre, so wüsste ich in der That nicht, in welchem

wesentlichen Puncte diese Anschauungsweise *Keppler's* von der meinigen abwiche.

Doch man vergleiche nun noch die folgende Erklärung der Schweife und ihrer Krümmung.

»*Dass ich gesagt, die Sonnenstraalen durchgehen das corpus des Cometens und nehmen augenblicklich etwas von dessen Materi mit sich ihren Weg hinaus, von der Sonnen entan, daher, halt ich, komme der Schwantz des Cometens, der sich allwegen von der Sonnen entan streckt. Denn es unmüglich, dass der Sonnenstraalen sonst solten in der klaren reinen himlischen Lufft hinder dem Cometen sichtbar werden, wenn sie nicht eine Materi hätten, darein sie fielen, wie bei uns der Sonnenschein ninders gesehen kann werden, es sei denn etwas fürhanden, darein er sich legt, als Wände, Kleyder, Wasser, Erdreich, Wolken, Nebel oder dicke Lufft.*

»*Ingleichen es unmüglich ist, dass der Sonnenschein sich in der freyen himlischen Luft krümmen sollte, wie etlicher Cometen Schwäntze krump erscheinen, denn des Liechts Fahl und Straalenschüsse gehen in einer rechten Lini. Derowegen mehr vermuthlich, dass solche krumpe Cometen-Schwäntze besagter massen ihre aus dem Cometen fliessende Materi haben, welcher materialische Fluss sich von mehrerley Ursachen wegen, von der rechten ausgestreckten oppositione Solis krümmen kann, als zum Exempel, wenn ein Wind drein bliese (welches ich nur Exempels-weisse rede), oder wenn des Cometens Kopff so schnelles Lauffs, dass er die von den Sonnenstraalen ausgetriebene Materi hinter seiner liesse.*«

22.

Die Ansichten *Newton's* von der physischen Beschaffenheit der Cometen schliessen sich weit weniger der bisher entwickelten Theorie an. Obschon auch von *Newton* die Wärmestrahlung der Sonne als die Ursache für die Entwickelung der Schweife betrachtet wird, so soll dagegen die stets von der Sonne abgewandte Richtung derselben nach Analogie der in unserer Atmosphäre aufsteigenden, erhitzten Luft- oder Rauchmassen erklärt werden. Diese Erklärung setzt also nothwendig im ganzen Weltraume ein durchsichtiges und gasförmiges Medium voraus,

in welchem allein unter dem Einfluss der Gravitation und der Wärmestrahlung der Sonne auf Grund des *Archimedes*'schen Princips sich Bewegungsphänomene der angedeuteten Art entwickeln können.

Nichtsdestoweniger sind auch diese Anschauungen und ihre Begründung von dem oben erwähnten Gesichtspuncte aus lehrreich.

Nachdem *Newton* die Erscheinungen des grossen Cometen von 1680 ausführlich discutirt hat, bemerkt er Folgendes: [1])

»Orbem jam descriptum spectanti et reliqua Cometae hujus Phaenomena in animo revolventi haud difficulter constabit quod corpora Cometarum sunt solida, compacta, fixa ac durabilia ad instar corporum Planetarum. Nam si nihil aliud essent quam vapores vel exhalationes Terrae, Solis et Planetarum, Cometa hicce in transitu suo per viciniam Solis statim dissipari debuisset. Est enim calor Solis ut radiorum densitas, hoc est reciproce ut quadratum distantiae locorum a Sole. Ideoque cum distantia Cometae a Sole Dec. 8. ubi in Perihelio versabatur, esset ad distantiam Terrae a Sole ut 6 ad 1000 circiter, calor Solis apud Cometam eo tempore erat ad calorem Solis aestivi apud nos ut 1000000 ad 36, seu 28000 ad 1. Sed calor aquae ebullientis est quasi triplo major quam calor quem terra arida concipit ad aestivum Solem; ut expertus sum: et calor ferri candentis si recte conjector quasi triplo vel quadruplo major quam calor aquae ebullientis: adeoque calor quem terra arida apud Cometam in perihelio versantem ex radiis Solaribus concipere posset; quasi 2000 vicibus major quam calor ferri candentis. Tanto autem calore vapores et exhalationes, omnisque materia volatilis statim consumi ac dissipari debuissent.« [2])

1) Philosophiae naturalis principia mathematica. Editio princeps [illegible] 498. Londini 1687.

2) [illegible] erlaube mir diese Stelle der besonderen Beachtung des Herrn [illegible] mpfehlen, welcher an die Spitze seiner neuen Cometentheorie [illegible] Satz stellt:

»[illegible] heorie ist, dass ein Comet aus Dampf besteht, der sich durch das [illegible] rsetzen lässt, und dass der sichtbare Kopf und Schwanz eine ac- [illegible] sind, die durch solche Zersetzung entstand.«

[illegible] »Die Wärme „betrachtet als eine Art der Bewegung von *John* [illegible] Autorisirte deutsche Ausgabe herausgegeben durch *H. Helmholtz* [illegible] G. Wiedemann nach der 4. Auflage des Originals. Braunschweig 1874.



Ueber die Schweife, ihre Krümmung und physische Beschaffenheit spricht sich *Newton* folgendermaassen aus: [1])

»Caudas autem a capitibus oriri et in regiones a Sole aversas ascendere confirmatur ex legibus quas observant. Ut quod in planis orbium Cometarum per Solem transeuntibus jacentes, deviant ab oppositione Solis in eas semper partes quas capita in orbibus illis progredientia relinquunt. Quod spectatori in his planis constituto apparent in partibus a Sole directe aversis, digrediente autem spectatore de his planis, deviatio paulatim sentitur, et indies apparet major. Quod deviatio caeteris paribus minor est ubi cauda obliquior est ad orbem Cometae, ut et ubi caput Cometae ad Solem propius accedit; praesertim si spectetur deviationis angulus juxta caput Cometae. Praeterea quod caudae non deviantes apparent rectae, deviantes autem incurvantur . . . .

»Pendent igitur Phaenomena caudae a motu capitis, non autem a regione coeli in qua caput conspicitur; et propterea non fiunt per refractionem coelorum, sed a capite suppeditante materiam oriuntur. Etenim ut in aëre nostro fumus corporis cujusvis igniti petit superiora, idque vel perpendiculariter si corpus quiescat, vel oblique si corpus moveatur in latus, ita in coelis ubi corpora gravitant in Solem, fumi et vapores ascendere debent a Sole (uti jam dictum est) et superiora vel recta petere, si corpus fumans quiescit; vel oblique, si corpus progrediendo loca semper deserit a quibus superiores vaporis partes ascenderant. Et obliquitas ista minor erit ubi ascensus vaporis velocior sit: nimirum in vicinia Solis et juxta corpus fumans. Ex obliquitatis autem diversitate incurvabitur vaporis columna: et quia vapor in columnae latere praecedente paulo recentior est, ideo etiam is ibidem aliquanto densior erit, lucemque propterea copiosius reflectet, et limite minus indistincto terminabitur.«

Nachdem *Newton* aus der ausserordentlich feinen Vertheilung der Materie in den Schweifen die Nothwendigkeit ihres Ursprungs aus der Dunsthülle der Cometen begründet hat — und zwar durch die Analogie mit der Dichtigkeitsabnahme unserer irdischen Atmosphäre, — entwickelt er auf Grund der soeben mitgetheilten Theorie der Krümmung der Schweife eine Methode,

1) Ibid. p. 501 ff.

die Zeit zu bestimmen, welche die Dampftheilchen bei verschiedenem Abstande des Cometen von der Sonne gebrauchen, um vom Kopfe desselben bis zum Ende des Schweifes zu gelangen.

Die Worte *Newton's* über diese Methode sind folgende: [1]

»*Quo tempore vapor a capite ad terminum caudae ascendit, cognosci fere potest ducendo rectam a termino caudae ad Solem, et notando locum ubi recta illa Trajectoriam secat. Nam vapor in termino caudae, si recta ascendat a Sole, ascendere caepit a capite quo tempore caput erat in loco intersectionis. At vapor non recta ascendit a Sole, sed motum Cometae, quem ante ascensum suum habebat, retinendo, et cum motu ascensus sui eundem componendo, ascendit oblique. Unde verior erit Problematis solutio, ut recta illa, quae orbem secat, parallela sit longitudini caudae, vel potius (ob motum curvilineum Cometae) ut eadem a linea caudae divergat.*«

Die practische Anwendbarkeit dieser Methode beweist *Newton* an Beobachtungen des grossen Cometen von 1680 und gelangt a. a. O. zu folgendem Resultate:

»*Hoc pacto inveni quod vapor qui erat in termino caudae Jan. 25 ascendere caeperat a capite ante Decemb. 11. adeoque ascensu suo toto dies plus 45 consumpserat. At cauda illa omnis quae Dec. 10 apparuit, ascenderat spatio dierum illorum duorum, qui a tempore perihelii Cometae elapsi fuerant. Vapor igitur sub initio in vicinia Solis celerrime ascendebat, et postea cum motu per gravitatem suam semper retardato ascendere pergebat; et ascendendo augebat longitudinem caudae: cauda autem quamdiu apparuit ex vapore fere omni constabat qui a tempore perihelii ascenderat; et vapor, qui primus ascendit, et terminum caudae composuit, non prius evanuit ob nimiam suam tam a Sole illustrante quam ob oculis nostris distantiam videri desiit.*«

Man ersieht aus dem Mitgetheilten, dass trotz der Verschiedenheit der für die Schweifentwickelung angenommenen Ursachen die Theorie der Krümmung und die darauf gegründete Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit der ausgestossenen Dampftheilchen auch auf die electrische Theorie anwendbar bleibt. In der That hat *Olbers* in seiner unten ausführlicher zu besprechenden Abhandlung »*Ueber den Schweif des grossen*

1) Ibid. p. 503 u. 504.

Cometen von 1811« unter Voraussetzung einer Repulsivkraft der Sonne die Methode *Newton's* auf den Schweif jenes Cometen angewandt, und das erhaltene Resultat in folgenden Worten mitgetheilt: [1])

»Fast unbegreiflich ist die Geschwindigkeit, womit dieser Schweifstoff vom Cometen aufwärts steigt. *Newton* hat eine Methode angegeben, die Zeit, welche die Schweifmaterie gebraucht hat, vom Cometen bis ans Ende des Schweifes zu kommen, wenigstens beiläufig zu berechnen. Ich habe diese Methode zweimal, am 11. und 13. October auf unsern Cometen angewandt, und bei der Rechnung die Bahnbestimmung des Herrn Prof. *Gauss* zum Grunde gelegt . . . . Aus diesen Angaben berechnete ich nun den Winkel, den die Chorde des gekrümmten Cometenschweifes in der Ebene der Cometenbahn mit der durch die Sonne und den Cometen gezogenen geraden Linie machte.

	Oct. 11	Oct. 13.
	12° 51′	12° 28′
Die Länge dieser Chorde	0.5561	0.6391
Die Zeit, welche die Dünste gebraucht hatten, bis ans Ende des Schweifes zu kommen	11.308 Tage	11.065 Tage

»Beide Resultate stimmen so gut überein, als man es bei solchen schwer mit irgend einiger Schärfe zu beobachtenden Gegenständen, und der ohnehin nicht ganz scharfen Rechnungsmethode nur verlangen kann. Der Schweif des Cometen war also gegen die Mitte des Octobers über 12000000 Meilen lang, und diese ungeheure Länge durchflog der von dem Cometen sich absondernde Dunst in etwas mehr als 11 Tagen. Eine wirklich erstaunenswürdige Geschwindigkeit. Die Intension der auf die Schweifmaterie wirkenden Repulsivkraft der Sonne ist also, bei gleichem Abstande von der Sonne, ungleich grösser, als die Attractionskraft, womit sie schwere Körpertheilchen an sich zieht.«

1) *Zach's* monatliche Correspondenz. Januar 1812. p. 16 ff.

23.

Nach den erwähnten Arbeiten von *Keppler* und *Newton* verging mehr als ein Jahrhundert, ohne dass, trotz zahlreicher und zum Theil sorgfältiger Monographien, etwas Wesentliches zu Tage gefördert worden wäre, was uns der Lösung des fraglichen Problemes über die physische Beschaffenheit der Cometen hätte näher bringen können. — Erst im Beginn des gegenwärtigen Jahrhunderts begegnen wir den Arbeiten wiederum zweier Männer, von denen im Wesentlichen Alles, was durch topographische Beobachtungen erlangt und vom Verstande für die Erkenntniss der physischen Ursachen daraus abgeleitet werden kann, in wahrhaft classischer und unübertroffener Weise geleistet worden ist.

Die Arbeiten von *Olbers* »*Ueber den grossen Cometen von* 1811« [1]) und von *Bessel* »*Ueber die physische Beschaffenheit des Halley'schen Cometen*« [2]) werden zu allen Zeiten als leuchtende Vorbilder einer rationellen Behandlung kosmischer Probleme zu betrachten sein. Wenn es mir in Folgendem auch nur annähernd gelingen sollte, die Beobachtungen und Resultate jener Arbeiten vom Standpuncte meiner Theorie als physikalisch nothwendige zu begründen und dadurch den Principien dieser Theorie denjenigen Grad von Wahrscheinlichkeit zu verleihen, welchen wir bei unseren Erkenntnissen auf naturwissenschaftlichem Gebiete als Wahrheit zu bezeichnen pflegen, so verdanke ich dies allein den erwähnten Arbeiten von *Olbers* und *Bessel*. Diesen Männern gebührt daher auch das Verdienst, die Erkenntniss jener Wahrheit schon auf dem gegenwärtigen Standpuncte unserer physikalischen Begriffsentwickelung ermöglicht zu haben.

Ich werde mir nun erlauben, die characteristischen Stellen aus den citirten Abhandlungen wörtlich mitzutheilen und hieran unmittelbar diejenigen Betrachtungen zu knüpfen, welche die Deutung dieser Stellen vom Standpuncte meiner Theorie erfordert. Die den Citaten beigesetzten Zahlen beziehen sich auf die Seitenzahl der betreffenden Abhandlungen.

Nachdem *Olbers* auf den ersten Seiten eine genaue Be-

---

1) *Zach's* monatliche Correspondenz. Januar 1812.

2) Astronomische Nachrichten Bd. 13. p. 186 ff. 1836.

schreibung der um den Kern des Cometen gelagerten Dunsthülle gegeben hat, gelangt er zu folgenden Schlüssen:

(6.7) »Es ist aus diesem klar, dass der Cometen-Kern (Taf. 2) mit der ihn einhüllenden eigenthümlichen Atmosphäre in einem hohlen, fast leeren, parabolischen Conoiden von Dunst eingeschlossen war, dessen Dunstwände damals keine beträchtliche Dicke hatten und allenthalben weit von ihm abstanden. Da, wo man also gegen die Axe AE zu senkrecht, oder fast senkrecht durch diese nicht sehr dicken Wände sieht, muss nur eine geringe Helligkeit zu bemerken sein, die gegen den Rand zu auf einmal schnell zunehmen muss, gerade wie es sich bei diesem Cometen zeigte. Vielleicht war damals für jeden auf der Axe senkrechten Durchschnitt des Conoiden die Dicke der Dunstwände nicht viel über $\frac{1}{10}$ des Halbmessers der innern Höhlung. Dies giebt, wie man durch eine sehr leichte Rechnung findet, den hellsten Theil des Reifens etwas über viermal heller, als den dunkelsten des innern parabolischen Raumes. Und an diesem Verhältniss mochte in der ersten Hälfte des Septembers nicht viel fehlen.«

»Nachmals wurde die Dicke der Dunstwände im Verhältniss gegen den Halbmesser der innern Höhlung immer grösser, und so war schon gegen das Ende des Octobers die Helligkeit des Reifens viel weniger von der des innern Raumes abstechend.«

»Mir scheint aus dieser Form des Cometen-Schweifes deutlich zu folgen, dass die von dem Cometen und seiner eigenthümlichen Atmosphäre entwickelten Dämpfe, sowohl von diesem, als von der Sonne abgestossen werden. Sie müssen sich also dort anhäufen, wo die Repulsivkraft des Cometen, die wahrscheinlich umgekehrt wie das Quadrat des Abstandes vom Kern abnimmt, von der Repulsivkraft der Sonne überwogen zu werden anfängt.«

Diese Erklärung der parabolischen, mit ihrem Scheitel der Sonne zugewandten Dunsthülle ist, wie man sieht, unverändert auf die Principien meiner Theorie zurückzuführen. An Stelle der Repulsivkraft des Kernes tritt die Expansionskraft der sich entwickelnden Dämpfe, an Stelle der Repulsivkraft der Sonne die electrische Repulsion derselben auf die gleichnamig electrisch erregten Dämpfe des Cometen.

Es giebt aber meine Theorie auch eine einfache Erklärung für die mehrmalige Wiederholung dieses Processes und die dadurch erzeugte concentrische Vervielfältigung dieser parabolischen Dunsthüllen, wie diese Erscheinung am Kopfe des *Donati*'schen Cometen am 29. Sept. 1858 sehr auffallender Weise beobachtet worden ist. (Vergl. Taf. 1.)

Die vom Kerne durch Insolation erzeugten Dämpfe müssen sich nämlich stets sehr nahe im Maximum ihrer Spannkraft befinden. Jede Druckvermehrung oder Temperaturerniedrigung muss folglich unmittelbar von einer entsprechenden Nebelbildung begleitet sein. Eine solche Nebelbildung wird daher auch in jener parabolischen Schicht stattfinden, wo die vom Kerne ausgestossenen Dampftheilchen die Richtung ihrer Bewegung in Folge der electrischen Repulsion der Sonne umkehren, indem hier nothwendig ein geringerer Abstand der Dampftheilchen und deshalb eine grössere Dichtigkeit der Dämpfe eintreten muss. Die auf diese Weise in jener parabolischen Schicht erzeugten Flüssigkeitströpfchen oder Bläschen stehen aber ebenfalls, gleich dem Kerne des Cometen, unter dem Einfluss der Wärmestrahlung der Sonne. Sie werden sogar einen wenn auch nur sehr geringen Theil dieser Wärme aufsaugen und so eine Art Schirm um den Kern bilden. Hierdurch wird in jener ersten parabolischen Schicht zum zweiten Male ein Verdampfungsprocess erzeugt, bei welchem jedes Tröpfchen gleichsam als ein neuer kleiner Cometenkern betrachtet werden kann. Es ergiebt sich hieraus die Bildung der zweiten, schwächeren parabolischen Hülle, welcher in der geschilderten Weise leicht noch andere folgen können.

24.

Olbers bemerkt dann weiter:

(7.8) »Dass nur sehr selten Cometen die Erscheinung zeigen, die wir an dem jetzigen bewundern, rührt daher, dass nur sehr selten die Repulsivkraft des Cometen gegen die der Sonne gross genug ist, die Schweif-Materie auch gegen die Sonne zu noch ausserhalb der eigenthümlichen Atmosphäre des Cometen zu treiben. Vielleicht haben wir das Auszeichnende dieses Phänomens bei unserm Cometen hauptsächlich dem Umstande zu danken, dass er immer so beträchtlich von der Sonne entfernt blieb, und doch in diesem grossen Abstande

eine beträchtliche Menge von Schweif-Materie ausströmte. Denn auch die abstossende Kraft, die die Sonne auf diese Stoffe so sichtbar äussert, muss wahrscheinlich, unter übrigens gleichen Umständen, umgekehrt wie das Quadrat des Abstandes von ihr abnehmen.«

Dass verschiedene Cometen unter übrigens gleichen Umständen die hier erwähnten Unterschiede zeigen müssen, würde nach meiner Theorie eine unmittelbare Folge der stofflichen Verschiedenheit ihrer flüssigen Kerne sein. Die Stärke der relpusiven Kraft der Dämpfe hängt bei gleicher Intensität der Insolation nur von der specifischen Wärme und dem Siedepunct der verdampfenden Flüssigkeit ab.

Olbers schliesst an die obigen Bemerkungen die folgende Warnung, welche wir bei unserer gegenwärtig fast bedenklichen Productivität an neuen Hypothesen nicht genug berücksichtigen können:

»Man muss sich immer hüten, aus einzelnen Erfahrungen keine zu allgemeinen Schlüsse zu ziehen, und es würde viel zu gewagt sein, wenn man das, was der jetzige Comet zeigt, auf alle diese Weltkörper anwenden wollte.«

Nachdem *Olbers* über den Mangel an älteren genauen und zuverlässigen Beschreibungen und Abbildungen von Cometen sein Bedauern ausgesprochen hat, fährt er folgendermaassen fort:

(10.11) »So viel scheint mir wenigstens nach sorgfältiger Prüfung dieser unvollkommenen Nachrichten und nach meiner eigenen Erfahrung zu erhellen, dass eine Verschiedenheit unter den Cometen stattfindet. Es giebt:

1. Cometen, bei denen sich keine Materie oder Stoffe entwickeln, auf welche die Sonne eine Repulsivkraft äussert. Schweiflose Cometen. Auch bei der vortheilhaftesten Lage gegen Erde und Sonne zeigt sich bei diesen nichts von einem Schweife. So viel mich bisher Erfahrung hat belehren können, sind dies die Cometen ohne festen Kern, die ganz aus einer Dunstmasse zu bestehen scheinen.
2. Cometen, bei denen blos eine Repulsivkraft der Sonne, keine des Cometenkernes zu bemerken ist. Z. B. der Comet von 1807. Bei diesem war durchaus auf der der Sonne zugekehrten Seite keine Schweifmaterie zu bemerken: ja im October 1807 war dieser Theil der



Cometen-Atmosphäre so äusserst dünn und durchsichtig, dass man ihn kaum im Fernrohr wahrnehmen konnte.

3. Cometen, wie der jetzige, bei denen sowohl eine Repulsivkraft der Sonne, als des Cometenkernes selbst in der Schweifbildung wirksam ist. Ohne Bedenken werde ich dazu die Cometen von 1665, 1680, 1682, 1744 und 1769, ja alle die Cometen rechnen, bei denen man in der Mitte des Schweifes eine breite, dunkle Bande wahrgenommen hat.«

Nach meiner Theorie sind diese drei Gattungen von Cometen die nothwendige Folge der quantitativen und qualitativen Verschiedenheit ihrer Masse. Ist die letztere sehr gering, so folgt aus den bereits § 13. angestellten Betrachtungen, dass in einem gewissen Abstande von der Sonne der flüssige Kern verschwinden muss. Dann fällt aber auch die Verdampfung mit materieller Fortschleuderung von Flüssigkeitstheilchen fort und mithin auch die wesentlichste Ursache der electrischen Erregung — folglich auch die electrische Repulsion der Sonne. Man begreift also vom Standpuncte meiner Theorie den oben von *Olbers* vermutheten und durch spätere Beobachtungen vollkommen bestätigten Zusammenhang dieses ganzen Complexes von Erscheinungen mit der Masse der Cometen.

Ich will aber hier noch auf eine andere Consequenz meiner Anschauungsweise aufmerksam machen, zu welcher ich zuerst nur auf deductivem Wege gelangt bin, deren nachträgliche Bestätigung aber durch bereits hierüber vorhandene Beobachtungen mir eine grosse Freude gewährt hat.

Wenn in der That, wie *Keppler* meint, der Weltraum so voller Cometen ist, wie das Meer voller Fische, so wird auch, wie bei diesen, die Zahl der kleinen Cometen viel grösser als die der grossen sein müssen. Die Beobachtungen haben diese Folgerung zur Genüge bestätigt.

Berücksichtigt man nun dasjenige, was oben (§ 1—§ 6) über den Einfluss der Temperatur auf die Stabilität kosmischer Massen gesagt wurde, so ist klar, dass bei jeder Temperatursteigerung des Weltraumes eine bestimmte Anzahl kleiner Cometen für unsere Wahrnehmung verschwinden muss, indem die nebelartigen Condensationsproducte, welche uns diese Körper bei niedriger Temperatur sichtbar machen, alsdann durch die Wärme

aufgelöst werden. Die Zahl der in einem bestimmten Volumen des Weltenraumes sichtbaren Cometen wäre auf diese Weise eine von der Temperatur abhängige Grösse und könnte, unter sonst gleichen Umständen, dazu dienen, uns von Temperaturschwankungen innerhalb jenes Raumes Kenntniss zu verschaffen. Die Empfindlichkeit dieser thermoskopischen Reaction hängt offenbar davon ab, wie viele Cometen überhaupt vorhanden sind und gleichzeitig durch die fragliche Temperaturänderung aufgelöst oder sichtbar werden.

Da nun die Sonne mit Rücksicht auf die Periode ihrer Flecken als eine periodisch-veränderliche Wärmequelle betrachtet werden muss, so hatte ich vermuthet, dass die Anzahl der jährlich entdeckten kleinen Cometen periodischen Schwankungen unterworfen sei, deren Maxima und Minima mit denen der Sonnenflecken coïncidiren oder vielmehr, nach Analogie meteorologischer Wirkungen, denselben um weniges nachfolgen.

Diese Vermuthung hat sich in überraschender Weise bestätigt, indem *Bruhns* bereits im Februar des Jahres 1867 in einem Aufsatze der Astronomischen Nachrichten (Nr. 1631) auf eine solche Periodicität in der Häufigkeit der kleinen Cometen aufmerksam machte.

Ich erlaube mir die bezügliche Stelle hier wörtlich wieder zu geben:

»In den Jahren 1865 und 1866 haben wir merkwürdig wenig Cometen gehabt. Ich weiss nicht, ob diejenigen Astronomen, welche sonst nach Cometen suchen, in diesen Jahren weniger gesucht haben; fast möchte ich dies bezweifeln und von meiner Seite ist besonders sehr viel gesucht. Da ich nun auch 1856, wo ebenfalls kein Comet da war, sehr fleissig suchte, fällt mir dieser Mangel an Cometen auf. Sieht man das Cometenverzeichniss weiter durch, so findet man, dass, wenn man natürlich die periodischen abrechnet, in den Cometen-Erscheinungen der Jahre 1843 und 1844, zu welcher Zeit viel gesucht zu sein scheint, eine Lücke vorhanden ist. Nehme ich an, dass seit 1842 gleichmässig nach Cometen gesucht ist, so findet sich, die periodischen Cometen, deren Wiederkehr im Voraus berechnet werden kann, nicht mitgezählt, zwischen den Perihelien von Comet II. 1843 und Comet II. 1844 ein Zeitraum von über 17 Monaten; zwischen den Perihelien von Comet IV.

1855 und Comet I. 1857 ein Zeitraum von 16 Monaten, und endlich zwischen den Perihelien von Comet I. 1865 und Comet I. 1867 (Comet I. 1866 ist als periodischer nicht mitgerechnet) ein Zeitraum von 24 Monaten.

In diesen 24 Jahren kömmt zwischen den Perihelien aller Cometen nur noch einmal, zwischen Comet III. 1849 und Comet I. 1850 ein Zeitraum von $13^1/_2$ Monaten vor. Merkwürdigerweise fallen die grössten Lücken zusammen mit den Zeiten der Sonnenfleckenminima und auch zur Zeit der früheren Sonnenfleckenminima 1800, 1810—1811, 1822—1823, 1834—1835, finden sich ziemlich grosse Intervalle, doch sind in diesen Zeiten zwischen den Perihelien anderer Cometen ebenfalls grosse Lücken, welche wohl dem nicht so fleissigen Suchen nach Cometen zuzuschreiben sein werden.«

Auch gegenwärtig werden die kleinen Cometen wieder zahlreicher, entsprechend dem zur Zeit vorhandenen Maximum der Sonnenflecken.

Es eröffnet sich durch diese Betrachtungen die Aussicht, durch die statistische Behandlung der neu entdeckten kleinen Cometen ein empfindliches Reagenz für die mittleren Temperaturveränderungen der Sonne zu erhalten, sowohl der periodischen als der säcularen, so dass auf diesem Wege von kommenden Generationen vielleicht die allmälig fortschreitende Abkühlung des Sonnenkörpers auch empirisch erkannt werden kann.

Nach der oben über den Ursprung des Zodiakallichtes und der Corona ausgesprochenen Ansicht würde sich aber eine sorgfältige Beobachtung auch dieser Phänomene von dem angedeuteten Gesichtspuncte aus empfehlen. Auch hier müsste sich die Intensität der Erscheinungen mit abnehmender Wärmestrahlung der Sonne vermindern, mit zunehmender steigern.

Während indessen die säculare Abnahme der Sonnenwärme unter übrigens gleichen Umständen die Zahl der sichtbaren Cometen in Zukunft vergrössern wird, muss unter dem Einflusse derselben Ursache die Intensität der äussern Corona und des Zodiakallichtes abnehmen. Die erstere Erscheinung fände in verkleinertem Maassstabe ihr Analogon in der von *O. Struve* entdeckten Annäherung des inneren Ringrandes an die Oberfläche Saturns. [1])

---

1) *Otto Struve*, Sur les dimensions des anneaux de Saturn. Mémoires

Ueber die Ursachen dieser Erscheinung habe ich vor 6 Jahren in meinen »photometrischen Untersuchungen« p. 305 ff. Folgendes bemerkt:

»Was die physische Beschaffenheit des Saturnringes betrifft, so ist man sowohl aus theoretischen als auch empirischen Gründen im Allgemeinen zu der Ansicht gelangt, dass jener Ring aus einer Flüssigkeit bestehen müsse. Nimmt man an, es sei diese Flüssigkeit Wasser, so wird dasselbe, mit Rücksicht auf die Attractionsverhältnisse, nur in einer solchen Entfernung vom Saturn im flüssigen Aggregatzustande bestehen können, in welcher die vorausgesetzte Wärmestrahlung der Saturnkugel die Existenz einer zur Condensation erforderlichen Temperatur gestattet. Diese Grenze wird aber, bei der fortdauernden Abkühlung Saturns, seiner Oberfläche stets näher rücken müssen, so dass hierdurch die oben erwähnte Entdeckung *O. Struve's*, falls sie sich bestätigen sollte, in einfacher Weise erklärt würde.

Der wahrscheinlich erst in neuerer Zeit entstandene, sogenannte dunkle Ring, würde uns ein Zeichen sein, dass gegenwärtig an der Stelle dieses Ringes die Temperaturerniedrigung bereits unter den Condensationspunct gesunken sei, und dass sich demgemäss, wie bei atmosphärischen Abkühlungsprocessen, zunächst Nebel bilden müssten, die den Saturn in Form eines dunkleren Ringes umgeben.«

Indem ich nach dieser Abschweifung wieder zu der *Olbers'*schen Classification der Cometen zurückkehre, bedarf nur noch der Character der zweiten Gattung einer Deutung vom Stand-

---

de Pulkova Vol. I. p. 347—388 (1853). Am Schlusse dieser umfangreichen und interessanten Arbeit fasst *Struve* die Resultate derselben auf p. 383 in folgenden Worten zusammen:

»*Nos connaissances actuelles des changements qui se passent dans le système des anneaux de Saturne, se résument donc dans les trois points suivants:*

1. *Le bord intérieur des anneaux s'approche continuellement du globe de la planète;*
2. *Le rapprochement du bord intérieur est combiné avec un accroissement de la largeur totale des anneaux;*
3. *Dans l'intervalle entre les observations de J. D. Cassini et W. Herschel, la largueur de l'anneau B a augmenté en plus forte raison que celle de l'anneau A.*«

Mit *A* ist hier der äussere, mit *B* der hierauf folgende, breitere Ring bezeichnet.

puncte meiner Theorie. Diese Deutung ist nicht schwer, denn »Cometen, bei denen blos eine Repulsivkraft der Sonne, keine des Cometenkernes zu bemerken ist«, werden durch solche flüssige kosmische Massen erzeugt werden, welche einen hohen Siedepunct oder eine grosse specifische Wärme besitzen. Die Spannkraft der hierbei durch Insolation erzeugten Dämpfe bleibt alsdann nur eine relativ geringe, so dass die auf der Sonnenseite des Kernes entwickelten Dampftheilchen schon in sehr kleinem Abstande von demselben unter dem Einfluss der electrischen Repulsion der Sonne die Richtung ihrer Bewegung umkehren, um den Schweif der Cometen zu bilden.

Das Spectroskop wird uns bei späteren Cometenerscheinungen über alle diese stofflichen Verschiedenheiten der Cometenkerne und ihrer Dämpfe Aufschluss geben können.

25.

Im Anschluss an die erwähnte Classification gedenkt *Olbers* der Cometen mit mehrfachen Schweifen in folgenden Worten:

(11.12) »Merkwürdig ist es hierbei, dass sich von manchen Cometen bei ihrer Annäherung zur Sonne verschiedenartige Stoffe entwickeln, auf die sowohl die Repulsivkraft der Sonne, als die des Cometen selbst specifisch verschieden wirkt. Was die Sonne betrifft, so erhellet dies deutlich aus den Cometen mit doppelten oder gar vielfachen Schweifen. Bei dem Cometen von 1807 war dies unter andern sehr überzeugend darzuthun.« . . . . »Dass aber auch die Repulsivkraft des Cometenkerns auf die sich von ihm entwickelnden verschiedenartigen Stoffe specifisch verschieden wirkt, scheint mir besonders aus dem, was Herr *Messier* bei dem Cometen von 1769 wahrnahm, zu erhellen. Die beiden getrennten kleineren Seitenflügel des Schweifes, die Herr *Messier* den 30. August und 2. Sept. bemerkte, und die sich nachher in zwei neue helle, den beiden bis dahin immer gesehenen fast parallele Streifen verwandelten, geben zu erkennen, dass dieser Comet mit zwei hohlen Dunstkegeln umgeben war, wovon der eine in dem andern steckte. Auf die Materien, die den äussern dieser Dunstkegel bildeten, musste die Repulsivkraft des Cometen weit stärker wirken, als auf diejenigen, aus denen der innere Kegel geformt war.«

Bereits oben (§ 17) habe ich darauf hingedeutet, dass die Entwickelung mehrfacher, zum Theil der Sonne zugewandter, Schweife sich nach meiner Theorie einfach durch die Annahme verschiedenartiger Flüssigkeiten im Cometenkerne erklärt. Eine solche Verschiedenheit wird, als der allgemeinere Fall, sehr wahrscheinlich sein. Sie genügt vollkommen, um durch die hiermit nothwendig verknüpfte Verschiedenheit der Dampfspannung und electrischen Erregung alle die von *Olbers* hervorgehobenen Phänomene des *Messier*'schen Cometen zu erklären. Mit Annäherung des Cometen an die Sonne werden die Strömungen und Siedeprocesse in immer grössere Tiefen der flüssigen Masse des Kernes eindringen und hierdurch Stoffe an die Oberfläche führen, deren Verdampfung früher durch darüber befindliche Schichten verhindert war.

Als ein schönes Beispiel wissenschaftlicher Vorsicht, welches ich wiederum den Herren *Faye* und *Tyndall* zur Beachtung empfehle, erlaube ich mir folgende Worte von *Olbers* anzuführen:

(13) »Unbedingt habe ich bis jetzt von Repulsivkräften gesprochen. Ich bin weit entfernt, damit das wirkliche Dasein solcher abstossender Kräfte im Weltgebäude behaupten zu wollen. Ich will dadurch blos die Erscheinung andeuten, dass die Schweifmaterie der Cometen sich sowohl vom Cometen selbst, als von der Sonne zu entfernen strebt.«

Nachdem alsdann *Olbers* die verschiedenen Hypothesen zur Erklärung dieser Abstossung, namentlich diejenigen von *Newton* und *Euler* anführt, und von Letzterem bemerkt, dass er

»ganz inconsequent mit seinem System, welches das Licht blos für eine zitternde Bewegung des Aethers hält, die Schweifmaterie durch die Sonnenstrahlen fortgestossen werden lässt,«

beschliesst *Olbers* die hierauf bezüglichen Betrachtungen mit folgenden Worten:

»Kurz, ich weiss durchaus nicht, woher diese Repulsivkraft, oder bestimmter zu reden, woher dies Bestreben der Schweifmaterie, sich von der Sonne und dem Cometenkern zu entfernen, entsteht: genug, dass die Beobachtung es deutlich zeigt. *Enthalten kann man sich indessen schwerlich, dabei an etwas unseren electrischen Anziehungen und Abstossungen analoges zu denken. Warum sollte auch diese mächtige Natur-*

kraft, von der wir in unserer feuchten stets leitenden Atmosphäre schon so bedeutende Wirkungen sehen, nicht im grossen Weltall nach einem weit über unsere kleinlichen Begriffe gehenden Maassstabe wirksam sein?«

Aus diesen Worten geht also auf's Deutlichste hervor, dass *Olbers* als der Begründer der electrischen Theorie der Cometen zu betrachten ist. Er war vielleicht von dieser Theorie und demgemäss auch von der electrischen Fernewirkung der Sonne fest überzeugt; er scheute sich nur, dieser Ueberzeugung, als einer noch nicht genügend begründeten, in einer wissenschaftlichen Arbeit öffentlich Ausdruck zu geben. Wären damals die electrischen Erscheinungen in ihrer gegenwärtigen Mannigfaltigkeit bekannt gewesen, hätte vollends die Spectralanalyse die eigene Lichtentwickelung der Cometen verrathen, so hätte *Olbers* auf Grund seiner Beobachtungen mit Nothwendigkeit auf diese Theorie geführt werden müssen, und würde derselben alsdann bereits auch wissenschaftlich eine bestimmte Form verliehen haben. Der Name *Olbers* bleibt daher auch hier auf's Engste mit der Erweiterung unserer Kenntnisse über die Cometen für alle Zeiten verbunden.

Ich übergebe die folgenden Betrachtungen von *Olbers* über die feine Vertheilung der Materie in den Cometenschweifen und über die Ursachen des allmäligen Unsichtbarwerdens der Schweife, indem sie sich als unmittelbare Consequenzen meiner Theorie ergeben; nur über die Abwesenheit einer merklichen Refraction dieser Materie möge hier noch Einiges folgen.

Olbers fasst sein Urtheil über die Ursachen dieser Erscheinung in folgenden Worten zusammen:

(16) »Kurz, es scheint sich mit der Schweifmaterie gerade so zu verhalten, wie mit vielen unserer Nebel. Auch diese bestehen aus einer ungeheuren Menge blos mit der Luft gemengter unendlich kleiner Wassertheilchen. Der Nebel schwächt das durch ihn fallende Licht, wirft es hinreichend stark zurück, um uns als glänzende Wolke sichtbar zu sein, und hat doch gar keine von der Luft verschiedene strahlenbrechende Kraft.«

Die nun folgende Berechnung der Geschwindigkeit der ausgestossenen Dampftheilchen, nach der Methode *Newton's*, ist bereits oben mitgetheilt. Die Erklärung, welche *Olbers* von der

Krümmung der Schweife der Cometen in der Nähe ihrer Perihelien giebt, ist folgende:

(18) »Nimmt man an, dass die Repulsivkraft der Sonne umgekehrt wie das Quadrat des Abstandes von ihr abnimmt, und abstrahirt ganz von den anziehenden und abstossenden Kräften des Cometenkerns, so wird jedes Dunstpartikelchen eine gegen die Sonne convexe Hyperbel beschreiben, in deren entfernterem Focus die Sonne liegt. Diese Hyperbel hat nun mit der Bahn des Cometen an dem Puncte, wo das Schweiftheilchen den Cometen verlässt, eine gemeinschaftliche Tangente, und die tangentielle Geschwindigkeit des Dunstpartikelchens ist der des Cometen in diesem Puncte seiner Bahn gleich. Leicht würde sich hieraus die Bahn jedes Dunstpartikelchens berechnen, und für jede Zeit der Ort desselben angeben lassen, wenn das absolute Maass der Repulsivkraft der Sonne für irgend einen bestimmten Abstand bekannt wäre.«

. . . . »Es sind also nicht immer dieselben Theilchen, die wir in dem Cometen-Schweife schimmern sehen. Nein! unaufhörlich entwickeln sich neue Stoffe von seinem Körper und seiner eigenthümlichen Atmosphäre, die mit erstaunenswürdiger Geschwindigkeit von dem Cometen abwärts strömen, um sich endlich in den weiten Himmelsraum zu verlieren.«

Dies ist der wesentliche Inhalt der erwähnten Arbeit von *Olbers*, welche nahe 60 Jahre vor *Tyndall's* Cometentheorie in einer allgemein bekannten und weitverbreiteten Zeitschrift veröffentlicht worden ist.

26.

Die 25 Jahre später erschienenen Untersuchungen *Bessel's* über die physische Beschaffenheit des *Halley*'schen Cometen, zu denen ich jetzt übergehe, zerfallen ihrem Inhalte nach in zwei, wesentlich von einander verschiedene, Theile. In dem einen werden die Principien von *Olbers* über die Bewegungen der vom Kerne ausgestossenen Dampftheilchen analytisch entwickelt und die erhaltene Formel mit den Beobachtungen über die Krümmung des Schweifes und über die Bewegung seiner Bestandtheile verglichen. In dem andern wird eine ganz neue Erschei-

nung besprochen, nämlich die oscillirende Bewegung der Ausströmung in der Ebene der Cometenbahn, welche gleichzeitig und gesetzmässig mit einer Variation der Intensität der Ausströmung verbunden ist.

Die *Bessel*'sche Abhandlung ist so reich an interessanten Einzelheiten und gewährt bei ihrem Studium einen so grossen Genuss, dass es schwer wird, in den Citaten aus dieser Abhandlung das richtige Maass zu halten. Dessenungeachtet kann ich mich hier nur auf das Nothwendigste beschränken, und hoffe, dass selbst diese wenigen Stellen für den kundigen Leser genügen werden, um in ihm das Verlangen nach einer genaueren Kenntniss dieser Abhandlung rege zu machen.

Bessel fasst das Problem, die Bewegung eines Schweifstheilchens zu bestimmen, welches mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit die Wirkungssphäre des Cometen verlässt, in möglichster Allgemeinheit.

Er bemerkt hierüber Folgendes:

(210) »Ich werde den Punct beziehungsweise auf dem Kometen bestimmen, in welchem sich zur Zeit ein Theilchen befindet, welches die Wirkungssphäre des Kometen, zur Zeit $t-\tau$, an einem gegebenen Orte mit gegebener Geschwindigkeit und in gegebener Richtung verlassen hat. Die Rechnung gründe ich nicht auf die Voraussetzung, dass die Masse, mit welcher die Sonne auf das Theilchen wirkt, der Masse $= 1$, mit welcher sie die Planeten und den Kometen selbst anzieht, gleich sei, vielmehr soll jene Masse durch μ bezeichnet werden und im Laufe der Rechnung unbestimmt bleiben . . . . . .

»Die Kraft, mit welcher die Sonne das Theilchen zu bewegen sucht, wird in der Entfernung r

$$= \frac{\mu}{rr}$$

vorausgesetzt. Wenn μ den Werth 1 hat, so ist die Wirkung der gewöhnlichen Anziehung der Sonne gleich; wenn $\mu < 1$, so ist die erstere kleiner als die letztere; wenn μ negativ, so verwandelt sich die Anziehung in eine Zurückstossung.«

Bessel wendet nun die nach dieser Theorie entwickelte Formel auf die Beobachtung der Richtung des Schweifes am 15. October an und findet hier in der That für μ einen negativen Werth und zwar:

$$\mu = -1.812$$

entsprechend einer Repulsivkraft der Sonne, welche im umgekehrten Verhältniss des Quadrates der Entfernung abnimmt (p. 222).

Um zu zeigen, in wie weit hierbei eine Massenattraction des Cometenkernes das Resultat beeinflusst habe, nimmt *Bessel* für die Masse des *Halley*'schen Cometen die Masse an, welche *Laplace*, als eine von der Masse des Cometen von 1770 nicht erreichte Grenze angab, nämlich den fünftausendsten Theil der Erdmasse. Er findet unter dieser Voraussetzung keinen Grund zur Annahme, dass das betrachtete Theilchen in der angedeuteten Weise afficirt worden sei (p. 218).

Ich bemerke hierbei, dass der Durchmesser einer Wasserkugel von der angenommenen Masse des Cometen ungefähr einen 2.6 Mal kleineren Durchmesser als der Mond besitzt, — eine Grösse, welche sich ganz gut mit der relativen Kleinheit des Kernes bei grossen Cometen vertragen würde.

Mit Hülfe des oben gefundenen Werthes von μ gelangt *Bessel* zu einer angenäherten Werthbestimmung der beschleunigenden Kraft, unter deren Einfluss die Theilchen die Wirkungssphäre des Kernes verlassen. Die Beschleunigung mit g bezeichnet, findet er (p. 223) den Tag zur Zeiteinheit gewählt:

$$g = 15.5 \text{ Erdhalbmesser}$$

was für die Einheiten des Meters und der Secunde geben würde:

$$g = 1143^{m}$$

Man sieht leicht, dass sich vom Standpuncte meiner Theorie an derartige Bestimmungen die Aussicht knüpft, die Grösse der Dampfspannung zu bestimmen, unter welcher die Dämpfe aus dem flüssigen Kerne des Cometen entweichen. Ist andrerseits durch das Spectroskop die Qualität dieser Dämpfe, also auch die des flüssigen Kernes ermittelt, so sind die Wege zur Temperaturbestimmung geöffnet.

Bessel geht dann dazu über, die Zeit zu bestimmen, welche, der Theorie zufolge, zum Aufsteigen der Theilchen, bis zu dem beobachteten Puncte des Schweifes, verwandt worden ist. Das schliessliche Resultat fasst er in folgenden Worten zusammen:

(225) »Nach dieser Rechnung sind also die Theilchen, welche sich zur Beobachtungszeit = Octbr. 15.23, in dem

beobachteten Puncte des Schweifes befanden, zwischen dem 3. und 4. October von dem Kometen ausgegangen; höhere, auch noch bemerkbare Theilchen also noch früher. Dass diese Zeit, mit der Zeit des sichtbaren Anfanges der Ausströmung so nahe zusammentrifft, ist vermuthlich nur zufällig; doch kann man in der Folge auch hierauf aufmerksam sein.«

Dieser letzte Satz ist wiederum ein Vorbild echt wissenschaftlicher Behutsamkeit, welche durchaus beim Betreten neuer Gebiete erforderlich ist, wenn man nicht auf Abwege gerathen will.

Schliesslich fasst *Bessel* das Gesammtresultat aller seiner Betrachtungen bezüglich der im umgekehrten Verhältniss des Quadrates der Entfernung wirkenden Abstossungskraft der Sonne in folgenden Worten zusammen:

(225) »Man kann also an der abstossenden Kraft der Sonne, in Beziehung auf die Kometenschweife, nicht zweifeln.«

Bessel befindet sich demnach, wie man sieht, in voller Uebereinstimmung mit *Olbers*, und was zwei Männer von solcher Vorsicht und solchem Character als Endresultat mühevoller und gewissenhafter Untersuchungen übereinstimmend als Gewissheit aussprechen, wird man wohl als erwiesene Thatsache anzunehmen berechtigt sein.

27.

Die zweite Klasse der oben erwähnten Phänomene bestand in einer oscillirenden Bewegung der Ausströmung.

Bessel leitet die hierauf bezüglichen Betrachtungen mit folgenden Worten ein:

(192) »Das Merkwürdigste, was der Komet gezeigt hat, ist ohne Zweifel die drehende oder schwingende Bewegung des ausströmenden Lichtkegels, welche sich sowohl zwischen den zusammenhängenden Beobachtungen in der Nacht des 12. Octobers, als auch zwischen den vereinzelten der übrigen Tage findet. Aehnliches hat man früher nie wahrgenommen; was aber weniger beweiset, dass es bei andern Kometen

nicht sichtbar gewesen sei, als dass man es nicht beachtet hat.«

Hierauf werden die Beobachtungen zwischen dem 2. bis 25. October discutirt, und als Resultat dieser Discussion bemerkt *Bessel*:

(192) »Es geht hieraus hervor, dass der ausströmende Lichtkegel sich von der Richtung nach der Sonne, sowohl rechts als links, beträchtlich entfernt hat, immer aber wieder zu dieser Richtung zurückgekehrt ist, um auf die andere Seite derselben überzugehen.«

Bessel sucht nun eine Verbindung auf, in welcher die Elemente der Drehung der Axe des ausströmenden Lichtkegels, und der Positionswinkel, in welchem diese Axe sich zeigt, zu einander stehen. Das Resultat dieser Bemühungen enthalten die folgenden Worte:

(196) »Einige Aufmerksamkeit auf das Fortschreiten der Werthe von $u - u^0$ (des Winkels zwischen der Ausströmung und dem Radiusvector des Kometen, positiv genommen, wenn die erstern, der Richtung der Bewegung nach, vor dem Kometen ist) zeigt, dass dieselben sich durch eine schwingende Bewegung der Ausströmung, deren Periode 4.6 Tage und deren Ausdehnung 60^0 beträgt, einigermaassen erklären lassen.«

Die Intensität der Ausströmung steht bei diesen Bewegungen in einer sehr bemerkenswerthen Beziehung zur Phase der Oscillation, wie dies aus folgenden Worten *Bessel's* hervorgeht:

(199) »Die Beobachtungen lassen keinen Zweifel darüber, dass die Ausströmung lebhafter war, wenn sie in der Richtung der Sonne erschien, als wenn sie beträchtlich von derselben abwich; in dem einen Maximo ihrer Abweichung von dieser Richtung, am 13ten hatte sie ganz aufgehört sichtbar zu sein; in der Nähe des andern, am 15ten, war sie äusserst unscheinbar geworden, wogegen sie am 12ten und 14ten sehr lebhaft erschien. Wenn ihre Bewegung einer Schwingung in der Ebene der Bahn zuzuschreiben ist, so ist es nicht nur denkbar, sondern auch wahrscheinlich, dass sie die grösste Lebhaftigkeit hatte, wenn sie sich in der Richtung ihrer Ursache, der Sonne, befand.«

Ueber die Realität des ganzen Phänomens bemerkt *Bessel* zum Schluss Folgendes:

(200) »Da die Beobachtungen der Positionswinkel der Ausströmung für die Richtigkeit ihrer Erklärung durch eine schwingende Bewegung sprechen und da unverwerfliche Gründe anderer Art, wie ich eben gezeigt habe, sich damit vereinigen, so sehe ich kein Bedenken, diese schwingende Bewegung in der Ebene der Bahn als ein Resultat der Beobachtung anzunehmen.«

Als Ursache dieser schwingenden Bewegung glaubt *Bessel* zur Annahme einer Polarkraft genöthigt zu sein. Er bemerkt:

(201) »Ich sehe weder, wie man sich der Annahme einer Polarkraft wird entziehen können, welche Einen Halbmesser des Kometen zu der Sonne zu wenden, den entgegengesetzten von ihr abzuwenden strebt, noch welcher Grund vorhanden sein könnte, die Annahme einer solchen Kraft a priori zurückzuweisen.«

Ich werde nun zeigen, dass es vom Standpuncte meiner Theorie der Annahme einer solchen Polarkraft nicht bedarf, sondern dass zur Erklärung der beobachteten Oscillation der Ausströmung und der damit verbundenen Variation ihrer Intensität die Reaction des ausströmenden Dampfes auf die flüssige Masse des Kernes genügt.

Die Existenz einer solchen Reaction ist auch *Bessel* sehr wahrscheinlich; er betrachtet sie jedoch nur in Bezug auf eine möglicherweise hierdurch erzeugte Veränderung der elliptischen Bewegung. Die betreffenden Worte am Schlusse seiner Abhandlung (p. 231) lauten folgendermaassen:

»Die Ausströmung des *Halley*'schen Kometen, ohngefähr in der Richtung der Sonne, gab ihm, wie ich schon in der Beschreibung seines Ansehens (§ 1) angeführt habe, das Ansehen einer brennenden Rakete. Sie muss auch dieselbe Wirkung auf seine Bewegung gehabt haben, welche das Brennen einer Rakete auf die ihrige hat; sie muss ihm eine, ihrer eigenen entgegengesetzte Geschwindigkeit ertheilt haben.«

...... »Der Anblick der Lebhaftigkeit der Ausströmung oder vielmehr das anscheinende Verhältniss ihrer Masse zur Masse des Kernes muss die Meinung erzeugen, dass die

daraus hervorgehende störende Kraft der elliptischen Bewegung des Kometen merklich sein könne.«

Betrachten wir den flüssigen Kern zunächst nicht unter dem Einflusse der Sonnenstrahlung, so muss er, den Gesetzen des Gleichgewichtes gemäss, die Form einer Kugel annehmen. Wirken auf eine solche Kugel die Sonnenstrahlen erwärmend und findet mit Rücksicht auf die Lage des Maximums dieser Erwärmung an dem der Strahlung senkrecht zugewandten Flächenelement die Entwickelung eines Dampfstrahls statt, so ist unter dem Einfluss der Reaction dieses Strahles nur dann keine Bewegung der beweglichen Ausströmungsöffnung zu erwarten, wenn die Richtung des Reactionsdruckes genau durch das Centrum der Kugel geht. Da aber vermöge der Beweglichkeit der flüssigen Masse die Oeffnung verschiebbar ist, so ist die Unveränderlichkeit ihrer Lage an die Bedingung eines labilen Gleichgewichtes geknüpft und kann daher in der Wirklichkeit nicht stattfinden; sie bewegt sich folglich entweder nach der einen oder andern Seite der Kugel. Dass diese seitliche Verschiebung in der Ebene der Bahn der bewegten Kugel stattfindet, wenn nicht besondere Ursachen vorhanden sind, welche das Heraustreten aus derselben veranlassen, ist nur eine Folge des mechanischen Princips von der Erhaltung der Flächen.

Wenn nun eine solche seitliche Verschiebung stattgefunden hat, so wird die hierdurch bewegte Wassermasse der Einwirkung der senkrechten Bestrahlung entzogen, die in der Zeiteinheit entwickelte Dampfmenge wird also geringer und in Folge dessen auch die Grösse der Reaction des Dampfstrahles, durch welche die Verschiebung erzeugt wurde. Unter dem Einfluss ihrer eigenen Kräfte wird daher die Masse wieder bestrebt sein, ihre ursprüngliche Gleichgewichtsfigur in Form einer Kugel einzunehmen. In Folge dessen bewegt sich die erwärmte Wassermasse als eine Art Fluthwelle wieder zurück, gelangt wieder an die Stelle der kräftigsten Bestrahlung, überschreitet sie aber vermöge ihrer Trägheit. Der Process wiederholt sich nun ganz in derselben Weise auf der andern Seite, und so erzeugt sich eine Oscillation mit veränderlicher Ausströmung von Dampf, ganz in der von *Bessel* beim *Halley*'schen Cometen beobachteten Weise. [1]

---

[1] Dass die Wassermasse, welche in Folge dieser strömenden Bewe-



Der einfache Apparat, welchen ich construirt habe, um die wesentlichen Bedingungen dieser Oscillation künstlich herzustellen, ist Taf. 2 Fig. 2 abgebildet. Die Beweglichkeit der Ausströmungsöffnung ist durch ein kurzes Stückchen eines Gummischlauches bewerkstelligt, welches die Verbindung mit dem pendelartig aufgehängten Ausströmungsrohr herstellt, an dessen unterem Ende sich die theilweise mit Wasser gefüllte Kugel befindet. In der Gleichgewichtslage ist die Kugel im Mantel der Flamme, es entwickeln sich Dämpfe und durch die seitliche Ausströmung derselben entsteht eine Reactionskraft, welche das Pendel ablenkt und hierdurch die Kugel aus der Flamme bewegt. In Folge dessen hört die Dampfentwickelung auf, das Pendel geht zurück und indem es abermals seine Gleichgewichtslage passirt, erhält es durch den bei umgekehrt gerichteter Mündung entgegengesetzten Druck, eine Ausweichung nach der andern Seite.

Man sieht, dass die Pendelbewegung dieses Apparates durch wesentlich dieselben Ursachen bewirkt wird, welche meine Theorie für die pendelnde Bewegung der Ausströmung der Cometen voraussetzt.

Indem ich mich hier von der Arbeit *Bessel's* trenne, kann ich dies nicht thun, ohne noch einmal dem Gefühle der Dankbarkeit und vollsten Befriedigung Ausdruck zu verleihen, welche seine Arbeit in mir hervorgerufen hat. Diese Empfindungen werden noch gesteigert, wenn ich die Aussichten erwäge, welche sich an die Wiederholung derartiger Untersuchungen nach dem Vorbilde *Bessel's* knüpfen, Aussichten, welche *Bessel* kannte, und in folgenden Schlussworten den nach ihm kommenden und gleichbegabten Astronomen an's Herz legte:

»Ich mache noch darauf aufmerksam, dass sorgfältige Beobachtungen über die Schweife der Kometen (welche sich freilich nicht an allen Kometen anstellen lassen,) der Grund eines Urtheils über das Dasein eines widerstehenden Aethers im Weltraume werden können. Man begreift leicht, dass der Widerstand sich ohne Vergleich stärker äussern muss, als er sich auf die Kometen selbst äussert, wenn er

gung an die Stelle der verdrängten in die Lage der günstigsten Bestrahlung gelangt, nicht ebenfalls sogleich einen neuen Dampfstrahl erzeugt, folgt einfach aus Berücksichtigung der Zeit, welche vor der Verdampfung zur ebenso hohen Temperatursteigerung der Flüssigkeit erforderlich ist.

sich auf Theilchen äussert, deren Dichte, vergleichungsweise mit der Dichte des Kometen selbst, nur unmerklich sein kann. Sorgfältige Beobachtungen über den Kern, den Nebel und den Schweif eines Kometen verheissen, im Allgemeinen, neue Einsichten in die Physik des Himmels. Ich hoffe, dass wir wesentliche Beiträge zu den von mir an dem *Halley*'schen Kometen gemachten Wahrnehmungen, von verschiedenen Seiten erhalten werden, vorzüglich von den Besitzern grosser Fernröhre, namentlich von Herrn Etatsrath *Struve*, Sir *James South* und Sir *John Herschel*; die des letzteren können einen Zuwachs ihrer, ohnehin zu erwartenden, Wichtigkeit dadurch erhalten, dass der Komet auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung zu einer Zeit gut sichtbar geworden ist, zu welcher er auf unseren nördlichen Sternwarten nicht mehr unter vortheilhaften Umständen erschien. Machen diese erwarteten Beiträge es nöthig, auf diese Materie zurückzukommen, so werde ich dieses nicht versäumen. Auch hoffe ich Musse zu finden, vorhandene Beschreibungen der Schweife einiger Kometen, zur Bestimmung der Grösse der auf sie wirkenden Kraft der Sonne zu benutzen.« [1])

28.

Es bliebe jetzt nur noch die eigenthümliche Contraction der Dunsthüllen zu erklären übrig, welche die Cometen während ihres Durchganges durch das Perihel erleiden. Da hierbei gleichzeitig das Maximum der thermischen und electrischen Wirkung stattfindet und abgesehen von der schnelleren Bewegung des Cometen sonst keine Veränderung der Bedingungen stattfindet, so kann die Ursache der fraglichen Erscheinung nur unter den angeführten Umständen gesucht werden.

Die schnellere Bewegung des Cometenkernes in seiner Bahn könnte offenbar nur dann einen Einfluss äussern, wenn die Bewegung in einem widerstehenden Mittel stattfindet. Letzteres würde aber seine Anwesenheit in weit höherem Maasse durch die Wirkung auf die entfernteren Schweiftheile als auf die des

1) *Pape* ist in seiner schönen Arbeit über den *Donati*'schen Cometen (Astr. Nachr. No. 1172—1174) den Andeutungen *Bessel's* gefolgt.



kopfes verrathen. Da Beobachtungen, welche zu einer derartigen Annahme nöthigten, nicht vorliegen, so kann auch die schnellere Bewegung der Cometen in ihrem Perihel nicht als Ursache für die Contraction des Kopfes betrachtet werden.

Die thermische und electrische Einwirkung der Sonne auf die Dunsthülle kann demgemäss allein die Ursache der zu erklärenden Erscheinung enthalten. Beide Ursachen stehen bezüglich ihres Einflusses auf die Nebelatmosphäre des Kopfes in einem antagonistischen Verhältniss: die gesteigerte Wärme erzeugt eine grössere Quantität von Dampf: die verstärkte electrische Abstossung vergrössert den Druck der Atmosphäre, so dass in Folge dieser Druckerhöhung ein Theil der sonst im Maximum der Spannkraft gasförmigen Wassermasse in Form von Tröpfchen oder Bläschen sich ausscheiden muss. Aenderten sich beide antagonistischen Kräfte in demselben Verhältniss, nähme also die Dampfspannung mit Annäherung des Cometen an die Sonne wie die electrische Repulsion im umgekehrten quadratischen Verhältniss zu, so würde kein wesentlicher Einfluss auf die Veränderung der Nebelhülle stattfinden; überwiegt dagegen die electrische Repulsion, so muss eine Contraction, überwiegt aber die Dampfspannung, eine Dilatation der Hülle stattfinden. Man wäre also auf Grund der beobachteten Erscheinung solange berechtigt, das Uebergewicht der electrischen Repulsion bei Annäherung des Cometen als Erklärungsprincip für die Contraction der Dunsthüllen zu betrachten, bis nicht anderweitige Beobachtungen einer solchen Annahme widersprechen.

Diese Annahme wird nun vielmehr durch einen bereits seit 14 Jahren veröffentlichten, aber bisher wenig beachteten Versuch zu einem ausserordentlich hohen Grade der Wahrscheinlichkeit erhoben, welcher es gestattet, die Contraction einer parabolischen Hülle aus feinen Wassertröpfchen unter dem Einflusse der electrischen Fernewirkung unmittelbar zur Anschauung zu bringen, und hierdurch das zu erklärende Phänomen künstlich durch dieselben Ursachen zu erzeugen, welche nach der entwickelten Theorie bei den Cometen wirksam sind.

Der fragliche Versuch stammt von Herrn *Albert Fuchs*, Professor am evangel. Lyceum zu Presburg, und ist aus den »Verhandlungen des Vereins für Naturkunde zu Presburg« Jahrg. I. Sitzungsberichte S. 79 in *Poggendorff's* Annalen Bd. 102 p. 633. (1857) auszugsweise mit folgenden Worten mitgetheilt:

»*Ueber das Verhalten eines kleinen Springbrunnens innerhalb einer elektrischen Atmosphäre; von Albert Fuchs*«

»Lässt man das Wasser eines kleinen Springbrunnens durch eine so kleine Oeffnung strömen, dass ein Druck von beiläufig 26″ den Strahl kaum auf eine Höhe von 12″ treibt, so wird sich derselbe in viele kleine Tropfen auflösen, die in Parabeln von sehr kleinen Parametern nach allen Seiten aus einander gehen und nicht weit von der Oeffnung niederfallen. Bringt man in die Nähe dieses Strahles einen elektrisirten Körper, etwa ein mit Seide geriebenes Glasrohr, so wird in dem Abstand von 4 bis 5 Schritten alles Tropfenwerfen aufhören, der Strahl zieht sich in eine Säule zusammen, und steigt, ähnlich dem Pistille einer Lilie, vollkommen ungetheilt in die Höhe. Hält man den elektrischen Körper ganz nahe an den Strahl, so stiebt er in äusserst feinen Tröpfchen auseinander. Die Erscheinung ist dieselbe, ob man Glas- oder Harz-Elektricität anwendet, sie wird nur modificirt durch die Stärke des Springbrunnens und durch die Kraft der Elektricität des genäherten Körpers.

Die Ursache der Erscheinung mag in Folgendem liegen. Das Tropfenwerfen des ursprünglichen Strahles ist eine rein mechanische Wirkung der Adhäsion des Wassers an den Wänden des Mundstückes, verbunden mit der freieren Bewegung der Wassertheilchen in der Axe des Strahls. Hält man den elektrischen Körper in grösserer Distanz, so werden die einzelnen, nicht elektrischen und isolirten, Tropfen durch Vertheilung elektrisch, und wenden sich wechselseitig die entgegengesetzt elektrischen Seiten zu; sie ziehen sich hiermit an und der Strahl wird eine ungetheilte Säule. Bringt man den elektrischen Körper ganz nahe, so wird die ganze Masse des Wassers durch Vertheilung stark homogen elektrisch, die kleinsten Wassertheilchen stossen sich ab, und werden nun eines Theils durch elektrische, andern Theils durch mechanische Kräfte aus einander geworfen.«

Im ersten Theile der erwähnten »Verhandlungen,« welcher die Abhandlungen der Gesellschaft enthält, wird die eben beschriebene Erscheinung ausführlicher vom Verfasser untersucht. Unter andern wird darin die grosse Empfindlichkeit eines feinen Springbrunnens hervorgehoben, die so beträchtlich sei, dass sie der eines Goldblatt-Electrometers nicht allein

gleichkomme, sondern sie bei feuchter Luft noch übertreffe.

Hält man z. B. den Kopf in 12 bis 18 Zoll Entfernung, und fährt mit der Hand nur einmal durch die Haare, so zieht sich der Strahl augenblicklich, wenn auch nur auf kurze Zeit, zusammen. Schliesslich wird noch Folgendes angeführt: »Als vor ungefähr 20 Jahren zu Eperies (Ungarn), in der Werkstatt des Mechanikus *Gustav Liedemann*, der sich auch mit Anfertigung von physikalischen Schulapparaten beschäftigte, Experimente mit einem Electrophor angestellt wurden, hat man an einem in der Nähe springenden *Herons*brunnen das Zusammenziehen des Wasserstrahls zufällig bemerkt.«

Ich kann die angeführten Thatsachen nur aus eigener Erfahrung bestätigen, indem mir dieser schöne und mit den geringsten Hülfsmitteln anzustellende Versuch schon seit vielen Jahren bekannt ist. Er erregte stets von Neuem mein Interesse, ohne dass ich ahnte, welche Bedeutung er einst für die Begründung meiner Cometentheorie erhalten würde.

Schliesslich erlaube ich mir noch zu bemerken, dass wirklich ein Springbrunnen, wenn er nicht in Form eines gerade emporsteigenden Strahles, sondern eines niedrigen, durch ein brausenartiges Ansatzstück erzeugten Wasserbüschels beobachtet wird, vollkommen die wesentlichsten Erscheinungen der ausströmenden Cometendämpfe in der Nähe des Kopfes darbietet. In der That bewegen sich auch die feinen Wassertröpfchen unter dem Einfluss vollkommen ähnlich wirkender Kräfte; die electrische Repulsion ist durch die Anziehung der Erde, die Repulsion der Dampfstrahlen durch den hydrostatischen Druck des austretenden Wasserstrahles ersetzt.

Ich habe Gelegenheit, in der Nähe meiner Wohnung einen derartigen Springbrunnen zu beobachten und glaube mit ziemlich grosser Wahrscheinlichkeit annehmen zu dürfen, dass die zuweilen plötzlich, ohne Einfluss des Windes eintretenden Contractionen des Wasserbüschels auf Variationen der Luftelectricität zurückzuführen sind. Nach der oben angeführten grossen Empfindlichkeit der Reaction wäre dies durchaus eine a priori zu erwartende Erscheinung. Sobald eine solche Contraction eintritt, werden die Wassertropfen innerhalb eines gleichen Raumtheils viel zahlreicher, so dass alsdann auch eine beträchtlich grössere Lichtmenge reflectirt wird und an einzelnen Stellen

glänzend weisse, parabolisch gekrümmte Gebilde auftreten. Die Wolke von feinvertheiltem Wasserstaub, welche jederzeit unmittelbar über dem Scheitel des Wasserbüschels rauchartig emporwirbelt, ist alsdann besonders stark und umgiebt zuweilen ebenfalls in einer parabolisch gekrümmten Hülle von einigen Fussen Abstand den parabolischen Mantel des darunter befindlichen Wasserbüschels.

An diese -- vorläufig nur ganz vereinzelt wahrgenommenen — Erscheinungen knüpft sich die Aussicht, alle bisher so räthselhaften Phänomene der Cometen (vielleicht auch in dunklen Räumen die electrische Phosphorescenz) an Vorgängen in der Natur zu beobachten, die in unserer unmittelbaren Nähe stattfinden und bei denen nur die gewöhnlichsten und einfachsten Kräfte der Natur in Wirksamkeit treten.



Donatischer Comet.
1858 September 29. 7h M.S.T. Observatory of Harvard College.
Beobachtet u. gezeichnet von G.P. Bond.

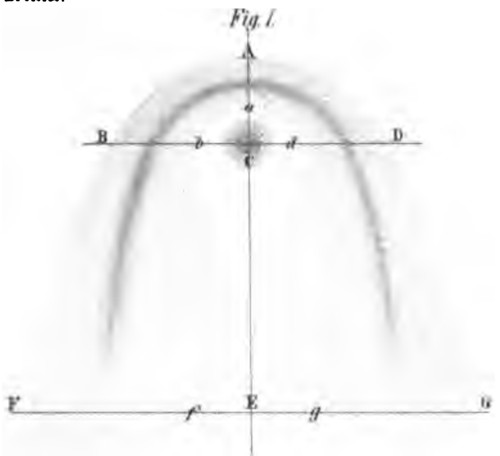
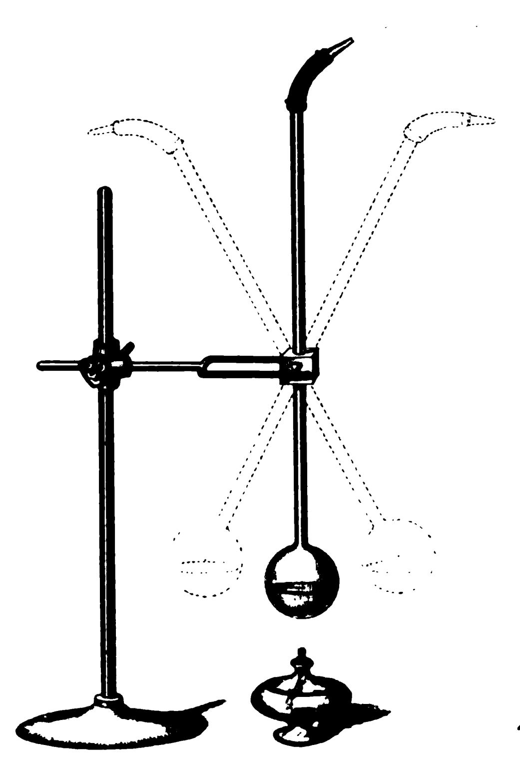


Fig. 2.



ÖFFENTLICHE SITZUNG AM 1. JULI 1871

ZUR FEIER DES TAGES DER ERÖFFNUNG DER KÖNIGL. SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN VOR FÜNFUNDZWANZIG JAHREN.

C. W. Hasenbach, *Beiträge zur Kenntniss der Untersalpetersäure und salpetrigen Säure.* Aus dem chemischen Laboratorium zu Leipzig. Vorgelegt von dem wirklichen Mitgliede *H. Kolbe.*

In der Zeitschrift für Chemie N. F. 2. S. 66 veröffentlichte Dr. *Nylander* in einer vorläufigen Notiz »Über Untersalpetersäure« die Beobachtung, dass die bei Oxydation der arsenigen Säure mit Salpetersäure auftretenden Dämpfe nicht, wie man bisher geglaubt, salpetrige Säure, sondern Untersalpetersäure seien. — Aus der blauen Flüssigkeit, welche man bei der Condensation dieser Dämpfe erhält, lasse sich ein Theil durch fractionirte Destillation gewinnen, der bei 13° siede, und dessen Formel sich aus der Analyse und seiner Dampfdichte als NO_2 ergebe, es sei diess mithin eine der Untersalpetersäure isomere Verbindung.

Diese meines Wissens bis jetzt nur von *Nylander*, und auch von ihm keineswegs definitiv festgestellte Beobachtung schien mir so interessant, dass ich es für lohnend hielt, seine Versuche zu wiederholen.

Zur Darstellung jener blauen Flüssigkeit bediente ich mich eines ganz aus Glas zusammengesetzten Apparates, bestehend aus einem Entwicklungskolben, einer als Trockengefäss dienenden *Woulff*'schen Flasche und einem Ableitungsrohr, welches die Dämpfe in das Condensations-Gefäss führte. Zum Trocknen derselben benutzte ich anfangs Stücke von Chlorcalcium; da jedoch das Product hierdurch mit Chlor verunreinigt wird, so liess ich das Chlorcalcium fort und entwässerte die erhaltene Flüssigkeit mit calcinirtem Kupfervitriol.

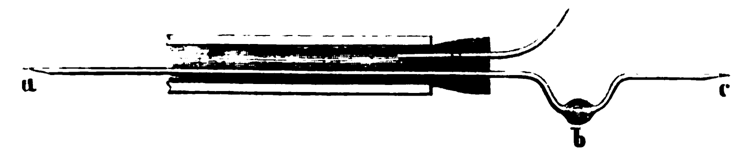
Die arsenige Säure wurde in Stücken angewandt, die Salpetersäure hatte nach Vorschrift *Nylander*'s ein spec. Gew. von 1,33. — Die Reaction beginnt leicht und geht, wenn einmal eingeleitet, ohne Anwendung von Wärme bis zu Ende. — Der Apparat füllt sich hierbei mit braunen Dämpfen, im vorgelegten Condensations-Gefäss sammelt sich eine schöne tiefblaue Flüssigkeit, während aus ihm reichlich Stickoxydgas entweicht.

Die Flüssigkeit wurde aus einem Kölbchen mit eingeschliffenem Thermometer rectificirt, sie begann bei 2° unter Abgabe von viel Stickoxydgas zu sieden, der Siedepunkt stieg rasch bis 10°. Von da an bis etwa 13° wurde er constanter, entweichendes Stickoxyd war kaum mehr wahrzunehmen. Zwischen 13 und 22° fand weiterhin wieder rasches Steigen der Siedetemperatur statt, von wo ab dann der Rest constant und von der Farbe der braunen Untersalpetersäure überging. — Der zwischen 10 und 13° siedende Theil der Flüssigkeit wurde wiederholt rectificirt, wobei anfangs stets reichlich Stickoxyd entwich und zuletzt ein höher siedendes Product zurückblieb, was auf eine Zersetzung während des Siedens hindeutet. — Die Dämpfe derselben sind auffallend verschieden von denen der Untersalpetersäure, sie sind nicht wie diese rothbraun, sondern gelbbraun.

Ein Präparat von constantem Siedepunkt konnte ich durch Rectification nicht erhalten, ich verwandte schliesslich das zwischen 10 und 13° Übergegangene zur Analyse.

Die Ausführung derselben ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden, weshalb ich das hierbei angewandte Verfahren genauer beschreibe. Die Substanz wurde gasförmig durch eine ca. 50 Cm. lange, mit Kupferdrehspänen gefüllte Glasröhre geleitet, welche in einem Verbrennungsofen zum Glühen gebracht war. Der Stickstoff wurde aus dem Volumen, der Sauerstoff aus dem durch nachherige Reduction des oxydirten Kupfers erhaltenen Wasser bestimmt. — Das hintere Ende des Rohres war mit einem doppelt durchbohrten Kautschuk-Stopfen geschlossen; durch die eine Bohrung desselben ging das Gefäss, welches die zu analysirende Substanz eingeschmolzen enthielt, durch die andere führte ein Zuleitungsrohr für Kohlensäure zur Verdrängung der Luft aus dem Apparat. — Die Gestalt des Gefässes, in welches ich die Substanz für die Analyse einschmolz, zeigt umstehende Figur. — Das Ende *a* führte durch die Bohrung des Stopfen in das Verbrennungsrohr, die fein ausgezogene Spitze

desselben reichte mindestens 2″ hinter den Kautschuk. — Die Kugel *b* muss die sämmtliche Substanz so aufnehmen können,



dass sich Alles im unteren Theil derselben sammelt, ohne das Rohr abzusperren.

Um das Gefäss mit der Flüssigkeit zu füllen, wurde zuerst durch Einleiten von Kohlensäure bei *c* die Luft aus demselben verdrängt, dann die Spitze *c* zugeschmolzen und das Gewicht bestimmt; hierauf wurde das zu analysirende Quantum der Flüssigkeit aufgesogen und Spitze *a* zugeschmolzen, die Gewichtszunahme ergiebt das Gewicht der Substanz.

Nachdem der Apparat mit Kohlensäure gefüllt und das Kupfer zum Glühen erhitzt worden war, wurde die Spitze *a* durch Drücken gegen die Wand des Verbrennungsrohres abgebrochen.

Wird die Kugel *b* gehörig abgekühlt, so verdampft die Flüssigkeit in ihr langsam und sehr gleichmässig, so dass eine vollkommene Zersetzung der Dämpfe erzielt wird. Wenn man ausserdem während der ganzen Operation einen langsamen Strom Kohlensäure mit den Dämpfen der Substanz zugleich einleitet, und Sorge trägt, dass die Spitze *a* des Gefässes nicht zu nahe am Stopfen abbricht, was bei geeignetem Ausziehen derselben leicht und sicher gelingt, so wird der Kautschuk nur wenig, immerhin aber merklich von den Dämpfen der Substanz angegriffen.

Mehrere in dieser Weise ausgeführte Analysen ergaben folgende Resultate:

I.	0,3998 Grm.	Substanz	107,5 C.C.	N.	13,5° C.	761mm	Bar. St.	= 0,1261 Grm.
II.	0,2757 -	-	72,5 - -	N.	10° -	763 -	- -	= 0,0869 -
III.	1,1569 -	-	292 - -	N.	8° -	755 -	- -	= 0,3488 -
IV.	0,4113 -	-	107,5 - -	N.	9,5° -	745 -	- -	= 0,1263 -

Die Bestimmung des Sauerstoffs gab bei diesen Analysen unbefriedigende Resultate, ich vermag den Grund davon nicht anzugeben.

Die Formel NO_2 verlangt:

$$N = 14 = 30,4\%$$
$$O_2 = 32 = 69,6\%$$
$$46 \quad 100,0.$$

Gefunden wurde:

I	II	III	IV
31,5	31,5	30,1	30,6 % N.

Die gefundene procentische Zusammensetzung stimmt also mit der der Untersalpetersäure ziemlich überein.

Der zwischen + 2 und 10° übergehende Theil der zuerst erhaltenen Flüssigkeit hat einen höheren Gehalt an Stickstoff, ein bei 2—4° siedendes Destillat gab 33,1 % N. Der bei 22° siedende Theil zeigt, wie schon erwähnt, Farbe und die sonstigen Eigenschaften der braunen Untersalpetersäure.

Es scheint hiernach, als ob die bei Oxydation der arsenigen Säure mit Salpetersäure auftretenden Dämpfe ein Gemenge von Substanzen sind, von denen die eine 30,5 %, die andere einen höheren Gehalt an Stickstoff hat.

Die Dampfdichtebestimmung des bei 10—13° siedenden Theils der Flüssigkeit wurde nach der Methode von *Dumas* ausgeführt mit folgendem Ergebniss:

Gewicht des Kolben + Luft =		80,0778 Grm.
Temperatur	während des Wägens	10° C.
Barometerstand		748 mm.
Gewicht des Kolben + Dampf =		80,2374 Grm.
Temperatur	beim Zuschmelzen	100° C.
Barometerstand		748 mm.
Capacität des Kolbens		468 C.C.

Demnach ist gefundene Dampfdichte . . . . . . = 2,177.
Die theoretische auf die Formel NO_2 berechnete = 2,061.

Nylander hat bei seinen Versuchen über diesen Gegenstand denselben Gang eingeschlagen, den ich soeben ausführte und so, wie schon oben bemerkt, aus den Resultaten der Gewichtsanalyse und der Dampfdichtebestimmung die Vermuthung geschöpft, dass die von ihm dargestellte Flüssigkeit eine isomere Modification der Untersalpetersäure sei. — Ich wusste mir die Thatsachen anfangs auch nicht anders zu deuten.

Indessen musste es auffallen, dass die Flüssigkeit keinen constanten Siedepunkt zeigte, und dass sie sich beim Sieden in Untersalpetersäure und Stickoxyd zersetzt; — namentlich die letzte Erscheinung lässt sich mit der Annahme *Nylander*'s, dass

dieselbe eine isomere Untersalpetersäure sei, nicht wohl vereinigen.

Beim Durchgehen der auf diesen Gegenstand bezüglichen Literatur wurde mir klar, dass *Fritsche*, dem wir die Kenntniss der salpetrigen Säure verdanken, mit derselben Flüssigkeit gearbeitet haben müsse, die man auch bei Oxydation der arsenigen Säure durch Salpetersäure erhält. Er stellte seine salpetrige Säure durch Zersetzung von Untersalpetersäure mit Wasser dar und beschreibt das erhaltene Product, namentlich sein Verhalten beim Sieden, so eingehend, dass mir kein Zweifel bleibt, die von *Fritsche* erhaltene Flüssigkeit sei genau dieselbe Substanz, die *Nylander* für Untersalpetersäure hält (Journal für pract. Chem. Bd. 22, S. 21).

Die Zusammensetzung seines Präparats ermittelte *Fritsche* aus der Menge übermangansauren Kalis, welche es brauchte, um zu Salpetersäure oxydirt zu werden; es ergab sich, dass es mindestens 93 % salpetriger Säure enthielt (Journal für pract. Chem. Bd. 53, S. 86).

Da die von *Nylander* dargestellte Flüssigkeit schon bei ihrer Siedetemperatur in Stickoxyd und Untersalpetersäure zerfällt, so glaubte ich eine vollkommene Zersetzung in diese beiden Bestandtheile erzielen zu können, indem ich die Dämpfe einer höheren Temperatur aussetzte.

Ein in dieser Richtung angestellter Versuch, bei welchem ich den Dampf der Flüssigkeit durch ein erhitztes Verbrennungsrohr leitete, führte zu überraschenden Resultaten.

Die braune Farbe desselben verschwand in den erhitzten Theilen des Rohres vollkommen und kam erst im kälteren Theil wieder zum Vorschein. Wahrscheinlich beruht diese Entfärbung auf einer Dissociation in Stickoxyd und Sauerstoff.

Aus dem Condensationsgefäss sah ich, meiner Voraussetzung entgegen, nicht die geringste Menge Stickoxydgas entweichen; die Flüssigkeit hat augenscheinlich durch das Sieden und nachherige Durchleiten durch das ziemlich stark erhitzte Rohr keine Veränderung erlitten. Da die angewandte Flüssigkeit sich schon bei ihrer Siedetemperatur unter Abgabe beträchtlicher Mengen von Stickoxyd zersetzt, so könnte letzteres in der condensirten Flüssigkeit sich aufgelöst befinden, oder es könnte schon in dem erhitzten Rohr aufgenommen worden sein. In beiden Fällen würde die ursprünglich angewandte Substanz resultiren.

Die erste Annahme wird durch einen Versuch *Péligot's* widerlegt (Ann. der Chem. u. Pharm. Bd. 39, S. 327), welcher bei niederer Temperatur Untersalpetersäure mit Stickoxyd behandelt hat, wobei nur geringe Mengen des letzteren unter Bildung von salpetriger Säure aufgenommen wurden, welche die Untersalpetersäure nur grün färbte, während ich bei meinem vorhin angeführten Versuch eine prächtig blaue Flüssigkeit erhielt; es blieb mithin nur noch die zweite Annahme übrig.

Ist dieselbe richtig, so muss Untersalpetersäure die Fähigkeit besitzen, sich in höherer Temperatur mit Stickoxyd zu salpetriger Säure zu verbinden, ferner muss Stickoxyd und Sauerstoff, im Volumen-Verhältniss von 4 : 1 (in welchem sie in der salpetrigen Säure enthalten sind) durch erhitzte Röhren geleitet, sich zu dieser Verbindung vereinigen lassen.

Meine in dieser Richtung angestellten Versuche haben jene Voraussetzungen bestätigt.

Als ich den Dampf von Untersalpetersäure, gemengt mit Stickoxydgas, durch ein erhitztes Rohr leitete, condensirte sich in der Vorlage eine Flüssigkeit von der Farbe und den sonstigen Eigenschaften der salpetrigen Säure. Der Apparat, dessen ich mich für den Versuch bediente und der im Verlauf der Arbeit noch mehrmals erwähnt wird, bestand in einem Verbrennungsrohr, welches auf einem Gasofen erhitzt werden konnte, das eine Ende desselben war dünn ausgezogen und vertical nach unten gebogen, es wurde in ein Einschmelzrohr geführt, welches als Condensationsgefäss diente. Mit dem Verbrennungsrohr wurde am anderen Ende ein Fractionirkölbchen voll Untersalpetersäure verbunden und durch letztere ein Strom trocknen Stickoxydgases geleitet, welcher die Flüssigkeit zur langsamen Verdampfung brachte und den Dampf durch das erhitzte Rohr trieb.

Damit Stickoxyd und Sauerstoff sich zu salpetriger Säure verbinden, muss man ersteres stets im Überschuss zutreten lassen, was sich leicht nach dem aus der Vorlage entweichenden Stickoxydgas reguliren lässt. Auch die hierbei resultirende Flüssigkeit zeigt alle Eigenschaften der von *Fritsche* beschriebenen salpetrigen Säure.

Durch diesen Versuch wird die von *Reinsch* ausgesprochene Behauptung, dass die nach *Fritsche* dargestellte Flüssigkeit nicht Salpetrigsäure-Anhydrit, sondern das Hydrat derselben sei,

widerlegt. *Reinsch* (Journal für pract. Chem. Bd. 53, S. 86) hält es für unwahrscheinlich, dass aus einer wässrigen Lösung das Anhydrit einer Säure abdestilliren könne, scheint aber dabei unberücksichtigt zu lassen, dass *Fritsche* nur soviel Wasser zur Untersalpetersäure setzte, als zu deren Zerlegung in salpetrige Säure und Salpetersäure gebraucht wird. Einen begründeteren Einwurf hätte er gegen die von *Fritsche* gemachte Analyse der Substanz machen können, da nicht nur salpetrige Säure, sondern auch Untersalpetersäure, mit der sein Präparat unzweifelhaft verunreinigt war, Chamaeleon-Lösung entfärbt, während er aus der ganzen Menge des verbrauchten übermangansauren Kali auf den Gehalt seiner Flüssigkeit an salpetriger Säure schliesst.

Die beiden vorerwähnten Versuche sind bereits von andern Chemikern angestellt worden, in der Hoffnung, hierbei salpetrige Säure zu erhalten, nur mit dem Unterschiede, dass bei starker Abkühlung operirt wurde.

Péligot (Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 39, S. 327) leitete durch stark abgekühlte Untersalpetersäure, die sich in einem *Liebig*'schen Kaliapparat befand, Stickoxydgas und erhielt dabei eine grünlich gefärbte Flüssigkeit, aus der sich geringe Mengen eines blauen Destillats gewinnen liessen, jedenfalls Untersalpetersäure, die durch geringe Mengen salpetriger Säure blau gefärbt war. Hierbei findet nur eine beschränkte Aufnahme von Stickoxyd statt. Sobald ein bestimmtes Verhältniss zwischen Untersalpetersäure und der blauen Flüssigkeit erreicht ist, hört die weitere Bildung der letzteren auf, indem nach *Péligot*'s Annahme eine Art Gleichgewichtszustand zwischen beiden eintritt.

Beim Durchleiten eines Gemenges von 4 Volumina Stickoxyd und 1 Volumen Sauerstoffgas durch stark abgekühlte Röhren erhielt *Péligot* eine grünliche Flüssigkeit, welche in einem Fall auch krystallinisch erstarrt erhalten wurde und welche *Mitscherlich* für reine salpetrige Säure hielt. Dieselbe muss auch wohl als ein Gemenge von Untersalpetersäure und salpetriger Säure betrachtet werden.

Während also bei dem ersten Versuch *Péligot*'s nur eine geringe Menge Stickoxyd aufgenommen wurde, im zweiten nur wenig mehr, als zur Bildung von Untersalpetersäure erforderlich ist, findet bei höherer Temperatur eine, wie es scheint, voll-

kommene Vereinigung von Untersalpetersäure, resp. Sauerstoff mit Stickoxydgas zu salpetriger Säure statt.

Die mit der auf diese Weise erhaltenen Substanz ausgeführten Analysen gaben folgende Resultate:

I.	0,3906 Grm. Substanz	123 CC. N.	15^0 C.	751mm Bar. St.	=	0,1407 G. N.
		0,2795 Grm. H_2O =				0,2383 G. O.
II.	0,6178 - -	183,5 CC. N.	6^0 C.	756mm Bar. St.	=	0,2224 G. N.
		0,4447 Grm. H_2O =				0,3953 G. O.

Die Formel N_2O_3 verlangt:

$$N_2 = 28 = 36,8\%$$
$$O_3 = 48 = 63,2\%$$
$$76 \quad 100,0.$$

Gefunden wurden:

	I	II
N =	36 %	36 %
O =	63,5 %	64 %.

Die analysirte Flüssigkeit stimmt also in ihrer procentischen Zusammensetzung mit der der salpetrigen Säure überein. Wenn die Resultate der gelieferten Analysen auch nicht den strengsten Anforderungen entsprechen, die man an dieselben stellen darf, so sei zu ihren Gunsten bemerkt, dass in der Corrodirung des unvermeidlichen Gummistopfen durch die Dämpfe der salpetrigen Säure eine Fehlerquelle liegt, die sich auch bei der sorgfältigsten Arbeit nicht ganz vermeiden lässt und welche ein Deficit an Stickstoff herbeiführen muss.

Die beschriebene einfache Darstellungsmethode liefert die salpetrige Säure nicht nur sehr leicht in grösseren Mengen, sondern auch fast ganz rein.

Da die salpetrige Säure sich beim Sieden ausserordentlich rasch in Stickoxyd und Untersalpetersäure zersetzt, so können die Versuche, ihre Dampfdichte zu bestimmen, kein befriedigendes Resultat geben; ein nach der von *Landolt* (Ann. der Chem. u. Pharm. Bd. 116, S. 177) angegebenen Methode ausgeführter Versuch ergab die Dampfdichte = 1,871
die berechnete Dampfdichte ist 2,632

Die physikalischen Eigenschaften der von mir dargestellten salpetrigen Säure stimmen mit der von *Fritsche* und nach ihm in den Lehrbüchern beschriebenen überein. Sie ist bei gewöhnlicher Temperatur eine tief dunkelblaue, bewegliche Flüssigkeit; bei etwa — 10^0 geht die Farbe in ein prächtiges Indig-

blau über. Die Flüssigkeit kann bei einer Temperatur von — 30° nicht zum Erstarren gebracht werden und verändert bei dieser Temperatur ihre blaue Farbe nicht. — Die Dämpfe sind weniger intensiv gefärbt als die der Untersalpetersäure. Sie beginnt bei 2° zu sieden und erleidet während des Siedens die schon früher besprochene Zersetzung. Im Wasser sinkt sie zu Boden; ist dasselbe stark abgekühlt und in sehr grossem Überschuss zugegen, so löst sie sich darin mit blauer Farbe; ob hierbei das Hydrat gebildet wird, konnte ich nicht constatiren.

Obige Versuche über die Umwandlung der Untersalpetersäure in salpetrige Säure bestätigen die schon von *Müller* (Ann. der Chem. u. Pharm. Bd. 122. S. 1) gemachte Beobachtung, dass die Untersalpetersäure in höherer Temperatur leichter Verbindungen eingeht als im flüssigen Zustande. — *Müller* schreibt diese Verschiedenheit der Affinitätsgrade der Verschiedenheit des Moleküls bei höherer und niederer Temperatur zu. Eine Reihe von Dampfdichtebestimmungen, welche er ausführte, machen es wahrscheinlich, dass das Molekül der flüssigen Untersalpetersäure der Formel N_2O_4, das der dampfförmigen oberhalb 100° der Formel NO_2 entspricht, letzteres wäre ein einwerthiger, ersteres ein gesättigter Atomcomplex.

Auch meine Versuche stehen mit dieser Annahme im Einklange. Dass flüssige Untersalpetersäure kein, oder doch nur wenig Stickoxyd aufzunehmen vermag, kommt daher, weil die Affinität des Stickoxyd zu dem Molekül NO_2 nicht gross genug ist, um das Molekül $\left\{\begin{matrix} NO_2 \\ NO_2 \end{matrix}\right.$ auseinander zu reissen. Die Vereinigung beider zu salpetriger Säure erfolgt aber leicht und vollkommen, wenn das Stickoxyd mit der Verbindung NO_2 zusammentrifft, und dies ist der Fall bei höherer Temperatur.

Wenn diese Annahme richtig ist, so muss es gelingen, die Untersalpetersäure in höherer Temperatur mit Körpern zu verbinden, welche in der Kälte keine Einwirkung auf dieselbe haben. Chlor wirkt auf stark abgekühlte Untersalpetersäure gar nicht ein; als ich aber ein Gemenge von Chlor und den Dämpfen von Untersalpetersäure durch ein stark erhitztes Verbrennungsrohr leitete, fand darin eine vollkommene Vereinigung beider statt. Das Gemenge, welches vor dem Erhitzen die bekannte braune Farbe der Untersalpetersäuredämpfe besass, war, nachdem es das Rohr passirt hatte, hell gelbbraun und in der

Vorlage hatte sich eine Flüssigkeit condensirt von den Eigenschaften des Salpetersäure-Chlorid NO_2Cl.

Wenn man dafür Sorge trägt, dass das Chlor stets im Überschuss bleibt, so erhält man ein Product, welches nach einmaliger Rectification als rein angesehen werden kann.

0,1185 Gr. Substanz gaben 0,2032 Gr. AgCl = 0,0502 Gr. Cl = 44,2% Cl.
Die Formel NO_2Cl verlangt . . . . 43,5% Cl.

Versuche, in derselben Weise das Jodid der Salpetersäure zu erhalten, führten zu keinem Resultate, dagegen gelang es leicht, das Brom zur Untersalpetersäure zu addiren. Als *Landolt* (Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 116. S. 177) in seiner schönen Arbeit über die sog. Bromsalpetersäuren durch stark abgekühltes Brom Stickoxyd leitete, bis dasselbe nicht mehr aufgenommen wurde, erhielt er eine Flüssigkeit von der Zusammensetzung NO_2Br (a. F.), d. i. bromsalpetrige Säure. Beim Sieden zersetzt sich dieselbe, wie die salpetrige Säure, unter Abgabe von Stickoxyd, und man erhält als Rückstand eine Verbindung von der Formel NO_2Br_2 (a. F.). *Landolt* nennt sie Bromuntersalpetersäure und betrachtet sie als eine Untersalpetersäure NO_4 (a. F.) in der 2O durch 2Br vertreten sind.

Auch diese Verbindung ist unbeständig, sie zersetzt sich beim Sieden und es hinterbleibt eine Flüssigkeit von der Formel NO_2Br_3 (a. F.), welche nach *Landolt*'s Annahme einer Salpetersäure entspricht, in der 3 Aeq. O durch 3 Aeq. Br vertreten sind, er bezeichnet sie als Bromsalpetersäure. — Das eigentliche Bromid der Salpetersäure hat er auf diese Weise nicht erhalten.

Als ich ein Gemenge der Dämpfe von Brom und Untersalpetersäure durch ein erhitztes Verbrennungsrohr leitete, erhielt ich im Condensationsgefäss eine Flüssigkeit von eigenthümlich schwarzbrauner Farbe. — Es liess sich daraus ein zwischen 19 und 20° constant siedendes Product gewinnen, der Rest ging bei der Siedetemperatur des Broms über.

Nach mehrmals wiederholter Rectification des bei 19° siedenden Theiles wurde derselbe mit Wasser zersetzt und die gebildete Bromwasserstoffsäure bestimmt. Es wurden gefunden: 34,7% Brom, die Formel NO_2Br erfordert 63,5% Brom. — Nachdem die Flüssigkeit nochmals mit Bromdampf bei höherer Temperatur behandelt worden war, enthielt sie 32,2% Brom.

Es wurde nun eine grössere Quantität der Flüssigkeit dargestellt und nach jeder erneuten Rectification das Product analysirt, der Bromgehalt fiel von 33,1 auf 28,7 %; nach jeder Rectification blieb im Kolben ein höher siedender Rückstand. Die Portion mit 28,7 % Brom enthielt 23 % Stickstoff, ihre Dampfdichte war 2,502.

Hieraus ergiebt sich, dass die erhaltene Flüssigkeit keine einfache Verbindung, sondern ein Gemenge ist. Auffallend erscheint hierbei nur der im Anfang stets ganz constante Siedepunkt. — Da Chlor und Untersalpetersäure in höherer Temperatur sich unzweifelhaft zu dem Chlorid der Salpetersäure verbinden, so darf man wohl annehmen, dass Brom und Untersalpetersäure unter gleichen Umständen das entsprechende Bromid geben, welches aber beim Sieden zum Theil in seine Bestandtheile zu zerfallen scheint.

Es lag nahe, die Darstellung der entsprechenden Cyanverbindung zu versuchen.

Die Vereinigung von Cyan und Untersalpetersäure erfolgt leicht bei höherer Temperatur, die resultirende Verbindung setzt sich in seideglänzenden Nadeln im Condensationsgefäss an; sie dürfte ihrer Bildungsweise nach als das Cyanid der Salpetersäure zu betrachten sein. — Es ist indessen dringend abzurathen, sich mit diesem Körper zu beschäftigen, da er mit furchtbarer Heftigkeit ohne nachweisbare Ursache selbst bei starker Abkühlung explodirt. *)

Analytisch seine Zusammensetzung festzustellen war aus diesem Grunde unmöglich.

Sehen wir, wie die Untersalpetersäure sich gegen zweiwerthige Radicale und andere Körper verhält.

Die Untersalpetersäure nimmt weder bei höherer noch bei niederer Temperatur unmittelbar Sauerstoff auf, meine Erwartung, so das Salpetersäureanhydrit zu erhalten, ist nicht erfüllt.

Anders verhält sich salpetrige Säure; ich untersuchte hierbei zuerst das Verhalten von Sauerstoff gegen salpetrige Säure

*) Ich hatte hier, wie bei allen meinen Versuchen, die Vorsicht gebraucht, die erste Einwirkung mit möglichst kleinen Quantitäten zu probiren, die Menge der gebildeten Substanz konnte bei weitem noch nicht ein Gramm betragen, dennoch richtete dieselbe bei ihrer Explosion eine ganz unglaubliche Zerstörung an.

bei höherer Temperatur und bediente mich hierzu des Apparates, welchen ich bei Darstellung der salpetrigen Säure S. 264 näher beschrieben habe. — In das Fractionirkölbchen brachte ich salpetrige Säure und leitete durch dieselbe einen Strom trocknen Sauerstoffgases, der die Flüssigkeit langsam verdampfte und den Dampf durch das erhitzte Rohr trieb. Ich erhielt dadurch im Condensationsgefäss eine Flüssigkeit von den Eigenschaften der Untersalpetersäure, aber auch schon in dem Kölbchen wurde die salpetrige Säure, noch ehe sie verdampft war, in Untersalpetersäure übergeführt. Es scheint hiernach, als ob sich salpetrige Säure und Sauerstoff schon bei gewöhnlicher Temperatur zu Untersalpetersäure verbinden.

Dieses Verhalten der salpetrigen Säure lässt sich vortheilhaft zur Reindarstellung der Untersalpetersäure benutzen. Nach verhältnissmässig kurzem Durchleiten eines Sauerstoffstromes durch rohe Untersalpetersäure enthaltende salpetrige Säure war die blaue Farbe der letzteren Säure bald verschwunden und in die der Untersalpetersäure übergegangen; dabei nahm das Volumen der Substanz nicht ab, sondern eher zu.

Dass dieser Vorgang nicht etwa einem Verdampfen der leichter flüchtigen salpetrigen Säure durch den Gasstrom zugeschrieben werden darf, ergiebt sich daraus, dass Kohlensäure eine Entfärbung der unreinen Untersalpetersäure nicht herbeiführte.

Das gleiche Verhalten zu Sauerstoff zeigt die blaue Flüssigkeit, welche *Nylander* durch Erwärmen von arseniger Säure mit gewöhnlicher Salpetersäure erhielt und von der er vermuthete, dass sie mit der gewöhnlichen Untersalpetersäure isomer sei.

Ich glaube es somit als erwiesen betrachten zu dürfen, dass die *Nylander*'sche Flüssigkeit ein Gemenge von viel Untersalpetersäure und wenig salpetriger Säure ist. Die Resultate der Analysen stimmen allerdings leidlich mit der Zusammensetzung der Untersalpetersäure überein, doch wird sich bei ihm, wie auch bei mir, der Stickstoffgehalt jedenfalls etwas zu hoch ergeben haben, während die Fehlerquellen der Methode ein Deficit an Stickstoff bedingen.

Es erklärt sich nun auch einfach die Thatsache, dass *Nylander* bei seinen Versuchen die Dampfdichte der Untersalpetersäure fand. Die salpetrige Säure, als leichter siedender Theil des Gemenges, verdampfte zuerst und der Versuch ergab die

Dampfdichte des Restes, der zurückbleibenden Untersalpetersäure.

Es ist auffallend, dass über die Siedetemperatur einer so lange bekannten und wohl studirten Substanz wie die Untersalpetersäure so abweichende Angaben existiren. *Péligot* fand sie bei 22°, *Dulong* bei 28°. — Der Grund dieser abweichenden Beobachtungen scheint in der schwierigen Reindarstellung der Untersalpetersäure zu liegen.

Ich erhielt bei den verschiedenen Darstellungen des Präparats aus salpetersaurem Blei immer ein grünlich gefärbtes Product, welches bei niederer Temperatur durch die ganze Masse erstarrte und constant bei 22° siedete. — Der hierbei zuerst übergehende Theil (etwa die Hälfte) war grün, der Rest von der Farbe der Untersalpetersäure, beide Theile krystallisirten gleich leicht und vollständig. Es ist denkbar, dass jenem Product etwas salpetrige Säure beigemengt ist, welche durch fractionirte Destillation sich nicht entfernen lässt. — Da salpetrige Säure neben freiem Sauerstoff nicht bestehen kann, so ist es leicht, diese Verunreinigung zu beseitigen. — Um sicher zu sein, ein von salpetriger Säure ganz reines Präparat zu haben, behandelte ich den braunen Theil der bei 22° siedenden Untersalpetersäure mit Sauerstoff bei höherer Temperatur. — Der Siedepunkt der Flüssigkeit erhöhte sich hierdurch auf 25—26° und möchte ich diese Temperatur als den wahren Siedepunkt der reinen Untersalpetersäure erachten.

Die Einwirkung der Schwefelsauerstoff- und Stickstoffsauerstoff-Verbindungen auf einander ist der Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen.

De la Provostaye (Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 118. S. 377) liess flüssige schweflige Säure und flüssige Untersalpetersäure im zugeschmolzenen Rohr auf einander einwirken und erhielt dabei nach drei Tagen eine krystallinische Masse, die, auf circa 200° erhitzt, der Formel $NO_3\,2\,SO_3$ (a. F.) entsprach.

Bei Einwirkung von Untersalpetersäure auf Schwefelsäure-Anhydrit erhielt *Weber* (Journal f. pract. Chem. Bd. 21. S. 401) einen Körper, dem er die Formel $NO_4\,2\,SO_3$ (a. F.) giebt, derselbe zersetzt sich leicht und es bleibt die Verbindung von *de la Provostaye* zurück.

Letzteren Körper erhielten auch *Rose* und *Brüning* (Pogg. Ann. Bd. 47. S. 605), als sie Schwefelsäure-Anhydrit mit Stickoxyd behandelten.

Als ich schweflige Säure und dampfförmige Untersalpetersäure durch ein erhitztes Verbrennungsrohr leitete, setzte sich dicht hinter der Flamme ein gelbes Oel ab, welches an den kälteren Stellen zu einem weissen krystallinischen Körper erstarrte. Derselbe zersetzte sich mit Wasser unter Abgabe brauner Dämpfe, in der Lösung blieb Schwefelsäure, dieselbe wurde als schwefelsaurer Baryt bestimmt und hierbei folgende Zahlen gefunden:

I. 0,5172 Grm. Substanz gaben 1,0485 Grm. $BaSO_4$.
II. 0,4228 - - - 0,8395 - -

Hieraus berechnet sich der Schwefelgehalt:

I	II
27,7 %	27,3 %.

Der Formel $NO_3\,2\,SO_3$ entspricht ein Schwefelgehalt von 27,3 %; es unterliegt also wohl keinem Zweifel, dass der von mir erhaltene Körper die *Rose*'sche Verbindung ist.

Alle Forscher, die denselben bisher dargestellt haben, stimmen darin überein, dass ihm die Formel $NO_3\,2\,SO_3$ (a. F.) zukomme, sie nehmen also an, dass salpetrige Säure als solche darin enthalten sei. Gegen diese Annahme spricht aber meiner Meinung nach die Zersetzung des Körpers mit Wasser in Schwefelsäure, salpetrige Säure und Stickoxyd.

Diese Zersetzung scheint mir unvereinbar mit der Annahme, dass der Körper salpetrige Säure als näheren Bestandtheil enthalte, sie erklärt sich dagegen sehr einfach, wenn man die von *Armstrong* vorgeschlagene Formel $\left.\begin{matrix}SO_2\\SO_2\end{matrix}\right\}O\begin{matrix}NO_2\\NO_2\end{matrix}$ annimmt.

Die Zersetzung verläuft dann nach folgender Gleichung:

$$\left.\begin{matrix}SO_2\\SO_2\end{matrix}\right\}O\begin{matrix}NO_2\\NO_2\end{matrix} + 2\,H_2O = 2\,SO_2\left\{\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right. + NO_2 + NO.$$

Die hierbei gebildete Untersalpetersäure zersetzt sich mit Wasser weiter in salpetrige Säure und Salpetersäure.

Schon bei gewöhnlicher Temperatur findet eine Vereinigung von schwefliger Säure und Untersalpetersäure zu einem festen weissen Körper statt. — Leider wollte es mir nicht gelingen, grössere Mengen davon darzustellen. — Mehrere Analysen, die ich mit allerdings sehr kleinen Quantitäten vornahm, ergaben,

dass derselbe weniger Schwefel enthält, als die *Rose*'sche Verbindung, ich möchte es daher für wahrscheinlich halten, dass er nach der Formel $SO_2 \left\{ \begin{matrix} NO_2 \\ NO_2 \end{matrix} \right.$ zusammengesetzt ist.

Kohlenoxydgas wird durch Untersalpetersäure zum Theil schon bei gewöhnlicher Temperatur zu Kohlensäure oxydirt, zum Theil verbindet es sich damit zu einer sehr flüchtigen Flüssigkeit, die sich mit Wasser unter Aufbrausen zersetzt; auch hiervon erhielt ich nur sehr kleine Quantitäten, leider zu wenig, um die Eigenschaften des Products daran studiren zu können.

Bringt man flüssige Untersalpetersäure und Benzol zusammen, so färbt sich das Gemenge durch Reduction der Untersalpetersäure sofort grün. In geschlossenen Gefässen ist nach Verlauf einiger Wochen, bei freiem Zutritt der Feuchtigkeit der Luft dagegen schon nach einigen Tagen, die Hauptmasse des Benzols in Nitrobenzol übergeführt, während sich an den Wänden des Gefässes eine ziemlich beträchtliche Menge farbloser gestreifter Nadeln angesetzt hat. Sehr viel rascher verläuft der Process im zugeschmolzenen Rohr beim Erhitzen auf circa 60°.

Jene Krystalle erwiesen sich als Oxalsäure; es scheint demnach, dass die erste Einwirkung der Untersalpetersäure auf Benzol eine tief eingreifende ist, hierbei kann aus der Untersalpetersäure Salpetersäure entstehn, die dann nitrirend auf das unzersetzte Benzol wirkt. Dass die Untersalpetersäure als solche eine Nitrirung nicht bewirkt, wird dadurch wahrscheinlich gemacht, dass die Bildung des Nitrobenzol in geschlossenen Gefässen sehr langsam vor sich geht und im Verhältniss steht zur Bildung der Oxalsäure, während bei Zutritt der Feuchtigkeit der Luft, welche die Bildung von Salpetersäure bewirkt, rasch Nitrirung eintritt.

Setzt man zu dem Gemenge von Benzol und Untersalpetersäure concentrirte Schwefelsäure, so bräunt sich die Masse unter Wärmeentwicklung und auf dem Boden des Gefässes sammelt sich ein krystallinisches Pulver. — Versetzt man nun, nachdem die Einwirkung einige Zeit gedauert hat, mit Wasser, so entweicht ein Theil der Untersalpetersäure in dicken rothen Dämpfen, während die ganze Masse des Benzol in Nitrobenzol übergeht. — Hierbei scheint die Untersalpetersäure direct in das Benzol einzutreten; der Process verläuft jedenfalls nach der Gleichung:

$$C_6H_6 + \left.\begin{matrix} NO_2 \\ NO_2 \end{matrix}\right\} + SO_2 \left\{\begin{matrix} OH \\ OH \end{matrix}\right. = C_6H_5NO_2 + SO_2 \left\{\begin{matrix} OH \\ NO_2 \end{matrix}\right. + H_2O.$$

Die Krystalle, welche hierbei sich bilden, sind Bleikammerkrystalle, sie zerfallen mit Wasser unter Abgabe rother Dämpfe.

Zum Schluss möchte ich noch eine bequeme Methode zur Darstellung grösserer Quantitäten von Untersalpetersäure angeben.

Als ich im Beginn meiner Arbeit die *Nylander*'sche Flüssigkeit darstellte, machte ich die Beobachtung, dass man aus arseniger Säure und Salpetersäure von höherem specifischen Gewicht, als *Nylander* sie angewandt hat, ein an Untersalpetersäure reicheres Product erhält, als bei Anwendung verdünnterer Salpetersäure.

Salpetersäure von 1,5 specifischem Gewicht und arsenige Säure geben nur Untersalpetersäure, doch lassen sich auf diese Weise nicht grössere Quantitäten derselben darstellen, da sich die arsenige Säure sehr bald mit einer Schicht von Arsensäure überzieht, die in Salpetersäure von so hoher Concentration unlöslich ist.

Bei einem specifischen Gewicht der Salpetersäure von 1,38—1,40 verläuft der Oxydationsprocess sehr glatt und man erhält im Condensationsgefäss eine dunkelgrüne Flüssigkeit, die ein Gemenge von salpetriger Säure und Untersalpetersäure ist. — Durch fractionirte Destillation lässt sich die erstere nur sehr schwer entfernen, dagegen leicht und rasch wenn man sie durch einen Strom von Sauerstoff oder atmosphärischer Luft in Untersalpetersäure überführt, — man erhält dann nach einmaliger Rectification eine Untersalpetersäure, welche für die meisten Zwecke rein genug ist. — Die arsenige Säure wendet man hierzu vortheilhaft in Stücken von Erbsengrösse an, zu ihrer Oxydation nahm ich rothe rauchende Salpetersäure von 1,38 — 1,40 spec. Gewicht. — Es wurden so in kurzer Zeit Quantitäten von circa 1 Pfund Untersalpetersäure erhalten.

Die Resultate dieser Arbeit, kurz zusammengefasst, sind folgende:

Die Annahme *Nylander*'s, dass bei Oxydation der arsenigen Säure mit Salpetersäure von 1,33 specifischem Gewicht eine isomere Untersalpetersäure entstehe, ist unbegründet. — Es bildet sich hierbei, je nach Concentration der Salpetersäure, entweder Untersalpetersäure oder ein Gemenge von salpetriger Säure und Untersalpetersäure.

Untersalpetersäure und Stickoxyd vereinigen sich in höherer Temperatur zu salpetriger Säure, welche sich auf diese Weise chemisch rein darstellen lässt.

Untersalpetersäure und Chlor geben unter gleichen Umständen das Chlorid der Salpetersäure.

Das Salpetersäurebromid, auf dieselbe Weise dargestellt, konnte nicht rein erhalten werden, da das Product sich beim Sieden zersetzt.

Jod und Untersalpetersäure verbinden sich in höherer Temperatur nicht.

Cyan und Untersalpetersäure geben in der Hitze eine höchst explosive Verbindung, vielleicht das Cyanid der Salpetersäure.

In der Kälte findet die Vereinigung der Untersalpetersäure mit Chlor, Brom und Cyan nicht, oder nur in beschränktem Maasse statt.

Salpetrige Säure und Sauerstoff verbinden sich bei gewöhnlicher Temperatur zu Untersalpetersäure.

Schweflige Säure und Kohlenoxydgas vereinigen sich mit Untersalpetersäure schon bei niederer Temperatur zu nicht weiter untersuchten Verbindungen.

Alle diese Thatsachen sprechen für die Annahme, dass das Molekül der flüssigen Untersalpetersäure $\left\{ \begin{matrix} NO_2 \\ NO_2 \end{matrix} \right.$, das der dampfförmigen oberhalb 100° dagegen NO_2 ist.

Auf Benzol wirkt Untersalpetersäure direct nicht nitrirend, aber bei Gegenwart von Schwefelsäure erfolgt die Bildung von Nitrobenzol leicht und vollständig.

Dr. Moseley, *Ein Verfahren um die Blutgefässe der Coleopteren auszuspritzen*. Aus der physiol. Anstalt zu Leipzig. Vorgelegt v. d. wirkl. Mitgl. *C. Ludwig*.

Mit 1 Tafel in Farbendruck.

Als ich mich in der physiologischen Anstalt zu Leipzig einige Zeit hindurch mit Einspritzungen von Blut- und Lymphgefässen beschäftigte, um mir eine genügende Fertigkeit in den einschlagenden Handgriffen anzueignen, verfiel ich auf ein Verfahren, mit welchem es leicht und sicher gelingt die Blutgefässe der Coleopteren zu injiciren.

Der Ort, in welchen ich die Masse einführe, ist ein grosses Blutgefäss des Hartflügels. Um dieses mit Sicherheit aufzufinden, schneide ich an einem lebenden, grossen Coleopter, z. B. Dytiscus marginalis, Hydrophilus piceus, Melolontha vulgaris, den Hartflügel mit der Scheere quer durch. Auf dem Schnitt erscheint alsbald eine Reihe von Blutstropfen, welche die Lage der grösseren Gefässe bezeichnen. In das Gefäss, aus welchem die grössten Tropfen ausfliessen, setze ich die Injectionscanüle ein. — Diese letztere besteht aus einer kurzen Glasröhre, welche einerseits in eine sehr feine Spitze ausgezogen ist. An das entgegengesetzte Ende des Röhrchens ist ein kleines Gummirohr angebunden. Dieses wird mit der Injectionsmasse gefüllt und am freien Ende fest verschlossen. Die Spitze der geladenen Canüle führt man vorsichtig in das blutende Gefäss, so dass sie fest an die Wand desselben anschliesst. Die Richtung, in der dieses geschieht, bestimmt sich nach der Absicht, die man durch die Injection zu erreichen strebt. Will man nur

den Flügel ausspritzen, so setzt man die Canüle in das abgeschnittene Ende des letztern; will man den Körper des Thieres injiciren, so setzt man die Spitze des Glasröhrchens in den Stumpf des Flügels, der noch mit dem Körper in Verbindung steht.

Den Druck, mit welchem die zu injicirende Masse vorschreiten soll, erzeugt man entweder einfach dadurch, dass man das Kautschukröhrchen sanft zwischen den Fingern presst, oder auch dadurch, dass man ein kleines Gewicht auf das eben genannte Röhrchen legt. — Von den Injectionsflüssigkeiten, die ich geprüft habe, eignet sich am besten eine Lösung von Indigcarmin, sie schreitet in den Gefässen rascher fort als eine Lösung des rothen Carmins oder des Berlinerblaus; aber sie hat ebenfalls eine sehr bedenkliche Eigenschaft. Der Indigcarmin wird nämlich, nachdem er einmal in die Blutgefässe eingetreten ist, vom lebenden Thier sehr rasch in die Drüsen ausgeschieden. So fand ich z. B., als ich eine Blatta orientalis vom Rückengefäss aus mit Indigcarmin injicirt hatte, dieses schon nach einer Stunde in die Malpighi'schen Röhrchen ausgeschieden. Da Prof. *Brücke* *) im Inhalte dieser Röhren schon Harnsäure nachgewiesen, und sie somit als Harnkanälchen bestimmt hat, so dürfte die von mir gefundene Thatsache in Analogie mit den Erfahrungen *Chronschewsky's* an der Säugethierniere stehen. Bei Hydrophilus piceus schied sich das Indigcarmin auch durch die einfachen Drüsen des Darmkanals aus; die Höhlung derselben war tiefblau gefärbt, während die Drüsenzellen selbst durchaus farblos geblieben waren. Auf diese Weise kann man sehr schöne Bilder dieser Drüsen erhalten.

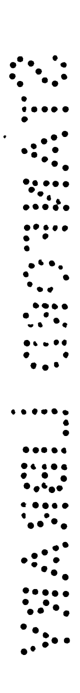
Als eine Probe dessen, was die Injection zu leisten vermag, lege ich die Abbildung eines Deckflügels von Dytiscus marginalis mit injicirten Blutgefässen vor. Fig. 1. giebt in etwa sechsfacher Vergrösserung das abgeschnittene Ende des Flügels wieder. In den pigmentfreien Theilen des Flügels, näher dem gebogenen Rande, ist der Verlauf der Gefässe zwischen den Chitinbalken vorzugsweise deutlich. — Fig. 2. giebt in etwa sechszigfacher Vergrösserung einen Theil des pigmenthaltigen

*) Dr. *Basch* Ueber das chylopoetische und uropoetische System der Blatta orientalis. Wiener Sitzungsberichte 1858. 33. Bd.



Flügelabschnitts wieder. Fig. 3. endlich zeigt das Verhalten der Injection am convexen Rande des Flügels. Hier ist es auffallend, wie die blaue Farbe in feine Spalten theils gegen den freien Rand des Flügels (a), theils gegen die Ansatzpunkte der Haare (b) eingedrungen ist.

Auf eine genauere histologische Analyse der vorliegenden Bilder werde ich erst bei einer späteren Gelegenheit eingehen können.





Dr. **Richard Přibram**, *Eine neue Methode zur Bestimmung des Kalkes und der Phosphorsäure im Blutserum.* Aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Vorgelegt von dem w. Mitgliede *C. Ludwig.*

Die zahlreichen und genauen Analysen, die mit thierischen Aschen ausgeführt sind, haben uns in dankenswerther Weise über die Elemente aufgeklärt, welche in den mineralischen Verbindungen des Organismus enthalten sind; aus oft ausgesprochenen Gründen lassen sie uns jedoch vollkommen im Unklaren über die Gruppirung der Elemente. Da nun aber die Rolle, welche die letztern im thierischen Haushalte spielen, zum nicht geringsten Theile von den Verbindungen abhängen, in denen sich dieselben vorfinden, so besteht die nächste Aufgabe der physiologischen Chemie in der Auffindung solcher Methoden, durch welche die Einsicht in die Gruppirung gewonnen wird, welche den Aschenbestandtheilen während des Lebens zukömmt.

Einen Weg, der möglicherweise zu dem gewünschten Ziele führen konnte, schlug mir Herr Professor *C. Ludwig* zur weitern Verfolgung vor. Obwohl derselbe zunächst nur darauf ausgeht, die Phosphorsäure und den Kalk in dem Blutserum zu ermitteln, so bezweifle ich doch nicht, dass er mit geringen Modificationen auch auf andere Flüssigkeiten anwendbar sein wird.

Um reines und möglichst unverändertes Serum auch von fleischfressenden Thieren zu gewinnen, schied ich, nach dem Vorschlage *von Babo*'s dasselbe aus frischem Blute durch die Centrifuge ab.

Das Blut wurde aus den Gefässen direct in grosse, den Probirgläsern ähnliche Cylinder gelassen, die zum Schutz von Blechhülsen umgeben waren.

Sobald in diesen Gefässen die Gerinnung eingetreten war, lockerte man den Blutkuchen etwas an den Rändern, um ein Anhaften an die Wand des Glasgefässes zu vermeiden, ver-

schloss die letzteren mit Kautschukstopfen und legte sie etwas schräg auf ein in eine Centrifugaltrommel eingelassenes, mit Einschnitten von der Grösse der Cylinder versehenes Brett, natürlich in der Weise, dass der Boden der Cylinder gegen die Peripherie der Trommel zu liegen kam.

Nach 2—3stündiger Rotirung, wobei als Motor eine Gasmaschine benützt wurde, hatte sich der Blutkuchen fest am Boden der Gefässe abgeschieden, während das darüber stehende Serum rein gelb erschien. Da jedoch eine herausgenommene Probe vor dem Spectroskope noch immer die Absorptionsstreifen des Haemoglobin zeigte, so wurde die ganze Menge des Serum abgehoben, in neue Cylinder gefüllt und nochmals centrifugirt.

Nach ungefähr einer Stunde war am Boden der Gefässe noch eine kleine Quantität rother Blutkörperchen abgeschieden.

Das darüberstehende Serum war nun ganz oder nahezu frei von Blutfarbstoff, jedoch insofern es aus Hundeblut kam, nur selten vollkommen durchsichtig. Die schwache Trübung rührt von weissen, wie es scheint fettartigen Flöckchen her, welche durch selbst sehr anhaltendes Centrifugiren nicht entfernt werden konnten.

Aus Pferdeblut ward dagegen ein durchaus klares, gelbes, von Haemoglobin freies Serum in ansehnlicher Quantität erhalten. [1])

Das zu den folgenden Versuchen verwandte Serum war aus Hundeblut gewonnen und ich erhielt durchschnittlich mehr als die Hälfte der angewandten Blutmenge.

Um zunächst über die Verbindungsart des Kalks Aufschluss zu erhalten, wurde eine gemessene Portion des auf die eben beschriebene Weise erhaltenen reinen Serum mit Ammoniak im

---

1) Bei dieser Gelegenheit will ich eines interessanten Verhaltens des Pferdeserum vor dem Spectroskope gedenken. Während keine Spur von Haematin oder Haemoglobin nachweisbar war, erschien der ganze blauviolette Theil des Spectrum ausgelöscht. Bei einer Dicke der Flüssigkeitsschicht von 4, 5 Centim., welche Dicke der gewöhnlichen Breite der planparallelen Glasgefässe (Haematinometer) entspricht, beginnt die Absorption schon bei *E* und erreicht schon in der Nähe von *b* ihr Maximum; von da an erscheint der ganze Theil des Spectrum fast vollständig ausgelöscht. Bei einer Dicke der Flüssigkeitsschicht von 1 Centim. bemerkt man den Beginn der Absorption bei *b* etwas gegen *F*. Diese Erscheinung lässt sich wohl auf das schon früher beobachtete Vorkommen eines gelben Farbstoffs im Pferdeserum zurückführen.

Überschuss versetzt.[1] Da sich keine Fällung von Calciumphosphat ergab, das als solches wohl überhaupt in alkalischem Serum nicht leicht vorhanden sein kann, so wurde Ammoniumoxalat zugesetzt, worauf sogleich Trübung erfolgte. Da jedoch die Abscheidung des Calciumoxalates in der zähen Flüssigkeit durch Absetzen nur langsam vor sich geht und durch Filtriren gar nicht zu erreichen ist, so brachte ich die Flüssigkeit in den oberwähnten Cylindern auf die Centrifuge. Auch hier erwies sich diese Methode als vorzüglich anwendbar und dürfte dieselbe wohl allgemeinerer Anwendung sowohl bei Abscheidung von Niederschlägen als auch zur Trennung von Flüssigkeiten von verschiedenem, einander naheliegendem spec. Gewicht, fähig sein.

Nach etwa 1/2 Stunde hatte sich das Oxalat vollständig und fest am Boden der Cylinder abgeschieden, während die Wände freiblieben, und die überstehende vollkommen klare Flüssigkeit konnte filtrirt werden. Sollte die Abscheidung langsam oder unvollständig vor sich gehen, so genügt Verdünnung mit Wasser, um diesen Process zu beschleunigen.

Die Filtration der albuminreichen Flüssigkeit ging, durch die Anwesenheit des Alkalis begünstigt, auch ohne Anwendung der *Bunsen*'schen Wasserluftpumpe sehr rasch vor sich, und ein Trübelaufen, wie dies so häufig bei oxalsaurem Kalk vorzukommen pflegt, war niemals zu bemerken.

Bei dem Umstande, dass der Kalk sehr fest am Boden haftet, genügt übrigens einfaches Abheben oder Abgiessen der Flüssigkeit, ohne dass man irgendwie ein Aufrühren des Niederschlages zu befürchten hat.

Das so gewonnene Oxalat wurde sorgfältig gewaschen und unter Beobachtung der nöthigen Cautelen in bekannter Weise als Aetzkalk bestimmt.

Im Filtrate wurde die vorhandene Phosphorsäure als Ammonmagnesiaphosphat gefällt, durch Centrifugiren vollständig abgeschieden und als pyrophosphorsaure Magnesia gewogen.[2]

---

1) In der Regel dienten zu den einzelnen Versuchen je 100 C.C. Serum.

2) Es ist, wie schon *Fresenius* wiederholt betonte, unbedingt nothwendig, den erhaltenen Niederschlag nach der Filtration nochmals zu lösen und wieder zu fällen und nun erst weiter zu bestimmen, da bei der ersten Fällung immer etwas oxalsaure Magnesia mit niedergeschlagen wird, was eine fehlerhafte Bestimmung zur Folge hätte.

Man erhielt so in einem Falle 0.015 % Kalk und 0.01067 % Phosphorsäure.

Da nun möglicherweise sowohl Kalk als Phosphor noch in anderer nicht direct fällbarer Form (z. B. der Kalk als Albuminat) vorhanden sein konnten, so wurde eine neue Portion Serum mit einem Überschuss reinen Salpeters in einer Platinschale vorsichtig verascht, der Rückstand in verdünnter Salzsäure gelöst und mit den entsprechenden Fällungsmitteln versetzt, um so die Gesammtmengen des im Serum enthaltenen Kalkes und der Phosphorsäure zu erfahren.

Die Analyse ergab die Zahlen:

für Kalk . . . 0.017 %
- Phosphorsäure 0.0406 %.

Vergleicht man diese Zahlen mit den bei der directen Fällung erhaltenen:

	directe Fällung	nach Veraschen
Kalk . . .	0.015	0.017
Phosphorsäure	0.01067	0.0406

so ergiebt sich, dass der Kalk aus dem Serum durch die gewöhnlichen Reagentien direct vollständig fällbar, muthmasslich nur in einer Verbindungsform, jedoch nicht als phosphorsaurer Kalk vorhanden, der Phosphor jedoch sowohl als direct fällbare Phosphorsäure, als auch, und zwar zum grössten Theil in anderer Form im Serum vorkömmt.

War diess der Fall, so durfte das nach dem directen Ausfällen des Kalkes und der Phosphorsäure erhaltene Filtrat keinen Kalk, dagegen den Rest des Phosphors ergeben, welcher als Phosphorsäure berechnet 0.03 % betragen musste.

Zur Constatirung dieses Umstandes wurde dieses Filtrat unter Beobachtung der erforderlichen Vorsichtsmassregeln mit Salpeter verascht. Auf diese Weise erhielt ich die Gesammtmenge des noch vorhandenen Phosphors als Phosphorsäure.

Die Analyse der Asche ergab in der That keinen Kalk mehr, dagegen 0.032 % Phosphorsäure.

Ich lasse hier noch als weitern Beleg dieser Verhältnisse eine kleine Anzahl der vorgenommenen Untersuchungen folgen.

	Direct gefällt		Durch Veraschung erhalten	
	Kalk	Phosphorsäure	Kalk	Phosphorsäure
A	0.0174	0 0124	0.0177	0.0387
B	0.0216	0.0121	0.0230	0.0448
C	0.0150	0.01067	0.0170	0 0320
D	0.0173	—	0.0174	—
E	0.0200	—	0.0195	—
F	0.0188	—	0.0200	—
G	0.0155	0.0108	0.0170	0.0559

Sucht man nun durch Rechnung für die in obiger Tabelle gefundenen Kalkmengen die zur Constitution von $3CaOPO_5$ nothwendige Menge von Phosphorsäure, so fällt diese letztere grösser aus als die gefundenen Werthe.

Es wäre nothwendig gewesen für

A . . .	0.0146	Phosphorsäure
B . . .	0.0182	-
C . . .	0.0127	-
G . . .	0.0131	-

Es ergiebt sich daraus, dass, selbst wenn man die Möglichkeit eines gelösten Zustandes des $3CaOPO_5$ in alkalischem Blutserum unter Mithilfe irgend eines organischen Körpers zugeben wollte, die fällbare Phosphorsäure nicht hinreichen würde, den gesammten Kalk zu binden, und dass demnach mindestens der Überschuss in anderer Weise gebunden sein müsste. Es frägt sich nun woran? An die nicht fällbare Phosphorsäure schwerlich, möglicherweise aber an Eiweiss? Nur erscheint es dann unerklärlich, warum er hieraus durch Kohlensäure nicht gefällt wird. Das Vorhandensein von doppelt kohlensaurem Kalk anzunehmen erscheint wegen der alkalischen Reaction des Serum wohl nicht zulässig.

Ein weiteres Argument endlich, welches gegen die Anwesenheit des Kalkes als phosphorsaures Salz im Blutserum spricht, ist die schon von *Sertoli* erwiesene Thatsache des Überganges von Phosphorsäure in das alkoholische Serumextract; ein Verhalten, das nicht möglich wäre, wenn man die Phosphorsäure an Kalk gebunden annimmt.

Die erwähnte Arbeit *Sertoli's*[1]) liefert nur in allgemeiner Weise den Nachweis, dass der grösste Theil der Phosphorsäure mit Alkohol ausziehbar ist. Da es mir von Bedeutung schien, zu wissen, ob die ganze nicht fällbare Phosphorsäure des Blutserum oder nur ein Theil derselben von absolutem Alkohol aufgenommen wird, so habe ich in dieser Richtung Versuche angestellt.

Eine Portion Serum wurde mit Salpeter vorsichtig verascht, in verdünnter Salzsäure gelöst und darin die Phosphorsäure in bekannter Weise bestimmt. Die Menge derselben betrug 0.0559%.

Eine andere Portion Serum versetzte ich direct mit Ammoniak und schwefelsaurer Magnesia. Der entstehende Niederschlag, mittelst Centrifuge abgeschieden, ergab bei der Analyse einen Gehalt von 0.0108% Phosphorsäure auf 100 Thl. Serum.

Das Filtrat mit absolutem Alkohol versetzt, die entstehende feinflockige Fällung abfiltrirt, mit Alkohol wiederholt gewaschen, das alkoholische Filtrat zur Trockne gebracht, mit Salpeter verascht und darin die Phosphorsäure bestimmt ergaben einen Gehalt von 0.0325%.

Der mit Alkohol extrahirte Rückstand enthielt noch 0.006% Phosphorsäure.

Es wurden also erhalten:

durch directes Veraschen	PO_5	0.056%
durch directe Fällung	–	0.0108%
durch Extraction mit Alkohol	–	0.0325 –
nach Veraschen des extrahirten Rückstandes	–	0.0060 –
	Phosphorsäure	0.0493%

Ich beabsichtige, die Untersuchungen, soweit diess thunlich, auch auf die andern Mineralbestandtheile des Serum und anderer thierischer Flüssigkeiten auszudehnen. Man darf übrigens wohl annehmen, dass sich auch bei den Pflanzen die Bestimmung der Mineralbestandtheile mit Umgehung der Aschenanalyse in ähnlicher Weise wird ausführen lassen.

Physiologische Folgerungen über die Ablagerung des Kalkes in den Knochen, den Übergang des Kalkes und der Phosphorsäure in den Harn etc. werden sich erst ableiten lassen, wenn es feststeht, dass der Kalk an Eiweiss gebunden ist.

1) Mediz.-chem. Untersuchungen von *Hoppe-Seyler*, 3. Heft. 1868 p. 350.

Dr. H. C. Vogel, *Untersuchungen über das Spectrum des Nordlichts.* Vorgelegt von *F. Zöllner*.

Mit 1 Tafel.

Das häufige Auftreten von Nordlichtern im vergangenen Winter sowie in diesem Frühjahre hat mir Gelegenheit gegeben, genauere Untersuchungen über das Nordlichtspectrum anzustellen.

Bekanntlich ist die Natur der Nordlichter noch wenig ergründet. Die frühere Ansicht, dass dieselben Entladungen der an den Polen angehäuften Electricitäten seien, welche in höheren, verdünnten Luftschichten stattfinden sollten, hat man aufgeben zu müssen geglaubt, da es bisher nicht möglich war, die Hauptlinien des Nordlichtspectrums mit den Spectren der atmosphärischen Gase in Uebereinstimmung zu bringen. Theoretische Betrachtungen, auf die grossen Veränderungen basirend, welchen das Spectrum ein und desselben Gases bei verschiedenen Temperatur- und Dichtigkeits-Verhältnissen unterworfen ist, haben jedoch in jüngster Zeit *Zöllner* [1]) zu der Ansicht geführt, dass wahrscheinlich »das Spectrum des Nordlichts nur desshalb nicht mit einem uns bekannten Spectrum der atmosphärischen Gase übereinstimmt, weil es ein Spectrum anderer, aber künstlich bis jetzt noch nicht darstellbarer Ordnung unserer Atmosphäre ist«.

In wie weit es mir, im Verein mit Herrn Dr. *Lohse*, gelungen ist, durch genauere Beobachtungen des Nordlichtspectrums selbst, sowie durch Vergleichung desselben mit den Spectren der die Luft bildenden Gase, eine Stütze für diese Ansicht zu geben, wird das Folgende darthun.

Zu den Beobachtungen wurde der zum elfzölligen Aequa-

1) Berichte der kön. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Sitzung Oct. 31 1870.

toreal der Bothkamper Sternwarte[1]) gehörige Stern-Spectralapparat verwendet. Derselbe besteht aus einem Prismensatz à vision directe von 5 Prismen mit 90° brechendem Winkel, Spalt, Collimatorlinse und Fernrohr. Die schwächste vierfache Vergrösserung dieses Fernrohrs wurde angewandt. Das Fernrohr lässt sich mit Hülfe einer Micrometerschraube so bewegen, dass verschiedene Theile des Spectrums in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht werden können. Da Bruchtheile der Umdrehungen dieser Schraube abzulesen sind, lassen sich die Entfernungen der Spectrallinien bestimmen. Wiederholte Messungen von ca. 100 Linien des Sonnenspectrums haben es mir möglich gemacht, mit Zugrundelegung des *Ångström*'schen Atlas (Spectre normal du soleil), die Angaben der Schraube direct in Wellenlängen auszudrücken.

An Stelle des ursprünglich im Brennpunkte des Beobachtungs-Fernrohrs angebrachten Fadenkreuzes habe ich einen kleinen polirten Stahlkegel einsetzen lassen, dessen sehr feine Spitze bis in die Mitte des Sehfeldes reicht. Die Axe dieses Kegels steht senkrecht auf der Längsausdehnung des Spectrums, also parallel mit den Spectrallinien, und lässt sich die Einstellung der Spitze des Kegels auf die letzteren mit grosser Schärfe ausführen. Ist das Spectrum sehr lichtschwach, oder besteht es nur aus hellen Linien, so wird der Kegel durch eine kleine Lampe beleuchtet. Zu dem Zwecke befindet sich im Fernrohr, der Spitze des Kegels gegenüber, eine Oeffnung, durch welche mit Hülfe einer Blende das Licht auf die Spitze geworfen wird. Es erscheint dann, da letztere polirt ist, eine feine Lichtlinie, welche bis zur Mitte des Sehfeldes reicht und deren Helligkeit durch grössere oder geringere Entfernung der Beleuchtungslampe oder durch Neigung der Blende so verändert werden kann, dass selbst die schwächsten Linien eines Spectrums auf leichte und sichere Weise zur Coincidenz mit dieser Lichtlinie gebracht werden können.

Der Kopf der Micrometerschraube ist in 100 Theile getheilt und entspricht ein solcher Theil in der Nähe der *Fraunhofer*'schen Linie *F* etwa 0.00000016^{mm} Wellenlänge. Der wahrscheinliche Fehler einer Einstellung auf eine der gut markirten Linien

1) Eine kurze Beschreibung dieser neu errichteten Sternwarte habe ich Astr. Nachr. No. 1848 gegeben.

im Sonnenspectrum beträgt bei der schwächsten, vierfachen Vergrösserung des Fernrohrs etwa 0.008 Schraubenumdrehungen. Die Schraube selbst habe ich einer genaueren Prüfung in Bezug auf gleiche Höhe, sowie auf periodische Ungleichheiten der einzelnen Schraubengänge unterworfen, aber keine Fehler entdecken können, welche 0.01 Schraubenumdrehung überträfen. Ich habe noch zu erwähnen, dass nach jeder Beobachtung in der Lage, in welcher das Instrument gebraucht wurde, Einstellungen auf die Natronlinien oder auf einige der Wasserstofflinien erfolgten, um Fehler, welche bei der nicht zu vermeidenden Durchbiegung der einzelnen Theile des Spectral-Apparates entstehen können, zu eliminiren.

1.

Beobachtungen des Nordlichts.

1870. October 25. Ein sehr helles Nordlicht. In den lichtesten Theilen desselben waren ausser einer recht hellen Linie zwischen *D* und *E* noch mehrere schwächere Linien, mehr nach dem blauen Ende des Spectrums hin gelegen, zu erkennen. Sie erschienen auf matt erleuchtetem Grunde und erstreckten sich bis über die *Fraunhofer*'schen Linien *E* und *b* hinaus, etwa bis zur Mitte zwischen *b* und *F*.

Nach dem rothen Ende hin war das Spectrum durch die zuerst erwähnte helle Linie begrenzt. Messungen konnten nicht vorgenommen werden, da der Apparat die oben erwähnten Abänderungen noch nicht erfahren hatte und selbst die hellste Linie des Spectrums zu wenig Licht verbreitete, um den feinen dunklen Kreuzfaden erkennen zu können. Die rothen Ausläufer des Nordlichtes wurden nicht untersucht.

1871. Februar 11. Gegen 10 Uhr zeigte sich im Nordwesten ein recht heller Lichtbogen von grünlicher Färbung als Saum eines dunklen Segments. Noch bei ganz enger Spaltstellung liess sich die Linie zwischen *D* und *E* gut erkennen und messen. Das Mittel aus sechs Einstellungen ergab $7^r.11$ oder $0^{mm}.0005572$ Wellenlänge. In einem kleinen, schwächer zerstreuenden Spectroskop, welches nach der *Browning*'schen Art eingerichtet ist, konnten (wie October 25) noch einige Linien mehr nach dem Blau hin gelegen, erkannt werden. Nach dem

rothen Ende des Spectrums hin waren keine Linien zu bemerken. Um Mitternacht war die grösste Entwicklung des Nordlichts. Prachtvolle Strahlen stiegen bis etwa 60° Höhe auf, sie hatten dieselbe grünliche Färbung wie der Lichtbogen und war auch das Aussehen des Spectrums genau dasselbe. Ich habe noch zwei Messungsreihen angestellt, bei der ersten ergab das Mittel aus sechs Einstellungen $7^{r}.10$ oder $\overset{mm}{0}.0005574$ Wellenlänge, an einer andern Stelle des Himmels wurde aus vier Einstellungen ebenfalls $7^{r}.10$ gefunden.

Februar 12 war schon gegen 8 Uhr die Intensität des Nordlichts gross genug, um Messungen der hellsten Linie vorzunehmen. Das Mittel aus sechs Einstellungen ergab $7^{r}.09$ oder $\overset{mm}{0}.0005576$ Wellenlänge. Herr Dr. *Lohse* beobachtete später mit demselben Apparat und fand aus ebenfalls sechs Einstellungen $7^{r}.12$ oder $\overset{mm}{0}.0005569$ Wellenlänge.

Das Aussehen des Spectrums im schwächer zerstreuenden Spectroskop war jedoch wesentlich von dem Februar 11 verschieden. Der grüne Theil war vorhanden, er erstreckte sich von der hellen Nordlichtlinie bis zu den Linien *b* des Sonnenspectrums und war von einigen hellen Linien durchzogen. Zwischen *b* und *F* war noch eine isolirt stehende Linie, über *F* hinaus, im blauen Theil des Spectrums ein lichter Streifen und kurz vor *G* ein sehr schwaches, breites Lichtband zu erkennen. In den Strahlen, die später aufschossen und an ihren Enden röthlich gefärbt waren, trat noch eine recht intensive rothe Linie zwischen *C* und *D*, jedoch mehr nach *C* hin gelegen, im Spectrum auf. [1])

April 9. Ein überaus glänzendes Nordlicht, dessen grösste Entwicklung in den ersten Morgenstunden statthatte. Prachtvolle rothe Garben stiegen bis zum Zenith empor. Das Spectrum war dem Febr. 12 beobachteten gleich, nur viel intensiver, so dass die Linien mit dem grösseren Spectral-Apparat gesehen und gemessen werden konnten. In dem hellsten Theile des Nordlichtes in der Nähe des dunkeln Segments bestand das Spectrum aus fünf Linien im Grün und einer etwas verschwommen breiten Linie oder Bande im Blau; die rothen Ausläufer dagegen liessen sieben Linien erkennen, indem noch die helle

1) Diese rothe Linie wurde von *Zöllner* zuerst gesehen. A. a. O. p. 254.

Linie im rothen Theile des Spectrums dazu kam. Den Febr. 12 beobachteten schwachen Streifen in der Nähe der Linie *G* konnte ich nicht wiedersehen. Die Messungen ergaben im Mittel aus durchschnittlich vier Einstellungen auf jede Linie:

Schraube.	Wahrsch. Fehler.	Wellenlänge.	Wahrsch. Fehler.	Bemerkungen.	
		mm.	mm.		
$4^r.62$	$\pm\ 0^r.037$	0.0006297	$\pm$ 0.0000014	Recht heller Streifen.	Auf schwach erleuchtetem Grunde.
7 .12	0 .009	0.0005569	0.0000002	Hellste Linie des Spectrums, wird beim Auftreten der rothen Linie merklich schwächer.	
7 .92	. . .	0.000539:	. . .	Aeusserst schwache Linie (unsichere Beobachtung).	
8 .71	0 .020	0.0005233	0.0000004	Ziemlich hell.	
8 .95	0 .049	0.0005189	0.0000009	Diese Linie ist, wenn gleichzeitig die rothe Linie erscheint, recht hell, sonst mit der vorhergehenden an Helligkeit gleich.	
10 .06	0 .020	0.0005004	0.0000003	Recht helle Linie.	
von 12 .33		0.0004694		Breites Lichtband, in der Mitte etwas weniger hell; in den Partien des Nordlichts, in denen die rothe Linie erscheint, sehr lichtschwach.	
Mitte 12 .59	0 .022	0.0004663	0.0000003		
bis 12 .88		0.0004629			

Fig. 1 giebt ein treues Bild des Nordlichtspectrums in den hellsten, grünlich gefärbten Theilen des Nordlichts.

Fig. 2 dagegen das Spectrum der rothen Strahlen. Die Aenderungen der relativen Helligkeiten der Linien in den beiden Spectren sind bemerkenswerth.

April 14. Schwaches Nordlicht, in dessen Spectrum nur die helle Linie im Grün erkannt werden konnte, das Mittel aus zwei Einstellungen ergab $7^r.12$ oder 0.0005569 mm Wellenlänge.

Die Bestimmung der Wellenlänge der hellsten Linie, welche an vier Abenden genau gemessen werden konnte, stelle ich hier nochmals zusammen.

			mm
1871	Febr.	11.	0.0005573
	–	12.	0.0005573
	April	9.	0.0005569
	–	14.	0.0005569

Im Mittel ergiebt sich demnach, wenn der letzten Beobachtung nur halbes Gewicht beigelegt wird, weil dieselbe nur auf

zwei Einstellungen beruht, für die Wellenlänge dieser hellsten Linie:

0.0005571.3 mm mit einem wahrsch. Fehler von 0.0000000.92 mm.

Nach *Ångström* [1]) beträgt die Wellenlänge dieser Linie 0.0005567 mm, nach *Winlock* [2]) dagegen 0.0005571 mm.

2.

Ueber die Spectra einiger Gase in *Geissler*'schen Röhren, sowie über das Spectrum der atmosphärischen Luft.

Um einen etwa stattfindenden Zusammenhang des Nordlichtspectrums mit den Spectren der hauptsächlichsten der die Atmosphäre bildenden Gase aufzufinden, sind zahlreiche Versuchsreihen angestellt worden. Ich beschränke mich darauf, nur einige der oft wiederholten Beobachtungen an drei *Plücker*'schen Röhren, die Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff enthielten, sowie die Beobachtungen des Spectrums der Luft unter verschiedenen Verhältnissen mitzutheilen. Die Versuche wurden mit einem kleinen Inductionsapparat ausgeführt, bei welchem die Schlagweite des Funkens zwischen Platinspitzen, in gewöhnlicher Luft höchstens 15mm betrug. Da *Zöllner* (in der erwähnten Abhandlung) zu der Annahme kommt, dass wenn die Lichtentwicklungen beim Nordlicht, nach Analogie der in luftverdünnten Räumen zum Glühen gebrachten Gase, electrischer Natur sind, dieselben einer sehr niedrigen Temperatur angehören müssen, habe ich — um die in den Röhren eingeschlossenen Gase mit möglichst geringer Temperatur zum Glühen zu bringen — stets so schwache Ströme angewandt, dass das Gas nur eben continuirlich leuchtend wurde.

Die folgenden Beobachtungen sind, wie schon erwähnt, oft und zu verschiedenen Zeiten wiederholt worden. Die Zahlenangaben sind Mittelwerthe aus den Ablesungen an der Micrometerschraube, wesshalb die Unsicherheit der Angaben in den seltensten Fällen mehr als 0.015 Schraubenumdrehung betragen wird und nur bei ganz schwachen, verschwommenen Linien

---

1) *Ångström*, Recherches sur le Spectre solaire. p. 42.

2) Amer. Journal of Science, [2] XLVIII, 128.

dieselbe etwas grösser angenommen werden muss. Der Spectralapparat war der oben beschriebene und bemerke ich noch, dass die Spaltöffnung desselben bei allen Versuchen nahezu dieselbe gewesen ist und so eng gemacht wurde, dass die Natronlinien eben noch getrennt gesehen werden konnten. Die Messungen erstrecken sich meist nur bis zur *Fraunhofer*'schen Linie *G*, da ich befürchten musste, dass bei weiterer Drehung des Fernrohrs durch die Micrometerschraube, auf die Schraubengänge der letzteren ein zu grosser Druck durch die Gegenfeder ausgeübt werden möchte.

I. Sauerstoff.

a. Im engen Theile der *Plücker*'schen Röhre.

Schraube. r.	Wellenlänge. mm.	Bemerkungen.
3.97	0.0006562	Ziemlich hell.
5.04	0.0006146	Sehr hell.
6.98	0.0005603	Recht hell, nach dem Violett verschwommen
8.49	0.0005332	Schwach.
8.95	0.0005189	Ziemlich hell.
10.97	0.0004870	Ziemlich hell.
11.02	0.0004863	Schwach.
11.26	0.0004829	Hell, nach dem rothen Ende des Spectrums verschwommen.
13.30	0.0004583	Sehr schwach.
14.05	0.0004506	Ziemlich hell.
15.55	0.0004372	Ziemlich hell.

b. Im weiten Theile der Röhre.

Schraube. r.	Wellenlänge. mm.	Bemerkungen.
6.98	0.0005603	Sehr schwach.
8.95	0.0005189	Sehr hell.
11.26	0.0004829	Ziemlich hell.

Die Linien bei $3^r.97$ und $11^r.02$ gehören jedenfalls dem Wasserstoff an. Wahrscheinlich sind Spuren von Wasserdampf in der Röhre enthalten gewesen, welche durch den galvanischen Strom zersetzt wurden Bei geringerer Temperatur, im weiten Theile der Röhre, sind diese beiden Linien nicht wahrzunehmen. Auffällig ist es, dass dort auch die rothe Sauerstofflinie bei $5^r.04$ fehlt. Im engen Theil der Röhre stehen die Linien im Grün auf sehr schwach erleuchtetem Grunde, während im weiteren Theile dieselben auf vollkommen dunklem Grunde erscheinen.

Schraube. r.	Wellenlänge. mm.		Bemerkungen.
15.02	0.0004417	Helle Linie.	Die hellen Linien sind nach dem rothen Ende des Spectrums scharf begrenzt, nach dem anderen Ende des Spectrums verwaschen.
15.66	0.0004363	Helle Linien.	
15.72	0.0004357		
15.87	0.0004345	Helle Linie.	
16.76	0.0004273	Helle Linie.	

Hierauf folgen noch viele Linien.

b. Im weiten Theile der Röhre.

Schraube. r.	Wellenlänge. mm.	Bemerkungen.
6.20	0.0005802	Schwache, verschwommene, breite Linie.
7.72	0.0005433	Matter Streifen.
8.20	0.0005330	Schwache Linie.
8.94	0.0005191	Sehr schwache Linie.
9.03	0.0005175	Breites Lichtband.
9.90	0.0005029	Mattes Lichtband.
10.68	0.0004911	Ziemlich helle Linie.
11.42	0.0004809	Schwache Linie.
12.59	0.0004663	Helle Linie.
13.43	0.0004569	Helle Linie.
14.07	0.0004504	Ziemlich helle Linie.
14.25	0.0004486	Sehr helle Linie.
15.85	0.0004347	Recht helle Linie.
16.76	0.0004273	Ziemlich helle Linie.

c. An der Lichthülle des negativen Pols.

	Schraube. r.	Wellenlänge. mm.	Bemerkungen.
von	5.18	0.0006100	Breiter, ziemlich heller, an den Rändern verschwommener Lichtstreifen.
bis	5.70	0.0005945	
von	7.60	0.0005459	Breiter, ziemlich heller Streifen.
bis	8.41	0.0005289	
	8.76	0.0005224	Sehr helle Linie, etwas verschwommen nach dem Violett.
	9.49	0.0005147	Schwache Linie.
	10.07	0.0005002	Helle Linie, verschwommen nach dem Roth.
	10.67	0.0004912	Etwas schwächer als die vorige, verschwommen nach dem Roth.
	11.43	0.0004808	Sehr schwache Linie.
	12.25	0.0004704	Sehr intensiv, breit, verschwommen nach dem Violett.
	12.73	0.0004646	Sehr schwache Linie.
	13.43	0.0004569	Ziemlich hell, verschwommen nach dem Violett.
	14.25	0.0004486	Der vorigen gleich.
	15.03	0.0004417	Ganz schwache Linie.
	15.86	0.0004346	Ziemlich helle Linie.
	16.76	0.0004273	Sehr helle Linie.

Darauf folgen noch mehrere Linien.

Die Beobachtungen in den verschiedenen Theilen der Röhre zeigen wiederum deutlich die Abhängigkeit des Spectrums von

der Temperatur. Die Lichthülle des negativen Pols giebt die für das Luftspectrum so characteristische Linie bei 10ʳ.07. Es ist das dieselbe Linie, welche in den Spectren der meisten Nebelflecke anzutreffen ist. Die im rothen und gelben Theile, im Spectrum der engen Röhre, sehr auffallenden Liniengruppen verschwinden im weiten Theil der Röhre gänzlich. Vergleicht man die Spectra mit den oben angeführten des Sauerstoffs und Wasserstoffs, so finden sich im Spectrum des engen Theils der Röhre bei 11ʳ.03 als sehr schwache Linie $H\beta$, im weiten Theile dagegen bei 8ʳ.20, 8ʳ.94 und 14ʳ.07 Sauerstofflinien wieder. Ich möchte daher vermuthen, dass die Röhre nicht mit reinem Stickstoff, dessen Darstellung eine etwas umständliche ist, sondern mit trockner, verdünnter Luft gefüllt wurde, da nach den Untersuchungen *Wüllner*'s [1]) sich ergeben hat, dass trockne Luft dasselbe Spectrum liefert, wie reines Stickgas. Vielleicht ist die Luft in der von mir untersuchten Röhre nicht vollkommen getrocknet gewesen und daraus das Auftreten einiger Linien der genannten Stoffe zu erklären.

Ich habe noch zu erwähnen, dass die Elektroden der Röhren aus Aluminium bestehen, die Vergleichung der beobachteten Spectra mit dem Aluminiumspectrum jedoch keinen Zusammenhang gezeigt haben.

IV. Atmosphärische Luft.

a. Gewöhnliche Luft.

Schraube.	Wellenlänge.	Bemerkungen.
r.	mm.	
(5.88)	0.0005892	Sehr helle Doppellinie. (*Na*).
6.67	0.0005680	Sehr helle Linie.
7.20	0.0005550	Schwache Linie.
9.00	0.0005180	Recht helle Linie.
9.79	0.0005047	Feine, schwache Linie.
10.03	0.0005008	Sehr helle Doppellinie.
10.07	0.0005002	
11.43	0.0004808	Schwache verschwommene Linie.
12.69	0.0004651	Schwache, nicht scharf begrenzte Linien.
12.84	0.0004633	
13.04	0.0004612	
von 14.61	0.0004433	Verschwommenes Lichtband, welches mit einer breiten verwaschenen Linie endet.
bis 15.88	0.0004344	

Hierauf folgen noch mehrere Linien.

1) *Pogg*. Ann. Bd. 135. p. 524.

b. Verdünnte, mit Wasserdampf gesättigte Luft.

Schraube. r.	Wellenlänge. mm.	Bemerkungen.	
3.97	0.0006562	Ziemlich helle Linie.	
(5.88)	0.0005892	Helle Doppellinie. (*Na*)	
(6.25)	0.0005789	Helle Linie. (*Hg*)	
von 7.03	0.0005594	Breiter, matter Lichtstreifen, bei 7r.03 eine etwas	
bis 7.55	0.0005470	hellere Linie.	
(7.59)	0.0005461	Helle Linie. (*Hg*)	
8.72	0.0005231	Matter Streifen.	Auf mattem, continuirlichem Grunde.
8.96	0.0005187	Breiter, verschwommener Streifen.	
10.07	0.0005002	Schwache Linie.	
11.05	0.0004859	Sehr helle Linie.	
12.21	0.0004709	Ziemlich helle Linie.	Auf matt erleuchtetem Grunde, der nach dem Violett schwächer wird.
12.75	0.0004644	Linie, schwächer als die vorige.	
13.28	0.0004585	Sehr schwache Linie.	
(15.71)	0.0004358	Recht helle Linie. (*Hg*)	
15.90	0.0004344	Recht helle Linie.	

Darauf folgen noch mehrere Linien.

Der electrische Funke sprang bei den ersten Versuchen, etwa 1cm weit, zwischen Platinspitzen, in freier Luft über. Die Natronlinie bei 5r.88 zeigte sich stets. Die helle Doppellinie bei 10r.03 und 10r.07 liess sich bei schwächerem Strom oder grösserer Schlagweite nicht mehr als Doppellinie erkennen, sondern erschien dann als breite, etwas verschwommene Linie, deren hellste Stelle bei 10r.05 gelegen war. Dem Platin-Spectrum zugehörende Linien traten nicht auf. Gewöhnliche verdünnte Luft, welche unter einem Druck von 25mm bis 30mm stand und in einer 8mm weiten Röhre durch Quecksilber abgeschlossen war, zeigte genau dieselben Linien wie die *Plücker*'sche Röhre mit Stickstoff (*b*), nur traten noch einige dem Spectrum des Quecksilbers zugehörende Linien auf. Es kann diese Wahrnehmung noch als eine Bestätigung der oben ausgesprochenen Vermuthung über die Beschaffenheit der *Plücker*'schen Röhre III (Stickstoff) angesehen werden.

Bei den unter *b* aufgeführten Beobachtungen stand die mit Wasserdampf gesättigte Luft unter einem Drucke von 22mm. Ausser den Natronlinien zeigten sich bei 6r.25, 7r.59 und 15r.71 Linien des Quecksilberspectrums. Das Spectrum verdünnter Luft unter ähnlichen Druckverhältnissen wurde, wie oben erwähnt, vollkommen mit dem Spectrum des Lichtes im weiten Theile der *Plücker*'schen Röhre III (Stickstoff *b*) übereinstimmend gefunden, eine Vergleichung des Spectrums verdünnter, mit Wasserdampf gesättigter Luft mit ersterem zeigt daher die auf-

fälligen Veränderungen des Spectrums, welche durch das Vorhandensein von Wasserdampf hervorgebracht werden.

3.

Vergleichung des Nordlichtspectrums mit den Spectren atmosphärischer Gase und irdischer Stoffe.

Zunächst wende ich mich zur Vergleichung der beobachteten Spectra verschiedener Gase und der Luft mit dem Spectrum des Nordlichts. Das erste Lichtband im rothen Theile des Nordlichtspectrums fällt höchst wahrscheinlich mit dem ersten Liniensystem im Spectrum des Stickstoffs (*a*) zusammen. Wahrscheinlich ist nur der hellere Theil dieser Liniengruppe wegen der überaus grossen Lichtschwäche des Nordlichts zu erkennen und würde dann, da beim Stickstoff die Zunahme der Helligkeit dieses Theils des Spectrums nach dem violetten Ende erfolgt, damit die Verschiebung der Mitte des Lichtstreifens nach dieser Richtung seine Erklärung finden. Die intensivste Linie des Nordlichtspectrums bei $7^r.12$ ist im Spectrum des Stickstoffs (*a*), wenn auch als ganz schwache Linie, wiederzufinden. Dass diese Linie beim Nordlicht isolirt und mit relativ grosser Intensität auftritt, dürfte bei der grossen Veränderlichkeit der Gasspectra unter verschiedenen Druck- und Temperatur-Verhältnissen nicht befremden. Die wegen grosser Schwäche sehr ungenau bestimmte dritte Linie des Nordlichtspectrums fällt ebenfalls mit einer Stickstofflinie zusammen. Die Linie bei $8^r.71$ ist im Stickstoffspectrum (*c*), sowie im Spectrum der Luft (*b*) anzutreffen. Die dritte Linie des Sauerstoffspectrums bei $8^r.95$, welche unter sehr verschiedenen Verhältnissen aufzutreten scheint, findet sich als fünfte Linie im Spectrum des Nordlichts wieder. Sehr genau coincidirt ferner die sechste Linie im Nordlicht bei $10^r.06$, mit der bekannten, in den Spectren einiger Nebelflecken auftretenden Stickstofflinie. Was endlich das breite Lichtband von $12^r.33$ bis $12^r.88$ im Nordlichtspectrum betrifft, so finden sich an dieser Stelle, sowohl im Spectrum des Stickstoffs, wie auch im Spectrum der Luft (*a*, *b*) mehrere Linien, so dass auch hier eine Uebereinstimmung zwischen den Spectren als sehr wahrscheinlich betrachtet werden dürfte.

Die Beobachtungen zeigen demnach mit einiger Sicherheit, dass wenigstens eine Linie bei 10^{r}.06 des Nordlichtspectrums mit dem Helligkeitsmaximum des Luftspectrums übereinstimmt, die andern Linien aber mit grosser Wahrscheinlichkeit in den Spectren atmosphärischer Gase vorkommen. Bei der überaus grossen Veränderlichkeit der Gasspectra bei variirenden Druck- und Temperatur-Verhältnissen möchte es wohl schwerlich gelingen, auf künstlichem Wege ein Spectrum zu erzeugen, was dem des Nordlichts in allen Theilen gleichkäme. Man muss ferner jedenfalls annehmen, unter der Voraussetzung, die Nordlichter seien electrische Entladungen in verdünnteren Luftschichten, dass die zur Ueberführung der Electricität geeigneten Luftschichten eine sehr bedeutende Dicke haben werden. In dem Falle sind in diesen Luftschichten die Druckverhältnisse jedenfalls selbst wieder so verschieden, dass innerhalb gewisser Grenzen jede ein ihr eigenthümliches Spectrum liefern wird, wir aber die Summe sämmtlicher, so zu sagen hinter einander gelagerten Spectra sehen werden und auch damit die Schwierigkeit, ja wohl die Unmöglichkeit einleuchtet, eine vollkommene Uebereinstimmung des Nordlichtspectrums mit den künstlich dargestellten Spectren von Gasgemischen zu erzielen.

Eine Vergleichung des Nordlichtspectrums mit den Spectren irdischer Stoffe kann mit Hülfe der angeführten Wellenlängen der einzelnen Linien des ersteren, unter Berücksichtigung des wahrscheinlichen Fehlers und des Atlas des Sonnenspectrums von *Ångström*, leicht ausgeführt werden. Hier ist besonders die vollkommene Uebereinstimmung der hellsten Nordlichtlinie, welche mit einer Genauigkeit von ca. $^1/_7$ der Entfernung der Natronlinien bestimmt wurde, mit Linien des Eisenspectrums auffallend. Die Angaben der Wellenlänge bei den oben angeführten Beobachtungen der hellen Nordlichtlinie schwanken zwischen 556.9 und 557.3 milliontel Millimeter, während zwei Linien des Eisenspectrums nach *Ångström* bei 556.85 und 557.17 gelegen sind.

Auch lassen sich für die andern Linien innerhalb der angegebenen Genauigkeitsgrenzen übereinstimmende Eisenlinien auffinden, wie aus der folgenden Zusammenstellung zu ersehen ist.

Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandlung v. H. C. Vogel.

Spectrum des Nordlichts.

Fig. 1.

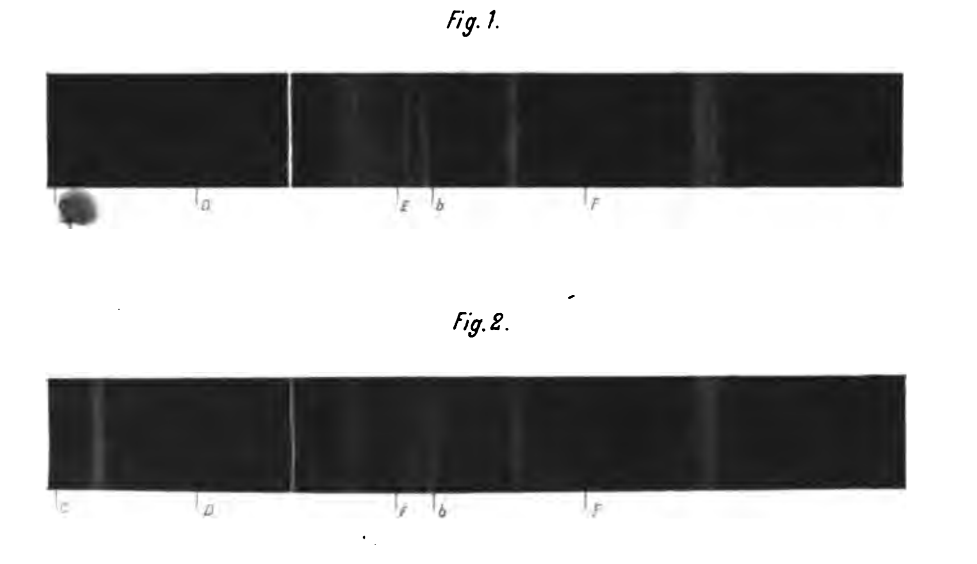
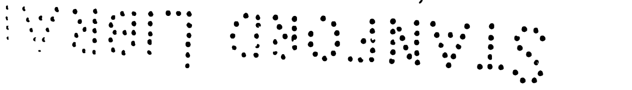


Fig. 2.





Nordlichtlinien. Wellenlänge in milliontel Mllm.	Linien des Eisenspectrums. Wellenlänge in milliontel Mllm.	
629.7	630.08 629.85	Ziemlich hell.
539	539.60 539.22 539.05 538.85	Meist sehr schwach.
523.3	523.43	Sehr schwach.
	523.21	Ziemlich hell.
	522.90	Sehr schwach.
518.9	519.79	Sehr schwach.
	519.40	Sehr schwach.
	519.16	Ziemlich hell.
	519.06	Ziemlich hell.
	518.51	Sehr schwach.
500.4	500.65 500.52 500.49 500.30 500.20	Sehr schwach.
von 469.4 bis 462.9	3 stärkere und 6 sehr schwache Eisenlinien.	

Diese jedenfalls sehr bemerkenswerthe Uebereinstimmung dürfte jedoch nur erst dann als ein vollgültiger Beweis für die Anwesenheit von Eisendämpfen in der Atmosphäre betrachtet werden, wenn es gelungen ist, analoge Modificationen der relativen Helligkeitsverhältnisse im Eisenspectrum durch Temperatur- und Dichtigkeitsänderungen durch Beobachtung nachzuweisen, um auf diese Weise das Auftreten relativ sehr schwacher, dagegen das Fehlen gerade der intensivsten Eisenlinien im Nordlichtspectrum erklären zu können.

Viel wahrscheinlicher wird es daher vorläufig bleiben, das Nordlichtspectrum als eine Modification des Luftspectrums anzusehen, da wir bei Gasen die Veränderlichkeit der Spectra durch Druck- und Temperaturverhältnisse bereits kennen und eine jedenfalls ebenso sichere Uebereinstimmung des fraglichen Spectrums mit den Spectren atmosphärischer Gase weiter oben gezeigt wurde.

F. Zöllner, *Über die spectroskopische Beobachtung der Rotation der Sonne und ein neues Reversionsspectroskop.*

Einer freundlichen Einladung Folge leistend begab ich mich in den Pfingstferien nach Bothkamp bei Kiel, um auf der dortigen für astrophysikalische Untersuchungen glänzend ausgestatteten Privatsternwarte des Kammerherrn *von Bülow* diejenigen Untersuchungen in Angriff zu nehmen, über welche ich die Ehre hatte, vor zwei Jahren der Königlichen Gesellschaft bei Vorzeigung meines Reversionsspectroskopes einige vorläufige Mittheilungen zu machen.

Der in Bothkamp aufgestellte und mit einem vorzüglichen Uhrwerk versehene grosse Refractor von *Schröder* in Hamburg ist nicht nur nach dem Pulkowaer Refractor das grösste Instrument auf dem Continent, sondern nimmt wahrscheinlich unter allen Refractoren von gleicher Grösse durch seine hohe optische und mechanische Vollendung den ersten Rang ein. Herr Dr. *H. C. Vogel.* der Director der Sternwarte und Herr Dr. *Lohse* als Assistent haben sich, entsprechend den wissenschaftlichen Intentionen des Gründers der Sternwarte, die Aufgabe gestellt, die ihnen in so überaus liberaler Weise zur Verfügung gestellten Mittel vorzugsweise im Dienste der Astrophysik zu verwerthen. Als die ersten Früchte dieser verdienstvollen Bestrebungen mögen die folgenden Mittheilungen über die spectroskopische Beobachtung der Sonnenrotation und die obigen Untersuchungen über das Nordlicht von Dr. *Vogel* betrachtet werden.

Das Reversionsspectroskop hatte für den beabsichtigten Zweck einige Abänderungen erhalten, die sich zum Theil auf die Construction selber, zum Theil auf die Art und Weise der Befestigung am Bothkamper Refractor bezogen. Dieselben waren bei meiner Abreise noch nicht ganz vollendet, so dass ich mir das Instrument nachschicken lassen musste. Dasselbe traf am

31. Mai in Bothkamp ein und wurde sofort mit dem Refractor in Verbindung gesetzt. Leider war aber das Wetter während der drei Tage, welche mir für den Aufenthalt in Bothkamp noch übrig blieben, ungünstig. Nur am Abend des 2. Juni gestattete die stellenweis gelichtete Wolkendecke bei tiefem Stande der Sonne wenigstens einen Versuch zu machen. Während ich durch das Spectroskop blickte, stellte *Vogel* mit Hülfe des Suchers den Refractor auf verschiedene Theile der Sonnenscheibe. Ich beobachtete eine kleine Verschiebung der in beiden Spectren zur Coincidenz gebrachten Natronlinien, und ohne von der Lage des Spaltes auf der Sonnenscheibe etwas zu wissen, beantwortete ich stets die Fragen von *Vogel* über den Sinn der Verschiebung in einer der Stelle entsprechenden Weise. Allein schon nach Verlauf weniger Minuten bedeckte sich der Himmel wieder, so dass ich selbst im Wesentlichen unverrichteter Sache heimkehrte und den Herren *Vogel* und *Lohse* mein Instrument zu weiteren Untersuchungen unter günstigeren Verhältnissen überliess.

Zu meiner Freude erhielt ich bereits nach wenigen Tagen einen Brief vom 9. Juni 1871, in welchem mir Herr Dr. *Vogel* Folgendes mittheilt:

»Heute in aller Kürze die Nachricht, dass wir, Dr. *Lohse* und ich, gestern die Verschiebung der Linien durch die Rotation der Sonne mit Hülfe des Reversionsspectroskopes

b e s t i m m t und w i e d e r h o l t

gesehen haben. Messungen mit einiger Sicherheit auszuführen, ist bei der jetzigen Einrichtung des Apparates nicht gut möglich. Vor allem müssen die beiden Spectra vollkommen gleich hell, der Spalt aber so f e i n wie nur i r g e n d möglich gearbeitet sein, da die Querlinien bei so feinen Messungen stören.«

Ein zweiter Brief, vom 14. Juni datirt, enthält folgende Mittheilungen:

»Mit meinem Spectralapparat habe ich — nachdem, wie ich Ihnen schon mittheilte, mit dem Ihrigen die Verschiebung der Linien durch die Rotation der Sonne gesehen worden war — mit Anwendung der 5 stark zerstreuenden, im Kreise stehenden Prismen, die ich vorher auf die Gegend bei *F* gestellt hatte, eine Verschiebung nicht nur gesehen, sondern

auch ihrer Grösse nach geschätzt. Die feine Linie hinter F (Abstand 1,5 Zehnmillionstel Millimeter. Siehe *Ångström's* Atlas) sehe ich etwa halb so weit von der F-Linie abstehen, als die Entfernung der Na-Linien in Ihrem Spectroskop beträgt. $\frac{1}{10}$ dieses Abstandes lässt sich zur Noth noch schätzen. Alle Schätzungen von Dr. *Lohse* und mir geben nicht ganz 0.1 eines Zehnmillionstel Millimeter, was einer Geschwindigkeitsdifferenz der Äquatorialränder von ca. 0.7 Meilen entsprechen würde, während in Wirklichkeit die Drehung 2×0.27, also 0.54 Meilen beträgt. Stellte man das Fernrohr auf den Nord- und Süd-Punct der Sonne, so war keine Verschiebung vorhanden, also auch keine Durchbiegung der einzelnen Theile des Apparates während der Beobachtung. Der Nachweis der Rotation der Sonne mit Hülfe des Spectroskopes ist demnach als sicher zu betrachten. Ich werde übrigens die Versuche mit noch stärkerer Vergrösserung wiederholen.

»Ferner ein zweites, nicht weniger interessantes Factum. Bei einigen Nebelflecken (planetarischen), welche nach andern Beobachtern nur 3 Linien zeigen, konnte ich noch einige Linien mehr finden, davon ist eine, die ich und *Lohse* ganz bestimmt gesehen haben, höchst wahrscheinlich mit der hellsten Nordlichtlinie zusammenfallend. Das würde zu merkwürdigen Schlüssen Veranlassung geben.«

Eine genauere Beschreibung dieser und der später angestellten Beobachtungen giebt Herr Dr. *Vogel* in Folgendem:

Beobachtungen.

»1871 Juni 9. Mit Hülfe Ihres Reversionsspectroskops wurde die Verschiebung der Linien durch die Rotation der Sonne von Dr. *Lohse* und mir entschieden gesehen. Es wurden die Versuche auf folgende Weise angestellt:

Während das Spectroskop mit Hülfe des Uhrwerks auf den einen (vorausgehenden) Sonnenrand gerichtet war, wurde die Coincidenz der D-Linien in den beiden übereinanderliegenden Spectren mit möglichster Schärfe bewerkstelligt, darauf wurde das Uhrwerk angehalten und der Moment des Austritts des zweiten (nachfolgenden) Sonnenrandes beobachtet. Deutlich war die Nichtcoincidenz der D-Linien am zweiten Sonnenrande, bei

allen den sehr zahlreich wiederholten Beobachtungen, wahrzunehmen.

Juni 10 haben wir die Versuche mit unserem sehr stark zerstreuenden Spectroskop von *Schröder*, welches aus 5 Prismen à vision directe und aus ebensovielen im Kreise stehenden Prismen von sehr schwerem Glase besteht, wiederholt. Das Beobachtungsfernrohr vergrösserte neunmal. Im Brennpunkt desselben befand sich eine feine Stahlspitze, welche auf die *F*-Linie oder auf eine sehr feine Linie, etwas brechbarer als *F* (Wellenlänge nach *Ångstr.* 4859.17), eingestellt wurde, während das Spectroskop auf den einen Sonnenrand gerichtet war. Spitze und Linie deckten sich nicht mehr, wenn das Licht von Theilen des anderen Sonnenrandes auf den Spalt fiel. Um Durchbiegungen zu vermeiden, wurde die Vorsicht gebraucht, das Fernrohr festzustellen und durch die tägliche Bewegung das Bild der Sonne vor dem Spalt vorüber gehen zu lassen. Bei Einstellungen in der Nähe des Nord- und Südpols der Sonne, wo keine Verschiebungen zu erwarten waren, blieb die Coincidenz von Spitze und Spectrallinie vollkommen unverändert, und war dies auch ein Beleg dafür, dass bei geringer Bewegung des Refractors etwa stattfindende Veränderungen im Spectralapparat so gering sind, dass sie auf die Beobachtungen ohne Einfluss bleiben.

Juni 11. Die Beobachtungen wurden in derselben Weise angestellt wie am Tag zuvor. Die Grösse der Verschiebung der Linien gegen die Spitze im Brennpunkt des Fernrohrs wurde durch zahlreiche Schätzungen festzustellen versucht, indem der Abstand zweier nahe stehender Linien im Spectrum als Einheit angenommen wurde. Unsere Angaben schwankten zwischen 0.010 und 0.015 Mill. Millim., woraus für die Bewegung eines Punktes des Sonnenäquators eine Geschwindigkeit von 0.42 Meilen in der Secunde folgen würde.

Juni 15. Die Beobachtungen wurden wie früher ausgeführt, nur hatte ich anstatt der Spitze im Beobachtungsfernrohr ein sehr feines Fadenkreuz angebracht und stärkere Vergrösserungen angewandt. Eine 24fache Vergrösserung konnte noch mit Vortheil benutzt werden, es erschienen damit die *Fraunhofer*'schen Linien überaus scharf. In der Nähe der *F*-Linie und der Gruppe *b* habe ich Schätzungen vorgenommen, aus denen sich für die Grösse der Verschiebung 0.008 Mill. Mil-

limeter ergab. Es würde daraus für die Geschwindigkeit der Bewegung eines Äquatorpunktes 0.35 Meilen resultiren. — Auffällig ist es, dass die Beobachtungen stets eine grössere Geschwindigkeit geben, als die aus der bekannten Umdrehungszeit der Sonne berechnete, doch würde es gewagt sein, irgend welche Schlüsse daraus ziehen zu wollen, da einestheils die Schätzungen sehr unsicher, anderntheils die Wellenlängen der einzelnen Linien im Sonnenspectrum nicht so genau bestimmt sind, dass die Unsicherheit, gegen die zu bestimmende Grösse der Verschiebung selbst, verschwindend wird; nur so viel geht aus allen Beobachtungen hervor, dass eine Verschiebung der Linien durch die Rotation der Sonne als mit Sicherheit nachgewiesen zu betrachten ist.«

Im Anschluss an diese Resultate, welche, wie man sieht, dem Reversionsspectroskop für die Zukunft eine sehr ausgedehnte Anwendung für quantitative Bestimmungen im Gebiete der spectralanalytischen Untersuchungen versprechen, erlaube ich mir die Construction eines neuen und wesentlich vereinfachten Reversionsspectroskopes mitzutheilen. Ich habe dasselbe bereits bei der Beschreibung des früher angegebenen Reversionsspectroskopes angedeutet,[1] mich aber seitdem von der practischen Brauchbarkeit derartig überzeugt, dass jenes Princip mit grosser Leichtigkeit für alle spectroskopischen Untersuchungen angewandt werden kann, ohne dass man, wie bisher, Fadenkreuze, Spitzen oder beleuchtete Objecte zur Bestimmung der Lagenverhältnisse von Linien bedarf.

Die hierzu erforderliche Einrichtung des Beobachtungsrohres eines jeden Spectroskopes kann in doppelter Weise hergestellt werden, nämlich:

1. durch das Reversions-Objectiv,
2. durch das Reversions-Ocular.

1. Beschreibung des Reversions-Objectivs.

Das Objectiv des Beobachtungsrohres ist diametral zerschnitten und beide Hälften lassen sich vermittelst Schrauben nur senkrecht zur Schnittlinie verschieben, d. h. also nähern oder entfernen. Vor der einen dieser beiden Objectivhälften ist ein rechtwinkliges Reflexions-Prisma derartig beweg-

[1] Diese Berichte, Sitzung am 6. Februar 1869. p. 78.

lich angebracht, dass die Hypotenusenfläche senkrecht auf der zur Schnittlinie parallelen Ebene und bei normaler Einstellung parallel der optischen Axe des Fernrohres steht. Betrachtet man durch ein mit einem derartigen Objective versehenes Fernrohr irgend einen Gegenstand, so erscheint derselbe in einer zur Schnittlinie des Objectives senkrechten Richtung verdoppelt. Es hängt einerseits von den Dimensionen des betrachteten Objectes, andrerseits von dem Abstande der beiden Objectivhälften ab, ob die beiden Componenten des Doppelbildes sich gerade berühren oder übereinandergreifen oder getrennt von einander sind. Gleichzeitig ist aber diejenige der beiden Componenten bezüglich einer zur Schnittlinie senkrechten Axe umgekehrt, deren Strahlen durch das Reflexionsprisma gegangen sind.

Ersetzt man daher das Beobachtungsrohr irgend eines beliebigen Spectralapparates durch ein derartig eingerichtetes Fernrohr und stellt letzteres so, dass die brechenden Kanten des Reflexions- und Dispersions-Prismas parallel sind, so erhält man bei entsprechend regulirtem Abstande der beiden Objectivhälften zwei dicht aneinandergrenzende Spectra bei entgegengesetzter Richtung der Farbenreihe. Da bei nicht parallelen Strahlen die Divergenz oder Convergenz durch totale Reflexion verändert wird, so muss für solche Fälle zur Herstellung einer gleichen Brennweite der beiden Objectivhälften eine verschiebbare Hälfte einer Linse in dem Beobachtungsrohr angebracht werden.

Wird die Richtung der optischen Axe des Beobachtungsrohres in derselben Weise verändert, wie dies zur Beobachtung verschiedener Theile des Spectrums in der Mitte des Gesichtsfeldes gewöhnlich geschieht, so sieht man die Linien beider Spectra nach entgegengesetzten Richtungen durch das Feld wandern und kann auf diese Weise durch Ablesung des Neigungswinkels bei der Coincidenz derselben Linien in beiden Spectren die Lage derselben ganz wie bei Anwendung von Miren im Gesichtsfelde, aber mit der doppelten Zerstreuungsgrösse und der durch das Princip der doppelten Bilder gesteigerten Genauigkeit ablesen. Differentialbestimmungen kann man ausserdem durch eine sehr feine Verstellung des Reflexionsprismas bewirken.

2. Beschreibung des Reversions-Oculars.

Der Zweck des Reversions-Oculars und das Princip seiner Wirksamkeit sind dieselben wie beim Reversions-Objectiv. Während jedoch das letztere ein zerschnittenes Objectiv voraussetzt, ist dies bei Anwendung des Reversions-Oculars nicht der Fall.

Dasselbe enthält nämlich das bewegliche Reflexionsprisma in entsprechend verkleinertem Massstabe dicht vor der Collectivlinse des Oculars, so dass das Gesichtsfeld zur Hälfte von diesem Prisma verdeckt erscheint und die beiden Spectra auf diese Weise in entgegengesetzter Richtung nebeneinander beweglich sind. Da hier keine parallelen Strahlen auf das Reflexionsprisma fallen, so ist durch die verschiebbare Hälfte eine Concavlinse zwischen dem nicht vom Prisma bedeckten Theile des Oculars für entsprechende Correction der Brennweiten gesorgt.

Die Schärfe der Berührung der beiden Spectra ist beim Reversions-Ocular eine bei weitem geringere als beim Reversions-Objectiv. Man kann diesen Übelstand jedoch durch Anwendung einer Cylinderlinse vor dem Ocular zum Theil beseitigen, wodurch die Linien verlängert werden und gleichzeitig die dunkle Trennung verwaschen wird. — Eine derartige Anwendung von Cylinderlinsen unmittelbar vor dem Oculardeckel erlaube ich mir überhaupt allgemein da vorzuschlagen, wo die durch Staub oder sonstige Ungleichheiten des Spaltes entstehenden Querlinien bei feineren Messungen störend wirken. Diese Linien werden hierdurch ganz verwaschen und verschwinden sogar bei nicht allzugrossen Dicken, während die dazu senkrechten Spectrallinien nichts von ihrer Schärfe einbüssen.



SITZUNG AM 25. JULI 1871.

W. Hankel, *Ueber die Absorption des Lichtes in den eigenen Flammen.*

Wenn man die durch Verdampfen eines Natronsalzes in der Flamme eines *Bunsen*'schen Brenners bei möglichst niedriger Temperatur erzeugte orangegelbe Flamme durch einen sehr vollkommenen Spectralapparat betrachtet, so erscheinen bei sehr grosser Enge des Spaltes die beiden orangegelben Linien ebenso fein, wie die ihnen entsprechenden Linien *D* im Sonnenspectrum. Wird die Temperatur erhöht, so verbreitern sich die beiden Linien zu zwei schmalen leuchtenden Streifen, zwischen denen jedoch selbst bei der stärksten durch die Gasflamme zu erzielenden Erhitzung noch ein dunkler Raum bleibt, der bei seiner kleinsten Ausdehnung ungefähr die halbe Breite eines der hellen Streifen besitzt.[1]

Während nun der heisseste Theil der Flamme Licht von der eben angegebenen Beschaffenheit aussendet, gibt seine minder heisse Umgebung nur Strahlen, welche den beiden feinen vorhin erwähnten orangegelben Linien entsprechen; es steht daher zu erwarten, dass wenn das Licht des heisseren Theiles der Natronflamme durch die weniger erhitzte Umgebung dringt, diejenigen in ihm enthaltenen Strahlen, welche in ihrer Brechbarkeit mit den von dem weniger heissen Theile ausgesandten Strahlen übereinstimmen, mehr oder weniger absorbirt werden; die Absorption dieser letzteren Strahlen wird also den mittleren Theil in den beiden orangegelben Streifen schwächen, und daher in jedem derselben eine dunkle den beiden *D* Linien entsprechende scharfe Linie erzeugen müssen.

In der That lässt sich die eben beschriebene Absorption durch den Versuch nachweisen.

Zur Brechung des Lichtes wende ich ein oder noch besser zwei Prismen aus dem von *Merz* dargestellten sehr bleihaltigen

[1] Der stärker gebrochene Streifen ist etwas breiter als der andere.



Glase, dessen Brechungsindex für die Strahlen D 1,7513 beträgt, an. Das Spectrum oder die hellen Linien werden durch ein von *Fraunhofer* verfertigtes Fernrohr, das ausgezeichnet scharfe Bilder gibt, bei nahe 30facher Vergrösserung beobachtet.

Wird nun in die vor dem Spalte stehende Flamme eines mit einem Schornsteine versehenen *Bunsen*'schen Gasbrenners oder noch besser in die Flamme eines mit Gebläse versehenen (zum Glasblasen dienenden) Gasbrenners eine Perle aus Chlornatrium und kohlensaurem Natron eingetaucht, so zeigt bei starkem Leuchten jeder der beiden verbreiterten orangegelben Streifen in seiner Mitte eine scharfe dunkle Linie. Diese scharfen dunklen Linien entsprechen genau den beiden D Linien im Sonnenspectrum, wie man sich leicht überzeugen kann, wenn man gleichzeitig schwaches Sonnenlicht durch den Spalt einfallen lässt: auf dem mässig erleuchteten Grunde des Sonnenspectrums erscheinen die orangegelben Streifen des Natronlichtes hell, und in ihrer Mitte treten, genau an der Stelle der D Linien, die scharfen dunklen Linien auf.

Wenn das Natronsalz in der Flamme des Gebläses verdampft, so bedarf es einer Schwächung des Sonnenlichtes auf ungefähr $\frac{1}{20}$ seiner Intensität, um die Natronstreifen hell aus dem Grunde des Spectrums hervortreten zu lassen.[1] Bei grösserer Intensität des Sonnenlichtes zeigen sich nur dunkle, etwas verbreiterte Linien; ihre Breite erscheint aber geringer als die der hellen Streifen auf dem Spectrum des stärker geschwächten Sonnenspectrums.

Wenn in der Flamme des Gebläses Chlorlithium verdampft, so vermag ich nur einen schmalen rothen Streifen ohne schwarze Linie in seiner Mitte wahrzunehmen; wird aber bis auf $\frac{1}{20}$ seiner Intensität reducirtes Sonnenlicht zugelassen, so erscheint der Streifen leuchtend auf dem Grunde des Sonnenspectrums, und in seiner Mitte gelingt es eine sehr feine schwarze Linie zu erkennen, welche gleichfalls der Absorption der betreffenden Strahlen in den äusseren weniger erhitzten Schichten ihre Entstehung verdankt.

[1] Die Intensität des Sonnenlichtes reicht dabei noch hin, um die feine in der Mitte der beiden D Linien befindliche Linie des Sonnenspectrums in dem dunkeln Raume zwischen den beiden hellen Streifen der Natronflamme zu erkennen.

Dr. W. Baxt, *Die Reizung der Hautnerven durch verdünnte Schwefelsäure.* Aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig.*

Mit einer Steindrucktafel und einem Holzschnitt.

Seitdem *L. Türk* [1]) sich zur Auslösung der Reflexbewegung beziehungsweise zur Prüfung des Empfindlichkeitsgrades sensibler Flächen einer sehr verdünnten Schwefelsäure bedient hat, ist dieses Mittel sehr häufig in Anwendung gekommen, ohne jedoch jemals eine genauere Untersuchung erfahren zu haben. Bei der geringen Zahl von genau abstufbaren Reizmitteln die uns zu Gebote stehn, und bei der ungenügenden Bekanntschaft mit den Wirkungen der sogenannten chemischen Reize schien es mir keine unnütze Arbeit zu sein, die verdünnte Schwefelsäure nach der genannten Richtung hin genauer zu prüfen.

Das Präparat an welchem dieses geschah war der enthirnte Frosch, und die Aufgabe, deren Lösung ich anstrebte, bestand darin, die Zeit zu ermitteln, welche von der beginnenden Einwirkung verschieden verdünnter Säurelösungen bis zum Eintritt der reflectorischen Zuckung verstreicht. Die Beschränkung auf dieses scheinbar so kleine Gebiet schien mir nicht bloss in Anbetracht meiner geringen Uebung in physiologischen Versuchen, sondern auch aus objectiven Gründen räthlich, weil es vortheilhafter erscheinen dürfte eine der zahlreichen Variationen, welche der Versuch vorschreibt genauer als viele nur vorübergehend zu behandeln. Und trotzdem dass sich meine Aufmerksamkeit nur auf ein kleines Gebiet wendete gelang es nicht auch nur dieses nach allen Richtungen hin zu ergründen; in Anbetracht der Erfolge, die mir die Schwierigkeit der Untersuchung zu erringen verstattete, setze ich das wesentliche Verdienst dieser Mittheilung darin, die wichtige Frage nach der Wirkung chemischer Reizmittel wieder auf die Tagesordnung gebracht zu haben.

---

[1]) Ueber den Zustand der Sensibilität. Zeitschrift d. Gesellschaft Wiener Aerzte. 1850.

Um die Aufgabe, welche oben hingestellt wurde, zu lösen, müssen bei der Ausführung des Versuches die nachstehenden Bedingungen erfüllt sein. Auf die Froschhaut darf ausser dem beabsichtigten Reize kein zufälliger einwirken. — Bei den aufeinanderfolgenden Reizungen durch Lösungen von verschiedenem Säuregehalt muss immer dieselbe Hautstelle getroffen werden. — Vor dem Beginn einer späteren Reizung muss die von der früheren an der Haut haftende Säure möglichst rein abgewaschen und die Haut auf denselben Grad von Trockenheit gebracht werden, der ihr vor Beginn des früheren Versuches zukam. — Das Gewicht, welches der zuckende Schenkel zu heben hat, muss bei allen Reizungen gleich gross sein, damit die Zusammenziehung des Muskels von demselben Grade der Ueber- beziehungsweise der Belastung ausgeht. Allerdings dürften gegen die grossen Zeiträume, welche zwischen dem Eintauchen des Schenkels und dem Beginn seiner Zuckungen verstreichen, diejenigen verschwinden, welche der Muskel mehr verbraucht, je nachdem er seine Contraction vom belasteten oder vom überlasteten Zustande aus beginnt; ohne durch genaue Versuche hierzu autorisirt zu sein, darf man jedoch nicht das Gleiche von den Zeitabschnitten behaupten, welche von den mit den angehängten Gewichten veränderlichen Reizbarkeitsgraden der reflectorischen Centren abhängen. — Die Zeitpunkte endlich, mit denen einerseits das Eintauchen beginnt, beziehungsweise vollendet ist, und in denen andererseits die Zuckung ihren Anfang nimmt, müssen genau bestimmt werden.

Den bis dahin aufgezählten Forderungen ist, wie ich hoffe, durch den auf der Tafel abgebildeten Apparat Genüge geschehen. Bei der Betrachtung der Figur wird man gewahren, dass der enthirnte Frosch desshalb weil er in einem oben bedeckten Glastrichter ruht, überall wohl unterstützt ist, mit Ausnahme des einen Schenkels, welcher aus der unteren Oeffnung des Trichters frei in die Luft herabhängt. In zahlreichen Beobachtungen habe ich mich überzeugt, dass sich das Thier in dieser Stellung stundenlang vollkommen ruhig verhält; durch sie ist keine Veranlassung zur Auslösung einer Zuckung gegeben. Unterhalb des Frosches und zwar so, dass das herabhängende Bein bis zum Fussgelenk in den Hohlraum desselben eintauchen kann, stehen in derselben Horizontalebene zwei Glasgefässe auf den Enden eines gabelförmig getheilten Stabes.

Das eine von ihnen (*a*) ist zu der Aufnahme von Säure, das andere (*b*) zu der von destillirtem Wasser bestimmt; der zwischen den Gläsern stehende Cylinder (*s*) dient als eine Unterlage für einen Bausch trocknen Löschpapiers. Der Stab (*c*), welcher den Stiel für die Zinken *a* und *b* bildet, läuft zunächst horizontal, dann aber biegt er nach unten um. Kurz bevor er dieses letztere thut, geht er durch einen Schlitz (*d*), durch welchen ihm, wenn er seitwärts gedreht werden soll, die Grenzen seiner Bewegung vorgeschrieben sind. Diese sind so bemessen, dass ebensowohl das mit Wasser als das mit Säure gefüllte Glas unter den herabhängenden Froschschenkel gebracht werden kann. Der absteigende Theil des Stabes *c* ist drehbar an einer Hülse befestigt, die über den allgemeinen Träger *t t* gesteckt ist. Unter diese Hülse greift ein Hebel, welcher sie und ebenso das mit dem Spalte *d* behaftete Blättchen in den durch die Ringe (*f*) und (*g*) gesteckten Grenzen auf und ab bewegen kann, wie dieses durch die Stellungen des Hebelgriffes (*e*) und (*h*) in der Zeichnung angedeutet ist. Vermöge dieser Einrichtung gelingt es, den Schenkel in das Bad hinein und aus ihm herauszuführen, ohne dass ihn die Bewegung als solche merklich reizt. Hiervon kann man sich wiederum leicht dadurch überzeugen, dass man den Schenkel abwechselnd in das mit Wasser gefüllte Glas hinein und aus ihm herausführt. Zur Notirung des Zeitpunktes, zu welchem der Schenkel in die Säure eingetaucht und des anderen, in welchem die Zuckung ausgelöst wurde, dient ein hier nicht gezeichnetes Hufeisen, welches durch einen electrischen Strom magnetisirt werden kann, der u. A. durch die Drahtspiralen an den Näpfchenträger (*i*) und den isolirten Träger (*k*) läuft.[1] Der Strom war geschlossen solange (*l*) und *k* bei *i* durch das Quecksilbernäpfchen im Contact waren. Dieser Contact bestand jedoch nur so lange, als die durchbrochene Schale, welche vom Hebelarm *l* in das Glas *a* hinabtauchte, mit einem Gewichtchen beschwert war. Das hierzu nöthige 5 Gr. schwere Gewicht, welches vom Fussgelenk des Frosches an einem dort angenähten Faden herabhing, erfüllte ausserdem noch die Absicht, den Schenkel in einem bestimmten Grad von Streckung zu erhalten, so dass hierdurch der oben aufgestellten Forderung immer gleiche Hautstücke zum

[1] Siehe den in grösserm Maassstabe gezeichneten Theil *l* bis *k*.— Der mit *z* bezeichnete Schraubenkopf ist hier ohne Bedeutung.

Eintauchen zu bringen genügt werden konnte. Der Magnet selbst veranlasste auf bekannte Weise die Notirung einer Marke auf einem abgerollten Papierstreifen. Auf diesem letzteren wurde unabhängig von dem eben erwähnten Apparat jede 0,01 Minute ein Strich aufgezeichnet, so dass der hundertste Theil einer Minute noch unmittelbar abzulesen war. Obwohl die Genauigkeit der Zeitbestimmung für den Eintritt der Zuckungen weit über diese Grenze zu treiben gewesen wäre, so war dieses doch unthunlich für den Beginn der Reizung wegen der relativ geringen Geschwindigkeit, mit welcher das Eintauchen des Schenkels in die Flüssigkeit geschehen konnte. Die Schilderung des Apparates wird trotz ihrer Kürze bei einer genaueren Betrachtung der Zeichnung genügen, um das Verständniss der folgenden Beschreibung seines Gebrauches möglich zu machen.

Nachdem der Frosch in den Trichter gelegt, und das eine der Gläser mit destillirtem Wasser, das andere bis zu einer bestimmten Marke mit der Säure vom gewünschten Concentrationsgrade gefüllt ist, wird das letztere Glas in der tiefsten Stellung des Trägers mit seiner Mitte senkrecht unter das herabhängende Froschbein gesetzt. Von dieser Stellung aus wird das Glas rasch emporgehoben, bis der Hebel *c* die grösste, ihm erreichbare Höhe erlangt hat. In dem Augenblick, in welchem dies geschehen, ist der electrische Strom geschlossen und der Magnetismus des Schreibewerkzeugs entwickelt. Dieser letztere bleibt so lange wirksam, bis durch den Reiz der Säure eine Zuckung ausgelöst ist. In dem Augenblick, in welchem sich der Schenkel erhoben hat, führt man mittelst des Hebels das Säureglas nach unten, dreht das andere mit Wasser gefüllte unter den Froschschenkel und erhebt nun dasselbe, damit von dem eingetauchten Schenkel die anhaftende Säure fortgespült werde. Wenn derselbe unter mehrfachem Auf- und Abbewegen des Glases eine halbe Minute und mehr in dem Wasser verweilt hat, so wird das Glas abermals in die niedrigste Stellung gebracht und der Cylinder (*s*) mit einer mehrfachen Lage weichen Filtrirpapiers bedeckt. Durch Empordrehen des Hebels wird das Papier unter den Fuss des Frosches gebracht, damit es das am Schenkel haftende Wasser in sich aufnehme. Indess setzt man ein anderes Glas mit einer Säure anderen Concentrationsgrades gefüllt an die Stelle des früheren und beginnt nach Ablauf der Zeit, welche man sich als Pause zwischen je zwei

Eintauchungen vorgesetzt hatte, die Reihenfolge der Handgriffe von Neuem.

Nach dieser Mittheilung kehren wir zur Aufzählung der Vorsichtsmassregeln zurück, durch welche die Erfolge der Versuche zu sichern sind. — Dem Frosch, welcher zum Versuche benutzt werden soll, muss das Mark aus bekannten Gründen unterhalb der Rautengrube durchschnitten sein. Während dieser Operation darf keine Blutung eintreten und unmittelbar nach ihr darf der Versuch nicht anfangen, weil auf die Durchschneidung des Markes meist eine ungewöhnlich erhöhte Erregbarkeit zu folgen pflegt. Da diese letztere gewöhnlich erst nach einer Stunde zuweilen auch noch später verschwindet, so ist es geboten, bis zum Verfluss dieser Zeit mit den Beobachtungen innezuhalten. — Die Säuren, welche zur Anwendung kommen sollen, müssen selbstverständlich vor dem Versuche schon vorbereitet sein. Aus einer titrirten Schwefelsäure hatte ich mir eine Reihe von Lösungen hergestellt, welche die nachstehend bezifferten Gehalte besassen:

0,00037	0,00047	0,00059	0,00073
0,00089	0,00107	0,00127	0,00149
0,00173	0,00199	0,00227	0,00257
0,00289	0,00323	0,00352	0,00397

Von jeder der genannten Lösungen stellte ich mir einige Liter her, welche in wohlverschlossenen Glasflaschen aufgehoben wurden. Der Antheil jeder derselben, welcher zu einem Versuche benutzt worden war, ward nach demselben weggegossen, so dass er niemals zum zweiten Male in Anwendung kam. Aus diesem Grunde war ich versichert, nur Säuren von genau bekannter Zusammensetzung angewendet zu haben.

Durch die Erfahrung lernte ich noch einige andere Umstände kennen, welche genau beachtet sein wollen, wenn das gewonnene Resultat nicht mit grossen Unsicherheiten behaftet sein soll. Der erste derselben besteht darin, dass bei Beginn einer Versuchsreihe der Frosch sich der Säure gegenüber anders verhält, als dieses nach mehrmaligem Eintauchen der Fall ist. Die Zeit, welche zwischen dem Eintritt der Säurewirkung und dem der Zuckungen verstreicht, ist jedesmal beim ersten Eintauchen grösser als bei den späteren. Als Beispiel hierfür mögen die folgenden Zahlen dienen, zu welchen zu bemerken ist, dass eine jede der folgenden Reihen einem andern Frosch ent-

nommen ist. Unter der Ueberschrift »Wirkungszeit« ist die Zeit verstanden, welche zwischen dem Beginn des Eintauchens und dem Eintritt der Zuckung gelegen, also diejenige, während welcher die Säure bis zum Beginn der letzteren auf die Haut einwirkte.

Pause zwischen zwei Eintauchungen	Säuregehalt der Tauchflüssigkeit	Wirkungszeit in 0,01 Minuten
4 Minuten	0,00172	1. Eint. 49 2. » 42 3. » 38 4. » 34
4 Minuten	0,00227	1. Eint. 19 2. » 8 3. » 6 4. » 5 5. » 4
3 Minuten	0,00199	1. Eint. 28 2. » 11 3. » 7 4. » 6
2 Minuten	0,00149	1. Eint. 43 2. » 13 3. » 8 4. » 7

Hieraus erkennt man, welch ein grosser Unterschied in der Wirkungszeit der ersten und der späteren Eintauchungen hervortreten kann, zugleich aber auch, dass zwischen der zweiten und dritten und der dritten und vierten noch merkliche Verschiedenheiten bestehen. Erst jenseits einer bestimmten Zahl von Eintauchungen wird die zu einem unveränderlichen Säuregrad zugehörige Wirkungszeit constant, vorausgesetzt, dass der Pause zwischen je zwei Tauchungen ein unveränderlicher Werth gegeben wurde. Geschieht dieses letztere nicht, so kann man auch auf keine in bestimmten Zahlen ausdrückbare Abhängigkeit zwischen dem Säuregrad und der Wirkungszeit rechnen.

Der Einfluss, den die Wiederholung des Eintauchens ausübt, zeigt sich auch darin, dass eine Lösung von geringerem Säuregehalt, deren Anwendung auf die eines stärkeren folgt, in kürzerer Zeit eine Zuckung auslöst, als sie dieses ohne die vorhergegangene Reizung mit einer stärkeren Säure zu thun vermag.

Aus dem soeben Mitgetheilten folgt, dass man während des Versuchs, in welchem der Reihe nach Lösungen von verschiedenem Säuregehalt in Anwendung kommen sollen, die Pausen zwischen je zwei Eintauchungen für die ganze Reihe gleichmachen muss, und ferner, dass der Ausführung einer solchen Reihe ein mehrmaliges Eintauchen in eine mittelstarke Säurelösung vorauszugehen habe, und endlich, dass es gerathen ist, dieselbe Reihe in auf- und in absteigender Ordnung der Säuregehalte vorzunehmen.

Ein Object wie das unsrige mit einer solchen Veränderlichkeit der Bedingungen erfordert viele Versuche, wenn das aus ihnen gewonnene Resultat Zutrauen erwecken soll. Um dieses letztere auch bei dem Leser hervorzurufen, muss es mir gestattet sein, eine grössere Reihe von Zahlen vorzuführen, als dieses sonst zu geschehen pflegt.

Zwischen zwei Eintauchungen Pause von 2 Minuten.

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
I.	0,00257	2½
	0,00227	3½
	0,00199	5
	0,00173	7
15 Minuten	0,00149	20
	0,00127	41
	0,00107	84
	0,00089	186
II.	0,00199	3
	0,00173	4
	0,00149	6
	0,00127	9
210 Minuten	0,00107	14
	0,00089	67
III.	0,00257	4
	0,00227	5
	0,00199	7
	0,00173	10
120 Minuten	0,00149	14
	0,00127	28
	0,00107	108

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
IV.	0,00257	5
	0,00227	7
	0,00199	9
	0,00173	12
75 Minuten	0,00149	16
	0,00127	25
	0,00107	117
	0,00089	—
V.	0,00323	2
	0,00289	3
	0,00257	5
	0,00227	7
300 Minuten	0,00199	10
	0,00173	17
	0,00149	37
	0,00127	129

Zwischen je zwei Untersuchungen Pause von 2,5 Minuten.

Nr. der Beobachtung. Beginn des Versuchs nach Durchschneidung der Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
VI.	0,00127	4
	0,00107	7
	0,00089	10
	0,00073	23
150 Minuten	0,00059	59
VII.	0,00173	3
	0,00149	4
	0,00127	6
	0,00107	9
180 Minuten	0,00089	15
	0,00073	24
	0,00059	54
	0,00047	97
	0,00037	201

Zwischen je zwei Untersuchungen Pause von 3 Minuten.

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0.01 Min.
VIII.	0,00199	2
	0,00173	3
	0,00149	6
	0,00127	13
60 Minuten	0,00107	29
	0,00089	58
	0,00073	116
	0,00059	219
IX.	0,00257	3
	0,00227	4
	0,00199	6
	0,00173	9
210 Minuten	0,00149	15
	0,00127	25
	0,00107	41
	0,00089	129

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
Xª.	0,00149	4
	0,00127	5
	0,00107	8
	0,00089	25
120 Minuten	0,00073	58
	0,00059	123
Xᵇ.	0,00199	5
	0,00173	7
	0,00149	10
	0,00127	15
1200 Minuten	0,00107	23
	0,00089	39
	0,00073	71
	0,00059	143

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
XI.	0,00173	4
	0,00149	6
	0,00127	11
	0,00107	19
120 Minuten	0,00089	37
	0,00073	72
	0,00059	143
XII.	0,00173	5
	0,00149	6
	0,00127	10
	0,00107	16
180 Minuten	0,00089	30
	0,00073	59
	0,00059	97
	0,00047	176
XIII.	0,00257	3
	0,00227	4
	0,00199	6
	0,00173	10
45 Minuten	0,00149	15
	0,00127	21
	0,00107	44
	0,00089	133

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
XIV.	0,00173	4
	0,00149	6
	0,00127	9
	0,00107	15
240 Minuten	0,00089	27
	0,00073	68
	0.00059	197
XV.	0,00257	4
	0,00227	5 1/2
	0,00199	7
	0,00173	10
150 Minuten	0,00149	14
	0,00127	37
	0,00107	70
	0,00089	188
XVI.	0,00289	3
	0,00257	4
	0,00227	6
	0,00199	8
75 Minuten	0,00173	12
	0,00149	28
	0,00127	58
	0,00107	178

Zwischen je zwei Eintauchungen Pause von 1 Minuten.

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
XVII.	0,00289	2 1/2
	0,00257	4
	0,00227	7
	0,00199	16
30 Minuten	0,00173	29
	0,00149	48
	0,00127	79
	0,00107	171

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
XVIII a.	0,00149	3
	0,00127	6
	0,00107	10
	0,00089	17
60 Minuten	0,00073	27
	0,00059	40
	0,00047	78
	0,00037	116
	0,00029	199

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
XVIII b.	0,00257	2
	0,00227	4
	0,00199	8
	0,00173	12
260 Minuten	0,00149	18
	0,00127	30
	0,00107	59
	0,00089	158

Zwischen je zwei Eintauchungen eine Pause von $4\frac{1}{2}$ u. 5 Min.

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
	0,00199	3
XIX.	0,00173	7
	0,00149	18
	0,00127	38
90 Minuten	0.00107	77
	0,00089	197

Nr. d. Beobachtung. Beginn d. Versuchs nach Durchschneidung d. Medulla	Säuregehalt der Lösung	Wirkungszeit der Säure in 0,01 Min.
	0,00289	3
XX.	0,00257	5
	0,00227	8
	0,00199	18
90 Minuten	0,00173	29
	0,00149	48
	0,00127	152

Um die Angaben, die in den vorstehenden Reihen niedergelegt sind, einer leichteren Behandlung unterziehen zu können, habe ich aus ihnen in ein rechtwinkliges Coordinatensystem hinein Curven der Art construirt, dass die Säuregrade auf die Abscisse aufgetragen wurden. Nachdem die von der Beobachtung gelieferten nahe genug aneinander liegenden Höhen der Ordinaten (Wirkungszeiten) gradlinig mit einander verbunden waren, liessen sich für gleiche Abschnitte der Abscisse (sie entsprachen 0,0001tel des Säuregehaltes) die zugehörigen Werthe der Wirkungszeiten ausmessen. Aus später zu erörternden Gründen wurden dann noch die Quotienten ermittelt, welche durch Division je zweier aufeinanderfolgender Wirkungszeiten erhalten werden. Die folgenden Zahlen sind das Ergebniss dieser Operationen. Man beachte bei ihrer Durchsicht dass die Reihen mit

den niedrigsten Säuregehalten beginnen und dass die zweite Stelle des Quotienten unter Berücksichtigung der dritten Stelle abgerundet ist.

Pause von 2 Minuten.

Nr.	Säure-gehalt	Wirkungs-zeit	Quotient
I.	0,0009	179	1.4
	10	125	1.6
	11	78	1.4
	12	56	1.5
	13	38	1.4
	14	28	1.4
	15	19,5	1.4
	16	14	1.6
	17	8,5	1.3
	18	6,5	1.2
	19	5.5	1.1
	20	5	1.1
	21	4.5	1.2
	22	3,8	
II.	0,0090	64	1.8
	10	35	2.8
	11	13	1.2
	12	11	1.3
	13	8,5	1.2
	14	7	1.2
	15	6	1.2
	16	5	1.2
	17	4,3	1.1
	18	3,8	
III.	0,0011	93	1.7
	12	55	2.1
	13	26	1.3
	14	19,5	1.4
	15	14	1.2
	16	12	1.1
	17	10,5	1.2
	18	9	1.1
	19	8	1.1
	20	7	1.1
	21	6,5	1.2
	22	5,5	1.1
	23	5	1.1
	24	4,5	1.1
	25	4	
IV.	0,0011	101	1.8
	12	55	2.3
	13	24	1.2
	14	19,5	1.2
	15	16	1.1
	16	14	1.1
	17	12,5	1.1
	18	11	1.1
	19	10	1.1
	20	9	1.1
	21	8	1.1
	22	7,5	1.1
	23	6,5	1.1
	24	6	1.2
	25	5,2	
V.	0,0013	111	
	14	71	1.9
	15	36	1.3
	16	28	1.4
	17	20	1.3
	18	15,5	1.2
	19	12,5	1.3
	20	9,5	1.1
	21	8,5	1.1
	22	7,8	1.1
	23	7	1.2
	24	6	1.2
	25	5,2	1.1
	26	4,8	1.2
	27	4	1.1
	28	3,5	1.2
	29	3	1.2
	30	2,5	1.1
	31	2,2	1.1
	32	2	

Pause von $2^1/_2$ Minuten.

Nr.	Säure-gehalt	Wirkungs-zeit	Quotient
VI.	0,0006	56	1.9
	7	30	1.7
	8	17,5	1.8
	9	10	1.3
	10	8	1.2
	11	6,5	1.3
	12	5	

Nr.	Säure-gehalt	Wirkungs-zeit	Quotient
VII.	0,0004	174	2,0
	5	88	1,5
	6	52	1,7
	7	30,5	1.5
	8	20	1.4
	9	14,5	1.3
	10	11,5	1.4
	11	8,5	1.3
	12	6,8	1.2
	13	5,5	1.1
	14	5	1.2
	15	4	1.1
	16	3,5	

Pause von 3 Minuten.

Nr.	Säure-gehalt	Wirkungs-zeit	Quotient
VIII.	0,0006	210	1.5
	7	139	1.5
	8	90	1.6
	9	57	1.4
	10	40	1.5
	11	27	1.4
	12	19	1.6
	13	12	1.3
	14	9	1.5
	15	6	1.2
	16	5	1.3
	17	4	2.0
	18	2.5	
IX.	0,0009	125	1.7
	10	75	1.9
	11	39	1.3
	12	31	1.3
	13	24	1.3
	14	19	1.3
	15	15	1.2
	16	12	1.2
	17	10	1.2
	18	8	1.1
	19	7	1.2
	20	6	1.1
	21	5.5	

Nr.	Säure-gehalt	Wirkungs-zeit	Quotient
Xa.	0,0006	119	1.6
	7	72	1.6
	8	44	1.8
	9	24	1.6
	10	15	1.9
	11	8	1.3
	12	6	1.2
	13	5	1.1
	14	4.5	
Xb.	0,0006	140	1.6
	7	85	1.5
	8	57	1.5
	9	38	1.3
	10	29	1.3
	11	22	1.2
	12	18	1.2
	13	14.5	1.2
	14	12	1.2
	15	10	1.1
	16	9	1.3
	17	7	1.1
	18	6.5	1.2
	19	5.6	

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Quotient
XI.	0.0006	138	1.6
	7	85	1.5
	8	57	1.6
	9	36	1.4
	10	26	1.4
	11	18	1.3
	12	13.5	1.3
	13	10.5	1.3
	14	8	1.3
	15	6	
XII.	0.0005	156	1.6
	6	95	1.4
	7	67	1.5
	8	46	1.6
	9	29	1.4
	10	21.5	1.4
	11	15.5	1.3
	12	12.0	1.3
	13	9.5	1.3
	14	7.5	1.3
	15	6	1.4
	16	5.5	1.1
	17	5.0	
XIII.	0.0009	130	1.6
	10	79	2.0
	11	40	1.4
	12	29	1.4
	13	20	1.2
	14	17.5	1.2
	15	14.8	1.2
	16	12.8	1.1
	17	11.8	1.0
	18	9	1.3
	19	7	1.2
	20	6	1.2
	21	5	1.1
	22	4.5	

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Qnotient
XIV.	0.0006	188	1.9
	7	99	2.0
	8	50	1.9
	9	26.5	1.4
	10	19.5	1.4
	11	14.0	1.2
	12	11.5	1.3
	13	9.0	1.2
	14	7.5	1.2
	15	6	1.2
	16	5	
XV.	0.0009	180	1.6
	10	115	1.8
	11	65	1.4
	12	48	1.4
	13	33.5	1.5
	14	23.0	1.3
	15	14	1.2
	16	12	1.2
	17	10	1.1
	18	9	1.1
	19	8	1.1
	20	7	1.1
	21	6.5	1.1
	22	6.0	
XVI.	0.0011	159	1.6
	12	97	1.8
	13	54	1.4
	14	40	1.5
	15	27	1.3
	16	20.5	1.5
	17	14	1.3
	18	11	1.2
	19	9	1.2
	20	7.5	1.1
	21	7	1.2
	22	6	1.1
	23	5.5	1.1
	24	5.0	1.3
	25	4	1.1
	26	3.8	

Pause von 4 Minuten.

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Quotient
XVII.	0.0011	158	1.4
	12	112	1.6
	13	75	1.2
	14	61	1.3
	15	47	1.2
	16	39	1.3
	17	31	1.2
	18	25.5	1.2
	19	20.5	1.3
	20	15.5	1.2
	21	12.5	1.3
	22	9.5	1.4
	23	7	1.2
	24	6	1.2
	25	5	1.3
	26	4	
XVIII[a]	0.0003	188	1.8
	4	105	1.5
	5	68	1.8
	6	39	1.3
	7	30	1.3

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Quotient
	0.0008	22.5	1.4
	9	16.5	1.3
	10	12.5	1.4
	11	9	1.3
	12	7	1.4
	13	5	1.2
	14	4	
XVIII[b]	0.0009	152	1.6
	10	96	1.8
	11	54	1.4
	12	40	1.4
	13	28.5	1.2
	14	23.3	1.3
	15	18	1.2
	16	15.5	1.0
	17	14.8	1.3
	18	11	1.2
	19	9.2	1.2
	20	7.5	1.2
	21	6	1.3
	22	4.6	

Pause von $4\frac{1}{2}$ und 5 Minuten.

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Quotient
XIX.	0.0009	189	1.6
	10	120	1.7
	11	70	1.4
	12	51	1.5
	13	35	1.4
	14	25.5	1.5
	15	17	1.4
	16	12.5	1.6
	17	8	1.3
	18	6	1.3
	19	4.5	

Nr.	Säuregehalt	Wirkungszeit	Quotient
XX.	0.0013	136	1.5
	14	90	1.9
	15	47	1.2
	16	39	1.3
	17	31	1.2
	18	25.5	1.2
	19	21.5	1.2
	20	17.5	1.3
	21	14	1.3
	22	10.5	1.3
	23	8	1.2
	24	6.5	1.1
	25	5.8	1.2
	26	5	1.3
	27	4	

Den Versuch, den Inhalt dieser Zahlen in Worten darzustellen, beginne ich mit der Bemerkung, dass eine Lösung von einem Säuregehalt der unter 0,0003 liegt, keine Zuckung mehr hervorrufen könne, wie lange auch der Schenkel in sie eingetaucht sei, und dass bei einem Säuregehalt von 0,003 der Aufenthalt von etwa einer Secunde zur Erzeugung der Zuckungen hinreiche. Diese Säuregrade liegen in den Grenzen, welche auch den natürlichen Säften des thierischen Organismus zukommen, denn es enthält ja, wie bekannt, der Magensaft etwa 0,002 freier Salzsäure.

Aus diesem Grunde ist es von vorne herein wahrscheinlich, dass selbst die höheren der genannten Säuredichtigkeiten nicht mehr ätzend wirken, was denn auch durch den Versuch insofern bestätigt wird, als ein vielmals wiederholtes Eintauchen weder nachtheilige Folgen für das Gewebe der Haut erkennen lässt, noch auch die Reizbarkeit ihrer Nerven herabsetzt.

Die ganze 0,0027 umfassende Scala der Säure wird jedoch in keinem Fall von einem einzigen Frosche ausgefüllt. Die sämmtlichen von mir beobachteten theilen sich vielmehr in dieselbe, woraus dann folgt, dass wenn die Grenze der Concentration, welche eben noch zur Erzeugung einer Zuckung genügt, für ein Individuum beziehungsweise für einen Zustand desselben tiefer liegt, als für einen anderen, dieses auch mit der Stufe unserer Scala der Fall ist, welche in der kürzesten Zeit die Zuckung hervorruft. Ermittelt man den Umfang der Scala den der einzelne Versuch umspannt, so findet man ihn in der Regel zwischen zehn und sechszehn Zehntausendsteln schwankend und nur selten auf zwanzig Zehntausendstel steigend. Der Grund dafür, dass in dem einen Falle Verdünnungen wirksam sind, die sich in einem anderen als unwirksam erweisen, kann wohl zum Theil in dem Verhältniss des eingetauchten Hautstückes zur Grösse des Gesammtfrosches liegen, zum Theil findet er aber hierin seine Erklärung nicht. Dieses geht aus der Vergleichung der Beobachtung XVIII[a] mit XVIII[b] hervor, die an demselben Frosche zu verschiedenen Zeiten angestellt sind. Zweifelhaft bleibt es, ob Veränderungen in der Durchlässigkeit der Haut oder in der Beweglichkeit der Nervenmassen die Ursachen abgeben.

Abgesehen von den Abweichungen, welche die einzelnen Beobachtungen in Rücksicht auf die absoluten Werthe der wirk-

samen Säuregrade darbieten, besteht zwischen ihnen eine grosse Aehnlichkeit, insofern als sich jedesmal die Zeit, welche zwischen dem Eintauchen und dem Beginn der Zuckung verstreicht (Wirkungszeit) vermindert, wenn der Säuregehalt in der Lösung zunimmt.

Untersucht man die Abhängigkeit der Wirkungszeit von dem Säuregrad, so stellt sich zunächst heraus, dass zwischen beiden Werthen keine directe Proportionalität existirt. Wäre dies der Fall, so müssten innerhalb einer Reihe die Producte aus je zwei zusammengehörigen Werthen des Säuregrades und ihrer Wirkungszeit gleich oder mindestens nahezu gleich sein, eine Annahme, die niemals eintrifft. Die Erfahrung, dass die Curve der Wirkungszeiten aufgetragen über die Abscisse der Säuregrade sich niemals auch nur entfernt einer Hyperbel anschliesst, beleuchtet die Ursachen der mit dem zunehmenden Säuregrad abnehmenden Wirkungszeit auf eine eigenthümliche Weise. Der Vorgang, durch welchen die Säure zu der Nervenflüssigkeit gelangt, geschieht offenbar nach den Regeln der Diffusion. Diesen entsprechend richtet sich die Geschwindigkeit des Stroms nach dem Dichtigkeitsunterschiede der bewegten Flüssigkeit diesseits und jenseits der Scheidewand, die hier durch die Epidermis dargestellt ist. Da nun jedesmal, so oft die Wirkungszeit nur Zehntel bis Hundertstel einer Minute beträgt, die in die Nervenflüssigkeit übergegangene Säuremenge nur verschwindend klein sein kann, so wird auch innerhalb der bezeichneten Grenzen die Diffusionsgeschwindigkeit der Säure proportional ihrer Dichtigkeit in der umspülenden Lösung zu setzen sein; mit anderen Worten, es müssten, damit jedesmal gleichviel Säuretheilchen bei verschiedenen Dichtigkeitsgraden der umspülenden Flüssigkeit durch die Epidermis hinübergeführt werden, die Zeiten in demselben Verhältniss abnehmen, in welchem die Säuregrade zugenommen haben. Da sich gegen die Richtigkeit dieser Betrachtung nichts einwenden lässt, so folgt hieraus, dass die Erregung, welche eine Zuckung auslöst, nicht abhängig ist von der übergetretenen Säuremenge als solcher, gleichgiltig, ob man sich vorstellen wollte, dass die die Nerven umgebende Flüssigkeit einen gewissen Concentrationsgrad an Säure besitzen müsse, um erregend zu wirken oder aber, dass der Nerv eine gewisse Zahl zeitlich hintereinander folgender Stösse von Seiten der Säure zu empfangen habe, um in Erregung zu gerathen.

Anstatt der so eben zurückgewiesenen Vorstellung lässt sich nun bei Betrachtung der Thatsachen eine andere ableiten. Um den Sinn derselben, und die Stütze die sie in den Beobachtungen findet zu erkennen, bedient man sich am besten der Quotienten, welche in den Zahlenreihen auf Seite 319 bis S. 322 enthalten sind. Diese Quotienten entstanden, wie man sich erinnern wird, aus der Division je zweier Wirkungszeiten, die in derselben Reihe in unmittelbarer Nachbarschaft stehen; sie gehören also Eintauchungen in Lösungen an, deren Säuregehalte um 0,0001 von einander verschieden sind. Sowie man diese Quotienten betrachtet, wird man sogleich finden, dass sie ausnahmslos an dem unteren Ende jeder Reihe, wo der absolute Werth der Säuredichtigkeit ein grösserer geworden ist, kleiner sind als am oberen Ende jener Reihe bei absolut geringerer Concentration der sauren Lösung. Die fortschreitende Zergliederung führt dann weiter zu der Erkenntniss, dass nahezu jede der mitgetheilten Curven Abschnitte aufweist, in welchen die Quotienten aus den auf gleiche Unterschiede der Säuredichtigkeit errichteten Ordinaten unverändert bleiben. Da man aber der Genauigkeit der Versuche nicht zu nahe tritt durch die Annahme, dass Abweichungen von weniger als einem Zehntel des ganzen Werthes der Quotienten in die Grenzen der Fehler fallen, so wird es auch erlaubt sein Quotienten die nur mit dieser Abweichung behaftet sind als gleichwerthige anzusehen. Unter dieser Concession nehmen nun aber die Abschnitte der Beobachtungen, in welchen die der Reihe nach auf einander folgenden Quotienten ihren Werth unverändert beibehalten, sehr häufig mehr als die Hälfte der ganzen Curve ein. Diese Abschnitte gehören somit logarithmischen Curven an, denn ihre Ordinaten (die Wirkungszeiten) wachsen in geometrischer Progression während die Abscissen (die Säuregrade) in arithmetischer fortschreiten. — An dieses einer logarithmischen Curve angehörige Stück schliessen sich und zwar meist nach der Seite der geringeren Säuregrade andere an, die allerdings mit Coefficienten behaftet sind, durch welche sie als Theile einer andern Curve gekennzeichnet werden; aber auch für sie gilt die Regel, dass die Ordinaten weit rascher als die Abscissen wachsen.

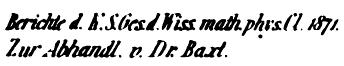
Da sich das soeben Mitgetheilte in den vorgeführten Zahlenreihen deutlich ausprägt, so dürfte der Bequemlichkeit der Leser

Erregungscurve des Sehnerven abliefe, so würde man, wie leicht ersichtlich, je nach der Disposition über die Zeiten, in welchen die Säuretheilchen aufeinander folgen, auch noch erklären können, weshalb die Wirkungszeiten gleicher Unterschiede des Säuregrades bei verschiedenen absoluten Werthen der Dichtigkeit sich so verhalten müssen, wie es der Erfahrung nach der Fall ist, beziehungsweise, warum sich der Quotient der auf der Abscisse fortschreitenden Wirkungszeiten ändern muss.

Von dem soeben gegebenen Versuche, die Erscheinung zu erklären, wird selbstverständlich die Thatsache nicht gedeckt, welche zu Tage tritt bei der in minutenlangen Zwischenräumen wiederholten Anwendung derselben Säurelösung. Für diesen Fall, in welchem bei der zweiten Eintauchung eine kürzere Wirkungszeit nothwendig war als bei der ersten, kann wegen der langen Zwischenzeiten die Erklärung nicht darin gefunden werden, dass eine von dem ersten Angriff der Säure eingeleitete Bewegung bei der Ankunft der zweiten Säuremasse noch fortbestanden habe, die nun durch die zweite Eintauchung gesteigert worden sei. Insofern die Ursache hierfür überhaupt im Nervengewebe selbst ruht, hat die andere Annahme einige Wahrscheinlichkeit für sich, dass die Nervenmasse, sei es in Folge der vorhergegangenen Bewegung, oder der durch die Säure veränderten Zusammensetzung ihre Beweglichkeit bez. ihre Erregbarkeit gesteigert habe.

Die einzelnen Thiere bieten nicht unbeträchtliche Verschiedenheiten, wenn man sie mit Rücksicht auf die Wirkungszeiten bei gleichem Säureintervall und auf die Lage und Ausdehnung der wirksamen Säurescala vergleicht. Diese Abweichungen versprechen wie es scheint mancherlei Aufschlüsse, für deren Gewinnung aber erst Hoffnung ist, wenn man die Wirkung der Säure auf ein anderes Reizungs-Maass zurückgeführt hat. Dieses zu thun behalte ich mir vor.




Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandl. v. Dr. Baxt.

F. **Zöllner**, *Über das Nordlicht in seiner Beziehung zur Wolkenbildung.*

A. v. Humboldt schliesst die Beschreibung eines Nordlichtes mit folgenden Worten: [1])

»Es bleibt oft zuletzt von dem ganzen Schauspiel nur ein weisses, zartes Gewölk übrig, an den Rändern gefiedert oder in kleine rundliche Häufchen (als cirro-cumulus) mit gleichen Abständen getheilt.

Dieser Zusammenhang des Polarlichtes mit den feinsten Cirrus-Wölkchen verdient eine besondere Aufmerksamkeit, weil er uns die electro-magnetische Lichtentwickelung als Theil eines meteorologischen Processes zeigt.« . . .

»Die Wolken ordneten sich bisweilen schon bei Tage auf eine ähnliche Art als die Strahlen des Nordlichtes, und beunruhigten dann wie diese die Magnetnadel. Nach einem grossen nächtlichen Nordlichte erkannte man früh am Morgen dieselben aneinander gereihten Wolkenstreifen, welche vorher leuchtend gewesen waren. [2]) Die scheinbar convergirenden Polarzonen (Wolkenstreifen in der Richtung des magnetischen Meridians), welche mich auf meinen Reisen auf der Hochebene von Mexico wie im nördlichen Asien anhaltend beschäftigt haben, gehören wahrscheinlich zu derselben Gruppe der Tageserscheinungen.«

---

[1]) Kosmos V. Bd. I. p. 204 ff.

[2]) *John Franklin*, Narrative of a Journey te the shores of the Polar Sea in the years 1819—1822 p. 552—597.

Thienemann, Edinburgh Philos. Journal Vol. XX. p. 366.

Farquharson, a. a. O. Vol. VI. p. 392.

Wrangel, Phys. Beob. p. 59.

Parry, Journal of a second Voyage, performed in 1821—1823. p. 156.

In einer Anmerkung hierzu (a. a. O. 441) bemerkt *Humboldt* noch Folgendes:

»Ich habe nach der Rückkunft von meiner amerikanischen Reise die aus zarten, wie durch Wirkung abstossender Kräfte sehr gleichmässig unterbrochenen Wolken-Häufchen (cirro-cumulus) als Polarstreifen (bandes polaires) beschrieben, weil ihre perspectivischen Convergenz-Puncte meist anfangs in den Magnetpolen liegen, so dass die parallelen Reihen der Schäfchen dem magnetischen Meridiane folgen. Eine Eigenthümlichkeit dieses räthselhaften Phänomens ist das Hin- und Herschwanken, oder zu anderer Zeit das allmälige Fortschreiten des Convergenz-Punctes. Gewöhnlich sind die Streifen nur nach Einer Weltgegend ganz ausgebildet, und in der Bewegung sieht man sie, erst von S. nach N., und allmälig von O. nach W. gerichtet. Veränderten Luftströmen in der obersten Region der Atmosphäre möchte ich das Fortschreiten der Zonen nicht zuschreiben. Sie entstehen bei sehr ruhiger Luft und grosser Heiterkeit des Himmels, und sind unter den Tropen viel häufiger als in der gemässigten und kalten Zone. Ich habe das Phänomen in der Andeskette fast unter dem Äquator in 14000 Fuss Höhe, wie im nördlichen Asien in den Ebenen zu Krasnojarski, südlich von Buchtarminsk, sich so auffallend gleich entwickeln sehen, dass man es als einen weitverbreiteten, von allgemeinen Naturkräften abhängigen Process zu betrachten hat. Vergl. die wichtigen Bemerkungen von *Kämtz* (Vorlesungen über Meteorologie 1840. S. 146) wie die neueren von *Martius* und *Bravais* (Météorologie 1843 p. 117). Bei Süd-Polarbanden, aus sehr leichtem Gewölk zusammengesetzt, welche *Arago* bei Tage den 23. Juni 1844 zu Paris bemerkte, schossen aus einem von Osten gegen Westen gerichteten Bogen dunkle Strahlen aufwärts. Wir haben schon oben (S. 156) bei nächtlich leuchtenden Nordpolarlichtern schwarzer, einem dunklen Rauch ähnlicher Strahlen erwähnt.«

Der im Vorstehenden ausgesprochene Zusammenhang zwischen dem Aussehen und der örtlichen Vertheilung gewisser Wolkenbildungen ist seit jener Zeit von zahlreichen andern Beobachtern bestätigt worden, ohne dass, so weit mir bekannt, eine einfache und allgemein durchgreifende Erklärung

dieser scheinbar so räthselhaften Beziehung versucht worden wäre.

Nach meiner Meinung dürfte die Ursache dieses Phänomens in den Störungen des aërostatischen Gleichgewichtes zu suchen sein, welche nothwendig in den oberen Regionen der Atmosphäre durch die Temperaturerhöhung beim electrischen Ausgleichungsprocess des Nordlichtes stattfinden.

Man hat mit Recht die Streifenbildung und die Undulationen der Strahlen des Nordlichtes mit der sogenannten Schichtung des electrischen Lichtes in luftverdünnten Räumen verglichen. Was nun auch die Ursache dieser Schichtung sein mag, man ist jedenfalls zu der Voraussetzung genöthigt, dass zwischen den hellen und dunklen Schichten Unterschiede der Temperatur, der Dichtigkeit oder am wahrscheinlichsten beider Eigenschaften zugleich stattfinden. Diese Verschiedenheit bedingt aber nothwendig eine Störung des aërostatischen Gleichgewichtes in derjenigen Schicht, in welcher derartige Processe stattfinden. Es müssen folglich an den höher erhitzten Stellen aufsteigende, an den kühleren Stellen absteigende Luftströme stattfinden, so dass man in abwechselnder Nebeneinanderlagerung verschieden nach oben oder unten gerichtete Luftströme hat, deren räumliche Verhältnisse lediglich durch die uns sichtbare Verschiedenheit der electrischen Glühprocesse des Nordlichtes bedingt sind.

Die angedeuteten Gleichgewichtsstörungen bleiben nun aber vermöge der Continuität der Atmosphäre nicht nur auf diejenige Schicht beschränkt, in welcher sie erzeugt werden, sondern sie müssen sich nothwendig sowohl den darüber befindlichen kälteren als auch den darunter befindlichen wärmeren Luftschichten bis zu einem gewissen Grade mittheilen. Hierdurch dringen an den Stellen der absteigenden Ströme kältere Luftmassen aus oberen Regionen in tiefere und wasserdampfreichere wärmere Schichten. Je nach dem Sättigungsgrad dieser Schichten und der Stärke der Gleichgewichtsstörung sind demnach hier die Bedingungen zur Wolkenbildung durch absteigende kältere Luftströme gegeben. An den Stellen, wo aufsteigende Luftströme entstehen, werden durch Aspiration der tieferen Schichten Luftmassen in höhere Regionen gehoben, so dass auch an diesen Stellen die Möglichkeit zur Cumulusbildung durch den aufsteigenden Luftstrom gegeben ist. Es ist eine

bekannte Thatsache, dass sehr häufig kurz nachdem die Entwickelung eines intensiven Nordlichtes bei vollkommen heiterem Himmel stattgefunden hat, denselben ein dichter Wolkenschleier überzieht.

Ich erkläre mir diese Erscheinung durch die soeben entwickelten Verhältnisse.

Es ist klar, dass die Gunst der Bedingungen zur Wolkenbildung beim aufsteigenden Strome im Allgemeinen verschieden sein wird von der Günstigkeit dieser Bedingungen beim absteigenden Strome. Es werden diese Umstände sowohl von der Stärke der erfolgten Gleichgewichtsstörungen als auch von dem jeweiligen Sättigungsgrade der bewegten Luftmassen abhängen. Hieraus folgt, dass die Wolkenbildung an den verschieden erhitzten und verschieden dichten Stellen eine verschiedene sein, und daher die Lage der in der angedeuteten Weise erzeugten Wolken im Allgemeinen mit den Richtungen und der Lage der electrischen Lichtprocesse in der Atmosphäre übereinstimmen wird. Dass zur Entwickelung dieser Wolkenbildungen durch die vorerwähnten Ursachen im Übrigen eine möglichst grosse Ruhe in den oberen Regionen der Atmosphäre herrschen und die Form der hierbei gebildeten Wolken, in demselben Masse als dies der Fall ist, den Cumulus-Character annehmen wird, folgt aus den meteorologisch festgestellten Bedingungen für analoge Bildungen beim aufsteigenden Luftstrom.

SITZUNG AM 20. OCTOBER 1871.

G. Wiedemann und **R. Rühlmann**, *Über den Durchgang der Electricität durch Gase.*

§. 1. Einleitung.

Bestehen in zwei benachbarten Körpern, welche durch Zwischenmittel von einander getrennt sind, electrische Differenzen, so können sich dieselben in zwei wesentlich verschiedenen Arten mit einander ausgleichen, von denen die eine durch die Stetigkeit des Processes, die andere durch die Discontinuität desselben characterisirt ist.

Die erste Art der Entladung zeigt sich, wenn die Ausgleichung der electrischen Differenz durch einen Leiter geschieht, die zweite, wenn das Zwischenmittel ein Nichtleiter ist. Vorgänge der letztgenannten Art sind die Uebergänge der Electricitäten in Form von Funken, Büscheln und Glimmlicht. An irgend einer Stelle erreicht die electrische Spannung ein gewisses Maass, dann erfolgt ein fast momentaner Uebergang einer grösseren Menge Electricität. Wenn die Spannung wieder nahezu die vorige Grösse erreicht hat, erfolgt der nämliche Vorgang von Neuem u. s. f.

Schon lange weiss man, dass die zwischen Electroden in der Luft übergehenden Funken discontinuirliche Entladungen vermitteln. Dass auch die Büschelentladung auf einem ähnlichen Vorgange beruht, konnte man schon daraus entnehmen, dass nicht selten beim Ausströmen von Electricität aus Spitzen ein Ton vernommen wird, ein Beweis, dass hier ein Process vor sich

geht, der sich mit grosser Geschwindigkeit periodisch wiederholt. Beobachtet man die Bilder der electrischen Büschelentladung, wie sie vorzugsweise an einer mit dem positiven Conductor der Electrisirmaschine verbundenen Electrode in der Luft auftreten, in einem rotirenden Spiegel, so erscheinen sie als eine Reihe scharf gezeichneter, baumartig verästelter Entladungen, welche von einander vollständig geschieden sind und sich ziemlich regelmässig einander folgen. Diese Erscheinungen sind schon von *Faraday* und *Wheatstone* [1]) beobachtet worden. Auch das Glimmlicht, jenes phosphorische Leuchten, welches sich vorzugsweise, wenn auch nicht ausschliesslich, an dem negativen Conductor der Electrisirmaschine zeigt, lässt sich im rotirenden Spiegel in eine schnelle Aufeinanderfolge einzelner Entladungen auflösen.

Die Entladungen durch Büschel und Glimmlicht in atmosphärischer Luft von gewöhnlicher Dichtigkeit finden zwar zum grossen Theil in der die electrisirte Electrode umgebenden Luft selbst statt, wie die Untersuchung des Spectrums derselben ergiebt, meist tritt aber auch, namentlich bei der Büschelentladung noch eine Fortschleuderung glühender, von der Electrode fortgerissener Metalltheilchen hinzu, so dass das Phänomen sich weniger einfach gestaltet. Zudem ist die Erscheinung nicht in dem Maasse regelmässig, dass eine genauere Untersuchung zuverlässige Resultate verspricht. Stellt man indess zwei, durch eine constante Electricitätsquelle entgegengesetzt geladene Electroden von verschiedenem Stoff in hinlänglich verdünnten Gasen einander gegenüber, so verschwindet das Losreissen der Metalltheile von den Electroden und die Unregelmässigkeiten werden völlig beseitigt. Vielfach hat man angenommen, die verdünnten Gase verhielten sich wie schlechte Leiter; man hat geglaubt, dass die Entladungen continuirlich vor sich gingen, und die Gase beim Durchgang der Electricität wie metallische Leiter heiss und leuchtend würden. Man hat demnach versucht, den electrischen Leitungswiderstand verdünnter Gasschichten, z. B. in *Geissler*'schen Röhren, ganz ähnlich zu messen, wie den der metallischen Leiter und aus den Stromintensitäten, welche man in den Zuleitungsdrähten zu einem *Geissler*'schen Rohr, so wie in metallischen Nebenleitungen zu einzelnen Längstheilen

[1]) *Faraday*. Exp. Res. 1431 u. folgde. *Wheatstone*, Phil. Trans. 1835 pt II p. 583; Pogg. Ann. Bd. XXXIV. pag. 468. 1835.



der Röhren beobachtete, auf die Widerstände einzelner Theile der verdünnten Gasschichten während der Entladung zu schliessen.[1] Indess schon einige frühere Versuche des einen von uns (*G. Wiedemann*) hatten gezeigt, dass die in einer engen *Geissler*'schen Spectralröhre durch die Ströme eines Inductoriums in der Zeiteinheit erzeugten Wärmemengen viel eher direct den Stromintensitäten proportional seien, als den Quadraten derselben, wie das für die continuirliche Entladung in metallischen Leitern aufgestellte *Joule*'sche Gesetz erfordert. Auch ergiebt die Beobachtung der *Geissler*'schen Röhren in einem Spiegel, der um eine der Röhre parallele Axe rotirt, zweifellos, dass hierbei die Entladungen discontinuirlich sind, selbst wenn man statt der in Stärke und Richtung alternirenden electromotorischen Kraft des Inductionsapparates eine constant wirkende Electricitätsquelle, wie z. B. eine Electrisirmaschine, zur Erzeugung der Spannungsdifferenz an den Electroden des Rohres verwendet. Auch bei den schwächsten verwendbaren Drucken (bis zu $^1/_4$ mm Quecksilberdruck) konnten im rotirenden Spiegel viele scharfgezeichnete, deutlich von einander getrennte Einzelbilder der Röhre erkannt werden, so dass auch hier einzelne, äusserst kurze Zeit andauernde und von einander durch Zwischenräume geschiedene Entladungen erfolgen. Die späteren Messungen ergaben, dass die Erscheinungen in den *Geissler*'schen Röhren ziemlich complicirten Gesetzen unterworfen sind, da augenscheinlich die auf der schlecht leitenden inneren Glaswand sich anhäufenden Electricitäten auf die zwischen den Electroden stattfindenden Entladungen zurückwirken. Um desshalb möglichst einfache Resultate zu erhalten, wurde zunächst die Entladung der Electricitäten zwischen kugelförmigen Metallelectroden in einem grösseren, mit verdünnten Gasen erfüllten Metallgefässe untersucht. Es handelte sich hierbei namentlich darum, die relativen Electricitätsmengen zu messen, welche unter verschiedenen Umständen erforderlich sind, um eine Entladung in verdünnten Gasen hervorzurufen.[2]

---

1) *Morren*, Ann. de Chim. et Phys. (4) T. IV. p. 325. 1865. Pogg. Ann. Bd. CXXX. S. 612. *de la Rive*. Compt. Rend. T. VI. p. 669. 1863. Archives de Gen. Nouv. Sér. T. XVII. p. 58; vgl. auch *Hittorf*, Pogg. Ann. Bd. CXXXVI. S. 201. 1869. etc.

2) Der experimentelle Theil dieser Untersuchung wurde schon in den Jahren 1869 und 1870 im physikalischen Cabinet zu Carlsruhe ausgeführt.

§. 2. Beschreibung des Apparates.

Der hierzu angewendete Apparat ist Taf. I Fig. II übersichtlich dargestellt. Er besteht im Wesentlichen aus folgenden Theilen.

1) dem eigentlichen Entladungsapparat (I),
2) der zur Entleerung desselben dienenden Quecksilber-Luftpumpe (II),
3) einer zu einem Gasbehälter führenden Röhrenleitung (III),
4) 5) einer *Holtz*'schen Electrisirmaschine (IV), deren Scheibe durch eine besondere Drehvorrichtung (V) in Rotation versetzt wurde,
6) einem Metronom (VI), um die Umdrehungszahl der Scheibe zu messen,
7) 8) einer heliometerartigen Vorrichtung (VII), vermittelst deren in einem rotirenden Spiegel (VIII) die Abstände der einzelnen Entladungen gemessen wurden,
9) einem Galvanometer, zu welchem eine Drahtleitung (IX) führte, um die Menge der in der Zeiteinheit den Entladungsapparat durchfliessenden Electricität zu messen.

In Fig. I ist der Entladungsapparat (I) nebst der heliometrischen Vorrichtung (VII), sowie der rotirende Spiegel (VIII) besonders abgebildet.

Der Entladungsapparat bestand aus einem Cylinder *A* von starkem Messingblech von 12^{ctm} Durchmesser und 16^{ctm} Länge, welcher beiderseits durch zwei Halbkugeln von Messing geschlossen war. Die Halbkugeln trugen zwei Tubuli, *B* und *C*, in welche vermittelst durchbohrter Kautschukstöpsel die Electroden eingesetzt wurden. Dieselben bestanden aus verschieden grossen Metallkugeln von verschiedenem Stoff, welche an Stahldrähte von 1^{mm} Dicke angeschraubt waren. Die Drähte waren mit Glasröhren umgeben, welche an den Kugeln ganz fein ausgezogen waren, so dass sie sich daselbst unmittelbar an den Draht anlegten. Die Kautschukstöpsel wurden mittelst eines aus Wachs, Colophonium und Terpentin bestehenden, nicht zu harten Kittes luftdicht in die Tubuli eingesetzt. Derselbe Kitt wurde auch sonst auf die Oberfläche der Stöpsel und sämmtliche Kautschukverbindungen warm aufgestrichen und geschmolzen. Nur so gelang es, bei Verdünnung der Luft im Apparat bis auf $^1/_4{}^{mm}$ Quecksilberdruck eine stundenlang andauernde vollkommene Dichtung zu erzielen. Der

Abstand der vordersten Punkte der Electrodenkugeln wurde nach Befestigung des Entladungsapparates in verticaler, statt horizontaler Stellung, mit Hülfe des Kathetometers gemessen. Der Cylinder *A* war an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen mit zwei 5 ctm langen und 2 ctm breiten, sorgfältig eingekitteten Scheiben *D* von Spiegelglas versehen, durch welche die Entladungen zwischen den Electroden beobachtet werden konnten. An den Cylinder war ferner ein Rohr *F* angelöthet, an welches sich ein zweites Rohr *G* ansetzte. Beide Röhren konnten durch Metallhähne geschlossen werden. Der Cylinder selbst lag auf einem Gestell *H* von Holz, an welches er vermittelst zweier, über die Tubuli *B* und *C* übergreifender Querleisten von Holz fest angeschraubt wurde. Das Rohr *F* war durch einen Schlauch von sehr dickem vulkanisirtem Kautschuk (von 2 mm innerem und 15mm äusserem Durchmesser) mit einer *Jolly*'schen Quecksilber-Luftpumpe, deren Recipient $1\frac{1}{2}$ Liter fasste, verbunden. Das Manometer derselben war durch ein grösseres, aus einer 12mm weiten Glasröhre gebogenes Barometer ersetzt, dessen Schenkel über 30ctm lang waren. Dasselbe war nach dem Füllen mit Quecksilber sehr sorgfältig ausgekocht, wobei die offene Röhre des Manometers selbst mit der Luftpumpe verbunden und die Luft in demselben möglichst weit ausgepumpt war. Der Stand des Quecksilbers in den Schenkeln des Manometers wurde durch ein $1\frac{1}{4}$ m davon entferntes Kathetometer bis auf $\frac{1}{10}$ mm genau abgelesen. — Das Rohr *G* stand mit einem, mit wasserfreier Phosphorsäure gefülltem, 30 ctm langen Glasrohr, einer oder zwei mit concentrirter Schwefelsäure gefüllten *Wulf*'schen Flaschen, einem sich daran schliessenden, mit Chlorcalcium, und (in vielen Fällen) mit einem mit Stücken von kaustischem Kali gefüllten Rohre in Verbindung. Man überzeugte sich vor jedem Versuche, dass alle Theile des Apparates vollkommen luftdicht schlossen. Nach Oeffnen des Hahnes in Rohr *F* und Schliessen des Hahnes in *G* wurde die Luft im Cylinder *A* evacuirt, sodann Hahn *F* geschlossen, *G* geöffnet, und somit durch die Röhrenleitung aus einem angesetzten Gasometer Gas in den Cylinder eingeführt. Nach wiederholtem, 5—6 maligem Auspumpen auf 1 mm Druck und abermaligem Zuführen von Gas konnte man annehmen, dass der Cylinder *A* mit hinreichend reinem Gase gefüllt war, um sichere Resultate zu ergeben. — Die äussern Enden der zu

den Electroden des Entladungsapparates führenden Drähte waren nach unten umgebogen und tauchten in zwei mit Quecksilber gefüllte Glasnäpfe *I* und *K*. In letztere wurden die Enden von zwei gleichen, 1 m langen, mit Kautschuk bekleideten Kupferdrähten *k* und *i* eingelegt, deren andere Enden durch *Paalzow*'sche Klemmen mit den beiden Conductoren einer *Holtz*'schen Electrisirmaschine älterer Construktion [1]) verbunden waren. Die rotirende Scheibe der letztern hatte einen Durchmesser von 36 ctm; die feste, an zwei diametralen Stellen durchbohrte Scheibe war in einer sehr kleinen Entfernung vor derselben (1 mm) vollkommen festgestellt. Die an letzterer befestigten Aufsauger von Pappe waren, um den Gang der Erscheinungen durchaus constant zu erhalten, durch 35 mm breite Kämme von dünnem Messingblech ersetzt, in welche je 15 mm lange Zähne eingeschnitten waren. Die rotirende Scheibe war nicht lakirt; sie wurde vor jeder Versuchsreihe sorgfältig mit Aether abgeputzt und mit einem getrockneten und erwärmten leinenen Tuch abgerieben. Auf die Axe der rotirenden Scheibe war ein mit einer Nuth versehenes Rad von Hartgummi von 5 ctm Durchmesser aufgesetzt, in welches sich ein Schnurlauf einlegte, der andererseits um die Peripherie einer schweren Holzscheibe 0 von 30 ctm Durchmesser gelegt war. Letztere Scheibe wurde durch eine Kurbel gedreht. An ihrer Peripherie war eine kleine Stahlfelder befestigt, die bei jeder Umdrehung gegen ein dünnes Holzbrett schlug. Neben der Scheibe stand ein Metronom (VI), so dass nach einiger Uebung die Umdrehungen der Scheibe gleichzeitig mit den Schlägen des letztern hergestellt werden konnten. Directe Messungen ergaben, dass einer Umdrehung der Holzscheibe je 5,456 Umdrehungen der Glasscheibe der *Holtz*'schen Maschine entsprechen.

Neben dem Quecksilbernapf *K* an dem Entladungsapparat befand sich ein dritter gläserner Quecksilbernapf *L*. In diesen tauchten die nebeneinander liegenden Enden zweier mit Kautschuk überzogener Kupferdrähte *m* und *n*, welche parallel nebeneinander und durch zwischengelegte Glasstücke von einander isolirt, zu einer von *Sauerwald* nach den Angaben es einen von uns [2]) construirten Spiegelbussole führten, die 3m von den erwähnten Apparaten entfernt auf einem

Holtz, Pogg. Ann. Bd. CXXVI. S. 157. 1865.

Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. CXXXIX. S. 504. 1853.

besondern, an der Wand des Zimmers befestigten Sockel aufgestellt war. In der Kupferhülse derselben schwebte ein magnetisirter Stahlring, an dessen Axe oberhalb der Kupferhülse ein dünner Glasspiegel befestigt war. In diesem Spiegel wurden vermittelst eines Fernrohres an einer $1\frac{1}{2}^{m}$ entfernten Millimeterscala die Ablenkungen des Magnetringes abgelesen. Unter der Bussole befand sich in 25^{mm} Entfernung von der horizontalen Axe des Ringes ein 20^{mm} langer, horizontaler, astasirender Stahlmagnet, der seinen Nordpol nach Süden und seinen Südpol nach Norden wendete, und dessen Mittelpunkt in der Verlängerung der Drehungsaxe des Magnetringes lag. Oestlich und westlich von dem Magnetring befanden sich Drahtspiralen von mit Kautschuk überzogenem Kupferdraht, deren innerer und äusserer Durchmesser resp. 6 und 9^{ctm} betrug. Der Querschnitt der Windungen war ein Rechteck von 40^{mm} Länge und 30^{mm} Höhe, die Ebene der dem Stahlmagnet nächstliegenden Windungen war 15^{mm} von demselben entfernt, die Zahl der Windungen auf beiden Spiralen zusammen betrug 160. Mit diesen hintereinander verbundenen Spiralen waren die Enden der Drähte *m* und *n* verbunden. Wurde nun während des Drehens der Scheibe der *Holtz*'schen Maschine der Draht *i* aus dem Quecksilbernapf *l* gehoben und in den Napf *L* eingelegt, dafür aber das Ende eines der Drähte *m* oder *n* aus dem Napfe *L* in den Napf *K* übergeführt, so durchfloss der von der *Holtz*'schen Maschine gelieferte electrische Strom nur die Drahtwindungen der Spiegelbussole. Einige Vorversuche ergaben, dass die hierbei erhaltenen Ablenkungen genau dieselbe Grösse hatten, wie wenn die Spiegelbussole gleichzeitig mit dem Entladungsapparat in den Schliessungskreis eingeschaltet wurde. Man konnte so während der einzelnen Versuchsreihen jeweilen die durch die Maschine in Bewegung gesetzten Electricitätsmengen mit einander vergleichen. Wie die späteren Versuchsreihen zeigen, bleiben dieselben verhältnissmässig sehr constant.

Es handelte sich nun darum, die Zahl der Entladungen genau zu bestimmen, in denen die auf die eben angegebene Weise gemessene Electricitätsmenge zwischen den Electroden des Entladungsapparates unter verschiedenen Bedingungen übergeht. Bei der Beobachtung der Entladungen in einem rotirenden Spiegel, dessen Rotationsaxe der Verbindungslinie der Electroden parallel lag, ergaben sich indess mannig-

fache Schwierigkeiten. Einmal erfolgten bei wiederholten Drehungen des Spiegels die Entladungen nicht jedesmal periodisch wieder bei derselben Stellung desselben, so dass die Spiegelbilder der aufeinander folgenden Entladungen nicht stets an derselben Stelle erschienen, sondern hin und her oscillirten; eine directe Zählung war dadurch absolut unmöglich. Sodann traten die Entladungen nicht immer in gleichen Zeitabständen auf, und die Spiegelbilder derselben erschienen desshalb nicht immer in genau gleichen Distanzen; offenbar weil die Abstände der rotirenden und festen Scheibe der *Holtz*'schen Maschine bei jeder Umdrehung periodisch sich änderten, und entsprechend die in gleichen Zeiten bei einer Rotation der beweglichen Scheibe um einen bestimmten kleinen Winkel erzeugten Electricitätsmengen nicht stets die gleichen waren. Nach mehrfachen Versuchen gelang es, beide Schwierigkeiten durch eine einfache, aber für die Ausführung der ganzen Untersuchung entscheidende Abänderung befriedigend zu lösen. Der rotirende Spiegel wurde auf die Axe der rotirenden Scheibe der *Holtz*'schen Maschine selbst aufgesetzt. In diese Axe wurde hierzu ein 250^{mm} langer und 6^{mm} dicker Stahlstab P eingeschraubt, dessen freies Ende in einem besondern Lager ruhte. Auf diesen Stab war ein 40^{ctm} breiter und 120^{ctm} langer Glasspiegel Q mittelst einer geeigneten Metallfassung aufgeschraubt, vor welchem der Entladungsapparat in der Art aufgestellt war, dass die Verbindungslinie der Electroden parallel der Axe der rotirenden Scheibe lag. Blickte man in diesen, mit der Scheibe der Maschine rotirenden Spiegel von einem bestimmten Punkt aus, so sah man allein diejenigen Entladungen in demselben, welche erzeugt wurden, während die Aufsauger der Maschine bei jeder Drehung der Scheibe nur von einem und demselben kleinen Ausschnitt der rotirenden Scheibe die daselbst angehäuften Electricitäten aufnahmen. Bei der Kleinheit des Winkels dieses Ausschnittes, etwa 10°, blieben sich die Abstände der in dem Spiegel sichtbaren Entladungen voneinander fast vollkommen gleich. — Um auch die zweite der oben erwähnten Schwierigkeiten zu lösen, den Abstand der Spiegelbilder der Entladungen während der steten Veränderung ihrer Lage zu bestimmen, wurde versucht, die Spiegelbilder in der Mitte des Abstandes der Electroden zu theilen und die eine Hälfte gerade um den Abstand der Bilder zweier aufeinanderfolgender Entladungen zu verschieben. Hierzu diente nach mehreren Versuchen

am zweckmässigsten eine Vorrichtung, die der des Heliometers nachgebildet war. — Vor dem an der Axe der Electrisirmaschine befestigten Spiegel, und zwar auf der Seite des Entladungsapparates und unterhalb desselben war eine Art Fernrohr aufgestellt, bestehend zunächst aus einem verticalen Brett, welches auf einem Statif aufgestellt und in der Mitte durch ein 7^{ctm} weites Loch durchbohrt war. Vor dem Loche befand sich als Objectivglas eine Sammellinse von 8^{ctm} Durchmesser und 30^{ctm} Brennweite. Dieselbe war durch einen verticalen Schnitt in zwei Hälften getheilt. Die eine Hälfte war vor der Hälfte des Loches im Brett festgekittet, die andere verschob sich in einem geeigneten Rahmen vermittelst einer Schraubenvorrichtung in verticaler Richtung neben der andern Hälfte (vergl. Fig. 1). Diese Verschiebung konnte vermittelst eines an der Schraubenvorrichtung angebrachten Maassstabes mit Nonius bis auf 0.05^{mm} genau abgelesen werden. Auf der Hinterseite des Brettes war ein horizontales Rohr befestigt, in welchem sich ein Auszug verschob, der als Ocular einen durchlöcherten Schirm oder eine Linse trug. Zur Einstellung des Apparates wurden zuerst die beiden Hälften der Objectivlinse so gestellt, dass ihre optischen Mittelpunkte möglichst dicht nebeneinander in derselben Horizontalebene lagen, und der Entladungsapparat so gedreht, dass man die Mitten seiner beiden Fenster und die Verbindungslinie der Electroden genau mit der Rotationsaxe der Electrisirmaschine und der Mitte des Spiegels zusammenfallen sah. Darauf wurde der heliometrische Apparat so gestellt, dass die Verlängerung seiner Axe die Axe der Electrisirmaschine in der Mitte des Spiegels in einen rechten Winkel traf. Vor das eine Fenster des Entladungsapparates wurde nun eine Kerzenflamme gehalten, so dass die Electroden hell beleuchtet waren. Sodann wurde die Stellung des Entladungsapparates und der Scheibe der Electrisirmaschine so lange regulirt, und das Ocular der heliometrischen Vorrichtung so weit verstellt, bis man durch dasselbe die Electroden im Spiegel deutlich sah. Wenn etwa die Axen der beiden Hälften der Objectivlinse noch nicht in derselben Horizontalebene lagen, so dass noch zwei Bilder einer jeden Electrode erschienen, wurde die bewegliche Hälfte der Linse so lange verschoben, bis diese Bilder vollkommen zusammen fielen. Diese Stellung wurde an der Theilung der Schraubenvorrichtung des heliometrischen Apparates als

Nullstellung bemerkt. Durch Beobachtung einzelner Punkte an den Electroden, an denen das Licht der Kerze besonders hell reflectirt wurde, gelang diese Einstellung sehr sicher auf weniger als 0,1^{mm}. Wurde nun die Electrisirmaschine in Thätigkeit gesetzt, und gingen Entladungen zwischen den Electroden des Entladungsapparates über, so erschienen dieselben in dem Fernrohr als einfache, mehr oder weniger leuchtende, nebeneinander liegende horizontale Streifen. Wurde die bewegliche Linsenhälfte des Objectives verschoben, so verschoben sich gleichfalls die Hälften dieser Streifen in verticaler Richtung, und man konnte es leicht dahin bringen, dass die eine Hälfte des einen leuchtenden Streifens mit der Verlängerung der andern Hälfte des folgenden leuchtenden Streifens in einer Horizontallinie zusammenfiel. Diese Stellung blieb, wenn die Entladungen regelmässig erfolgten, unverändert, obschon beim Rotiren der Scheibe die Streifen selbst auf und nieder oscillirten. Es wurde stets die bewegliche Hälfte des Objectivs einmal aufwärts und sodann abwärts verschoben, bis die erwähnte Coincidenz der aufeinanderfolgenden Streifen eintrat. Die Differenz der Beobachtungen ergab also die doppelte Distanz der Streifen.

Das Objectiv des heliometrischen Apparates befand sich in einem Abstand von etwa 36^{ctm} von dem rotirenden Spiegel, die Verbindungslinie der Electroden bei verschiedenen Versuchen in verschiedenen, meist nahezu 20^{ctm} betragenden Entfernungen von demselben.

Um die bei den verschiedenen Stellungen des heliometrischen Apparates und Entladungsapparates beobachteten Entladungsabstände mit einander vergleichen zu können, musste aus denselben die Zeit berechnet werden, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Entladungen lag. — Es wurde hierzu folgende Einrichtung getroffen:

Auf der Verlängerung der Axe der Electrisirmaschine war noch ein zweiter kleinerer Spiegel aufgesteckt, der um die Axe gedreht und durch eine seitliche Schraube in jeder Lage festgehalten werden konnte. Unter der Axe lag in einem Abstand von 255^{mm} von derselben in einer gegen die Axe senkrechten Ebene eine in Millimeter getheilte Scala, die in diesem zweiten Spiegel durch ein etwa $1\frac{1}{2}^{m}$ von demselben entferntes Fernrohr beobachtet werden konnte. — Es wurden nun in dem heliometrischen Apparat die Hälften der Objectivlinse in die Nulllage ge-

stellt; es wurde das Ocular entfernt und eine dünne matte Glasplatte eingeschoben, auf welcher etwa in einem Abstand von 20^{mm} zwei feine horizontale Linien gezogen waren. Die drehbare Scheibe der Electrisirmaschine wurde zunächst so gedreht, dass das Bild der einen von hinten durch eine Kerzenflamme beleuchteten Electrode durch eine dieser Linien gerade tangirt wurde. Der zweite kleine Spiegel auf der Axe wurde jetzt so gestellt, dass der unter der Axe liegende Nullpunkt der Millimeterscala mit dem Horizontalfaden des auf den Spiegel gerichteten Fernrohres zusammenfiel. Nun wurde die Scheibe der Maschine gedreht, bis das Bild der Electroden gerade bis zu dem zweiten Horizontalstrich auf der matten Glasplatte der heliometrischen Vorrichtung gewandert war, und wiederum der Scalentheil s beobachtet, der mit dem Horizontalfaden des auf den kleinen Spiegel gerichteten Fernrohrs zusammenfiel. — Ist der Abstand der Millimeterscala von dem kleinen Spiegel gleich α, so ist demnach der Winkel φ, um den die Scheibe der Electrisirmaschine gedreht werden musste, um das Bild der Electroden um den Abstand der beiden Striche auf der matten Glasplatte zu verschieben, durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{s}{\alpha}$$

gegeben. Nun wurde wiederum die Axe der Electrisirmaschine in der Lage festgestellt, dass das Bild der Electroden, wie oben, mit dem ersten Strich auf der matten Platte zusammenfiel und darauf die bewegliche Hälfte der Objectivlinse so lange verschoben, bis das durch diese Hälfte erzeugte Bild mit dem zweiten Strich coincidirte. Dieser Versuch wurde wiederholt, indem abwechselnd die erste Einstellung an dem obern und untern Strich vorgenommen wurde. Ist hierbei die Verschiebung der verschiebbaren Hälfte der Objectivlinse gleich β^{mm}, so werden mithin 2 Entladungen, deren Abstand sich im Heliometerapparat gleich 4^{mm} ergeben hatte, aufeinander gefolgt sein in einer Zeit, in der sich die Scheibe der Electrisirmaschine um den Winkel $\frac{\varphi}{\beta}$ gedreht hatte. Da auch die Umdrehungszahl des Triebwerkes der Scheibe (meist 400 in der Minute), mithin die Umdrehungszahl der Scheibe selbst, 546 in der Minute, bekannt ist, so kann man die zur Umdrehung um den Winkel $\frac{\varphi}{\beta}$ erforderliche Zeit,

d. h. die Zeit zwischen zwei im Abstand von 1^{mm} beobachteten Entladungen bestimmen.

Um einen Anhaltspunkt für die Kleinheit der Zeiträume zu gewinnen, die die einzelnen Entladungen bei den Versuchen trennen und mit grosser Schärfe zu beobachten sind, wollen wir einige Data aus den ersten der folgenden Versuchsreihen aufführen. So betrug u. A. bei mehreren Versuchen:

	a	s	φ	β	$\frac{\varphi}{\beta}$	t
I	255	28	$3^0\ 8^{min}$	7,75	$24,3^{mm}$	$0,000124^{sec}$
II	255	35	$3^0 59^{min}$	9,50	$25,2^{mm}$	$0,000128^{sec}$

Da bei den bessern Beobachtungen der grösste Fehler für β allerhöchstens etwa $0,2^{mm}$ betrug, so kann die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Entladungen bis auf 0,000025 Sec. genau bestimmt werden.

Entladungsabstände, die mehr als etwa 20^{mm} im Heliometer betrugen, konnten wegen der Beschränkung des Gesichtsfeldes nicht mehr beobachtet werden.

Kennt man die Menge E der Electricität, welche in der Zeiteinheit von der *Holtz*'schen Maschine geliefert wird, und die man aus der Ablenkung der Nadel des in den Entladungskreis eingeschalteten Galvanometers berechnen kann; hat man die Zeitdauer t_n zwischen zwei Entladungen bestimmt, also die in der Zeiteinheit erfolgende Zahl z der Entladungen $z = \frac{1}{t_n}$, so kann man hieraus die Electricitätsmengen m berechnen, welche bei je einer Entladung zwischen den Electroden übergeführt wird. Dieselbe ist demnach $m = E.t_n$.

Nachdem der Apparat auf diese Weise graduirt war, wurden die einzelnen, zur Erzielung einer Beobachtung erforderlichen Operationen in folgender Reihenfolge vorgenommen:

1) Das Heliometer wurde so eingestellt, dass man das Spiegelbild der Electroden bei richtiger Stellung des Spiegels deutlich sah; dann wurde 2) der Entladungsapparat mit Gas gefüllt und bis zu dem erforderlichen Drucke evacuirt. 3) Dieser Druck wurde mittelst des Kathetometers abgelesen. 4) Der Entladungsapparat wurde mit der im richtigen Tact in Thätigkeit gesetzten Electrisirmaschine verbunden und der Entladungsabstand am Heliometer abgelesen. 5) Darauf wurde am Galvanometer die Nulllage des Magnetes bestimmt, sodann dasselbe in

den Schliessungskreis an Stelle des Entladungsapparates eingefügt und unter genauer Einhaltung des durch den Metronom angegebenen Tempos der Drehung der Scheibe an der Electrisirmaschine die Intensität des Stromes am Galvanometer abgelesen. 6) Schliesslich wurde noch einmal der Druck controlirt.

Die sämmtlichen Beobachtungen mussten der grossen Lichtschwäche der Entladungsbilder wegen im absolut dunkeln Raum vorgenommen werden; dieselben ermüdeten die Augen in hohem Grade. Die Untersuchungen wurden angestellt:

1) über den Einfluss der Intensität der Electricitätsquelle;
2) über den Einfluss des Druckes der Gase, der Natur derselben, sowie der Materie der Electroden;
3) über den Einfluss der Grösse, des Abstandes und der Ableitung der Electroden auf die Entladung.

§. 3. Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe der Electrisirmaschine und der Menge der in der Zeiteinheit erzeugten Electricität auf den Abstand der Entladungen.

a) Bei verschiedenen, im Folgenden zu erwähnenden Versuchsreihen wurde der Abstand der Entladungen gemessen, während die Scheibe der Maschine schneller oder langsamer in Bewegung gesetzt wurde, die Triebscheibe sich z. B. 60—100 mal in der Minute drehte. Dabei blieb unter sonst gleichen Umständen der Abstand β der Entladungen ganz ungeändert. Es ist dies ein Beweis dafür, dass die bei der Drehung der Scheibe der Electrisirmaschine um einen gegebenen Winkel φ erzeugte Electricitätsmenge innerhalb der Grenzen der Beobachtungen von der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe unabhängig ist.

Unter verschiedenen Umständen, z. B. bei ungleichem Feuchtigkeitsgrad der Atmosphäre, oder bei grösserer oder geringerer Entfernung der rotirenden und festen Scheibe der *Holtz*'schen Maschine voneinander, zeigt das in den Entladungskreis der Maschine eingeschaltete Galvanometer bei gleicher Drehungsgeschwindigkeit der rotirenden Scheibe verschieden starke Ablenkungen; die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt der Leitung fliessenden Electricitätsmengen sind also verschieden. Dann sind die Abstände der einzelnen Entladun-

gen, unter sonst gleichen Verhältnissen, der durch das Galvanometer gemessenen Intensität des Stromes umgekehrt proportional: Die Electricitätsmengen, welche bei jeder Entladung zwischen den Electroden übergeführt werden, sind demnach, bei sonst gleichen Verhältnissen, bei gleichem Druck und gleichem Abstand der unverändert gebliebenen Electroden stets dieselben. — Dies zeigen unter andern auch folgende Versuche:

2 kleine Platinkugeln von 3,5 mm Durchmesser im Abstande von 9,2 mm in trockner Luft.

Druck	Intensität I	Abstand A der Entladungen	$A.I$
29.8	30	9.7	290
30.3	29.5	10.0	295
31.1	25	12.0	300
31.8	33	8.9	294
31.7	32	9.5	304
31.9	40	7.5	300
32.4	30	10.0	300
32.7	24.5	12.7	311

Man kann also aus den bei einer Intensität I_1 beobachteten Entladungsabständen A_1, die bei der Intensität I_0 sich ergebenden Abstände A_0 direct nach der Formel $A_0 = \frac{I_1}{I_0} A_1$ berechnen.

§. 4. Einfluss des Druckes, der Natur der Gase und der Electroden auf die Entladungen.

Direct gesehen bieten die zwischen den Electroden des Entladungsapparates im luftverdünnten Raum übergehenden Entladungen die im Allgemeinen bekannten Erscheinungen dar. Sind die beiden Electroden zunächst gleich gross und beide in gleicher Weise mit den Kämmen der *Holtz*'schen Maschine verbunden, so geht die Entladung in Gestalt eines röthlich leuchtenden Konoids von der vordern Fläche der positiven Electrode aus zu der negativen Electrode hin. Je kleiner der Druck ist,

desto grösser wird die Stelle der Electrode, welche als Ausgangspunkt der leuchtenden Entladung dient, desto mehr verbreitert sich dieselbe gegen die negative Electrode, von der sie durch einen ganz dunklen Raum getrennt ist.

Bei höheren Drucken erscheint die positive Entladung nur wie eine feine Lichtlinie; der dunkle Raum wird kleiner mit wachsendem Druck. Die negative Electrode ist, wenn ihr Durchmesser klein ist, bei sehr geringen Drucken ganz von blauem Glimmlicht bedeckt, welches aus zwei durch einen dunklern Raum getrennten Schichten besteht. Dasselbe zieht sich bei stärkern Drucken immer mehr gegen die vordere Fläche der Electrode zusammen, besitzt daselbst aber stets eine grössere Ausbreitung als die positive Entladung an der positiven Electrode. Bei niederen Drucken zeigt schon der directe Anblick der Entladungen, besser noch die Zerlegung ihres Lichtes durch einen Spectralapparat, dass nur das Gas selbst an der Entladung Theil nimmt; die leuchtenden Linien der glühenden Metalle der Electroden treten nicht auf.

Beim Stickstoff und der Luft, wo das blaue Glimmlicht sehr bedeutend von der röthlich leuchtenden, positiven Entladung durch die äussere Farbenerscheinung unterschieden ist, zeigt sich bei letzterer das volle Stickstoffspectrum zweiter Ordnung (Wellenspectrum), während das Glimmlicht nur 3 Linien zeigt, welche zwar nicht mit den hellsten Linien des gewöhnlichen Stickstoffspectrums übereinstimmen, indess doch in demselben ebenfalls sich vorfinden. Es scheint diess nur ein neuer Beweis für die vielfach bestätigte Erfahrung zu sein, dass die Gase an der positiven und negativen Electrode verschieden hohe Temperaturen annehmen, da es bekannt ist, dass mit abnehmender Temperatur einzelne helle Linien des Spectrums schneller an Intensität verlieren als andere. Ein directer Einfluss der verschiedenen Electricitäten auf die Farbe des leuchtenden Gases braucht nicht angenommen zu werden.

Betrachtet man die Gesammtentladung in dem rotirenden Spiegel, so ergiebt sich, dass mit abnehmendem Druck die Abstände der einzelnen Entladungen kleiner werden. Indess erfolgte schon bei den geringsten Drucken, welche verwendet wurden ($^1/_2$—$^1/_4$ mm), die Ueberführung der continuirlich entwickelten Electricität der *Holtz*'schen Maschine zwischen den Electroden stets durch einzelne discon-

tinuirliche Entladungen. — Die einzelnen Bilder der zwischen den Electroden übergehenden Entladungen sind ganz scharf und einfach, durch dunkle Zwischenräume von einander getrennt; sie erscheinen nicht breiter als die Entladung selbst und sind nicht von kleineren Partialentladungen begleitet. Bei etwas höheren Drucken (5^{mm} und mehr) zeigen sie sich als ganz scharf gezeichnete Lichtlinien. Nur das Bild des Glimmlichtes an der negativen Electrode erscheint bei sehr schwachen Drucken in der Richtung der Drehung zuweilen ein wenig verlängert, ohne dass indess die einzelnen Bilder einander berühren. Es dauert dann also an der negativen Electrode die mit Glimmlicht übergehende Entladung etwas länger an, als die von der positiven Electrode ausgehende Entladung. Hiernach finden in den vorliegenden Fällen continuirliche electrische Entladungen im luftverdünnten Raum nicht statt, und zur Erzeugung jeder solcher Entladung ist eine bestimmte endliche Spannungsdifferenz erforderlich.

a) Einfluss des Druckes der Gase.

Die folgenden Tabellen enthalten einige Messungen über den Einfluss des Druckes der Gase auf die Abstände der einzelnen Entladungen. In denselben bezeichnet p den jedesmal am Manometer abgelesenen Druck, y den am Heliometer beobachteten doppelten Abstand zweier Entladungsbilder, J die am Galvanometer abgelesene Intensität des Electricitätsstromes. Es wurden entweder die beiden Electroden isolirt mit den Zuleitern der *Holtz*'schen Maschine verbunden, oder die eine derselben noch ausserdem durch einen dicken Kupferdraht zur Gasleitung des Zimmers abgeleitet. Die den Beobachtungsreihen beigefügten, durch den einen von uns (*R. Rühlmann*) berechneten Werthe der Abstände y der Entladungen sind aus der nach mehrfachen Versuchen als geeignet erfundenen Formel:

$$y = A + Bp - Cp^{-2}$$

abgeleitet, bei welcher die Summe der Fehlerquadrate sich kleiner ergab, als bei andern ähnlichen Formeln, wie $y = A + Bp + Cp^2$, oder $y = A + Bp - \frac{C}{p}$ u. s. f. Diese Formel musste den Bedingungen entsprechen, dass bei Annäherung des Druckes an Null die Abstände der Entladungen schnell abnehmen, bei

höhern Drucken dagegen immer mehr den Drucken proportional wachsen. Bei der Berechnung der Constanten A, B, C wurden diejenigen Beobachtungen unberücksichtigt gelassen, welche sichtlich grössere Fehler enthielten.

Reihe I und II. Trockne und kohlensäurefreie atmosphärische Luft. Electroden zwei kleine, nahezu gleiche Messingkugeln von resp. B) 3,08^{mm} und A) 2,92^{mm} Durchmesser. Abstand der vordersten Punkte der Electroden 9,95^{mm}. Das Galvanometer ist nur bei diesen Reihen (nicht bei den folgenden) dauernd mit dem Entladungsapparat in den Schliessungskreis eingeschaltet. Ein Scalentheil des Heliometers entspricht einem Zeitintervall von 0,00017 Secunden.

Reihe I. Electrode A positiv, Electrode B negativ

Reihe I.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsb., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsb., reducirt auf d. Intensit. 43	Berechneter Werth nach der Interpolationsform.	Abweichung
14.9	2.4	44	2.5	2.6	−0.1
16.2	3.6	44	3.7	3.7	±0.0
19.4	3.9	44	4.0	4.2	−0.2
25.4	4.5	44	4.6	4.9	−0.3
32.3	5.4	44	5.5	5.6	−0.1
35.4	5.7	44.5	5.8	6.0	−0.1
39.1	6.0	45	6.2	6.2	±0.0
43.4	6.4	45	6.6	6.5	+0,1
49.8	6.9	44	7.1	7.0	+0.1
54.9	7.2	44.3	7.4	7.5	−0.1
61.1	7.7	45	8.0	7,8	+0.2
65.8	8.1	45.5	8.4	8.2	+0.2
74.4	8.7	44	8.9	8,6	+0.3
82,4	9.1	44	9.3	9.3	±0.0
84.6	9.6	44	9.8	9.5	+0.3
94.6	10.0	44	10.2	10.2	±0.0
99.2	10.3	44	10.5	10.5	±0,0
104.7	10.4	44	10.6	10.9	−0.3
108.2	11.4	42.2	11.2	11.1	+0.1
112.3	11.9	40	11.7	11.4	+0.3
122.5	12.3	42.2	12.1	12.1	±0.0
129.5	13.2	41.5	12.4	12.6	−0.2
135.8	13.7	41.5	12.9	13.1	−0.2
145.1	14.4	42	13.5	13.7	−0.2

Reihe II. Electrode B positiv, Electrode A negativ.

Reihe II.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 43	Berechneter Werth nach der Interpolationsform.	Abweichung
13.4	2.0	43	2.0	1.7	+0.3
17.3	3.2	43	3.2	3.0	+0.2
24.1	3.6	43	3.6	4.2	−0.6
28.1	4.5	43	4.5	4.7	−0.2
29.5	4.9	43.5	4.9	4.9	±0.0
32.1	4.8	43	4.8	5.2	−0.4
32.4	5.3	43	5.3	5.2	+0.1
37.9	5.9	43.3	5.9	5.8	+0.1
41.1	6.4	43.5	6.4	6.1	+0.3
43.0	6.6	43	6.6	6.3	+0.3
46.5	6.8	43	6.8	6.7	+0.1
51.0	7.1	43.5	7.1	7.1	±0.0
52.3	7.4	43	7.4	7.2	+0.2
55.4	7.2	42.5	7.2	7.5	−0.3
60.3	8.0	43	8.0	8.0	±0.0
67.7	8.4	43	8.4	8.6	−0.2
74.6	8.6	43	8.6	9.2	−0.6
92.2	10.8	44	11.0	10.8	+0.2
102.0	11.7	43	11.7	11.7	±0.0
115.5	13.0	43	13.0	12.9	+0.1

Die zur Berechnung der Beobachtungen angewendeten Interpolationsformeln waren:

$$\text{I)}\ y = 3{,}70 + 0{,}0687\,p - 282{,}6\,p^{-2}$$
$$\text{II)}\ y = 2{,}78 + 0{,}0875\,p - 404{,}7\,p^{-2}$$

Reihe III u. IV. Trockne und kohlensäurefreie atmosphärische Luft. Electroden zwei grössere polirte Messingkugeln von resp. A) 14,3 und B) 13,9^{mm} Durchmesser. Abstand ihrer vordersten Punkte 11,78^{mm}.

Reihe III u. IV.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 40	Berechneter Werth nach der Interpolationsform.	Abweichung
III.					
	Grössere Electrodenkugel positiv, kleinere negativ.				
6.4	2.4	34	2.0	2.0	±0.0
10.0	6.1	35	5.4	4.9	+0.5
12.8	6.6	35.5	5.9	5.7	+0.2
15.8	7.2	35	6.4	6.5	—0.1
20.9	8.7	36	7.7	7.7	±0.0
23.2	9.5	36	8.6	8.3	+0.3
28.0	10.1	36	9.1	9.2	—0.1
34.9	11.6	37	10.6	10.6	±0.0
39.5	12.5	36	11.4	11.6	—0.2
44.3	13.2	36.5	12.2	12.6	—0.4
48.6	14.6	37	13.5	13.6	—0.1
54.7	15.9	36.5	14.7	14.7	±0.0
60.4	17.1	37.5	16.0	15.9	+0.1
66.0	18.5	38	17.4	17.1	+0.3
71.7	18.8	39	17.9	18.2	—0.3
IV.					
	Grössere Electrodenkugel negativ, kleinere positiv.				
8,2	4.3	39.5	4.2	4.1	+0.1
11.3	5.4	39	5.3	5.6	—0.3
15.6	6.8	39.5	6.7	7.4	—0.7
19.9	8.0	43	8.6	8.9	—0.3
22.5	9.8	40	9.8	9.6	+0.2
24.2	9.0	44	9.9	10.1	—0.2
26.9	9.7	44	10.7	10.7	±0.0
29.6	10.6	45	11.8	11.4	+0.4
30.3	11.5	41	11.7	11.6	+0.1
32.9	10.9	45	12.1	12.1	±0.0
36.3	11.7	45	13.0	13.0	±0.0
39.5	13.6	39	13.5	13.6	—0.1
40.4	12.5	45	13.9	13.9	±0.0
46.7	15.0	41.5	15.6	15.3	+0.3
50.8	15.4	40.5	15.7	16.1	—0.4
55.5	16.7	42	17.2	17.2	±0.0
56.1	16.6	42.5	17.4	17.4	±0.0
60.2	17.7	43	19.0	18.3	±0.7
68.1	18.4	43	19.8	20.1	—0.3

Ein Scalentheil entspricht 0,00018 Sec. Die Interpolationsformeln sind für

Einige der in den einzelnen Reihen enthaltenen Resultate sind in Fig. 1 Taf. II graphisch dargestellt. Die Abscissen bezeichnen den Druck, die Ordinaten die beobachteten Abstände der Entladungen. Die einzelnen Curven sind mit der Zahl der Beobachtungsreihe bezeichnet. Die nähere Betrachtung dieser Curven ergiebt, dass bei gleicher Zufuhr der Electricität zu den Electroden die Abstände der einzelnen Entladungen, also die zur Erzeugung einer Entladung erforderlichen Electricitätsmengen mit steigenden Drucken zunehmen. Dieses Zunehmen findet von den niedersten Drucken an erst schnell, dann wieder langsamer statt; bei etwas höhern Drucken vergrössern sich die Entladungsabstände nahezu proportional dem Ansteigen des Druckes. Dasselbe Gesetz folgt auch aus den später zu erwähnenden Versuchen über die Entladungen in verschiedenen Gasen. Es behält auch seine Gültigkeit beim Ableiten der einen von beiden Electroden zur Erde.

b) Einfluss der Natur der Gase.

Bei den folgenden Versuchen wurden verschiedene, chemisch rein dargestellte Gase in den Entladungsapparat gebracht. Als Electroden dienten zwei nahezu gleiche kleine Platinkugeln von resp. 3,45 und 3,40^{mm} Durchmesser, deren vordere Punkte 9,2^{mm} von einander entfernt waren. Es wurden entweder beide Electroden isolirt mit der Electrisirmaschine verbunden, oder die eine von ihnen wurde zur Erde abgeleitet. Die mit I u. II bezeichneten Beobachtungsreihen wurden erhalten, indem die beiden Platinelectroden entgegengesetzt mit den Zuleitern der Electrisirmaschine verbunden wurden. Bei den mit einem Strich bezeichneten Beobachtungen wurden undeutliche oder unregelmässige Entladungen erhalten. Ein Scalentheil des Heliometers entspricht einem Zeitintervall von 0,000127 Secunden.

I. Atmosphärische Luft,

getrocknet und von Kohlensäure befreit.

Reihe IX.

Druck p	J.	Beide Kugeln isol. y I.	II.	Mittel	$J=40$	Nach der Formel 1) berechn.	Posit. Kugel abgeleitet y I.	$J=40$	Negat. Kugel abgeleitet y I.	$J=40$	Nach der Formel 2) berechn.
15.2	39	4.3	4.8	4.5	4.4	3.6	5.9	5.8	7.6	7.6	7.2
23.8	40.5	6.0	6.1	6.1	5.9	5.9	7.2	7.3	10.2	10.2	10.1
37.6	41	7.5	7.5	7.5	7.7	7.6	8.2	8.4	13.4	13.7	13.3
54.7	40.5	9.1	9.1	9.1	9.2	9.2	10.1	10.2	16.2	16.4	16.7
67.7	40	10.0	10.3	10.1	10.0	10.3	11.6	11.6	19.4	19.4	19.1
81.1	39.5	11.7	12.0	11.1	11.8	11.5	12.4	12.3	21.3	21.5	21.7

Die Reihen entsprechen den Interpolationsformeln:

1) wenn beide Kugeln isolirt sind:

$$y = 5{,}17 + 0{,}0794 . p - 615{,}6 . p^{-2}$$

2) wenn die negative Kugel abgeleitet ist:

$$y = 6{,}81 + 0{,}1829 . p - 586{,}9 . p^{-2}.$$

Bei Ableitung der positiven Electrode sind die Beobachtungen häufig unsicher oder die Entladungen verschwinden.

II. Sauerstoff,

chemisch rein.

Die einzelnen Entladungen waren äusserst lichtschwach, so dass ihre Beobachtung sehr schwierig war. Der in atmosphärischer Luft auftretende Farbenunterschied der Lichterscheinung an der positiven und negativen Electrode war fast ganz verschwunden. Bei den mit einem Asterisk bezeichneten Versuchen sind Anfangs die Electroden von einer schwach leuchtenden ellipsoidischen Hülle umgeben und leuchten beide an ihrer Oberfläche; regelrechte Entladungen zwischen denselben treten aber nicht von vornherein auf; meist kann man sie indess erhalten, wenn man die Electroden der Electrisirmaschine leitend durch die Hand oder einen Draht verbindet und diese Verbindung plötzlich entfernt. Bei Ableitung der positiven Electrode sind die einzelnen Entladungen breiter und diffuser, bei Ableitung der negativen schärfer und schmaler begrenzt, als ohne Ableitung.

Reihe X.

I.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y.	J=40	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgeleitet y.	J=40	Neg. Kug. abgel. y.	J=40	N. Formel 2) berech.
14.1	41	5,0	5.1	4.9	6.9	7.1	7.2	7.4	7.7
24.6	—	6.3	6.3	6.1	6.7	6.7	10.8	10.8	10.4
34.9	39	7.3	7.1	7.0	9.6	9.4	12.7	12.4	11.8
50.2	—	8.6	8.6	8.3	12.0*	12.0	13.3	13.3	13.3
65.1	—	9.2	9.2	9.4	14.5*	14.5	14.3	14.3	15.0
74.2	41	9.4	9.6	10.0	15.9*	16.3	15.8	16.1	16.0

II.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y.	J=40	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgeleitet y.	J=40	Neg. Kug. abgel. y.	J=40	N. Formel 2) berech.
7.0	37	2.4	2.2	2.3	5.3	5.0	4.7	4.3	4.9
15.3	38	5.4	4.8	5.1	7.3	6.9	7.7	7.3	7.4
18.0	39	5.7	5.6	5.5	7.6	7.3	7.9	7.7	8.1
29.4	39	6.6	6.5	6.6	7.4	7.2	11.1	10.3	10.2

Die Reihen A u. B entsprechen den Interpolationsformeln:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 1,53 + 0,0751 \, . \, p - 136,4 \, . \, p^{-2}$$

2) die negative Electrode abgeleitet:

$$y = 8,26 + 0,1043 \, . \, p - 398,5 \, . \, p^{-2}.$$

III. Stickstoff.

Durch Erhitzen von Lösungen von salpetrichtsaurem Kali mit Salmiak dargestellt, durch Waschen mit Kalilauge und Schwefelsäure u. s. f. gereinigt.

Reihe XI.

Druck	Intens.	Beide Kugeln isol. y.	$J=40$	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgel. y.	Negat. Kugel abgel. y.	$J=40$	N. Formel 2) berech.
10.4	39	4.0	3.9	3.6	5.0	6.2	6.0	5.7
15.2	40	4.6	4.6	5.0	5.4	7.4	7.4	7.8
24.8	40.2	6.5	6.5	6.5	7.3	10.1	10.1	10.7
29.5	40	6.7	6.7	. 7.1	—	11.8	11.8	11.9
39.1	41	8.1	8.3	8.2	—	14.1	14.4	14.2
49.3	—	9.1	9.3	9.3	—	17.0	17.4	16.5
58.0	—	10.0	10.2	10.2	—	18.2	18.6	18.4
71.9	41	11.8	12.1	11.7	—	21.9*	22.4	21.6
81.8	40	12.4	12.4	12.7	—	23.8*	23.8	23.7

Bei den mit Strichen bezeichneten Versuchen konnte keine regelmässige Entladung zwischen den Electroden erhalten werden, bei den mit einem Asterisk bezeichneten nur durch vorherige leitende Verbindung der Electroden der Electrisirmaschine. Bei dem letzten Druck leuchtet ohne Ableitung die positive Electrode an der der negativen Electrode zugekehrten Fläche in einem, um die Axe der Entladung concentrischen Ringe, in dessen Mitte ein dunkler Fleck ist. Bei Ableitung der positiven Electrode bleibt die Erscheinung dieselbe, nur breitet sich der leuchtende Ring weiter nach hinten aus; die negative Electrode ist ganz dunkel. Bei Ableitung der negativen Electrode tritt eine Funkenentladung hervor, indem an der positiven Electrode ein sehr helles schmales Büschelchen (von glühenden Metalltheilchen) erscheint.

Die Reihen werden durch die folgenden Interpolationsformeln ausgedrückt:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 4{,}11 + 0{,}1055 \, . \, p - 175{,}6 \, . \, p^{-2}$$

2) negative Electrode abgeleitet:

$$y = 5{,}61 + 0{,}2213 \, . \, p - 248{,}6 \, . \, p^{-2}.$$

IV. Wasserstoff.

Derselbe wurde aus reinem granulirten Zink mit verdünnter Schwefelsäure dargestellt, durch Waschen mit Wasser und Kalilauge gereinigt und durch Chlorcalcium, Schwefelsäure, Kalistücke

und wasserfreie Phosphorsäure getrocknet. Die Entladungen waren röthlich gefärbt und ziemlich lichtschwach.

Reihe XII.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isolirt y.	Beide Kugeln isolirt $J=40$	N. Formel 1) berech.	Posit. Kugel abgel. y.	Negat. Kugel abgeleitet y.	Negat. Kugel abgeleitet $J=40$	Nach Formel 2) berechnet
15.1	34	3.1	2.6	2.6	3.7	6.4	5.4	5.3
27.7	34	5.3	4.5	4.2		9.0	7.6	7.7
36.0	35	5.6	4.9	4.9		10.0	8.7	8.8
48.5	33	6.7	5.5	5.7		12.6	10.4	10.3
61.0	33	7.6	6.3	6.5		13.6	11.2	11.7
72.0	36.5	8.3	7.6	7.2		14.6	13.1	12.9
88.0	36.5	8.6	7.8	7.8		16.2	14.4	14.1

Bei Ableitung der positiven Electrode traten, ausser bei dem ersten Versuch, keine Entladungen in gewöhnlicher Art zwischen den Electroden ein; nur leuchteten letztere diffus.

Die Interpolationsformeln für die Reihen sind:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 2,87 + 0,0608\,p - 267,2\,.\,p^{-2}$$

2) negative Electrode abgeleitet:

$$y = 5,04 + 0,1102\,.\,p - 311,5\,.\,p^{-2}.$$

V. Kohlensäure.

dargestellt aus Doppelspathstücken mittelst verdünnter Salzsäure. Das Gas wurde durch Wasser, Schwefelsäure und über wasserfreie Phosphorsäure geleitet.

An der negativen Electrode erscheint etwa auf $^1/_3$ ihrer Oberfläche eine ungefähr $^1/_2{}^{mm}$ dicke Schicht blauen Glimmlichtes; die Entladung zwischen den Electroden ist grünroth und ziemlich hell. Während bei den bisher benutzten Gasen die Entladungen bei Ableitung der positiven Electrode kaum zu erhalten waren, treten dieselben bei Anwendung von Kohlensäure auf; doch sind sie nicht scharf begrenzt.

Reihe XIII.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y.	$J=10$	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgel. y.	$J=10$	N. Formel 2) berech.	Negat. Kugel abgel. y.	$J=10$	N. Formel 3) berech.
13.5	10	5.1	5.1	5.1	6.4	6.4	6.3	7.1	7.1	7.2
27.9	10.5	6.8	6.9	6.9	8.5	8.6	8.6	10.9	11.0	11.2
35.6	11	7.4	7.6	7.6	9.4	9.6	9.6	12.4	12.3	12.7
47.3	—	8.4	8.5	8.5	11.0	11.1	11.1	13.6	13.5	13.3
60.8	—	9.3	9.5	9.6	12.6	12.8	12.8	15.0	15.2	15.2
71.9	10.5	10.5	10.6	10.7	13.9	14.1	14.2	15.7	15.9	16.3
82.4	12	10.8	11.3	11.3	14.7	15.5	15.5	16.7	17.7	17.4

Die letzte Beobachtung bei Ableitung der positiven Kugel ist schwer auszuführen. Es entsprechen diesen Reihen folgende Interpolationsformeln:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 4{,}95 + 0{,}0772\, p - 157{,}5 \,.\, p^{-2}$$

2) positive Electrode abgeleitet:

$$y = 5{,}23 + 0{,}1250 \,.\, p - 112{,}3 \,.\, p^{-2}$$

3) negative Electrode abgeleitet:

$$y = 9{,}20 + 0{,}1010 \,.\, p - 614{,}2 \,.\, p^{-2}.$$

VI. Schweflichte Säure.

Es wurde ein Glasballon mit schweflichter Säure gefüllt, die durch Erhitzen von Kupfer mit concentrirter Schwefelsäure dargestellt war. Derselbe wurde mit dem Entladungsapparat direct verbunden, durch welchen vorher ein Strom schweflichter Säure geleitet war. Nach dem Evacuiren des letzteren wurde durch Oeffnen des Hahnes in dem Verbindungsrohr zwischen dem Ballon und Entladungsapparat allmählich Gas aus ersterem in letztern übergeführt. Die negative Electrode war abgeleitet, sonst erhält man keine Entladungen. Bei gleicher Stellung des Apparates wurden zur Vergleichung einige Versuche mit trockner atmosphärischer Luft angestellt.

Reihe XIV.

Schweflichte Säure.				Luft.			
Druck p	Intens. J	Abstand d. Entl. y	$J=40$	Druck p	Intens. J	Abstand d. Entl. y	$J=40$
4.8	31	5	3.9	7.9	33	4.6	3.8
9.2	32	6.6	5.3	10.4	33	6.7	5.7
12.3	32	7.3	5.8	13.7	34	7.9	6.4
19.3	32	10	8.0	18.5	34	9.5	8.3

Die Resultate der Beobachtungen über den Einfluss der Gase sind für die isolirte Verbindung beider Electroden mit der Electrisirmaschine und Ableitung der negativen Electrode auf Taf. II Fig. II. III. zusammengestellt.

c) Einfluss der Natur der Electroden.

Um über diesen Einfluss zu entscheiden, wurden, ausser der unter Anwendung von Platinelectroden und verschiedenen Gasen angestellten Beobachtungen, noch folgende Versuche gemacht. Der Apparat wurde, wie bei den ersten Versuchen, mit Luft, Sauerstoff etc. gefüllt.

Reihe XV.

Electroden blank polirte Zinkkugeln von 3,86^{mm} Durchmesser. Abstand der Vorderflächen derselben von einander: 9,1^{mm}. Apparat mit Stickstoff gefüllt.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y	$J=40$	Pos. Kugel abgeleit. y	$J=40$	Negat. Kugel abgel. y	$J=40$
15.2	39	4.4	4.8	5.2	5.1	7.7	7.5
40.2	42	8.1	8.5	8.7	9.1	14.7	15.3
70.2	42	11.3	11.9	12.4	13.0	22.0	23.1

Reihe XVI.

Apparat mit Zinkkugeln wie bei Reihe XV, aber mit Sauerstoff gefüllt.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isolirt y	$J=40$	Pos. Kugel abgeleitet y	$J=10$	Negat. Kugel abgeleit. y	$J=10$
13.8	11.5	5.3	5.5	7.3	7.6	7.8	8.1
38.0	11	8.2	8.4	10.8	11.1	13.5	13.9
69.2	11.5	12.0	12.4	15.2	15.8	14.9?	15.6?

Reihe XVII.

Entladungsapparat wie in den früheren Reihen mit Luft gefüllt; Electroden eine kleine Platinkugel von 3,4mm und eine kleine Zinkkugel von 3,4mm Durchmesser, im Abstand von etwa 10mm, Intensität: 30.

A.

Druck p	Platinkug. negativ y	Zinkkugel negativ y
15.5	8.9	4.0
33.2	9.3	8.5
56.7	11.9	10.6
74.7	12.8	11.3

Apparat ebenso, nur mit Wasserstoff gefüllt.

B.

Druck p	Platinkug. negativ y	Zinkuk. ge negativ y
52.6	6.9	6.6
88.8	10.8	9.8
98.7	11.8	11.0

Aus diesen und ähnlichen Versuchen (Reihe XV bis XVII) geht zunächst hervor, dass, so lange die Entladungen nur durch die zwischen den Electroden befindlichen Gase allein fortgeführt werden, der Abstand der einzelnen Entladungen von einander von dem Metall der Electroden unabhängig ist. Zwischen Zink- und Platinkugeln finden in derselben Zeit gleich viel Entladungen statt, wenn die einen oder andern bei gleichen Drucken von demselben Gase umgeben sind. Wendet man eine Platinkugel einer Zinkkugel gegenüber als Electroden in Luft oder Wasserstoff an, so sind die Verhältnisse der Entladungszeiten bei abwechselnder Richtung der Entladungen in beiden Fällen fast ganz dieselben. Die Unterschiede in den beobachteten Werthen, jenachdem der Strom von der Platin- zur Zinkkugel oder umgekehrt fliesst, können sehr wohl durch die etwas verschiedene Gestalt der Electroden bedingt sein. Es sind demnach die Electricitätsmengen, mit welchen die Electroden zur Erzeugung einer durch die Gase allein vermittelten Entladung durch eine constante Electricitätsquelle geladen werden müssen, von der Natur des Metalles der Electroden unabhängig.

§. 5.

Einfluss der verschiedenen Grösse, Entfernung und Ableitung der beiden Electroden.

Zwei Messingelectroden von 13,8 und 2,65^{mm} Durchmesser waren in verschiedenen Abständen in dem mit Luft gefüllten Apparat einander gegenübergestellt. Beide Electroden waren durch gleich lange Drähte mit den Kämmen der *Holtz*'schen Maschine verbunden. Der Abstand der Vorderflächen der Kugeln sei δ. Die Stromintensität ist überall die gleiche (40).

Reihe XVIII.

1) $\delta = 3.0^{mm}$	Grosse Kugel		2) $\delta = 6.0^{mm}$	Grosse Kugel	
Druck	−	+	Druck	−	+
27.5	2.9	sehr klein	27.0	3.5	3.0
48.2	3.7	3.6	38.9	3.9	3.9
58.9	5.1	4.1	49.5	5.0	5.1
			55.5	5.8	6.0

3) $\delta = 11.2^{mm}$ Grosse Kugel

Druck	−	+
26.2	4.9	4.3
39.6	5.6	6.1
50.5	6.3	7.0

4) $\delta = 14.7^{mm}$ Grosse Kugel

Druck	−	+
28	6.5	5.2
37.6	7.1	6.3
59.3	8.2	9.5

5) $\delta = 22.3^{mm}$ Grosse Kugel

Druck	−	+
26.7	9.5	5.2
38.6	11.9	6.7
56.3	16.5	7.2

Bei der Reihe 5 sind die Entladungen scharf abgezeichnet, wenn die grosse Kugel negativ ist, dagegen nebelhaft und diffus, wenn sie positiv ist. Verzeichnet man bei diesen Versuchen den Abstand der Electroden auf der Abscissenaxe, den Abstand der Entladungen, wie er den Drucken $25, 40, 55^{mm}$ entspricht, als Ordinaten, so erhält man die Fig. IV Taf. II gezeichneten Curven, bei denen das positive und negative Vorzeichen angiebt, dass die grössere Kugel entweder als positive oder als negative Electrode dient.

Die beiden Arten von Curven, die man für die Fälle erhält, dass entweder die grosse Kugel positiv, oder dass dieselbe negativ ist, sind so wesentlich von einander verschieden, dass sie sich scheinbar nicht durch dieselbe Formel ausdrücken lassen.

Ist die grössere Kugel positiv, so entsprechen die Beobachtungen am besten einem Ausdrucke von der Form:

$$y = A - \frac{B}{\delta};$$

ist dagegen die grosse Kugel negativ, so erhält man die befriedigendsten Resultate mit:

$$y = C + B \cdot \delta^2,$$

wenn y den Abstand zweier Entladungen, δ die Entfernung der vordersten Punkte der Electroden bedeutet.

Nach obigen Formeln, die natürlich nur als rein empirische angesehen werden dürfen, ist nachstehende Übersicht gerechnet.

Die Werthe unter der Rubrik »interpolirt« sind aus den Beobachtungen der Reihen XVIII durch Interpolation nach der Formel $y = A + B.p$ abgeleitet. Die Zahlen in den Columnen »berechnet« sind aus den Formeln gefunden, deren Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den interpolirten Werthen gewonnen worden sind.

Abstand der Electrod.		Grosse Kugel negativ. 25mm		40mm		55mm		Grosse Kugel positiv. 25mm		40mm		55mm	
äuss. Pkt.	Centra	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet
3.0	8.2	2.6	3.1	3.6	3.7	4.5	4.5	2.4	2.1	3.1	2.9	3.9	3.5
6.0	14.2	3.5	3.4	4.4	4.2	5.3	5.0	3.0	3.7	4.3	4.9	5.5	6.1
11.2	19.4	4.8	4.5	5.7	5.8	6.5	7.0	4.3	4.5	6.0	5.9	7.6	7.3
14.7	22.9	5.9	5.6	6.9	7.4	7.8	9.1	4.9	4.7	6.9	6.2	9.0	7.7
22,3	30.5	8.9	9.1	12.5	12.3	16.1	15.4	5.4	5.0	6.5	6.6	7.5	8.0

	Grosse Kugel negativ	Grosse Kugel positiv
$p = 55;$	$y = 4.24 + 0.0225\,\delta^2$	$y = 8.76 - \frac{15.68}{\delta}$
$p = 40;$	$y = 3.59 + 0.0175\,\delta^2$	$y = 7.09 - \frac{12.85}{\delta}$
$p = 25;$	$y = 2.94 + 0.0125\,\delta^2$	$y = 5.42 - \frac{10.02}{\delta}$

Der Anblick der Curven und der Tabelle ergiebt unmittelbar, dass bei derselben Entfernung die zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge bei grösseren Abständen kleiner ist, wenn die grössere Kugel als positive Electrode, wie wenn sie als negative Electrode verwendet wird. Ferner nähert sich bei zunehmender Entfernung der Electroden die zu einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge bald einem Maximum, wenn die grössere Kugel positiv ist, dagegen steigt sie bedeutend an, wenn die grössere Kugel die negative Electrode darstellt. — Wird die eine oder andere Electrode zur Erde abgeleitet, so ergeben die sämmtlichen Versuche der Reihen IX bis XIII, und viele andere Versuchsreihen, dass bei Ableitung der positiven Electrode die Abstände der Entladungen,

d. h. die zu einer Entladung erforderlichen Electricitätsmengen etwas grösser sind, als wenn beide Electroden isolirt mit der Electrisirmaschine verbunden sind; dass aber bei Ableitung der negativen Electrode diese Electricitätsmengen noch sehr viel grösser sein müssen, als bei Ableitung der positiven Electrode.

Diesen Erfahrungen entspricht auch ganz das Verhalten der Entladungen, wenn zugleich mit der Ableitung der einen oder andern Electrode die beide umgebende Metallblechhülle abgeleitet oder mit den Electroden verbunden wird.

Die folgende Tabelle enthält einige derartige Resultate.

Reihe XIX.

Electroden: zwei kleine Platinkugeln von 3,4mm Durchmesser in einem Abstand von etwa 15mm, Druck etwa 32mm.

Entladungsabstand y.

	Beide Electroden isolirt y.	Positive Electrode abgeleitet y.	Negative Electrode abgeleitet y.
Hülle isolirt	9.0	12.0	10.4
» abgeleitet	9.0	10.1	11.6
Hülle isolirt	10.8	12.4	14.2
» mit der + Electrode verbunden	8.2	9.8	14.0
» mit der − Electrode verbunden	16.4	23.0	18.0

Sind also beide Electroden isolirt, so hat bei schwächeren Entladungen die Ableitung der Hülle keinen wesentlichen Einfluss. Nur bei starken Drucken ladet sich die Hülle positiv und dann steigt die zu einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge. Wird die positive Electrode mit der Hülle verbunden, so nimmt bei unverändertem Zustand der negativen Electrode, gleichviel ob sie isolirt oder abgeleitet war, der Abstand der Entladungen und die zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge ab. Wird dagegen in gleicher

Weise bei unverändertem Zustand der positiven Electrode die negative Electrode mit der Hülle verbunden, so nimmt jene Electricitätsmenge zu.[1])

§. 6. Losreissen von Metalltheilchen bei der Entladung.

Sind die Dichtigkeiten, welche die Electricitäten an der Oberfläche der Electroden zur Erzeugung einer Entladung erhalten müssen, sehr bedeutend, so treten zu den durch die Gase allein vermittelten Entladungen auch Fortführungen von Metalltheilchen der Electroden hinzu. Man bemerkt, dass bei wachsenden Drucken, zuerst an der positiven Electrode kleine leuchtende Fünkchen auftreten; dass diese bei stärkeren Drucken sich zu einem kleinen leuchtenden, weiter gegen die negative Electrode hin sich ausbreitenden Büschel ausbilden, bis endlich bei noch stärkeren Drucken die eigentliche Funkenentladung beide Electroden verbindet. Die Bildung dieser Büschel aus glühenden Metalltheilchen ist leicht durch das Spectroscop nachzuweisen.

Sehr deutlich zeigt sich der Einfluss der electrischen Dichtigkeit auf die Losreissung von Metalltheilchen bei der Entladung, wenn man die eine oder andere der beiden Electroden zur Erde ableitet.

1) Herr *Edlund* hat in *Poggendorff's* Annalen (Bd. CXXXIV. S. 337. 1868 und Bd. CXXXIX. S. 353. 1870, eine Reihe interessanter Versuche veröffentlicht, bei denen er den Strom einer Electrisirmaschine durch einen, nahe bei der einen Electrode der letzteren unterbrochenen Schliessungskreis leitet, in den ein Galvanometer eingeschaltet ist. Die Ablenkung der Nadel desselben wächst, wenn vor dem Galvanometer die Zuleitungsdrähte zu demselben durch eine Brückenleitung verbunden werden, in welcher sich eine Unterbrechungsstelle befindet, an der Funken überschlagen. Es wird hieraus auf die Bildung einer electromotorischen Kraft an der Unterbrechungsstelle geschlossen, welche unter verschiedenen Bedingungen untersucht wird, die mit obigen Versuchen in gewisser Beziehung stehen. Gehen aber in der Zeiteinheit beliebig viele, sehr kurz dauernde Entladungen, welche zusammen die Electricitätsmenge *E* mit sich führen, in gleichen Intervallen durch den Multiplicator eines Galvanometers, so misst die Ablenkung seiner Nadel nur die Electricitätsmenge *E*. Sollte diese Electricitätsmenge durch Einfügung der Brückenleitung mit der Unterbrechungsstelle, an der sich doch ein Theil der von der Electrisirmaschine gelieferten Electricitäten ausgleicht, wirklich vergrössert werden können?



Wurden z. B. die zwei je $3,4^{mm}$ im Durchmesser haltenden Platinkugeln in dem Entladungsapparat bei etwa 200^{mm} Quecksilberdruck in einem Abstand von 17^{mm} einander gegenübergestellt, so traten, wenn dieselben durch isolirte Drähte mit den Zuleitern der Electrisirmaschine verbunden waren, in den durch die Luft stattfindenden Entladungen nur einzelne, schwach gezeichnete Metallentladungen auf. Im Spectroscop zeigte die Entladung das Stickstoffspectrum mit wenig hell hervortretenden Metalllinien. Wurde die positive Electrode abgeleitet, so wird daselbst die electrische Dichtigkeit verringert, die Metallentladungen verschwinden und mit ihnen die entsprechenden Metalllinien im Spectrum. An der negativen Electrode wird freilich hierbei die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge vermehrt, aber meist nicht so stark, dass nun von dieser Electrode aus die Metallentladungen stattfinden könnten. Nur bei einzelnen Versuchen zeigen sich im blauen Glimmlicht auf der negativen Electrode kleine prikelnde Metallfünkchen. — Wird endlich die negative Electrode abgeleitet, so muss bis zu einer Entladung die electrische Dichtigkeit an der positiven Electrode über den frühern Werth bei dem ersten Versuche ansteigen; die von derselben ausgehenden Metallentladungen werden hiemit noch verstärkt, es entsteht ein hell leuchtender Funkenstrom zwischen den Electroden.

§. 7. Verhalten des Ventileis. Electromagnetische Rotation der Entladung im luftverdünnten Raum.

Die vorher beschriebenen Versuche über die Entladungen im luftverdünnten Raume stehen zu einigen schon genauer studirten Erscheinungen in naher Beziehung; so namentlich zu dem eigenthümlichen Verhalten des Ventileis.

Ein durch irgend eine Electricitätsquelle gelieferter kurz andauernder Strom wird nach den mitgetheilten Versuchen nur dann ein verdünntes Gas durchbrechen können, wenn die Dichtigkeit der Electricitäten an den Enden der Leitung einen bestimmten endlichen Werth erreicht. Ist die eine Electrode bedeutend grösser als die andere, so bedarf es einer stärkern Spannung zum Uebergang einer Entladung von der kleinern positiven zur grössern negativen Electrode, als zum Uebergang von der kleinern negativen zur grössern positiven Electrode.

Folgt nun eine Reihe abwechselnd gerichteter Ladungen aufeinander, die eine electrische Spannung haben, welche zwischen jenen beiden Werthen liegt, so können nur die Ladungen zwischen den Electroden übergehen, für welche die kleinere als negativer Pol dient.

Bei abwechselnd gerichteten Inductionsströmen, wie sie z. B. in der Inductionsspirale eines Inductoriums erzeugt werden, compliciren sich diese Erscheinungen dadurch, dass bei einer gleichen Gesammtmenge der bewegten Electricitäten die Oeffnungsströme schneller ansteigen als die Schliessungsströme und die Intensität dieser Ströme, nicht wie die der Ströme einer Electrisirmaschine, von den Widerständen der Leitung unabhängig ist.

Ist nun zuerst die kleinere Electrode positiv für den Oeffnungsstrom, so bedarf es meist zu dem Uebergang der Electricitäten einer so starken Ladung, dass überhaupt nur die Oeffnungsströme diese Ladung herstellen können.

Ist die kleinere Electrode aber für den Oeffnungsstrom negativ, so werden bei stärkern Drucken zunächst auch die zu einer Entladung erforderlichen Spannungen nur durch den Oeffnungsstrom geliefert werden können, der sich bis zur hinlänglichen Ladung der Electroden vollständig entwickeln kann. Wird aber die Luft verdünnt, so bedarf es kleinerer Electricitätsmengen. Wenn dann der Oeffnungsstrom bei seinem schnellen Ansteigen bis zum Maximum die Spannung besitzt, dass ein Theil der in ihm bewegten Electricitäten von der kleineren positiven zur grösseren negativen Electrode übergeht, so kann auch der Schliessungsstrom nachher eine, wenn auch schwächere, so doch genügende Spannung an den Electroden liefern, dass umgekehrt ein Theil derselben von der grössern positiven zur kleinern negativen Electrode übergeht. Dann kann die am Galvanometer gemessene Gesammtintensität der Inductionsströme bis Null abnehmen. Bei noch weiterer Verdünnung sind die zum Uebergang der Electricitäten erforderlichen Spannungen immer kleiner, so dass bei dem schnellen Abfalle der Intensitäten des Oeffnungsstromes, bei dem langsamen Abfall und der längern Zeit, in der die Intensität des Schliessungsstromes über einer gewissen Grösse bleibt, eine grössere Electricitätsmenge durch letzteren von der grossen zur kleinen Electrode übergeführt werden kann, als durch den Oeffnungsstrom in entgegen-

gesetztem Sinne. Die Ablenkung der Nadel des in den Inductionskreis eingeschalteten Galvanometers kehrt sich dann um.

Ferner folgt aus den oben angeführten Versuchen die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Rotation der, zwischen einer Spitze und einem gegenübergestellten Ringe im luftverdünnten Raume übergehenden Entladungen unter dem Einfluss eines unter den Ring gestellten Magnetstabes von der Richtung der Entladungen.[1]

Wirkt auf eine Entladung der Magnet, so bestimmt sich die abgelenkte Richtung derselben durch das Verhältniss der Geschwindigkeit, mit der die Luft von der einen zur andern Electrode geführt wird und der Geschwindigkeit, welche sie in transversaler Richtung durch die ablenkende Kraft des Magnetes erhält. Da nun beide Geschwindigkeiten im Allgemeinen proportional den durch die Luft in der Zeiteinheit fortgeführten Electricitätsmengen sein werden, so wird die Ablenkung für jede einzelne Entladung, mag sie stärker oder schwächer sein, nahezu dieselbe sein. Folgen einzelne Entladungen aufeinander, so findet jede folgende in der abgelenkten Bahn der vorhergehenden eine erwärmte Luftschicht, in der sie leichter übergeht;[2] die Rotationsgeschwindigkeit, mit der sich die Entladungen drehen, ist demnach um so grösser, je öfter stärkere oder schwächere Entladungen in der Zeiteinheit aufeinanderfolgen. Da nun diese Aufeinanderfolge bei etwas weiterer Entfernung der Electroden schneller eintritt, wenn die positive Electrode die grössere ist, so ist die Rotation der Entladungen lebhafter, wenn der Ring als positive Electrode dient, als im umgekehrten Falle, ganz wie es *de la Rive* beobachtet hat.

§. 8. Kraft zur Einleitung einer Entladung an beiden Electroden.

Von den oben angeführten experimentellen Resultaten ausgehend, wollen wir versuchen, die einzelnen Erscheinungen der electrischen Entladung auf einfache mechanische Verhältnisse zurückzuführen. Selbstverständlich muss dieser Versuch manche,

---

1) *De la Rive*, Ann. de Chim. et Phys. (4) T. X. p. 165. 1867.

2) Vgl. die Versuche von *Fernet*, Compt. rend T. LIX. p. 1005. 1864. Pogg. Ann. Bd. CXXIV. S. 351.



nicht streng bewiesene Voraussetzungen in sich schliessen und kann somit nur unvollkommen sein; indess dürfte er doch wenigstens dazu dienen, die bisher ziemlich unklar und unvermittelt dastehenden Erscheinungen unter einem gemeinsamen Gesichtspunkt zusammenzufassen.

Werden die Electricitäten der Electrisirmaschine den Electroden in gleichmässigem Strome zugeführt, so lagern sie sich auf denselben nach den bekannten electrostatischen Gesetzen auf ihrer Oberfläche. Wir beobachten, dass vor dem Eintreten einer jeden, sowohl nur durch das Gas zwischen den Electroden, als auch durch Metalltheile derselben vermittelten Entladung stets erst eine bestimmte endliche Spannung erreicht sein muss, und wollen untersuchen, wie gross dieselbe an beiden Electroden unter den verschiedenen Bedingungen sein muss, unter welchen die vorher beschriebenen Versuche angestellt wurden. Wir betrachten dabei zunächst nur die Entladungen, an denen allein das Gas zwischen den Electroden Theil nimmt.

Es mögen die Entladungen zwischen zwei kugelförmigen Electroden von den Radien r und R stattfinden, deren Verbindungsdrähte mit der Electrisirmaschine zu vernachlässigen seien. Der Abstand der Mittelpunkte beider Kugeln sei L. Bei Ladung der Kugeln mit den (entgegengesetzten) Electricitätsmengen e und E wird das Potential in den auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte liegenden, einander zugekehrten Punkten der Oberfläche der Kugeln am grössten sein. Ist L gegen r und R relativ gross, so sind die absoluten Werthe der Potentiale auf die daselbst auf der Flächeneinheit angehäuften Electricitäten annähernd:

$$v = \frac{e}{4r^2\pi}\left(\frac{e}{r} + \frac{E}{L}\right) \qquad 1)$$

$$V = \frac{E}{4R^2\pi}\left(\frac{E}{R} + \frac{e}{L}\right)$$

Sind die Kugeln gleich gross, also $r = R$, sind die ihnen zugeführten Electricitätsmengen $e = E$, so sind die Potentiale beide

$$v = \pm\frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{L}\right) \qquad 2)$$

Jenachdem für beide Electricitäten ein gleiches Potential erforderlich ist, um an den mit ihnen geladenen Electroden eine Entladung einzuleiten, oder für die eine ein kleineres Potential (a), als für die andere (A), wird an jener Kugel allein oder an beiden

zugleich die Entladung beginnen, wenn die Ladung e so gross ist, dass $v = a$ wird.

Ist die eine der beiden Kugeln zur Erde abgeleitet, die andere allein mit der positiven oder negativen Electricitätsquelle verbunden, so wird die erstere nur durch Influenz electrisch. Bei einer Ladung der nicht abgeleiteten Kugel mit der Electricitätsmenge e, wird die abgeleitete durch Influenz mit der Electricitätsmenge $\frac{e}{n}$ geladen, wo $n > 1$. Da die Fernewirkung beider Electricitäten die gleiche ist, so müssen wir annehmen, dass der Vertheilungscoefficient n derselbe bleibt, mag nun die Electricität e positiv oder negativ sein. Die Potentiale auf die Electricität auf der Flächeneinheit werden dann:
auf der isolirten Kugel

$$V = \frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{nL}\right); \qquad 3)$$

auf der abgeleiteten Kugel

$$v = \frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{n^2r} + \frac{1}{nL}\right). \qquad 3^a)$$

Auf letzterer ist also das Potential kleiner. Wäre nun zur Einleitung einer Entladung für die positive und negative Electricität dasselbe Potential erforderlich, so würde jedenfalls, wäre die positive Electrode isolirt mit der Electricitätsquelle verbunden und die negative abgeleitet, oder umgekehrt, jedesmal die Entladung bei gleicher Electricitätszufuhr beginnen. Der Versuch beweist das Gegentheil; es muss also jenes Potential für beide Electricitäten verschieden sein.

Nehmen wir beispielsweise an, dass das zur Einleitung einer Entladung an der positiven Electrode erforderliche Potential a_+ kleiner sei, als das zur Einleitung der Entladung an der negativen Electrode erforderliche A_-. Ist dann zuerst die positive Electrode P isolirt mit der Electricitätsquelle verbunden, die negative N abgeleitet, so wird bei wachsender Electricitätszufuhr P früher die zur Erreichung des Potentials a_+ nöthige positive Electricitätsmenge e_+ erhalten, als N die zur Erreichung des grösseren Potentials A_- erforderliche grössere Electricitätsmenge. Die Entladung wird also beginnen, wenn die Electrisirmaschine die Electricitätsmengen $\pm e_+$ geliefert hat. — Ist umgekehrt die

negative Electrode N mit der Electrisirmaschine verbunden, P abgeleitet, so wird erstens, um N mit dem zum Beginnen einer Entladung erforderlichen Potential A_- zu versehen, eine Electricitätsmenge $e_- > e_+$ der Electrode zugeführt werden müssen. Könnte zweitens hiebei die abgeleitete Electrode P eher das zur Entladung erforderliche Potential a_+ erreichen, als N das grössere Potential A_-, so müsste N hiezu doch eine grössere Electricitätsmenge $e_-' > e_+$ zugeführt werden, da P jetzt nur durch Vertheilung electrisirt wird. — In allen Fällen müsste also unter unserer Annahme bei Ableitung der positiven Electrode von der Electrisirmaschine zur Einleitung einer Entladung eine grössere Electricitätsmenge geliefert werden, als bei Ableitung der negativen Electrode. — Die Versuche beweisen, dass gerade im Gegentheil bei Ableitung der positiven Electrode eine zwar etwas grössere Electricitätszufuhr als bei isolirter Verbindung beider Electroden mit der Electrisirmaschine (da die Influenzwirkung kleiner ist), aber eine viel kleinere Ladung als bei Ableitung der negativen Electrode zur Einleitung der Entladung erforderlich ist. Wir können hieraus schliessen:

»dass zur Einleitung einer Entladung an der positiven Electrode ein grösseres Potential der gesammten Electricitäten auf die auf der Flächeneinheit aufgehäufte Electricität erforderlich ist, als an der negativen Electrode.«

Dasselbe Resultat ergiebt sich bei den Entladungsversuchen zwischen verschieden grossen Electroden. Bei etwas bedeutenderen Abständen L ihrer Mittelpunkte ist nach den Formeln 1) bei gleicher Ladung mit den Electricitäten $\pm e$ das Potential auf der kleineren Kugel grösser, als auf der grossen; es wird auf ihr bei geringerer Ladung das zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Potential erreicht sein, als auf der grossen. Ist nun, wie wir oben gefunden, das zur negativen Entladung nöthige Potential a_- kleiner, als das zur positiven Entladung nöthige (A_+), so würde, wenn zuerst die kleine Kugel negativ ist, auf ihr schon viel eher bei wachsender Electricitätszufuhr das Potential a_- erreicht sein, als das grössere Potential A_+ auf der grösseren Kugel. Ist die grosse Kugel negativ, so müssen wir, um auf derselben das Potential a_- oder auf der kleineren Kugel das Potential A_+ zu erreichen, derselben eine grössere Electricitätsmenge zuführen, als vorher. Die Versuche stimmen

mit diesen Ableitungen völlig überein, und bestätigen somit den oben ausgesprochenen Satz.

Bei kleineren Entfernungen der grossen und kleinen Kugel voneinander kann sich durch die Influenzwirkung die electrische Vertheilung auf ersterer so ändern, dass auf der der kleinen Kugel gegenüberliegenden Stelle das Potential einen sehr grossen Werth erhält. Dann kann sich durch diesen secundären Einfluss, wie die Versuche zeigen, obiges Verhältniss der vor jeder Entladung zugeführten Electricitätsmengen scheinbar umkehren.

§. 8. Aeussere Erscheinungen der Entladung.

Wir betrachten zunächst den Fall, dass an der Entladung allein das die Electroden umgebende Gas theilnimmt. Ist dann, wie wir beobachtet haben, zur Erzeugung einer Entladung eine gewisse endliche Spannung der Electricitäten an beiden Electroden erforderlich, so könnten wir uns dieses Verhalten vorläufig, ohne indess daraus irgend eine Schlussfolgerung über die wahre Ursache der Erscheinung ableiten zu wollen, etwa so vorstellen, wie wenn an der Oberfläche der Electroden ein gewisser Uebergangswiderstand vorhanden wäre, der die Fortführung der Electricität durch die, die Electroden umgebenden Gastheilchen hinderte, und der erst durch eine bestimmte Kraft überwunden werden müsste. Wir wollen erst später einen Versuch machen, uns von dem Grunde dieses scheinbaren Uebergangswiderstandes einigermassen Rechenschaft zu geben. Sind die electrischen Abstossungskräfte, welche die an der Oberfläche der Electroden befindlichen Electricitäten antreiben, durch stärkere Ladung der Electroden so bedeutend geworden, dass jener Uebergangswiderstand durch dieselben überwunden wird, so müssen sich die electrischen Massen sogleich mit einer grösseren endlichen Geschwindigkeit von den Electroden fortbewegen. Es wäre möglich, dass sich hiebei die Electricitäten in den Gasen von Theilchen zu Theilchen fortpflanzten. Es könnte auch sein, dass die an der Metallelectrode electrisirten Gastheilchen von derselben fortgetrieben würden, dann auf entferntere Gastheile stiessen und diesen ihre

Bewegung und Electricität mittheilten. Es könnten endlich die von der Electrode fortgetriebenen Gastheilchen mit der in ihnen enthaltenen Electricität durch das umgebende Medium auf grössere Entfernungen hin fortgeschleudert werden. Indess erscheint die letztere Ansicht als die weitaus wahrscheinlichere. Es spricht für dieselbe erstens das Auftreten jenes Luftstromes, welcher von einer positiv electrisirten Spitze ausgeht, und ferner der Umstand, dass die bei höheren Drucken losgerissenen, glühenden Metalltheilchen, bei wachsendem Drucke und damit steigender electrischer Spannung, sich immer weiter als hell-leuchtendes Büschel, zugleich mit der im Gase auftretenden Entladung, nach der negativen Electrode hin ausbreiten.

(1.) Wir wollen zuerst den Fall betrachten, dass nur die eine Electrode direct electrisirt wird, die andere aber weit entfernt, sehr gross und abgeleitet ist. Dann ist das Potential der Electricitäten auf die Einheit der Oberfläche der abgeleiteten Kugel verschwindend klein; das zur Einleitung einer Entladung nöthige Potential wird stets auf der electrisirten Kugel zuerst erreicht werden. Es bedarf, wenn die Electrode positiv geladen wird, eines grösseren Potentiales, also einer grösseren Kraft zum Eintritt einer Entladung, als wenn sie negativ geladen ist, mithin muss die Bewegung der Electricität selbst oder der mit Electricität geladenen Gastheilchen von der Electrode fort mit grösserer Anfangsgeschwindigkeit vor sich gehen, wenn die Electrode positiv ist, als wenn sie negativ ist.

Es würde hiernach die Entladung in gleicher Zeit weiter von der positiv geladenen Electrode fortschreiten, als von der negativen. Bei gleicher Electricitätszufuhr würden wir an der positiven Electrode seltenere, aber weiter in die Umgebung sich sichtbar ausbreitende, an der negativen häufigere, aber auf die nähere Umgebung der Electrode beschränkte Entladungen wahrnehmen.

Um ein Beispiel für die Verschiedenheit dieser Geschwindigkeiten zu geben, wählen wir die Entladungen zwischen zwei gleich grossen Kugeln in der Luft. Bei 81,1^{mm} Druck würden sich die zu einer Entladung erforderlichen Electricitätsmengen bei Ableitung der positiven und negativen Kugel von 12,3:21,7,=1:1,76 verhalten. Die Potentiale auf die auf der Einheit der Oberfläche der Electroden angehäuften Electricitäten verhalten sich dem-

nach wie $1:(1,76)^2 = 1:3,13$. Wird die auf der Oberfläche angehäufte Luft bei der Entladung fortgetrieben, so werden ihre Anfangsgeschwindigkeiten in demselben Verhältniss stehen.

Hierdurch dürfte sich unmittelbar der wesentliche Unterschied der verschiedenen Formen der Entladungen im luftverdünnten Raum, der positiven Büschelentladung und des negativen Glimmlichtes erklären lassen.

Der so oft gebrauchte Ausdruck, dass die positive Electricität leichter aus den electrisirten Körpern ausströmt, als die negative, ist demnach nicht richtig. Gerade dadurch, dass zur positiven Entladung im Gegentheil eine grössere electrische Spannung und eine grössere Kraft erforderlich ist, als für die negative, erhalten die von der positiven Electrode fortgetriebenen Massentheilchen eine grössere Geschwindigkeit und breiten sich weiter aus. Nach dem vorher Angeführten wird man nicht mehr die leichtere Ausbreitung der positiven Electricität, wie man aus früheren Erfahrungen folgerichtig geschlossen, nur einem secundären Einfluss der negativen Electrisirung der an der negativen Electrode vorbeigetriebenen wasserhaltigen Luft zuschreiben dürfen; um so weniger, als die Unterschiede der entgegengesetzten Entladungen sich in ganz gleicher Weise auch in sorgfältigst getrockneten, jedenfalls kein condensirtes Wasser enthaltenden Gasen zeigen, die nach *Faraday's* Versuchen beim Vorbeiströmen an festen Körpern keine electrische Ladung zeigen.

Würde nur die an der Stelle des Maximalpotentials angehäufte Electricität bei der Entladung fortgeführt werden, so bliebe in den Electroden noch der grösste Theil der Ladung zurück, während sie sich doch in der That dabei mehr oder weniger vollständig entladen. Indess entsteht nach dem Beginn der Entladung über jener Stelle ein luftverdünnter Raum, zu welchem von der Seite her die Luft nicht eben so schnell zuströmen und daselbst die früheren Verhältnisse herstellen kann, wie sich die Electricitäten wiederum nach den electrostatischen Gesetzen auf der Electrode anordnen. Es wird daher das Potential derselben an der ersten Stelle noch genügen, um auch in der verdünnteren Luft daselbst eine weitere Entladung zu vermitteln.

Würde ferner in dem eben betrachteten Falle der Entla-

dungen die Fortführung der Electricität mit den Gastheilchen mit unendlicher Geschwindigkeit stattfinden, so könnte die Entladung nur von der einen Stelle der Electrode ausgehen, wo das Potential der Electricitäten ein Maximum ist. Flieht aber die Luft mit geringerer Geschwindigkeit, so kann ihre Electricität auf die electrische Vertheilung in der Electrode zurückwirken. Es wird dann noch den in der Nähe des Maximalpunktes des Potentials gelegenen Stellen der Electroden, während die electrisirte Luft in der Nähe derselben verweilt, eine so grosse Electricitätsmenge zugeführt werden, dass auch von ihnen die electrisirte Luft, unmittelbar nach der ersten Entladung an dem Maximalpunkt, fortgetrieben wird. Je geringer die Anfangsgeschwindigkeit des bewegten Gases ist, desto mehr muss diese Erscheinung hervortreten. Wir bemerken, entsprechend diesen Betrachtungen, namentlich an der negativen Electrode eine weitere Ausbreitung des Glimmlichtes, als an der positiven, wo die Entladung von einem kleineren Theile der Oberfläche ausgeht.

(2.) Es seien ferner zwei gleiche Electroden einander gegenübergestellt und beide isolirt mit den Zuleitern der Electrisirmaschine verbunden. Dann sind die Potentiale auf ihnen gleich; der Unterschied der Ladungen beider Electroden bei begonnener Entladung wird nicht so bedeutend sein, als in dem vorher betrachteten Falle. Beginnt nun die Entladung an der negativen Electrode, so schreitet dieselbe nur mit geringer Geschwindigkeit zur positiven Electrode vor; und so kann in der Zeit, in der die electrische Luft in der Nähe der negativen Electrode verweilt, die Ladung in beiden Electroden noch so weit anwachsen, bis auch an dem vordersten Punkte der positiven Electrode das zur Erzeugung der Entladung nöthige Potential erreicht ist und daselbst eine büschelförmige Luftentladung eintritt. In dieser Zeit wächst dann die Ladung der neben der vordersten Stelle der negativen Kugel liegenden Theile noch so stark an, dass auch von ihnen die Glimmentladung ausgeht. — Wenn ferner bei geringerem Druck der Luft eine schwächere Ladung der Electroden zur Erzeugung der Entladung genügt, und dann auch die Luft mit geringerer Geschwindigkeit fortgetrieben wird, so breitet sich auch hiebei das Glimmlicht auf der negativen, das Büschellicht auf der positiven Electrode weiter aus. Diese Erscheinung wird dadurch befördert, dass bei der schwächeren Ladung der Electroden auch

die absoluten Differenzen der an ihren einzelnen Stellen angehäuften Electricitätsmengen kleiner sind. Liefert demnach die Electricitätsquelle in gleichen Zeiten gleiche Electricitätsmengen, so würde bei schwächeren Drucken schon hierdurch in der Nachbarschaft des Ortes des Maximalpotentials schneller eine zur Erzeugung einer Entladung genügende Dichtigkeit erzeugt werden, als bei stärkeren Drucken. Dem entsprechend haben wir schon oben erwähnt, dass man an der Verbreiterung der Bilder der negativen Electrode im rotirenden Spiegel bei sehr geringen Drucken eine kurze Zeitdauer der Entladung daselbst beobachten kann. — Aus demselben Grunde vermindert sich bei stark abnehmendem Druck die Verschiedenheit der Lichterscheinungen an beiden Electroden.

In Folge der grösseren Geschwindigkeit der von der positiven Electrode ausgehenden Entladung, der kleineren Geschwindigkeit der von der negativen Electrode ausgehenden treten die bewegten electrisirten Luftmassen in der Nähe der negativen Electrode zusammen. Die von einer kleineren Stelle ausgehende positive, mehr zusammengedrängte Luft scheint sich dabei auf der von einer grösseren Fläche ausgehenden negativen auszubreiten (ähnlich wie ein Wasserstrom auf einer ruhenden Wasserfläche); die fortschreitende Bewegung der Luftmassen geht verloren, sie mischen sich und gleichen ihre Electricitäten in dem dunklen Raum aus, in welchem keine bestimmte Strömung der Electricität mehr wahrzunehmen ist. Dem entsprechend konnte *de la Rive* von zwei von der Seite her in den dunklen Raum eines weiten *Geissler*'schen Rohres eingesenkten Platinplatten keine oder nur schwache derivirte Ströme zu einem Galvanometer ableiten, während er solche Ströme sogleich erhielt, als er die Stromesrichtung umkehrte, so dass die Platinplatten in die positive Entladung gelangten.[1]) Je langsamer die Entladungen einander folgen, mit um so grösserer Ge-

---

1) *De la Rive*. Compt. rend. T. LVI. p. 669. 1863; Pogg. Ann. Bd. CXXXI. S. 577. Die Zurückführung dieses Versuches auf die Verdichtungsverhältnisse der Luft im Gase, wonach der dunkle Raum aus verdünnter und deshalb besser leitender und durch den Strom weniger erwärmter Luft bestehen soll, aus welcher daher eine Zweigleitung nur einen kleineren Theil des Stromes ableitet, als aus der angeblich verdichteten, schlechter leitenden und deshalb stärker erhitzten Luft an der positiven Electrode, scheint hiernach nicht unbedingt nöthig. Es könnten

schwindigkeit also die Ströme der electrisirten Gase in der Nähe der negativen Electrode zusammentreffen, desto schmaler muss entsprechend der dunkle Raum werden; und dies tritt in der That bei vermehrter Dichtigkeit der Gase ein.

(3.) Mit dieser Erklärungsweise stimmt die äussere Erscheinung der Entladungen zwischen zwei Electroden überein, wenn sie beide isolirt mit der Electrisirmaschine verbunden sind, oder die eine von ihnen abgeleitet ist. Ist z. B. die positive Electrode eine grössere Kugel von 13,8, die negative Electrode eine kleinere Kugel von 2,6^{mm} Durchmesser, so geht bei einem Druck von etwa 35^{mm} die positive Entladung von einer kleinen Fläche der erstern aus, verjüngt sich ein wenig gegen die negative Electrode hin und breitet sich gegen letztere bis zu dem schmalen dunkeln Raum wieder aus. Wird die grosse positive Kugel zur Erde abgeleitet, so bedarf es zur Erzeugung der Entladung einer grösseren Electricitätsmenge; in demselben Verhältniss ist der Unterschied der Dichtigkeit der Electricität auf den einzelnen Stellen der kleineren Kugel von der Axe an bedeutender, daher zieht sich das Glimmlicht auf eine kleinere Fläche zusammen. Auf der grösseren Kugel, die nur durch Influenz electrisirt ist, sind die Dichtigkeitsdifferenzen rings um die Axe kleiner; es verbreitert sich die positive, weniger leuchtende, bläuliche Entladung weiter über ihre Oberfläche; sie dehnt sich nebelartig gegen die negative Electrode aus, erst sich ein wenig verjüngend, dann wieder verbreiternd. Die beschleunigenden Kräfte treiben nämlich die electrisirten Lufttheilchen anfangs convergirend zur kleinern Electrode hin, dann aber beim Zusammentreffen mit der, annähernd in Kugelschalen sich ausbreitenden negativ electrischen Luft breiten sie sich wieder aus. Wird dagegen die negative Kugel zur Erde abgeleitet, so bedarf die positive Kugel zur Erlangung des zu einer Entladung erforderlichen Potentials wiederum einer grösseren Electricitätsmenge als ohne Ableitung, die absoluten Differenzen der Dichtigkeit von dem vordersten Punkt an nach hinten sind grösser, die Entladung findet von einer kleinern Stelle statt und ist schmaler. Dagegen breitet sich das Glimmlicht auf der negativen Electrode weiter aus in Folge

auch wohl die Dichtigkeitsunterschiede an den einzelnen Stellen der Luft nicht so bedeutend sein, dass sich die Erwärmung der Luft in der eigentlichen Entladungsbahn bis unter die dunkle Rothgluth verminderte.

der zur genügenden Ladung der positiven Electrode erforderlichen längern Zeit.

Bei umgekehrter Verbindung der beiden Electroden mit den Polen der Electrisirmaschine zeigen sich im Allgemeinen die analogen Verhältnisse, nur treten die Unterschiede bei der Ableitung weniger deutlich hervor.

Ganz besonders schön und auffallend zeigt sich das verschiedene Verhalten der Entladungen an den Electroden, wenn man die eine derselben durch eine ebene Metallfläche von Blech oder Quecksilber ersetzt.

Auf den Teller der *Jolly*'schen Luftpumpe wurde eine kreisrunde, sorgfältig polirte Metallplatte von 40^{mm} Durchmesser gelegt, welche durch die Metallröhren der Pumpe mit der *Holtz*'schen Maschine verbunden werden konnte. Ueber dieselbe wurde eine oben tubulirte Glasglocke von 60^{mm} Weite und 90^{mm} Höhe gesetzt, in deren Tubulus ein mit einem Glasrohr bekleideter Metallstab eingesetzt wurde, der etwa 15^{mm} oberhalb der Metallplatte eine Messingkugel von etwa 3,8^{mm} Durchmesser trug.

Wurde die Luft in der Glocke bis auf etwa 20^{mm} Quecksilberdruck evacuirt und die Kugel durch den sie tragenden Stab mit dem negativen, die Metallplatte mit dem positiven Aufsaugekamm der *Holtz*'schen Maschine verbunden, so leuchtete die Kugel auf ihrer ganzen Oberfläche mit bläulichem Glimmlicht, welches dieselbe sehr deutlich in 2 concentrischen, durch eine dunklere Schicht voneinander getrennten Kugelschalen umgab. Auf der positiven Platte bildete die von den Stellen, an denen das Potential genügend gross war, fortgetriebene, positiv electrisirte, von allen Seiten der negativen Electrode zuströmende Luft einen röthlichleuchtenden, gegen die negative Kugel hin ansteigenden Berg, der von derselben durch einen dunklen Raum getrennt war. — Ist die Kugel positiv, so geht von ihr die positive Entladung in einem leuchtenden, sich nach der Seite der negativen Electrode etwas verbreitenden Büschel aus, und, ähnlich wie beim Auftreffen eines Wasserstrahls auf einer Wasserfläche letztere concav eingebogen wird, so lagert sich nun auch das Glimmlicht auf der negativen Platte in einer schönen blauen Schale, welche in der Mitte von der Platte durch einen sehr schmalen Raum getrennt ist, und mit ihren Rändern sich nach oben erhebt. Sie ist durch einen dunklen Raum von

der ihr parallelen unteren Begrenzung des positiven Büschels getrennt. Mit zunehmendem Druck werden die Phänomene auf der Platte in immer engere Grenzen zusammengedrängt, da dann die Dichtigkeit der Electricität auf derselben immer grösser, die absoluten Unterschiede der Ladung von der Mitte nach den Seiten hin immer bedeutender werden. — Wurde bei diesen Versuchen die Platte mit Lycopodium bestreut und das überschüssige Pulver nach der Entladung im luftverdünnten Raum fortgeblasen, so blieb auf der Platte eine Kreisfläche mit Lycopodium bedeckt, so weit sich vorher darauf die leuchtende Entladung ausbreitete. War die Platte negativ, so zeigte sich die Erscheinung nicht. Dieselbe erinnert lebhaft an die von *Kundt*[1]) beobachtete Bildung einer electrischen Staubfigur bei Entladung einer Leydener Flasche zwischen Platte und Spitze. Ist die Platte positiv, so dürften durch die lebhaft bewegte Luft einzelne Lycopodiumtheile von der Platte mitgeführt und electrisirt werden, und nachdem die Platte nach der Entladung unelectrisch geworden, auf dieselbe wieder niederfallen und adhäriren; während, wenn die Platte negativ ist, die Luftbewegung zu schwach sein dürfte, um das Pulver fortzuführen, welches somit stets mit der Platte in Berührung bleibt und bei der Ableitung schneller seine Electrisirung verliert.

Das S. 364 erwähnte und in Fig. IV graphisch dargestellte Verhalten der Entladungen zwischen einer grossen und kleinen Kugel in kleinern Entfernungen schliesst sich dem Vorhergehenden ebenfalls an. Der von der Influenz der Electroden aufeinander abhängige Werth hat einen um so grösseren Einfluss auf die Grösse des Potentials auf der vordersten Stelle der einen oder anderen Electrode, je grösser dieselbe ist. Ist die grosse Kugel die positive, so ist dieser Einfluss von keiner so grossen Bedeutung, da an der kleinern negativen Kugel schon bei geringer Ladung die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Anhäufung von Electricität erreicht ist. Da ausserdem die Influenz auf die vorderste Stelle der kleinen Kugel geringer ist, steigt zwar bei Abnahme derselben mit wachsender Entfernung der Electroden die zu einer Entladung erforderliche electrische Ladung; erreicht aber bald ein Maximum. Ist umgekehrt die grosse Kugel negativ, so dass

1) *Kundt*, Pogg. Ann. Bd. CXXXVI. S. 612. 1869.

eine Vermehrung des electrischen Potentials auf ihrer Oberfläche von viel grösserem Einfluss auf das Erscheinen einer Entladung ist, so wird bei wachsender Entfernung der Electroden, bei der die Influenz auf die vorderste Stelle verhältnissmässig viel schneller zurücktritt, als bei der kleinen Electrode, die zu einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge schnell ansteigen. —

§. 9. Versuch einer Erklärung des verschiedenen Verhaltens beider Electricitäten bei der Entladung.

In der vorher gegebenen Darstellung der Erscheinungen bei der Entladung im luftverdünnten Raum haben wir angeführt, dass sich die Vorgänge gerade so gestalten, wie wenn eine Art Uebergangswiderstand die Fortführung der Electricitäten von den Electroden hinderte. Dieser Widerstand müsste an der positiven Electrode grösser sein als an der negativen und mit steigendem Drucke der Gase wachsen. Die eigentliche Ursache dieses scheinbaren Uebergangswiderstandes ist bei unserer völligen Unkenntniss über die wahre Natur der Electricitäten noch nicht zu ergründen. Wir können uns indess eine Vorstellung hiervon bilden, wenn wir, ohne zu neuen Hypothesen unsere Zuflucht zu nehmen, uns dabei auf dieselben Annahmen stützen, welche man zur Erklärung der electrischen Vorgänge bei den *Volta*'schen Fundamentalversuchen gemacht hat.[1])

Wir können annehmen, dass sich auf der Oberfläche der Metalle in einem Gase in Folge der bedeutenden Adhäsionskräfte (zu denen auch die electrischen Anziehungen in Folge der entgegengesetzten Ladung der Metall- und Gasmolecüle bei ihrem Contact zu rechnen sind) eine Schicht von Gasmolecülen anlagert, die in der Nähe der Oberfläche verweilen, und nicht mehr an den allgemeinen, den Gaszustand bedingenden weiteren Bewegungen der Molecüle theilnehmen. Die Dicke dieser Schicht wird sich nach dem Gesetz der Abnahme obiger Kräfte mit der

1) S. die demnächst erscheinende II. Aufl. der Lehre vom Galvanismus v. *G. Wiedemann*. Bd. I. S. 15 u. folgde.

Entfernung und nach dem Drucke richten, dem die Gase ausgesetzt sind. Wird nun Electricität den metallischen Electroden zugeführt, so wird sie sich zum Theil in jener condensirten Gasschicht anhäufen.[1] Da die Molecüle des darüber befindlichen Gases bei ihren Hin- und Herbewegungen nur in relativ geringer Zahl diese Schicht treffen und sich von ihr entfernen, so werden sie nur eine kleine Menge der Electricität aus derselben fortführen Es wird sich desshalb bei schneller Zufuhr der Electricität zur Electrode die Ladung der condensirten Gasschicht so weit steigern, bis das Potential aller Electricitäten auf die Electricität auf einer Stelle in jener Schicht so gross ist, dass dadurch die auf dieselbe Stelle von Seiten der Electrode und durch den äusseren Druck ausgeübten Kräfte überwunden werden. Dann wird eine Entladung eintreten. Je bedeutender jene Kräfte sind, je grösser also der Druck des Gases zunächst ist, desto grössere Electricitätsmengen sind zu ihrer Ueberwindung erforderlich, mit desto grösserer Geschwindigkeit werden sich die mit Electricität beladenen Gasmolecüle entfernen. Da wir nicht wissen, in wie weit die Zahl der Molecüle in der verdichteten Schicht sich mit dem Drucke ändert und wie tief in dieselbe die Electricität eindringt, so können wir von vornherein kein einfaches Gesetz über die Abhängigkeit der zur Entladung erforderlichen Electricitätsmenge von dem Druck des Gases aufstellen. Sind die auf die Gasmolecüle ausgeübten Molecularkräfte verschieden, so bedürfen wir zu Erzeugung einer Entladung auch verschiedener Electricitätsmengen, wie bei Sauerstoff, Luft u. s. w. — Es lässt sich vermuthen, dass bei einer Entladung hiebei zuerst die oberen condensirten Gasschichten mit dem darauf lastenden Druck fortgetrieben werden, dann, ehe sie sich wieder erneuern, nach schnell erfolgter Vertheilung der zurückgebliebenen Electricitäten nach den electrostatischen Gesetzen, auch die tiefer liegenden Theile der Schichten u. s. f., so dass, wie wir schon oben S. 375 ausführten, eine ziemlich vollständige Entladung der Electroden eintritt. Es lässt sich dagegen nicht wohl annehmen, dass direct an der Berührungsstelle des Metalls und der Gasschicht die letztere vom Metall abgehoben werde, da jedenfalls die Anziehungskräfte, wie auch die

1) Vgl. das Verhalten des Electrophors und der Leydner Flasche. *Riess* Reibungselectricität. Bd. I. §. 297, 368 u. folgde.

electromotorischen Kräfte daselbst je nach der Natur des Metalles und Gases sehr verschieden sein können, und doch nach den S. 360 u. folgde. angeführten Versuchen die zu einer Entladung erforderlichen Electricitätsmengen von der Natur des Metalls der Electrode unabhängig sind, so lange die Entladung allein durch das Gas hergestellt wird.

Da die auf die Gasschichten an beiden Electroden wirkenden Kräfte völlig gleich sind, so muss der Unterschied der Entladungsverhältnisse daselbst durch besondere Eigenschaften der beiden Electricitäten bedingt sein. Vielleicht dürfte man hiebei auf dieselbe Hypothese zurückgehen, welche im Galvanismus zur Begründung der Ladung einander berührender Metalle mit den entgegengesetzten Electricitäten angewendet wird, nach der die Körper mit einer verschieden starken Anziehungskraft gegen die eine oder andere Electricität begabt sind. Ziehen überhaupt die körperlichen Massen die Electricitäten an, mit denen sie geladen sind, so werden dieselben nicht allein mehr auf der Oberfläche verweilen, sondern sich je nach der Stärke der Anziehung in grösserer oder geringerer Menge auch in das Innere der Körper verbreiten. Können wir ferner annehmen, dass diese Anziehung bei den von uns untersuchten Körpern überwiegend auf die positive Electricität ausgeübt wird, so würde sich die Oberfläche der Körper im unelectrischen Zustand mit einer Schicht negativer Electricität bedecken, der im Innern eine Schicht positiver Electricität folgte. Die Wirkung beider Schichten nach aussen würde sich gegenseitig aufheben. Werden aber zwei gleichen, mit den condensirten Gasschichten beladenen Electroden die beiden Electricitäten in gleichen Mengen gesondert zugeführt, so wird die Dichtigkeit der Electricität in den obersten Gasschichten der positiven Electrode kleiner sein als in denen der negativen. Soll daher in jenen Gasschichten das zu Entladung erforderliche Potential erreicht sein, so muss die positive Electrode mit einer grösseren Electricitätsmenge beladen werden, als die negative. Die erste Entladung wird dann freilich an jener Electrode von der Stelle des Maximalpotentials aus mit derselben Anfangsgeschwindigkeit vor sich gehen, als an der letzteren. Da aber die Electricitäten an den anderen Stellen der positiven Electrode in bedeutend grösserer Menge vorhanden sind, als in der negativen, so werden bei der fortgesetzten Ent-

leitung der folgenden electrisirten Gastheilchen von der positiven Electrode mit grösserer Geschwindigkeit fortgetrieben, als von der negativen, gerade wie wir schon oben entwickelt hatten.

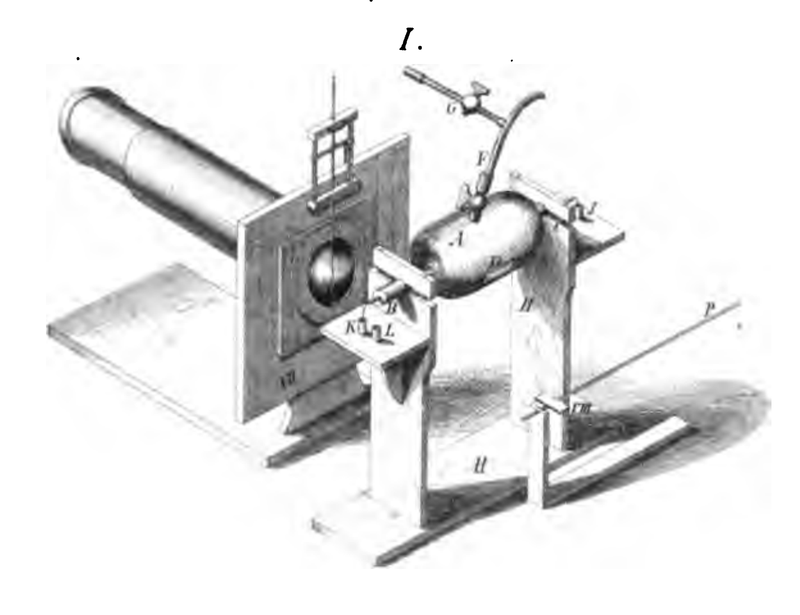
Sind die auf den Electroden aufgehäuften Gasschichten sehr dicht, der Druck auf dieselben sehr gross, so kann es kommen, dass die in das Innere derselben verbreiteten Electricitäten noch bis in das Metall der Electrode hinein eine so grosse Dichtigkeit besitzen, dass nach Fortführung der Gasmassen auch noch die Cohäsion des Metalls durch die electrischen Abstossungskräfte überwunden wird, und zu den Gasentladungen Metallentladungen hinzutreten. Da nach unserer Hypothese die Electricitäten in das Innere der positiven Electrode überhaupt mit grösserer Dichtigkeit und tiefer eindringen als in die negative, so werden sich diese Metallentladungen, wie wir auch oben gefunden, bei stärkeren Drucken zuerst an der Oberfläche der positiven Electrode zeigen.

Wird die Electrode in Form einer Spitze hergestellt, oder wird einer am Conduktor der Electrisirmaschine befestigten Metallkugel eine Spitze gegenübergestellt, so wird im ersten Falle an der Stelle der stärksten Krümmung der Spitze, im zweiten an der der Spitze gegenüberliegenden Stelle der Kugel schon bei geringerer Gesammtladung das Potential in der condensirten Gasschicht die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Höhe erreichen, als bei weniger gekrümmten Electroden, oder ohne Gegenüberstellung einer Spitze. Es werden in diesem Falle, nach der ersten Entladung der obersten Gastheilchen, die folgenden Gastheilchen mit geringerer Geschwindigkeit fortgetrieben und die Metalltheile können viel weniger an der Entladung theilnehmen, als dies bei schwach gekrümmten Electroden und ohne Spitze stattfinden würde. So kann an Stelle der Büschelentladung die Glimmentladung treten, die, bei gleicher Electricitätszufuhr, aus häufiger aufeinander folgenden Einzelentladungen besteht, als die Büschelentladung.

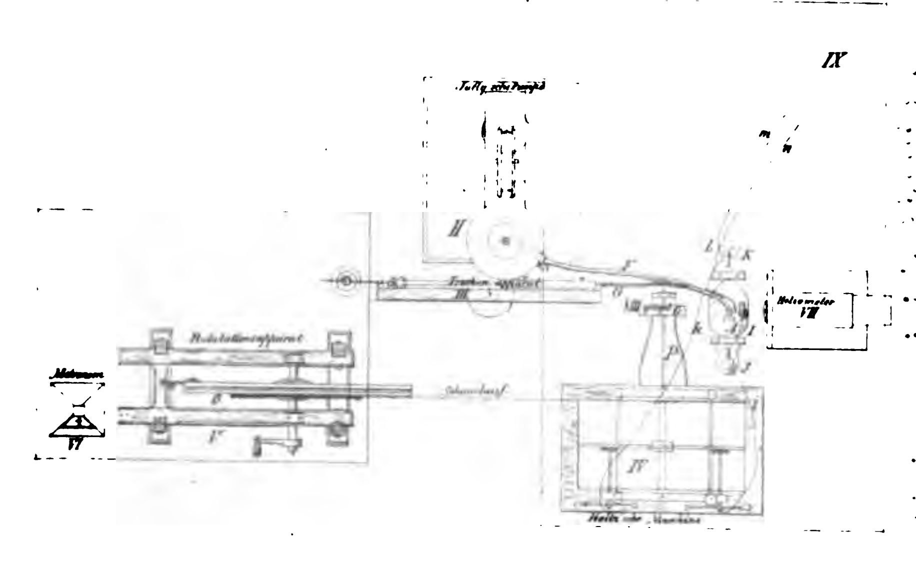
Wird die Luft verdünnt, so ist ohnehin die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Electricitätsmenge kleiner und die Anfangsgeschwindigkeit der Theilchen der Gasschicht geringer, so dass auch hier die Metallentladung zurücktritt und die Glimmentladung sich leichter zeigt, als in verdichteter Luft. Dasselbe wird auch hier eintreten, wenn die Electricität der Electrisirmaschine z. B. durch schnelleres Drehen der Scheibe

Tafel I.

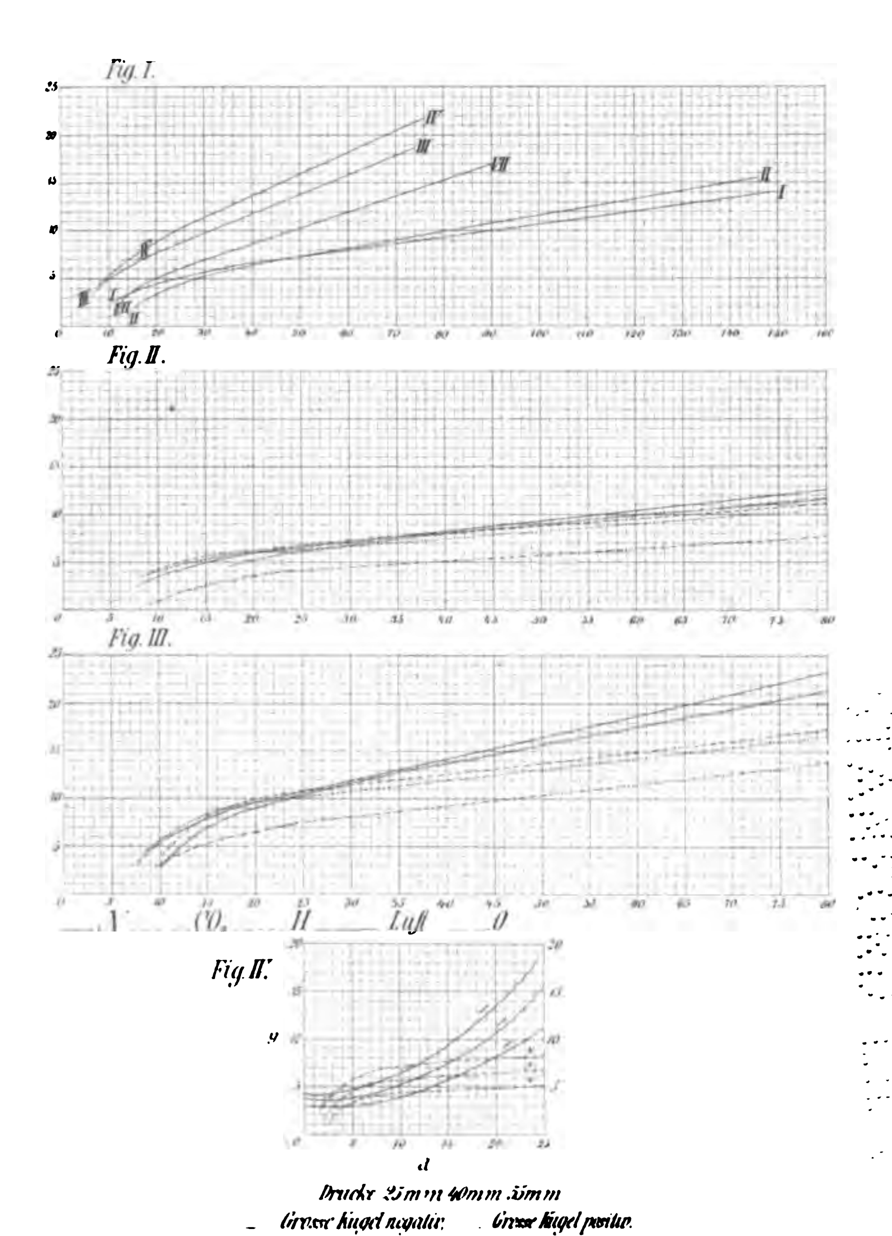
I.

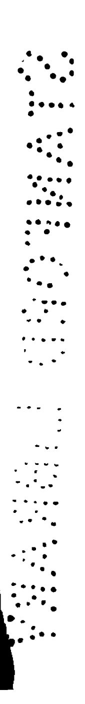

G
F
A
D
J
B
K
L
H
P
VII
VIII
H

II.

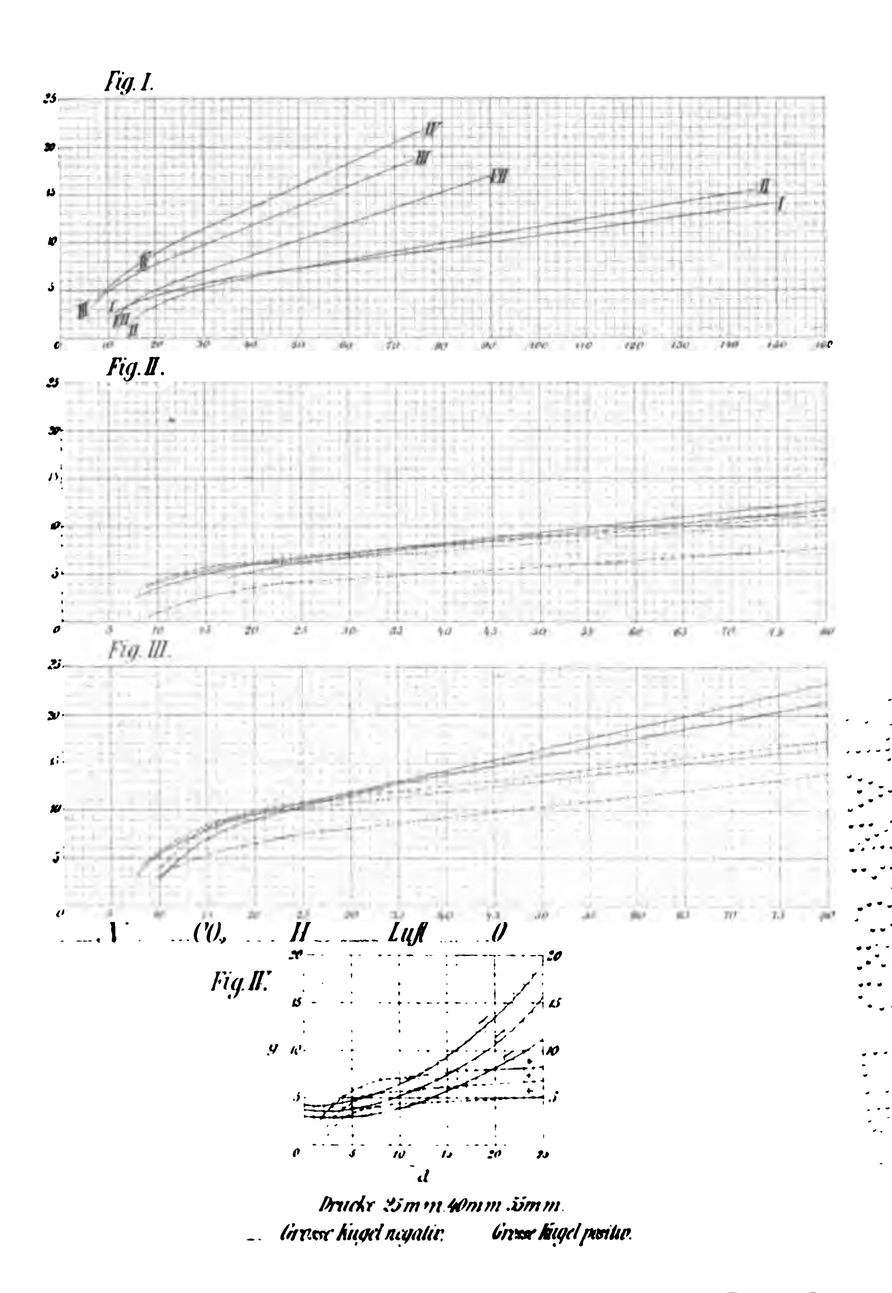

IX
II
III
IV
VI
VIII
Helcometer
m
n
L
K
F
p
k
I
J

Tafel II.


Fig. I.
I
II
III
IV
VII
Fig. II.
Fig. III.
N
H
Luft
O
Fig. IV.
Drucke 25mm 40mm 55mm
Grosse Kugel negativ.
Grosse Kugel positiv.



Tafel II.


Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
CO2
H
Luft
O
Fig. IV.
Druck: 25 mm. 40 mm. 55 mm.
Grosse Kugel negativ.
Grosse Kugel positiv.

so schnell zugeführt wird, dass sich nach dem Fortheben des äusseren Druckes bei einer ersten Entladung die Luft auf der Electrode nicht wieder in voller Dichtigkeit lagern kann, ehe die zu einer zweiten Entladung erforderliche Ladung erreicht ist. Dann erfolgt letztere bei geringerem Drucke, also mit geringerer Beschleunigung. [1])

Wir sind weit entfernt, die im Vorhergehenden benutzten Hypothesen als völlig begründet anzusehen oder auch nur die unter Annahme derselben gegebenen Erklärungen der verschiedenen Phänomene der Entladung für ganz genügend zu halten. Vielleicht dürfte es indess doch gelingen, durch weitere Verfolgung unserer verhältnissmässig einfachen Hypothese eine einheitliche Theorie der Entladungserscheinungen zu entwickeln.

Wir haben uns darauf beschränkt, im Vorhergehenden die Entladungserscheinungen nur für den einfachsten Fall durchzuführen, wo die Electricitäten in langsamem, gleichmässigem Strom den Electroden zugeführt werden, und sind desshalb noch nicht auf die Erscheinungen eingegangen, welche bei Entladung der *Leydener* Batterie durch verdünnte Gase zwischen ungleich grossen Electroden u. s. f. auftreten. Die Resultate von *P. Riess* [2]) über die Erwärmung des Schliessungskreises der Batterie unter diesen Bedingungen, die Beobachtungen von *Feddersen* [3]) über die magnetischen Wirkungen der Entladung bei Verzweigung derselben zwischen zwei entgegengesetzt gestellten electrischen Ventilen stehen mit unsern Versuchen im engsten Zusammenhang. Bei der Betrachtung der Arbeits- und Wärmeverhältnisse der Entladung, die ebenso, wie die Mittheilung einiger, zum Theil schon vollendeter Versuche über den Durchgang der Electricität durch *Geissler*'sche Röhren einer ferneren Abhandlung vorbehalten ist, dürften vielleicht auch diese Verhältnisse näher zu besprechen sein.

1) Vgl. *Riess* Reibungselectricität. Bd. II. S. 138 folgde.

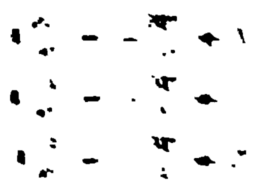
2) *Riess*. Abhandlungen zu der Lehre von der Reibungselectricität. Berlin 1867.

3) *Feddersen*. Pogg. Ann. Bd. CXV. S. 336. 1862.

Carl Neumann, *Elektrodynamische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf das Princip der Energie.*

Der Bequemlichkeit willen mag im Folgenden unterschieden werden zwischen *elektrischen Massen*, *Bewegungen*, *Kräften*, *Zuständen* einerseits und zwischen *ordinären Massen*, *Bewegungen*, *Kräften*, *Zuständen* andererseits; so dass also z. B. unter ordinären Massen die ponderablen Massen, unter ordinärer Bewegung die Bewegung ponderabler Massen, ferner unter ordinären Kräften diejenigen zu verstehen sind, mit welchen die ponderablen Massen aufeinander einwirken. In Betreff dieser *ordinären Kräfte* mag im Folgenden beständig die gewöhnliche Annahme festgehalten werden, dass dieselben *nur von den Entfernungen* abhängen. Ferner sollen zur Erleichterung der Uebersicht diejenigen Geschwindigkeiten, Kräfte, Potentiale u. s. w., welche nur auf *ordinäre* Massen sich beziehen, in der Regel die Signatur (° erhalten.

Es sei gegeben irgend ein materielles System, und es mag vorausgesetzt werden, dass die auf dasselbe einwirkenden inneren und äusseren Kräfte sämmtlich ordinärer Natur sind. Die inneren Kräfte lassen sich alsdann darstellen als die negativen Ableitungen einer gewissen Function U°, welche abhängt von den Coordinaten sämmtlicher Elemente des Systems und genannt werden mag das Potential des Systems auf sich selber. Sind nun x, y, z die Coordinaten eines solchen Elementes, ferner m seine Masse, und X°, Y°, Z° die Componenten der auf dasselbe einwirkenden äusseren Kraft, so erhält man die Differentialgleichungen



Aus diesen Differentialgleichungen folgt nunmehr in bekannter Weise:

$$\Sigma M\left[\frac{d^2x}{dt^2}\frac{dx}{dt}+\ldots\right] = -\Sigma\left[\frac{\partial \mathfrak{U}^0}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\ldots\right]+\Sigma\left[X^0\frac{dx}{dt}+\ldots\right],$$

die Summation Σ ausgedehnt gedacht über sämmtliche Elemente M des ganzen Systemes. Repräsentirt

$$T^0 = \Sigma\frac{M}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]$$

die sogenannte *lebendige Kraft des Systemes*, so lässt sich diese Formel einfacher so darstellen:

$$\frac{dT^0}{dt} = -\frac{d\mathfrak{U}^0}{dt}+\Sigma\left[X^0\frac{dx}{dt}+\ldots\right],$$

oder auch so:

$$d(T^0+\mathfrak{U}^0) = \Sigma[X^0dx+Y^0dy+Z^0dz].$$

Die rechte Seite dieser Formel repräsentirt diejenige Arbeit, welche von den auf das System einwirkenden *äusseren* Kräften verrichtet wird während der Zeit dt, also diejenige Arbeit, welche das System selber während dieser Zeit *consumirt* (d. i. von Aussen her in sich aufnimmt). Bezeichnet man diese Arbeit kurzweg mit dS^0, so lautet die Formel:

$d(T^0+\mathfrak{U}^0) = dS^0$; in Worten ausgedrückt:

(α.) *Sind die auf ein materielles System einwirkenden inneren und äusseren Kräfte sämmtlich ordinärer Natur, und bezeichnet man bei diesem System die lebendige Kraft mit T^0, ferner das Potential der inneren Kräfte mit $\mathfrak{U}^0$, so wird der Zuwachs, den die Summe $(T^0+\mathfrak{U}^0)$ während irgend eines Zeitraumes erfährt, immer gleich gross sein mit der während dieses Zeitraumes von dem System consumirten Arbeitsmenge.*

Ist das System sich selber überlassen, d. h. wirken *keine* äusseren Kräfte auf dasselbe ein, so nimmt der Satz folgende einfachere Gestaltung an:

(β.) *Die Summe $(T^0+\mathfrak{U}^0)$ eines sich selbst überlassenen Systemes ist für alle Zeiten unveränderlich, beständig $= a$, falls sie zu Anfang $= a$ war; immer vorausgesetzt, dass die in dem System thätigen Kräfte sämmtlich ordinärer Natur sind.*

Durch die experimentellen Untersuchungen der mechanischen Wärmetheorie ist ausser Zweifel gestellt, dass dieser Satz (β.) auch dann noch gültig bleibt, wenn im Verlauf der Bewegung des sich selbst überlassenen Systems einzelne Theile desselben, etwa in vehementer Weise, zusammenstossen. Nur muss in diesem Fall zur Summe ($T^0 + \mathfrak{U}^0$) *sämmtliche* in dem System vorhandene lebendige Kraft, also z. B. auch *diejenige* gerechnet werden, welche repräsentirt ist durch die in Folge des Zusammenstossens entstandene Wärmebewegung; und ferner muss dabei von Neuem die schon gemachte Voraussetzung urgirt werden, dass das System *sich selber überlassen* sein solle, dass es also (etwa durch geeignete adiathermane Hüllen) gegen Wärmeverlust nach Aussen, ebenso gegen Wärmeaufnahme von Aussen her vollständig geschützt gedacht werden soll.

Es fragt sich nun aber, wie verhält es sich mit der Anwendbarkeit des in Rede stehenden Satzes (β.), wenn den bis jetzt vorausgesetzten *ordinären* inneren Kräften, noch andere, z. B. *elektrische* innere Kräfte, sich beigesellen. Offenbar werden diese Kräfte eine *Störung* des Satzes, d. i. eine *Störung* der Formel

$$(\gamma.) \qquad T^0 + \mathfrak{U}^0 = a$$

hervorrufen; denn bei Ableitung der Formel ist ja auf elektrische Kräfte keinerlei Rücksicht genommen worden. Die Resultate der mechanischen Wärmetheorie deuten indessen mit grosser Entschiedenheit darauf hin, dass diese Störung, falls die elektrischen Kräfte nur *vorübergehend* sich bemerkbar machen, ebenfalls nur eine *vorübergehende* sein kann, dass also jene Formel mit Rücksicht auf diese elektrischen Kräfte umzuändern ist in

$$(\delta.) \qquad T^0 + \mathfrak{U}^0 + \xi = a ,$$

wo ξ eine durch den elektrischen Zustand des Systems bedingte Function repräsentirt, welche *jedesmal Null wird*, *sobald der elektrische Zustand verschwindet.*

Es bestehe z. B. das betrachtete System aus einem Centralkörper, der repräsentirt ist durch eine gewaltige Kupfermasse, und aus einem in parabolischer Bahn herumlaufenden Kometen, der repräsentirt ist durch einen permanenten Stahlmagneten. Zu den *ordinären* (dem *Newton*'schen Gesetz entsprechenden)

Kräften, mit welchen die Elemente der Kupfermasse und des Magneten aufeinander wirken, werden sich alsdann im Allgemeinen noch elektrische Kräfte hinzugesellen, welche entstehen in Folge der durch die Bewegung des Magneten in der Kupfermasse inducirten elektrischen Ströme; nämlich in Folge der zwischen diesen und dem Magneten stattfindenden Wechselwirkung. Diese elektrischen Kräfte werden jedenfalls nur in temporärer Weise auftreten; sie werden nämlich = 0 sein, sobald der Komet oder Magnet noch in unendlicher Ferne sich befindet, und ebenso wieder = 0 werden, sobald derselbe in seiner ungefähr parabolischen oder hyperbolischen Bahn fortgehend, nach Durchlaufung des Scheitelpunktes dieser Bahn von Neuem in unendliche Ferne rückt. Mit Rücksicht auf diese elektrischen Kräfte unterliegt es keinem Zweifel, dass die dem betrachteten System zugehörige Summe $(T^0 + U^0)$, falls sie zu Anfang, als der Komet noch in unendlicher Ferne sich befand, $= a$ war, nicht beständig $= a$ bleiben kann. Zufolge der Ergebnisse der mechanischen Wärmetheorie wird indessen anzunehmen sein, dass ihr Werth durch die elektrischen Kräfte nur vorübergehend alterirt wird, und dass derselbe nach *Erlöschen* dieser Kräfte, d. i. sobald der Komet von Neuem in unendliche Ferne rückt, zu seiner anfänglichen Grösse a wieder zurückkehrt. Mit andern Worten: Es wird anzunehmen sein, dass für die Bewegung des betrachteten Systems nicht die Gleichung $(\gamma.)$, sondern die Gleichung $(\delta.)$ gilt, wo ξ eine durch den elektrischen Zustand des Systems bedingte Function bezeichnet, welche vorläufig vollständig unbekannt ist, jedoch die Eigenschaft besitzt, jedesmal zu verschwinden, sobald der elektrische Zustand erlischt. Dabei ist natürlich wiederum die Summe $(T^0 + U^0)$ so gerechnet zu denken, dass sie *sämmtliche* in dem System vorhandene lebendige Kraft umfasst, also z. B. auch *diejenige*, welche repräsentirt ist durch die in der Kupfermasse in Folge der inducirten Ströme entstehende Wärme; und wiederum vorauszusetzen, das System solle vollständig *sich selber überlassen*, mithin geschützt sein gegen Wärmeverlust nach Aussen, wie gegen Wärmeaufnahme von Aussen her.

Die eben angestellten Betrachtungen lassen sich leicht verallgemeinern. Es sei gegeben ein aus zwei Systemen Σ^0 und Σ^g zusammengesetztes System $\Sigma^0 + \Sigma^g$, welches wiederum vollständig *sich selbst überlassen* ist. Sind die in dem System

$\Sigma^o + \Sigma^g$ thätigen inneren Kräfte vorläufig sämmtlich ordinärer Natur, so wird wiederum die Summe von lebendiger Kraft und Potential für alle Zeiten unveränderlich sein, also beständig $= a$ bleiben, falls sie zu Anfang $= a$ war; so dass also die mit $(\gamma.)$ analoge Formel stattfindet:

$$(\varepsilon.) \qquad T^o + T^g + \mathfrak{U}^o + \mathfrak{U}^g + \mathfrak{U}^{og} = a,$$

wo T^o die lebendige Kraft von Σ^o, T^g diejenige von Σ^g bezeichnet, wo ferner $\mathfrak{U}^o$ das Potential von Σ^o auf sich selber, $\mathfrak{U}^g$ dasjenige von Σ^g auf sich selber, und endlich $\mathfrak{U}^{og}$ das Potential von Σ^o auf Σ^g bezeichnet.

Die Verbindung zwischen Σ^o und Σ^g mag der Art sein, dass $\mathfrak{U}^{og}$ beständig $= 0$ bleibt, wie solches z. B. der Fall ist, wenn diese Verbindung durch *starre materielle Linien* bewerkstelligt ist. Die Formel $(\varepsilon.)$ reducirt sich alsdann auf:

$$(\zeta.) \qquad (T^o + \mathfrak{U}^o) + (T^g + \mathfrak{U}^g) = a.$$

Nun mag angenommen werden, dass im Innern des Systems $\Sigma^o + \Sigma^g$ im Verlaufe seiner Bewegung elektrische Kräfte erwachen, jedoch Kräfte, deren Thätigkeit sich beschränkt auf das Innere von Σ^o; so dass im Innern von Σ^g fortdauernd *nur* ordinäre Kräfte vorhanden sind. Durch diese elektrischen Kräfte wird alsdann wiederum eine *Störung* der Gleichung $(\zeta.)$ eintreten; dieselbe also umzuändern sein in

$$(\eta.) \qquad (T^o + \mathfrak{U}^o + \xi) + (T^g + \mathfrak{U}^g) = a,$$

wo ξ eine durch den elektrischen Zustand von Σ^o bedingte Function repräsentirt, welche mit dem Erlöschen dieses elektrischen Zustandes jedesmal verschwindet. Die Gleichung $(\zeta.)$ differenzirt in Bezug auf irgend ein Zeitelement dt, erhalten wir:

$$(\vartheta.) \qquad d(T^o + \mathfrak{U}^o + \xi) + d(T^g + \mathfrak{U}^g) = 0.$$

Ist dS^o die Arbeit, welche während des Zeitelementes dt verrichtet wird durch die von Σ^g auf Σ^o ausgeübten Kräfte, und dS^g diejenige, welche während derselben Zeit verrichtet wird durch die umgekehrt von Σ^o auf Σ^g ausgeübten Kräfte, so wird, weil die genannten Kräfte sämmtlich durch die Spannungen *starrer materieller Linien* repräsentirt sind, die Relation stattfinden:

$$(\iota'.) \qquad dS^o + dS^g = 0.$$

Andererseits ergiebt sich, weil im Innern des Systems Σ^g

nur ordinäre Kräfte vorhanden sind, durch Anwendung des Satzes (α.) auf dieses System augenblicklich die Relation:

$$(\iota''.) \qquad d(T^g + \mathfrak{U}^g) = dS^g.$$

Aus (ι'.) und (ι''.) folgt:

$$(\iota'''.) \qquad d(T^g + \mathfrak{U}^g) = -dS^o.$$

Durch diese letztere Relation aber gewinnt unsere Gleichung (ϑ.) folgende Gestalt:

$$(\varkappa.) \qquad d(T^o + \mathfrak{U}^o + \xi) = dS^o,$$

wo dS^o die vom System Σ^o während der Zeit dt consumirte Arbeit repräsentirt.

Um die eben gefundene Formel ($\varkappa$.) noch weiter zu verallgemeinern, ist zu beachten, dass nach den Principien der mechanischen Wärmetheorie Consumtion von Arbeit und Consumtion von Wärme untereinander *äquivalent*, oder, falls wir den Aequivalenzfactor = 1 setzen, d. i. Arbeit und Wärme nach einerlei Maass messen, untereinander *gleichbedeutend* sind. Wenn also das betrachtete System Σ^o während des Zeitelementes dt nicht nur die Arbeitsmenge dS^o, sondern gleichzeitig auch eine gewisse Wärmemenge dQ consumirt, so wird solches ebenso anzusehen sein, als consumirte das System während der Zeit dt *nur* Arbeit, jedoch eine Arbeitsmenge vom Betrage $(dS^o + dQ)$: so dass in solchem Falle auf der rechten Seite von ($\varkappa$.) an Stelle von dS^o das Aggregat $(dS^o + dQ)$ zu setzen ist, folglich die Formel entsteht:

$$(\lambda.) \qquad d(T^o + \mathfrak{U}^o + \xi) = dS^o + dQ.$$

Wir können T^o bezeichnen als die *ordinäre* lebendige Kraft des Systems, $\mathfrak{U}^o$ als sein *ordinäres* Potential, endlich ξ als eine noch unbekannte durch den *elektrischen* Zustand des Systems bedingte Function, welche mit dem Erlöschen dieses Zustandes jedesmal verschwindet. Nennen wir nun $(T^o + \mathfrak{U}^o + \xi)$ die *Energie* des Systems, und nennen wir andererseits die Summe $dS^o + dQ$, d. i. die Summe der consumirten Arbeits- und Wärme-Menge kurzweg die *Consumtion* des Systemes, so lässt sich der durch (λ.) dargestellte Satz folgendermaassen aussprechen:

(μ.) *Einerlei ob die inneren Kräfte eines materiellen Systems nur ordinärer oder theilweise auch elektrischer*



Natur sind, immer wird der Zuwachs, den die Energie ($T^0 + \mathfrak{U}^0 + \xi$) *des Systems während eines gegebenen Zeitraumes erfährt, gleich gross sein mit der Consumtion des Systems während ebendesselben Zeitraums.*

In jedem Augenblicke, wo die in dem System thätigen elektrischen Kräfte und mit ihnen ξ verschwinden, geht der hier mit dem Namen *Energie* belegte Ausdruck ($T^0 + \mathfrak{U}^0 + \xi$) über in den Ausdruck ($T^0 + \mathfrak{U}^0$), welchen letzteren man schon lange mit diesem Namen zu bezeichnen gewohnt ist.

Von einem *mathematischen Beweise* dieses durch (μ.) ausgesprochenen Princips der Energie kann natürlich nicht die Rede sein; wenigstens könnte ein solcher Beweis immer nur geführt werden auf Grund einer bestimmten Theorie über das Wesen der elektrischen Kräfte. Es besitzt aber dieses Princip, wie durch die vorhergehenden Betrachtungen einigermaassen *angedeutet* sein dürfte, einen so ausserordentlich hohen Grad von Wahrscheinlichkeit, dass dasselbe umgekehrt als *Prüfstein* einer jeden solchen Theorie angewendet werden darf. In der That, jede Theorie der elektrischen Erscheinungen wird, je nachdem sie mit diesem Princip in Einklang ist oder nicht, dadurch im ersteren Falle an Zuverlässigkeit gewinnen, im letzteren ein Misstrauensvotum erhalten.

Von diesem Gesichtspuncte aus habe ich die *Weber*'sche Theorie der elektrischen Erscheinungen einer näheren Untersuchung unterworfen, und schon im Jahre 1865 gefunden, dass der gewünschte Einklang wirklich vorhanden ist. Bei diesen Untersuchungen, welche drei Jahre später, 1868, in einem Programme der Tübinger Universität von mir veröffentlicht wurden[1]), ergab sich zugleich die *Form* der in der Energie noch enthaltenen unbekannten Function ξ. Es zeigte sich nämlich, dass $\xi = \mathfrak{U} - \mathfrak{V}$ ist, wo unter $\mathfrak{U}$ das *elektrostatische*, unter $\mathfrak{V}$ das *elektrodynamische* (oder, wie ich es damals nannte, das *motorische*) *Potential* des betrachteten Systems zu verstehen ist; so dass also die Energie ($T^0 + \mathfrak{U}^0 + \xi$) des Systemes repräsentirt wird durch den Ausdruck:

$$T^0 + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V},$$

1) Die Principien der Elektrodynamik, eine mathematische Untersuchung von Dr. *C. Neumann*. Tubingae mense Julio anni 1868, formis Henrici Laupp.



d. i. durch die lebendige Kraft T^0, vermehrt um die statischen Potentiale U^0 und U, und vermindert um das dynamische Potential V. — Der *Hauptinhalt* meiner damaligen Untersuchungen war in der in jenem Tübinger Programm gegebenen Darstellung, wie ich nachträglich bemerkte, leider ziemlich verdeckt durch gewisse mehr *nebensächliche* Betrachtungen [1]), und sein Verständniss überdiess erschwert durch Einführung einer etwas ungewöhnlichen Rechnungsart (der Rechnung mit sogenannten Variationscoefficienten).

In dem gegenwärtigen Aufsatz werde ich daher auf jene Untersuchungen von Neuem eingehen und bemüht sein, dieselben, ebenso wie die Erweiterungen, welche sie mittlerweile erfahren haben, in ein deutlicheres Licht zu setzen. *Auf solche Weise hoffe ich zugleich das von Englischen Physikern vor längerer Zeit schon geäusserte, und neuerdings wiederholte Vorurtheil* [2]), *die Weber'sche Theorie stünde mit dem Princip der Energie in Widerspruch, ein für allemal zu beseitigen.* — Während ich übrigens in meinem Tübinger Programm *beide* Vorstellungsweisen, die *unitarische* und *dualistische*, gleichzeitig nebeneinander verfolgt habe, werde ich hier, um den ohnehin complicirten Gegenstand nicht noch mehr zu zersplittern, *nur* die *unitarische* Vorstellungsweise zu Grunde legen, und die *dualistische* völlig ausser Spiel lassen.

In einem folgenden Aufsatz werde ich sodann diejenige Theorie, welche neuerdings von *Helmholtz* proponirt worden ist [3]), einer analogen Untersuchung unterwerfen, und (was

---

1) Dieser *nebensächliche* Theil meiner damaligen Untersuchungen (vergl. *Clausius*, Poggendorff's Annalen, Bd. 135, Seite 606), welcher leicht zu Missverständnissen führen konnte, ist von mir von Neuem besprochen worden in den Mathematischen Annalen, Bd. 1, p. 317.

2) So findet man z. B. in dem Werke von *Tait*: Sketch of Thermodynamics (Edinburgh 1868) auf Seite 76 in Bezug auf gewisse Untersuchungen von *Riemann* und *Lorenz* folgende Bemerkung: But the investigations of these authors are entirely based on *Weber's* inadmissible theorie of the forces exerted on each other bei *moving electric particles*, for wich the conservation of energie is *not true*. Von Neuem wiederholt findet sich diese Bemerkung in dem von *W. Thomson* und *Tait* herausgegebenen Handbuch der theoretischen Physik. Auf Seite 351 dieses Werkes (nämlich der von *Helmholtz* und *Wertheim* herausgegebenen deutschen Uebersetzung, Braunschweig 1871) wird gesagt, die *Weber*'sche Theorie stünde *im Widerspruch mit dem Princip der Erhaltung der Energie.*

3) *Borchardt's* Journal, Bd. 72. p. 57.



mich anfangs in der That überraschte, darthun, dass diese *Helmholtz*'sche Theorie nicht nur ebenfalls mit dem Princip der Energie in Einklang sich befindet, sondern auch zu *genau denselben Ausdruck*

$$T^0 + U^0 + U - V$$

der Energie hinleitet, welcher (wie eben bemerkt) sich ergiebt auf Grund der *Weber*'schen Theorie.

---

§. 1.

Nähere Determination der zu Grunde zu legenden unitarischen Vorstellungsweise.

Es soll im Folgenden jedes Metall als zusammengesetzt angesehen werden aus *zweierlei* Arten materieller Theilchen, nämlich als zusammengesetzt *einerseits* aus ponderablen Theilchen M, deren jedes unlöslich verbunden ist mit einer gewissen Quantität n negativ elektrischer Materie, und *andererseits* aus Theilchen p, deren jedes nur aus positiv elektrischer Materie besteht. Die erstern Theilchen $M+n$ bilden, in Folge ihrer gegenseitigen Cohäsionskräfte, ein starres (respective elastisches) Netz, das eigentliche Gerippe, die *eigentlich feste Substanz* des Metalles; die letztern Theilchen p hingegen bilden ein im Innern dieser festen Substanz *bewegliches Fluidum*.

Diese Vorstellungsweise, welche genau in derselben Weise schon in meinem Tübinger Programm von mir verfolgt worden ist, mag, weil wir es bei derselben nur mit *einem* Fluidum zu thun haben, kurzweg die *unitarische Vorstellungsweise* genannt werden.

Für die beiderlei Arten materieller Theilchen $M+n$ und p kann als Collectivbezeichnung $M+\mu$ gesetzt werden. Denn $M+\mu$ verwandelt sich in $M+n$, sobald man für die elektrische Masse μ eine negative Zahl n substituirt, und verwandelt sich andrerseits in p, sobald das μ gleich einer positiven Zahl p, das M hingegen gleich Null gemacht wird. Es soll überhaupt im Folgenden der grosse lateinische Buchstabe M nur zur Bezeichnung *ponderabler* Masse gebraucht werden, während zur Bezeichnung einer *elektrischen* Masse, jenachdem dieselbe zweifelhafter Natur oder positiv oder negativ ist, der Buchstabe μ oder p oder n verwendet werden mag.

---

§. 2.

Das Weber'sche Gesetz in seiner Beziehung zum Princip der Energie.

Die *distantielle Kraft* zwischen zwei ponderablen Massenpuncten M und M_1 ist nach dem *Newton*'schen Gesetz:

$$-K\frac{MM_1}{r^2},$$

wo r die Entfernung zwischen M, M_1, und K eine *positive* Constante bezeichnet. Es soll nämlich im Folgenden jede *von Punct zu Punct wirkende Kraft*, einerlei ob sie nur von der Entfernung selber oder auch von den zeitlichen Veränderungen derselben abhängig ist, eine *distantielle Kraft* heissen. Als positiv soll eine distantielle Kraft betrachtet werden, falls sie die Entfernung zu vergrössern bestrebt ist, als negativ, wenn sie dieselbe zu verkleinern trachtet.

Die *distantielle Kraft* zwischen zwei elektrischen Massen μ und μ_1 besitzt nach *Weber's* Gesetz den Werth:

$$+\frac{\mu\mu_1}{r^2}\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{2r}{c^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right],$$

oder (was dasselbe ist) den Werth:

$$+\mu\mu_1\left[\frac{1}{r^2}+\frac{4}{c^2\sqrt{r}}\frac{d^2\sqrt{r}}{dt^2}\right],$$

wo r wieder die Entfernung, t die Zeit, und c eine gewisse Constante bezeichnet.

Die *distantielle Kraft* endlich zwischen einer ponderablen Masse M und einer elektrischen Masse μ mag als

Null

betrachtet werden.

Denken wir uns also die ponderable Masse M unlöslich verbunden mit der elektrischen Masse μ, und ebenso M_1 mit μ_1, so haben wir zwei materielle Theilchen $M+\mu$ und $M_1+\mu_1$, deren *distantielle Kraft* den Werth besitzt:

$$(1.)\qquad R=-\frac{KMM_1}{r^2}+\frac{\mu\mu_1}{r^2}+\frac{4\mu\mu_1}{c^2\sqrt{r}}\frac{d^2\sqrt{r}}{dt^2}.$$

Das *Newton*'sche Gesetz bedarf [wie aus der Theorie der Capillarität und Elasticität, überhaupt aus der Untersuchung der sogenannten Cohäsions- und Adhäsions-Kräfte deutlich her-

vorgeht] für *sehr kleine* Werthe der Entfernung r einer gewissen *Modification* [1]); und es unterliegt wohl kaum einem Zweifel, dass einer analogen Modification auch das *Weber*'sche Gesetz bedürftig ist. Demgemäss werden wir bei den nachfolgenden Untersuchungen nicht von der Formel (1.), sondern von folgender *allgemeinern* Formel [2]) ausgehen:

$$(2.) \qquad R = -MM_1 \frac{d\varphi^0}{dr} - \mu\mu_1 \frac{d\varphi}{dr} + \mu\mu_1 \, . \, 2 \frac{d\psi}{dr} \frac{d^2\psi}{dt^2} \, ,$$

wo φ^0, φ, ψ beliebige Functionen von r sein können. Will man von (2.) zu (1.) zurückgelangen, so sind diesen Functionen folgende Werthe beizulegen:

$$(3.) \qquad \varphi^0 = -\frac{K}{r}, \qquad \varphi = \frac{1}{r}, \qquad \psi = \frac{2\sqrt{r}}{c} \, .$$

Selbstverständlich soll die Gültigkeit dieser speciellen Werthe von φ^0, φ, ψ nicht in Zweifel gezogen werden für solche r, welche von merklicher Grösse sind. Dahingestellt aber mag bleiben die Beschaffenheit dieser Functionen φ^0, φ, ψ für *sehr kleine* r.

Die *distantielle Kraft* R (2.) zerfällt, wie man sieht, in drei Bestandtheile

$$(4.) \qquad \begin{aligned} R &= R^0 + R^s + R^d \, , \\ R^0 &= -MM_1 \frac{d\varphi^0}{dr} \, , \\ R^s &= -\mu\mu_1 \frac{d\varphi}{dr} \, , \\ R^d &= +\mu\mu_1 \, . \, 2 \frac{d\psi}{dr} \frac{d^2\psi}{dt^2} \, , \end{aligned}$$

welche der Reihe nach bezeichnet werden mögen: R^0 als die *ordinäre Kraft*, R^s als die *elektrostatische Kraft* und R^d als die *elektrodynamische Kraft*.

---

1) Es mag erinnert werden an folgende Worte von *Gauss*: »Attractio vulgaris quadrato distantiae reciproce proportionalis, quae omnes motus coelestes tam felici successu explicat, nullius usus est nec in phaenomenis capillaribus, nec in phaenomenis adhaesionis et cohaesionis explicandis. — — —. Recte — — concluditur, illam attractionis legem in *distantiis minimis* naturae haud amplius consentaneam esse, sed *modificationem quandam* postulare,« — — (*Gauss*' Werke. Bd. 5. pag. 31).

2) Vergl. d. Tübing. Programm. pag. 28.

Es sei nun gegeben ein System von beliebig vielen materiellen Theilchen, jedes von der Form $M+\mu$, d. h. jedes bestehend aus einer ponderablen Masse M, die unlöslich verbunden ist mit einer gewissen elektrischen Masse μ. Auf dieses System von Theilchen mögen ausser den gegenseitigen distantiellen Kräften R, welche bezeichnet werden können als die *innern* Kräfte des Systems, noch irgend welche *äussere* Kräfte einwirken. Versteht man unter der *Trägheitszahl* einer gegebenen Masse die Grösse irgend einer auf sie einwirkenden Kraft, dividirt durch die hervorgebrachte Beschleunigung, so wird die Trägheitszahl einer ponderablen Masse M identisch sein mit M selber; während hingegen die Trägheitszahl einer elektrischen Masse μ verschieden ist von μ, und bezeichnet werden mag durch $\bar{\mu}$. Demgemäss wird die Trägheitszahl des Theilchens $M+\mu$ ausgedrückt sein durch $M+\bar{\mu}$. Seine Coordinaten mögen x, y, z heissen.

Es handelt sich um die Bewegung des gegebenen Systems. Die Differentialgleichungen für diese Bewegung lassen sich zunächst so darstellen:

$$(5.)\qquad \begin{aligned} (M+\bar{\mu})\frac{d^2x}{dt^2} &= \Sigma\left\{R\cos(R,x)\right\} + X, \\ (M+\mu)\frac{d^2y}{dt^2} &= \Sigma\left\{R\cos(R,y)\right\} + Y, \\ (M+\bar{\mu})\frac{d^2z}{dt^2} &= \Sigma\left\{R\cos(R,z)\right\} + Z, \end{aligned}$$

wo X, Y, Z die Componenten der auf das Theilchen $M+\mu$ ausgeübten *äusseren* Kraft repräsentiren, und lassen sich sodann [durch ziemlich einfache Rechnungsoperationen] in folgende Gestalt versetzen:

$$(6.)\qquad \begin{aligned} (M+\bar{\mu})\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial\frac{dx}{dt}} + X, \\ (M+\bar{\mu})\frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial\frac{dy}{dt}} + Y, \\ (M+\bar{\mu})\frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{\partial W}{\partial z} + \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial\frac{dz}{dt}} + Z, \end{aligned}$$

wo W eine gewisse Function bezeichnet, welche abhängig ist von den Coordinaten x, y, z und von den Geschwindigkeiten

$\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ sämmtlicher Theilchen des Systems. Diese den *innern* Kräften R des Systems entsprechende Function kann, ebenso wie jene Kräfte selber, in drei Bestandtheile zerlegt werden, welche jedoch nicht mit $\mathfrak{W}^o$, $\mathfrak{W}^s$, $\mathfrak{W}^d$, sondern der grössern Einfachheit willen mit $\mathfrak{U}^o$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$ bezeichnet werden mögen; und zwar findet man:

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{W} = \mathfrak{U}^o + \mathfrak{U} + \mathfrak{V}, \\
(7.)\qquad &\mathfrak{U}^o = \tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma\, MM_1\, \varphi^o, \\
&\mathfrak{U} = \tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma\, \mu\mu_1\, \varphi, \\
&\mathfrak{V} = \tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma\, \mu\mu_1 \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2;
\end{aligned}
$$

sodass also für *merkliche* Werthe der zwischen den einzelnen Theilchen $M + \mu$ des Systems vorhandenen Entfernungen r, diese Grössen sich so darstellen:

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{U}^o = -\tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma \frac{KMM_1}{r}, \\
(7'.)\qquad &\mathfrak{U} = +\tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma \frac{\mu\mu_1}{r}, \\
&\mathfrak{V} = +\tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma \frac{\mu\mu_1}{c^2 r} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2.
\end{aligned}
$$

Es erscheint angemessen, die Function $\mathfrak{W}$ zu nennen das *Potential des Systems*, oder genauer ausgedrückt das Potential des Systemes auf sich selber, ferner $\mathfrak{U}^o$ zu nennen das *ordinäre Potential*, ferner $\mathfrak{U}$ das *elektrostatische*, und $\mathfrak{V}$ das *elektrodynamische Potential.* [1])

Multiplicirt man die drei Gleichungen (6) mit $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$, und addirt; und summirt man endlich die durch diese Addition entstehende Gleichung über *sämmtliche* Theilchen $M + \mu$ des gegebenen Systems, so gelangt man [nach einigen leichten Reductionen] zu der Formel:

$$
(8.)\qquad \frac{d(T + \mathfrak{U}^o + \mathfrak{U} - \mathfrak{V})}{dt}\, dt = dS,
$$

---

[1]) Diese Bezeichnungen entsprechen genau denen in d. Tübing. Programm, nur mit dem Unterschiede, dass ich damals statt der Worte *statisch* und *dynamisch* die Worte *statisch* und *motorisch* in Anwendung brachte.

wo T die *lebendige Kraft* des Systemes, andererseits dS diejenige Arbeit bezeichnet, welche von den auf das System einwirkenden *äusseren* Kräften verrichtet wird während der Zeit dt. Dieses Ergebniss kann in Worten so ausgedrückt werden.

Bewegt sich ein System von beliebig vielen Theilchen $M+\mu$ unter der Einwirkung gegebener äusserer Kräfte, so wird für jedes Zeitelement dt die Formel stattfinden:

(9.) $$d(T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS\,,$$

d. h. für jeden Zeitraum wird der Zuwachs des Systems an **Energie** *gleich gross sein mit der vom Systeme während dieses Zeitraums consumirten Arbeit. Dabei ist unter der* **Energie** *des Systemes der nur von seinem augenblicklichen Zustande (d. i. von den Coordinaten und Geschwindigkeiten) abhängende Ausdruck $T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}$ zu verstehen, wo T die lebendige Kraft, $\mathfrak{U}^0$ das ordinäre Potential des Systemes, $\mathfrak{U}$ das elektrostatische, und $\mathfrak{V}$ das elektrodynamische bezeichnet.* [1])

---

§. 3.

Weitere Behandlung des gefundenen Satzes der Energie mit Rücksicht auf die bei den elektrischen Bewegungen zu supponirende innere Reibung.

Ein metallischer Conductor besteht aus zweierlei Arten von Theilchen, aus solchen von der Form $M+n$, und aus solchen von der Form p. Diese Formen aber sind nur specielle Gestaltungen der bisher betrachteten allgemeinen Form $M+\mu$. Folglich wird der oben gefundene Satz der Energie (9.) auf die in einem metallischen Conductor enthaltenen Theilchen $M+n$ und p unmittelbar anwendbar sein; es wird also die Formel stattfinden:

(α.) $$d(T^{M+n} + T^p + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS\,,$$

wo unter T^{M+n} die lebendige Kraft der Theilchen $M+n$, andrerseits unter T^p diejenige der Theilchen p zu verstehen ist. Durch die Potentiale $\mathfrak{U}^0, \mathfrak{U}, \mathfrak{V}$ sind *sämmtliche innere* Kräfte des Systems, d. i. sämmtliche zwischen den einzelnen Theilchen $M+n$, p des Conductors stattfindenden Kräfte repräsentirt zu denken; so dass also z. B. im Potentiale $\mathfrak{U}^0$ mit inbegriffen sind die zwischen

1) Vgl. d. Tübing. Programm. p. 37.

den ponderablen Massen M stattfindenden Cohäsionskräfte. Andrerseits repräsentirt dS diejenige Arbeit, welche verrichtet wird von sämmtlichen auf den Conductor d. i. auf die Theilchen $M+n$, p einwirkenden *äusseren* Kräften.

Ist der Conductor fest aufgestellt, so bleiben die Theilchen $M+n$ beständig in Ruhe; so dass T^{M+n} gleich Null wird, die Formel (α.) sich also verwandelt in

$$(\beta.) \qquad d(\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS - dT^p.$$

Man könnte nun etwa sagen, die Bewegung der Theilchen p werde in Folge des *Zusammenstossens* dieser Theilchen mit den festen Theilchen $M+n$ intermittirend immer wieder zu Null, die lebendige Kraft T^p dieser Theilchen werde mithin fortwährend in *Wärme* umgesetzt, und es repräsentire also dT^p die während des Zeitelementes dt im Conductor entwickelte *Wärmemenge*. Die Formel (β.) würde alsdann aussagen, dass die *Energie* $(\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V})$ des Systemes innerhalb der Zeit dt einen Zuwachs erführt, welcher gleich gross ist mit der während dieser Zeit consumirten Arbeit dS, davon abgezogen die während derselben Zeit producirte Wärme dT^p. Dabei könnte man, statt von *Zusammenstössen* zu sprechen, auch sprechen von einer *Reibung*, welche das Fluidum (p) bei seinem Durchgang durch die feste Substanz ($M+n$) erleidet.

Eine solche Betrachtungsweise würde indessen mancherlei Unbefriedigendes mit sich bringen. Bei Annahme von *Stössen* würde die Continuität der Bewegung verloren gehen, und eine discontinuirliche Bewegung würde für tiefer gehende, speciellere Untersuchungen abschreckende Schwierigkeiten darbieten. Bei Annahme einer *Reibung* würde die Bewegung allerdings continuirlich bleiben, aber nur ein *Theil* der lebendigen Kraft T^p in Wärme sich umsetzen, während der andere in der Bewegung enthalten bleibt. — Namentlich aber würden bei der einen wie bei der andern Annahme die früher aufgestellten Differentialgleichungen (5.), (6.), bei deren Ableitung auf Stösse und Reibung keinerlei Rücksicht genommen wurde, *nicht mehr gültig* sein.

Wir werden daher hier ein ganz anderes Verfahren eintreten lassen. Eine *Reibung* zwischen dem Fluidum (p) und der starren (oder elastischen) Substanz ($M+n$) nehmen wir allerdings ebenfalls an; weil dies vorläufig wohl der einzige rationelle Weg sein dürfte, um von der durch elektrische Bewegungen veran-

lassten Wärmeentwickelung eine Vorstellung zu gewinnen. Mit Rücksicht auf diese Reibung sind nun aber zunächst die Differentialgleichungen (5.), (6.) einer Correction zu unterwerfen, und sodann die Consequenzen dieser corrigirten Differentialgleichungen zu entwickeln.

Die Coordinaten der Theilchen $M+n$ und p mögen, bezogen auf ein absolut festes Axensystem, respective mit x, y, z und ξ, η, ζ bezeichnet sein. Das Fluidum (p) befinde sich im Innern des Conductors in irgend welcher Bewegung, während die feste Substanz $(M+n)$ des Conductors ebenfalls in irgend welcher (sichtbaren) Bewegung begriffen ist. In irgend einem bestimmten Zeitaugenblick t betrachten wir ein Volumelement ϑ im Innern des Conductors, welches so klein sein mag, dass alle darin enthaltenen Theilchen $M+n$ eine *gemeinschaftliche* Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ haben, und dass andererseits alle zur Zeit t in ϑ befindlichen Theilchen p ebenfalls eine *gemeinschaftliche* Geschwindigkeit $\frac{d\xi}{dt}, \frac{d\eta}{dt}, \frac{d\zeta}{dt}$ besitzen. Zur Zeit t haben wir alsdann in diesem Volumen ϑ zwei einander unter irgend welchem Winkel durchkreuzende materielle Ströme, deren Richtungen und Intensitäten repräsentirt sind durch die eben genannten Geschwindigkeiten. Die im Volumen ϑ zur Zeit t enthaltenen Massen des einen und des anderen Stromes mögen bezeichnet werden mit $M_\vartheta + n_\vartheta$ und mit p_ϑ.

Wir nehmen an, dass jeder von diesen materiellen Strömen auf den andern eine *Reibung* oder *Reibungskraft* ausübt, deren Stärke proportional ist mit der *relativen* Geschwindigkeit des letzteren in Bezug auf den ersteren, und deren Richtung mit dieser relativen Geschwindigkeit entgegengesetzt ist. Wir nehmen also an, dass zur Zeit t von der Masse $M_\vartheta + n_\vartheta$ auf die Masse p_ϑ eine Reibungskraft ausgeübt wird, deren rechtwinklige Componenten $\mathsf{P}_x, \mathsf{P}_y, \mathsf{P}_z$ die Werthe besitzen

$$(40.)\qquad \begin{aligned} \mathsf{P}_x &= -\vartheta\varrho\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right), \\ \mathsf{P}_y &= -\vartheta\varrho\left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{dy}{dt}\right), \\ \mathsf{P}_z &= -\vartheta\varrho\left(\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dz}{dt}\right), \end{aligned}$$

während die gleichzeitig von p_ϑ auf $M_\vartheta + n_\vartheta$ ausgeübte Reibungs-

kräft Componenten besitzt, welche dargestellt sind durch $-\mathsf{P}_x$, $-\mathsf{P}_y$, $-\mathsf{P}_z$. Der Proportionalitätsfactor ist hier bezeichnet mit $s\varrho$, wo s die Grösse des betrachteten Volumelements vorstellt, und ϱ der Reibungscoefficient genannt werden kann. Der Werth dieses Reibungscoefficienten wird abhängig sein von der Beschaffenheit der beiderlei materiellen Ströme, oder (was dasselbe ist) aufzufassen sein als eine Function der Dichtigkeit des elektrischen Fluidums $p_{\mathfrak{g}}$, welche von verschiedener Beschaffenheit sein kann je nach der Natur des betrachteten Conductors.

Ist nun W das Potential des aus sämmtlichen Theilchen $M + n$ und p bestehenden Systems auf sich selber, so werden die Differentialgleichungen (5.), (6.), wenn man sie zunächst *ohne* Rücksicht auf die stattfindende Reibung aufstellt, für ein Theilchen $M + n$ mit den Coordinaten x, y, z, andererseits für ein Theilchen p mit den Coordinaten ξ, η, ζ folgendermaassen lauten:

$$(11.)\qquad (M + \bar{n})\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\partial \mathsf{W}}{\partial x} + \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathsf{W}}{\partial \frac{dx}{dt}} + X = A,$$

etc. etc.,

$$(12.)\qquad p\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{\partial \mathsf{W}}{\partial \xi} + \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathsf{W}}{\partial \frac{d\xi}{dt}} + \Xi = \mathrm{A},$$

etc. etc.

Dabei sind unter X, Y, Z und Ξ, H, Z die Componenten der respective auf $M + n$ und p einwirkenden *äusseren* Kraft zu verstehen. Gleichzeitig sollen zur Abkürzung die ganzen rechten Seiten dieser Gleichungen respective mit A, B, C und A, B, Γ bezeichnet gedacht werden, so dass also unter A, B, C z. B. die Summen sämmtlicher auf das Theilchen $M + n$ einwirkenden *distantiellen Kräfte* (innere und äussere zusammengenommen) zu verstehen sind.

Corrigirt man nun diese Gleichungen (11.) und (12.) mit Rücksicht auf die stattfindende Reibung, so verwandeln sie sich in:

$$(13.)\qquad (M_{\mathfrak{g}} + \bar{n}_{\mathfrak{g}})\frac{d^2x}{dt^2} = -\mathsf{P}_x + \Sigma_{\mathfrak{g}} A,$$

etc. etc.

(14.) $$p_8 \frac{d^2\xi}{dt^2} = + \mathsf{P}_x + \Sigma_8 \mathsf{A},$$

etc. etc.,

wo P_x, P_y, P_z die in (10.) angegebenen Werthe haben Dabei sind z. B. unter $\Sigma_8 A$, $\Sigma_8 B$, $\Sigma_8 C$ die Summen aller derjenigen distantiellen Kräfte A, B, C zu verstehen, welche einwirken auf die im Volumen 8 enthaltenen Theilchen $M + n$; andererseits bezeichnet $M_8 + n_8$ (wie schon früher erwähnt) die Gesammtmasse dieser Theilchen, und $M_8 + \overline{n}_8$ die Trägheitszahl dieser Gesammtmasse.

Behandelt man nun diese *corrigirten* Differentialgleichungen (13.), (14.) in analoger Weise, wie früher die Gleichungen (6.), so gelangt man nicht mehr zu der Formel (9.), sondern vielmehr zu einer etwas andern Formel, welche so lautet:

(15.) $$d(T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS - dQ,$$

wo dQ die Bedeutung hat:

(16.) $$dQ = \Sigma \left\{ 8\varrho \left[\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dz}{dt}\right)^2 \right] \right\},$$

die Summation Σ ausgedehnt gedacht über sämmtliche Volumelemente 8 des gegebenen Conductors.

Denken wir uns diejenige *relative* Geschwindigkeit j, welche das Fluidum (p) im Volumen 8 zur Zeit t besitzt, ihrer Richtung und Grösse nach durch eine Linie dargestellt, und senkrecht gegen diese Linie ein Flächenelement df construirt im Innern von 8, und dieses Flächenelement fest verbunden mit der ponderablen Masse des Conductors, so wird durch das Element df während der Zeit dt eine Masse elektrischen Fluidums hindurchgehen, welche $= \delta j.df.dt$ ist, vorausgesetzt, dass man unter δ die Dichtigkeit des Fluidums versteht. Folglich ist die sogenannte *elektrische Strömung* oder *Stromdichtigkeit* im Volumen 8 zur Zeit t identisch mit dem Product δj. Bezeichnet man also die *elektrische Strömung* mit i, und ihre rechtwinkligen Componenten mit u, v, w, so ergiebt sich:

(17.) $$i = \delta j = \delta \sqrt{\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dz}{dt}\right)^2},$$

und ferner:

$$u = \delta j \cos(j, x) = \delta\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx}{dt}\right),$$

(18.) $$v = \delta j \cos(j, y) = \delta\left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{dy}{dt}\right),$$

$$w = \delta j \cos(j, z) = \delta\left(\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dz}{dt}\right).$$

Demgemäss lässt sich der Ausdruck dQ (16.) auch so darstellen:

(19.) $$dQ = \Sigma(\mathfrak{s}\varkappa i^2),$$

wo $\varkappa$ zur Abkürzung gesetzt worden ist für $\frac{\varrho}{\delta^2}$.

Vergleichen wir nun die mit Berücksichtigung der Reibung erhaltene Formel (15.) mit der früher *ohne* Berücksichtigung derselben gefundenen Formel (9.), so zeigt sich, dass im Zuwachs der Energie des Systemes ein gewisser *Defect* eingetreten ist. Denn während die Energie nach der damaligen Formel zunimmt um dS, d. i. um die vom Systeme consumirte Arbeit, nimmt sie nach der gegenwärtigen Formel (15.) nur noch zu um $dS - dQ$, also um dQ weniger als früher. Das dQ repräsentirt also diejenige Grösse, um welche die Energie des Systemes, in Folge der vorhandenen Reibung, *zu wenig* anwächst, oder (was dasselbe ist) denjenigen Theil der Energie, welcher in Folge der Reibung *verloren* geht. Sie repräsentirt daher die in Folge jener Reibung sich entwickelnde *Wärmemenge.*

Wir können die angestellten Betrachtungen sofort auf den Fall eines aus beliebig vielen Conductoren bestehenden Systems ausdehnen, und gelangen alsdann mit Rücksicht auf die Formeln (15.), (19.) zu folgendem Ergebniss.

Bei der Bewegung eines beliebigen Systems von Conductoren wird, falls man Rücksicht nimmt auf die inneren Reibungen, für jedes Zeitelement dt die Formel stattfinden:

(20.) $$d(T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS - dQ.$$

D. h. für jedes Zeitelement dt ist der Zuwachs des Systemes an Energie gleich gross mit der von dem System während der Zeit dt consumirten Arbeit dS, davon abgezogen die während der Zeit dt von ihm producirte Wärmemenge dQ. Diese Wärmemenge dQ besitzt den Werth

(21.) $$dQ = \Sigma(\mathfrak{s}\varkappa i^2),$$

die Summation ausgedehnt gedacht über sämmtliche Volum-

elemente s der betrachteten Conductoren. Für jedes Element s bezeichnet δ die Dichtigkeit des augenblicklich in ihm enthaltenen Fluidums, i die augenblickliche Strömung dieses Fluidums, und κ eine gewisse unbekannte Function von δ, deren Beschaffenheit verschieden sein wird je nach der Natur der in s enthaltenen festen Substanz.

Man sieht sofort, dass der für die entwickelte Wärme dQ (21.) gefundene Ausdruck in vollem Einklang steht mit dem *Joule*'schen Gesetz, und zugleich, dass (falls man der gewöhnlichen Nomenclatur sich anschliessen will) κ zu bezeichnen ist als der *reciproce Werth des Leitungsvermögens.*

---

§. 4.

Weitere Behandlung des gefundenen Satzes der Energie mit Rücksicht auf die bei den elektrischen Bewegungen zu supponirende innere Reibung und Schiebung.

Nehmen wir für das betrachtete System einen einzigen homogenen und fest aufgestellten Metallring, und denken wir uns die *äusseren* Kräfte herrührend von einem etwa durch ein Uhrwerk in Bewegung erhaltenen Magneten, so dürfte der gefundene Satz (20.) schwerlich zu Inconveniensen führen. Denken wir uns z. B. die Bewegung des Magneten so regulirt, dass im Innern des Metallringes ein stationärer Zustand sich etablirt, so wird jene Formel (20.) für irgend ein Zeitelement dt dieses stationären Zustandes die Gestalt annehmen:

$$0 = dS - dQ,$$

mithin aussagen, dass während des stationären Zustandes die entwickelte Wärme gleich gross ist mit der von jenen äusseren Kräften verrichteten Arbeit.

Anders aber gestaltet sich die Sache, wenn wir an Stelle eines homogenen Ringes einen solchen uns denken, der aus heterogenem Metalle zusammengesetzt ist, und dessen Löthflächen in verschiedenen Temperaturen erhalten werden. Denken wir uns den Ring wieder fest aufgestellt, und die *äusseren* Kräfte = 0, so wird sehr bald im Innern ein stationärer Zustand, ein sogenannter *Thermostrom* von constanter Stärke sich etabliren.

Für ein Zeitelement dt dieses stationären Zustandes nimmt alsdann die Formel (20.) folgende Gestalt an:

$$0 = 0 - dQ,$$

d. i. nach (21.):

$$\Sigma(\varkappa i^2) = 0.$$

Diese Formel aber sagt, dass während des stationären Zustandes die elektrische Strömung i überall $= 0$ ist; *was der Erfahrung widerspricht.*

Die Erfahrung zeigt also, dass ausser den *inneren distantiellen Kräften* (2.) und ausser den *inneren Reibungskräften* (10.) nothwendig noch eine *dritte Art von inneren Kräften* vorhanden sein muss. Auch erkennt man sofort, dass diese in unseren Formeln noch hinzuzufügenden unbekannten Kräfte *kein Potential* besitzen können, weder im statischen noch im dynamischen Sinn. Denn sonst würde unsere Formel (20.) sich nur ändern durch ein neues der Energie hinzutretendes Glied; und es würde also dann die Anwendung der Formel auf das zuletzt betrachtete Beispiel wieder zu genau *demselben* Widerspruch führen.

Die inneren Kräfte, zu deren Annahme wir uns hier gedrängt sehen, sind bis jetzt völlig räthselhafter Natur. [1]) Auch hier soll darauf verzichtet werden, das eigentliche Wesen dieser Kräfte ergründen zu wollen. Die experimentellen Thatsachen geben uns aber einige Andeutungen in Betreff der Umstände, unter welchen diese Kräfte entstehen, und in Betreff der Art und Weise, in welcher dieselben einwirken. Und diese Andeutungen werden einigermassen ausreichend sein, um diese Kräfte in unsere Rechnungen einführen zu können.

Finden nämlich zwischen den einzelnen transversalen [2]) Schichten eines Metallcylinders irgend welche Unterschiede statt, bedingt durch die Temperatur oder durch die substantielle Beschaffenheit, während jede Schicht für sich betrachtet vollstän-

---

1) Die von *Helmholtz* über diese Kräfte gemachte Conjectur (*Helmholtz*, die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. p. 47.) scheint nicht haltbar, schon deswegen, weil diese Kräfte, wie eben constatirt wurde, kein Potential besitzen können. Auf die Unhaltbarkeit der *Helmholtz*'schen Conjectur ist übrigens auch schon von *Clausius* aufmerksam gemacht worden (*Clausius*' Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie. Zweite Abtheilung. Braunschweig 1867. p. 177).

2) Unter den *transversalen* Schichten eines Cylinders sind hier solche zu verstehen, die senkrecht liegen gegen die Axe des Cylinders.

dig homogen ist, so wird in Folge dieses *schichtförmigen Zustandes* im Allgemeinen immer eine Kraft vorhanden sein, durch welche die in dem Cylinder enthaltene *feste Substanz* $(M+n)$ nach der *einen* Richtung der *Schichtungsnormale*, und das im Cylinder enthaltene *Fluidum* (p) nach der *anderen* Richtung dieser Normale fortgetrieben wird. Diese Kraft soll im Folgenden kurzweg als innere *Schiebungskraft* bezeichnet werden. Es versteht sich von selber, dass die genannte *Schichtungsnormale* im vorliegenden Beispiel zusammenfällt mit der Axe des betrachteten Cylinders. — Analoges wird anzunehmen sein nicht nur für die in dem ganzen Cylinder enthaltene Materie, sondern auch für diejenige, welche in irgend einem Volumelement s desselben enthalten ist. Demgemäss wird das über diese inneren Schiebungskräfte soeben Gesagte besser so auszudrücken sein:

Befindet sich die in irgend einem Volumelement s enthaltene feste Substanz $M_s + n_s$ in einem *schichtförmigen Zustande*, so wird zwischen dieser Masse $M_s + n_s$ einerseits und zwischen dem in s enthaltenen Fluidum p_s andererseits eine *Schiebungskraft* thätig sein, durch welche diese beiden Massen mit gleicher Stärke nach den entgegengesetzten Richtungen der *Schichtungsnormale* fortgetrieben werden. Die Componenten dieser Kraft mögen folgendermassen bezeichnet werden.

	Componenten der auf $M_s + n_s$ ausgeübten Wirkung:	Componenten der auf p_s ausgeübten Wirkung:
	$-s\delta . \Lambda$,	$+s\delta . \Lambda$,
(22.)	$-s\delta . \mathrm{M}$,	$+s\delta . \mathrm{M}$,
	$-s\delta . \mathrm{N}$,	$+s\delta . \mathrm{N}$,

wo s die Grösse des betrachteten Volumens, und δ die Dichtigkeit des Fluidums p_s darstellen soll. Von den Grössen Λ, M, N wird alsdann nur bekannt sein, dass sie proportional sind mit den Richtungscosinussen der Schichtungsnormale. Es könnten (analog dem Worte: Reibungscoefficienten) die Grössen Λ, M, N vielleicht genannt werden die *Schiebungscoefficienten*. Vorläufig indessen dürfte es zweckmässiger sein, dieselben schlechtweg zu bezeichnen als die *Schiebungskräfte*.

Mit Rücksicht auf diese Schiebungskräfte bedürfen die Gleichungen (13.), (14.) einer abermaligen *Correction*. Sie nehmen jetzt folgende Gestalt an:

$$M_{\mathfrak{x}} + n_{\mathfrak{x}} \frac{d\mathfrak{x}}{d\theta} = - P_{\mathfrak{x}} - \mathfrak{x}\mathfrak{d} \cdot \Lambda + \Sigma_{\mathfrak{x}} \Lambda \,.$$

etc., etc.,

$$p_{\mathfrak{x}} \frac{d\mathfrak{x}}{d\theta} = + P_{\mathfrak{x}} + \mathfrak{x}\mathfrak{d} \cdot \Lambda + \Sigma_{\mathfrak{x}} \Lambda \,,$$

etc., etc.

Hieraus ergiebt sich durch Addition

$$M_{\mathfrak{x}} + n_{\mathfrak{x}} \frac{d\mathfrak{x}}{d\theta} + p_{\mathfrak{x}} \frac{d\mathfrak{x}}{d\theta} = \Sigma_{\mathfrak{x}} \Lambda + \Sigma_{\mathfrak{x}} \Lambda \,.$$

etc., etc.

Ferner sei zugleich bemerkt, dass nach (10.) und (18.) $P_{\mathfrak{x}} = \frac{\mathfrak{x}\mathfrak{x}}{\vartheta} u$, also $= u \mathfrak{d} \mathfrak{x} . u$ ist, weil $\frac{\varrho}{\vartheta} = \mathfrak{x}$ gesetzt worden ist. Somit können die Gleichungen (24.) auch so geschrieben werden:

(26.) $$p_{\mathfrak{x}} \frac{d\mathfrak{x}}{d\theta} + u \mathfrak{d} \mathfrak{x} . u = u \mathfrak{d} . \Lambda + \Sigma_{\mathfrak{x}} \Lambda \,,$$

etc., etc.

Eine geeignete Behandlungsweise der früheren Differentialgleichungen (13.), (14.) führte zum Satze (20.) hin. Die analoge Behandlungsweise der gegenwärtigen *corrigirten* Differentialgleichungen (21.), (24.) führt nicht mehr zu jenem Satze hin, sondern zu einem etwas andern, der so lautet:

Bei der Bewegung eines beliebigen Systems von Conductoren wird, falls man Rücksicht nimmt auf die inneren Reibungen und Schiebungen, für jedes Zeitelement dt die Formel stattfinden

(27.) $$dT + \mathfrak{W} + \mathfrak{U} - \mathfrak{V} = dS - dQ$$

D. h. in jedem Zeitelement dt wird der Zuwachs der Systemes an [illegible] gleich gross sein mit der von dem System während der Zeit dt consumirten Arbeit dS, [illegible] [illegible] der von ihm während der Zeit dt producirten Wärme dQ. Diese Wärmemenge dQ drückt sich aus durch:

(28.) $$dQ = d \cdot \Sigma \, [illegible] - d \cdot \Sigma \, \varepsilon \, (\Lambda u + Mv + Nw) \,.$$

wo die Summationen Σ ausgedehnt zu denken sind über [illegible] Volumelement ε der betrachteten Conductoren.

toren. Für jedes Element 8 repräsentiren x das reciproce Leitungsvermögen, i die augenblicklich in 8 vorhandene elektrische Strömung, u, v, w die Componenten dieser Strömung, und endlich Λ, M, N *die im 8 vorhandenen Schiebungskräfte in dem in* (22.) *angegebenem Sinne.*

Bevor wir mit dem Inhalt dieses Satzes uns weiter beschäftigen, ist es von Wichtigkeit die gefundenen Differentialgleichungen (23.), (24.), (25.), (26.) ebenfalls näher ins Auge zu fassen. Schliessen wir uns der gewöhnlichen Annahme an, dass die elektrische Materie *keine Trägheit* besitzt, oder dass wenigstens ihre Trägheit gegenüber derjenigen der ponderablen Materie eine verschwindend kleine ist, so nehmen die Gleichungen (25.) folgende Gestalt an:

(29.)
$$M_8 \frac{d^2x}{dt^2} = \Sigma_8 A + \Sigma_8 \mathsf{A},$$
$$M_8 \frac{d^2y}{dt^2} = \Sigma_8 B + \Sigma_8 \mathsf{B},$$
$$M_8 \frac{d^2z}{dt^2} = \Sigma_8 C + \Sigma_8 \Gamma.$$

Hier repräsentiren die rechten Seiten die Summen sämmtlicher inneren und äusseren distantiellen Kräfte, welche einwirken theils auf die ponderable Masse M_8 selber, theils *auf die augenblicklich in ihr enthaltene (positive und negative) elektrische Materie.* Die Gleichungen selber aber sagen aus, dass diese rechten Seiten nichts anderes sind, als die augenblicklich auf M_8 ausgeübte *bewegende Kraft.* Es enthalten also die Gleichungen (29.) den wichtigen Satz, dass die auf irgend eine ponderable Masse augenblicklich ausgeübte bewegende Kraft identisch ist mit der Resultante sämmtlicher distantiellen Kräfte, welche einwirken theils auf die ponderable Masse selber, theils auf die augenblicklich in ihr enthaltene elektrische Materie; einen Satz, den man kürzer etwa auch so andeuten kann:

(30.) *Die auf die elektrische Materie ausgeübten Kräfte übertragen sich unmittelbar auf die ponderable Masse, genau ebenso, als befände sich nicht allein die negative, sondern auch die positive elektrische Materie mit der ponderablen Masse in fester Verbindung.*

Man betrachtet diesen Satz gewöhnlich an und für sich als selbstverständlich. Dass das indessen *nicht* der Fall ist, zeigt die hier für den Satz gegebene Deduction. Denn aus dieser De-

duction geht hervor, dass die Richtigkeit des Satzes wesentlich geknüpft ist an die Voraussetzung, die elektrische Materie besitze *keine* oder nur eine *verschwindend geringe* Trägheit.

Mit Rücksicht auf die eben genannte Voraussetzung nehmen nun ferner die Gleichungen (26.) folgende Gestalt an:

(31.)
$$\varkappa u = \Lambda + \frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \mathrm{A},$$
$$\varkappa v = \mathrm{M} + \frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \mathrm{B},$$
$$\varkappa w = \mathrm{N} + \frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \Gamma.$$

Wie schon erwähnt repräsentirt $\varkappa$ die reciproce Leitungsfähigkeit der im Volumen ε enthaltenen Substanz. Ferner ist δ die Dichtigkeit der augenblicklich in ε enthaltenen *positiven* elektrischen Materie, oder kürzer ausgedrückt die Dichtigkeit des in ε augenblicklich enthaltenen Fluidums, mithin $\varepsilon\delta$ die Masse dieses Fluidums. Endlich repräsentiren $\Sigma_\varepsilon \mathrm{A}$, $\Sigma_\varepsilon \mathrm{B}$, $\Sigma_\varepsilon \Gamma$ die Summen sämmtlicher innern und äussern distantiellen Kräfte, welche einwirken auf dieses augenblicklich in ε enthaltene Fluidum. Mithin werden

$$\frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \mathrm{A}, \qquad \frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \mathrm{B}, \qquad \frac{1}{\varepsilon\delta}\Sigma_\varepsilon \Gamma$$

zu bezeichnen sein als die auf das genannte Fluidum einwirkenden Kräfte, dieselben reducirt gedacht auf die Massen*einheit* des Fluidums; so dass also der Inhalt der Gleichungen (31.) sich so aussprechen lässt:

(32.) *Betrachtet man die Strömung des in irgend einem Volumelement ε enthaltenen Fluidums, so werden die mit der reciprocen Leitungsfähigkeit $\varkappa$ multiplicirten Componenten dieser Strömung jederzeit gleich gross sein mit den in ε vorhandenen Schiebungskräften* Λ, M, N [*vergl.* (22.)], *dazu addirt die auf dieses Fluidum einwirkenden distantiellen Kräfte, letztere reducirt gedacht auf die Masseneinheit.*

---

§. 5.

Gestaltung des Satzes der Energie für ein System von Thermoketten. Ableitung des Ohm'schen Gesetzes.

Jeder einzelne Conductor des betrachteten Systems sei zusammengelöthet aus beliebig vielen heterogenen Metallen; von den *Löth-* oder *Contactflächen* f, f', f'', ... sei jede continuirlich

und stetig gebogen; auch sei vorausgesetzt, dass nirgends zwei oder mehrere solche Flächen mit einander zusammentreffen; endlich mögen sämmtliche *Contactflächen* f, f', f'',... des ganzen Systems in bestimmten gegebenen Temperaturen Θ, Θ', Θ'',... erhalten gedacht werden. Construiren wir die isothermen Flächen, so werden einzelne dieser Flächen identisch sein mit den Contactflächen f, f', f'',... Betrachten wir nun ein unendlich kleines Prisma, dessen Axe senkrecht steht gegen die isothermen Flächen, so wird dasselbe, in Folge der Temperaturvertheilung, in einem schichtförmigen Zustande sich befinden, folglich in ihm eine Schiebungskraft vorhanden sein, parallel zur Schichtungsnormale, d. i. parallel zur Prismenaxe, mithin senkrecht gegen die isothermen Flächen. Die Stärke dieser Schiebungskraft wird bedingt sein durch das Temperaturgefälle längs der Axe des Prismas, also z. B. = 0 sein, falls dieses Gefälle = 0 sein sollte.

Ist, um einen speciellen Fall ins Auge zu fassen, die Lage des betrachteten unendlich kleinen Prismas von solcher Art, dass die dasselbe halbirende isotherme Fläche identisch ist mit einer Contactfläche f, dass also die beiden Enden des Prismas in heterogenen Metallen sich befinden, so werden die einzelnen Schichten des Prismas sich von einander unterscheiden nicht nur durch verschiedene Temperatur, sondern auch durch die verschiedene Natur der in ihnen enthaltenen festen Substanz. *Die Metalle zu beiden Seiten der Fläche f gehen continuirlich in einander über.* Jede einzelne Schicht des Prismas wird also bestehen aus einer homogenen Legirung der beiden Metalle von bestimmtem Mischungsverhältniss; dieses Mischungsverhältniss aber wird für die aufeinander folgenden Schichten verschieden sein, und vom einen Ende des Prismas zum andern alle Werthe darbieten von 1 bis 0. Die in diesem Prisma vorhandene, zur Fläche f senkrechte, Schiebungskraft wird daher aus zwei Theilen bestehen, von denen der eine, ebenso wie früher, bedingt ist durch das Temperaturgefälle, der andere aber bedingt ist durch das Gefälle des eben genannten Mischungsverhältnisses. Die Erfahrungen deuten darauf hin, dass der erstgenannte Theil gegenüber dem letztern nur einen *verschwindend kleinen Werth* [1]) besitzt.

1) Man vergl. hierüber z. B. *Verdet*: Théorie mécanique de la chaleur. Tome II. p. 189, 190.



Demgemäss mag es gestattet sein, die durch ein blosses Temperaturgefälle bedingten Theile der Schiebungskräfte im Folgenden zu vernachlässigen. Dadurch reduciren sich diese Kräfte auf diejenigen, welche thätig sind in den sogenannten *Uebergangsschichten* [1]), nämlich *in unmittelbarer Nähe der Contactflächen.* Unter der einer solchen Fläche zugehörigen Uebergangsschicht mag nämlich derjenige die Fläche umgebende körperliche Raum verstanden werden, welcher als erfüllt zu betrachten ist mit einer *Mischung* der zu beiden Seiten der Fläche befindlichen Metalle. Die *Dicke* einer solchen Uebergangsschicht wird an allen Stellen der Schicht ein und dieselbe sein, übrigens aber eine *ausserordentlich geringe* sein.

Die der Fläche f zugehörige Uebergangsschicht werde zerlegt gedacht in lauter unendlich dünne Prismata, senkrecht gegen f. Dasjenige Prisma, dessen senkrechter Querschnitt durch das Element df dieser Fläche repräsentirt ist, und dessen Axe p heissen mag, werde durch Ebenen, parallel zu df, in lauter unendlich dünne Scheiben zerlegt. Nun sei $s = df.dp$ das Volumen einer solchen Scheibe; ferner sei Π, mit den Componenten Λ, M, N, die in s vorhandene Schiebungskraft; und endlich i, mit den Componenten u, v, w, die in s vorhandene elektrische Strömung. Dann ist offenbar:

$$(33.)\qquad s[\Lambda u + Mv + Nw] = df.dp.\Pi i \cos(\Pi, i), \\ = df.dp.\Pi i \cos(p,i),$$

weil Π parallel zu p ist. Da das betrachtete Prisma seinem Volumen nach von *ausserordentlicher Kleinheit* ist, so kann der Werth von i als ein gemeinschaftlicher betrachtet werden für sämmtliche Elemente (d. i. für sämmtliche Scheiben s) dieses Prismas, ebenso der Werth von $\cos(p, i)$. Durch Summation des Ausdrucks (33.) über alle Scheiben s des Prismas ergiebt sich also:

$$df.i\cos(i,p).\int\Pi dp,$$

wofür geschrieben werden mag:

$$(34.)\qquad df.i\cos(i,p).\nabla.$$

Nun ist zu beachten, dass das über die Axe des Prismas er-

[1]) In ähnlichem Sinne ist dieses Wort *Uebergangsschicht* schon von *Clausius* gebraucht worden. Vergl. die auf Seite 404 citirten *Clausius*schen Abhandlungen. p. 180.

streckte Integral $\nabla = \int \Pi dp$ ein und denselben Werth haben wird, einerlei ob man dieses oder jenes Prisma der betrachteten Uebergangsschicht ins Auge fasst; denn all' diese Prismata befinden sich in identischen Zuständen, weil die Temperatur Θ längs der Fläche f constant ist. Der Integralwerth $\nabla = \int \Pi dp$ ist folglich *nur* von Θ abhängig, übrigens aber eine Function von Θ, deren Beschaffenheit verschieden sein kann je nach der Natur der in f zusammengrenzenden Metalle. — Summirt man also den Ausdruck (34.) über sämmtliche Prismata der Uebergangsschicht, so ergiebt sich:

$$\nabla \, . \int \Big(df \, . \, i \cos (i, p) \Big),$$

d. i.

(35.) $$\nabla \, . \, J,$$

wo J die *Stärke* [1]) des durch f gehenden Stromes, d. i. diejenige Masse elektrischen Fluidums bezeichnet, welche während der Zeiteinheit durch die *ganze* Fläche f hindurchfliesst.

Summirt man also, können wir schliesslich sagen, den Ausdruck (33.) über sämmtliche Volumelemente s des gegebenen Systems von Conductoren, und beachtet man, dass die Schiebungskräfte Π oder Λ, M, N, mit Ausnahme der Uebergangsschichten, überall als Null zu betrachten sind, so erhält man

$$\Sigma \Big(s \, [\Lambda u + \mathrm{M} v + \mathrm{N} w] \Big) = \nabla J + \nabla' J' + \nabla'' J'' + \ldots ,$$

oder kürzer geschrieben.

(36.) $$\Sigma \Big(s \, [\Lambda u + \mathrm{M} v + \mathrm{N} w] \Big) = \mathfrak{S} \, (\nabla J),$$

---

1) In gewöhnlicher Weise wird hier nämlich unterschieden zwischen Strom*stärke* J einerseits, und zwischen Strom*dichtigkeit* i andrerseits. Ist z. B. J die *Stärke* eines durch das Flächenelement q senkrecht hindurchgehenden Stromes, so ist der Quotient $\frac{J}{q}$ zu bezeichnen als die *Dichtigkeit* des Stromes. Von diesen beiden Begriffen noch verschieden ist endlich die Strom*geschwindigkeit* j. Im eben genannten Beispiele würden zwischen J, i, j die Relationen stattfinden:

$$J = iq = jq\delta,$$

falls nämlich δ die Dichtigkeit des elektrischen Fluidums bezeichnet.

Endlich sei bemerkt, dass ich häufig statt des Wortes Strom*dichtigkeit*, das kürzere Wort *Strömung* anwende, jenes i also kurzweg als die vorhandene elektrische *Strömung* bezeichne.

wo unter ∇J, $\nabla' J'$, $\nabla'' J''$, . . . die den einzelnen Berührungsflächen f, f', f'', . . . entsprechenden Werthe des Ausdrucks (35.) zu verstehen sind. Somit gelangen wir, was den Satz der Energie betrifft, zu folgendem Ergebniss.

Wird der Satz der Energie (27):

(37.) $$d(T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS - dQ$$

in Anwendung gebracht auf ein System von Conductoren, von denen jeder für sich betrachtet eine sogenannte Thermokette[1]) *repräsentirt, so wird die Wärmemenge dQ ausgedrückt sein durch die Formel:*

(38.) $$dQ = dt\,\Sigma(\varepsilon \varkappa i^2) - dt\,\mathfrak{S}\,(J\nabla).$$

Die Summe Σ ist ausgedehnt zu denken über sämmtliche Volumelemente ε des gegebenen Systems; für jedes Element ε bezeichnet $\varkappa$ das reciproce Leitungsvermögen und i die augenblicklich in ihm vorhandene elektrische Strömung. Andrerseits ist die Summe $\mathfrak{S}$ ausgedehnt zu denken über sämmtliche in dem System vorhandenen Contactflächen f; für jede solche Fläche f repräsentirt J die augenblickliche Stärke des durch die Fläche gehenden Stromes, Θ die constante Temperatur, in welcher die Fläche erhalten wird, und ∇ eine gewisse unbekannte Function von Θ, welche von verschiedener Beschaffenheit sein wird je nach der Natur der beiden in f zusammengrenzenden Metalle. Diese Grösse ∇ wird wie man sieht (falls man der gewöhnlichen Nomenclatur sich anschliessen will) zu bezeichnen sein als die in der Fläche f vorhandene Contactkraft

Besteht das betrachtete System aus lauter *linearen* Thermoketten, jede von *einfachem* Umgang, und sind $\mathfrak{w}_1$, $\mathfrak{w}_2$, $\mathfrak{w}_3$,... die sogenannten *Widerstände* der einzelnen Ketten, andererseits ∇_1, ∇_2, ∇_3,... die Summen der in den einzelnen Ketten vorhandenen *Contactkräfte*[2]), so wird, wie leicht zu übersehen ist

1) Ob eine solche Kette linear oder körperlich ist, ob sie von einfachem oder verzweigtem Umgang ist (d. h. ob sie den Typus eines *Ringes* oder den eines beliebigen *Netzes* besitzt), kommt hier nicht in Betracht.

2) Es sollen also z. B., was die *erste* Kette betrifft, $\mathfrak{w}_1$ und ∇_1 folgende Bedeutungen haben:

$$\mathfrak{w}_1 = \frac{\varkappa' l'}{q'} + \frac{\varkappa'' l''}{q''} + \ldots,$$

$$\nabla_1 = \nabla' + \nabla'' + \ldots,$$

und hier nicht weiter ausgeführt werden soll, der Werth der Wärmemenge dQ (38.) sich einfacher so ausdrücken lassen:

(39.) $$dQ = dt\,(J_1^2 \mathfrak{w}_1 + J_2^2 \mathfrak{w}_2 + \ldots) - dt\,(J_1 \nabla_1 + J_2 \nabla_2 + \ldots)\,,$$

wo unter J_1, J_2, ... die während der Zeit dt in den einzelnen Ketten vorhandenen Stromstärken repräsentiren. Bei Ableitung dieser Formel (39.) ist übrigens vorausgesetzt, die Verhältnisse seien der Art, dass jede von diesen Stromstärken J_1, J_2, ... nur eine Function der *Zeit* ist, dass also jede derselben in jedem beliebig gewählten Augenblick constant ist längs der ganzen Kette hin.

In voller Strenge ist diese Voraussetzung z. B. erfüllt, wenn das System nur aus einer einzigen Thermokette besteht, welche fest aufgestellt ist, und auf welche *äussere* Kräfte *nicht* einwirken. In diesem Falle wird sehr bald im Innern der Kette ein stationärer Zustand eintreten, also ein Zustand, bei welchem die Stromstärke nicht nur von gleichem Werth ist für alle Stellen der Kette, sondern auch für aufeinanderfolgende Zeitaugenblicke. Für irgend ein Zeitelement dt dieses stationären Zustandes ergeben sich nun aus (37.) und (39.) die Formeln:

$$0 = 0 - dQ,$$
$$dQ = dt\,(J^2 \mathfrak{w} - J\nabla)\,.$$

Hieraus folgt sofort:

$$J^2 \mathfrak{w} = J\nabla,$$

d. i.

(40.) $$J = \frac{\nabla}{\mathfrak{w}}.$$

Die Stromstärke ist also gleich der Summe ∇ der in der Kette vorhandenen Contactkräfte, dividirt durch den Widerstand $\mathfrak{w}$ der Kette. Das ist das *Ohm'sche Gesetz*.

---

§. 6.

Anwendung des Satzes der Energie auf einen gewissen sehr einfachen Fall.

Ein permanenter Stahlmagnet sei befestigt nach Art eines Pendels, frei beweglich um eine feste horizontale Axe; und die

---

wo l', l'', ... q', q'', ... x', x'', ... die Längen, Querschnitte und reciprocen Leitungsfähigkeiten der einzelnen Drähte sind, aus denen diese erste Kette besteht, und wo ferner ∇', ∇'', ... die in den einzelnen Löthstellen dieser Kette vorhandenen Contactkräfte bezeichnen.

Richtung, und werde seine Bewegung um diese Axe verhindert ist, sei = h. Ferner befinde sich in der Nähe des Magneten eine fest aufgestellte Kupferplatte.

Die *Gleichgewichtslage* des Magneten ist offenbar diejenige, bei welcher sein Schwerpunkt mit der festen Axe in derselben Verticalebene sich befindet. Mit Hülfe eines Fadens, dessen eines Ende am Magneten, und dessen anderes Ende an einem fest aufgestellten Gegenstande angeheftet ist, wird der Magnet in irgend welcher andern Lage erhalten, bei welcher sein Schwerpunkt um h höher liegt als in der Gleichgewichtslage.

Zur Zeit t_0 durchschneiden wir den Faden. Der Magnet geräth in eine pendelnde Bewegung. Hierdurch werden in der Kupferplatte elektrische Ströme inducirt, welche ihrerseits hemmend einwirken auf jene pendelnde Bewegung, und dieselbe allmählig vernichten. Sobald aber diese Bewegung aufgehört hat, erlöschen sehr bald auch die inducirten Ströme. Es sei t_1 irgend ein Zeitaugenblick, in welchem alle diese Processe vorüber sind, in welchem also der Magnet in seiner Gleichgewichtslage sich befindet, und auch elektrische Ströme in der Kupferplatte nicht mehr vorhanden sind. — Wir stellen uns die Aufgabe, diejenige Wärmemenge zu ermitteln, welche während des Zeitraumes $t_0 \dots t_1$ in der Kupferplatte, theils vielleicht auch im Magneten entwickelt worden ist.

Die auf das gegebene (aus Magnet und Kupferplatte bestehende) *System* einwirkenden *äusseren* Kräfte sind offenbar repräsentirt durch die Schwerkraft. Ist also

$$E = T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V} \tag{41.}$$

die Energie des Systems zu irgend einer Zeit t, und dE der Zuwachs derselben während des Zeitelementes dt, so wird nach dem Satze der Energie (27.) die Formel stattfinden:

$$dE = dS - dQ.$$

Durch Integration über den Zeitraum $t_0 \dots t_1$ ergiebt sich also:

$$E_1 - E_0 = S_{01} - Q_{01}. \tag{42.}$$

Hier sind E_0 und E_1 die Werthe der Energie in den Augenblicken t_0 und t_1. Andererseits bezeichnet S_{01} die von der Schwerkraft während der Zeit $t_0 \dots t_1$ verrichtete Arbeit, und hat also den Werth Gh, wo G das Gewicht des Magneten. End-

lich bezeichnet Q_{01} die gesuchte, nämlich die während des Zeitraumes $t_0 \ldots t_1$ entwickelte Wärmemenge.

Durch die Substitution $S_{01} = Gh$ folgt aus (42.):

$$(43.) \qquad Q_{01} = Gh - (E_1 - E_0).$$

Nun erkennt man aber leicht, dass $E_0 = E_1$ ist.[1] Somit ergiebt sich

$$(44.) \qquad Q_{01} = Gh.$$

D. h. *die entwickelte Wärme ist gleich gross dem Gewicht G des Magneten, dasselbe multiplicirt mit der Höhendifferenz h derjenigen beiden Orte, welche der Schwerpunct des Magneten einnimmt bei seiner Anfangslage und bei seiner Gleichgewichtslage.*

---

§. 7.

Die Vertheilung des elektrischen Fluidums beim Gleichgewichtszustande und beim stationären Strömungszustande.

Nach der zu Grunde gelegten unitarischen Vorstellungsweise befindet sich die in einem Metall enthaltene *negativ* elektrische Materie in unlöslicher Verbindung mit der ponderablen Materie, und bildet mit dieser zusammengenommen die eigentlich *feste Substanz* des Metalles. Ist das Metall homogen, so wird die Dichtigkeit $-\delta'$ der in ihm enthaltenen *negativ* elektrischen Materie an allen Stellen ein und denselben unveränderlichen Werth haben, also eine dem betrachteten Metalle eigenthümlich zugehörige *Constante* sein. Dabei ist unter δ' eine *positive* Zahl zu verstehen. Die Dichtigkeit hat nämlich einen negativen Werth: $-\delta'$, weil unter der Dichtigkeit immer derjenige Factor

---

1) Es ist nämlich, was die Energie E (41.) anbelangt, *erstens* $T_0 = T_1 = 0$; denn es repräsentirt T (weil wir der elektrischen Materie *keine Trägheit*, mithin auch keine lebendige Kraft beilegen) diejenige lebendige Kraft, welche enthalten ist in der *ponderablen* Masse des Systems. *Zweitens* ist $\mathfrak{U}_0{}^o = \mathfrak{U}_1{}^o$; denn die zwischen Magnet und Kupferplatte vorhandenen *ordinären* Kräfte sind als Null zu betrachten. Endlich *drittens* ist $\mathfrak{U}_0 - \mathfrak{V}_0 = \mathfrak{U}_1 - \mathfrak{V}_1$; denn zur Zeit t_0, und ebenso zur Zeit t_1 sind nur diejenigen elektrischen Ströme vorhanden, welche im *Magneten* stattfinden, diese aber sind zu beiden Zeiten genau dieselben, weil der Magnet ein permanenter ist.



verschoben werden soll, werden mit dem Volumen multiplicirt die Masse geben, die Masse der hier betrachteten Materie aber negativ ist.

Die in dem Metalle enthaltene positive elektrische Materie betrachten wir als ein *Fluidum*, dessen Dichtigkeit δ variabel und abhängig ist von den einwirkenden äusseren Kräften.

Die Grösse $\delta - \delta'$ mag kurzweg die *elektrische Dichtigkeit* genannt und mit ε bezeichnet werden, so dass also die in einem gegebenen Volumen z enthaltene Quantität negativer elektrischer Materie $= -\delta' z$, die darin enthaltene Quantität positiver elektrischer Materie $= \delta z$, mithin die darin enthaltene Quantität sogenannter *freier Elektricität* $= (\delta - \delta') z = \varepsilon z$ sein wird.

Es ist also δ' eine dem betreffenden Metall eigenthümliche *Constante*, während δ eine *Variable* ist, und $\varepsilon = \delta - \delta'$ ebenfalls eine *Variable*. Das Volumelement z wird im sogenannten natürlichen Zustande sich befinden, sobald $\delta = \delta'$, mithin $\varepsilon = 0$ geworden ist. Einem Werthe δ, der von δ' verschieden ist, wird die in z enthaltene negativ elektrische Materie mit einer gewissen Gewalt sich widersetzen, und zwar mit einer Gewalt, die um so *grösser* ist, je intensiver die zwischen den einzelnen elektrischen Theilchen thätigen Kräfte für die hier in Betracht kommenden *äusserst kleinen* Entfernungen gedacht werden. Diese vorläufigen Ueberlegungen deuten darauf hin, dass die Variable δ von der Constante δ' im Allgemeinen nur wenig differiren, mithin ε im Allgemeinen sehr klein sein wird.[1]

Beschränken wir uns nun vorläufig auf die beiden einfachsten Fälle, auf den Fall, wo das elektrische Fluidum sich im *Gleichgewichtszustande*, und auf den, wo sich dasselbe im *stationären Strömungszustande* befindet: so würde es auch mit Bezug auf *diese* Fälle schon von grosser Wichtigkeit sein, zu untersuchen, in wie weit jene vorläufigen Ueberlegungen durch eine

---

1) Die hier angestellten allgemeinen Ueberlegungen sind, so weit ich mich augenblicklich erinnere, identisch mit denen von *Aepinus* (Tentamen theoriae electricitatis et magnetismi). Sie stimmen jedenfalls vollständig mit denjenigen überein, welche von *Riemann* in der 31ten Naturforscher-Versammlung vom Jahre 1854 (Vergl. den betreffenden Bericht, Göttingen 1860, pag. 46) ausgesprochen sind, und durch welche *Riemann* bewogen wird, die *unitarische* Vorstellungsweise als diejenige zu bezeichnen, welche bei einem tieferen Eindringen in die Theorie der elektrischen Erscheinungen zu Grunde zu legen ist.



genauere Analyse sich bestätigen. Eine derartige Untersuchung soll nun im Folgenden, wenn auch nicht durchgeführt, so doch einigermaassen angebahnt werden.

Handelt es sich um einen der eben genannten Zustände in einem einzelnen fest aufgestellten Conductor, so nehmen unsere allgemeinen Gleichungen (31.), wie leicht zu übersehen ist, folgende Gestalt an:

(45.)
$$\varkappa u = \mathsf{A} - \frac{\partial \Phi}{\partial x},$$
$$\varkappa v = \mathsf{M} - \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$
$$\varkappa w = \mathsf{N} - \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

wo Φ das statische Potential *aller* in dem Conductor enthaltenen elektrischen Theilchen μ_1 (der positiven sowohl wie der negativen) auf den Punct (x, y, z) repräsentirt, mithin den Werth besitzt:

(46.)
$$\Phi = \Sigma\mu_1\varphi = \Sigma\mu_1\varphi(r).$$

Hier bezeichnet r den Abstand zwischen dem Theilchen $\mu_1\,(x_1, y_1, z_1)$ und dem Puncte (x, y, z); ferner $\varphi(r)$ die früher [vgl. (1.), (2.), (3.)] genannte Function, welche im Allgemeinen dentisch mit $\frac{1}{r}$, für sehr *kleine* Werthe des Argumentes indessen von $\frac{1}{r}$ verschieden ist. Setzt man also:

(47.)
$$\varphi(r) = \frac{1}{r} + \chi(r),$$

so wird $\chi(r)$ nur für sehr *kleine* Werthe von r einen Werth haben, sonst aber durchweg $= 0$ sein. Es wird daher:

(48.)
$$\Phi = \Sigma\frac{\mu_1}{r} + \Sigma\mu_1\chi(r) = \Omega + \Sigma\mu_1\chi(r),$$

mithin

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \Sigma\left(\mu_1\chi'(r)\frac{x - x_1}{r}\right).$$

Ist also $dx_1\,dy_1\,dz_1$ ein bei (x_1, y_1, z_1) abgegrenztes Volumelement, ε_1 die dort vorhandene *elektrische Dichtigkeit*, mithin $\varepsilon_1\,dx_1\,dy_1\,dz_1$ die in jenem Volumelement enthaltene Masse *freier Elektricität*, so wird:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \iiint \left(\varepsilon_1 dx_1 dy_1 dz_1 . \chi'(r) \frac{x - x_1}{r} \right).$$

Durch Einführung der relativen Coordinaten:

$$x_1 - x = a,$$
$$y_1 - y = b,$$
$$z_1 - z = c,$$

ergiebt sich also:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \iiint \left(\varepsilon_1 da\, db\, dc . \chi'(r) \frac{a}{r} \right).$$

Nun ist offenbar:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + a \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + b \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + c \frac{\partial \varepsilon}{\partial z},$$

wo ε die *elektrische Dichtigkeit* im Punct x, y, z repräsentirt. Somit folgt:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \iiint \frac{\chi'(r)}{r} \left(a\varepsilon + a^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + ab \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + ac \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) da\, db\, dc;$$

und hieraus folgt in bekannter Weise:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}; \quad \text{ebenso ergiebt sich:}$$

(49.)
$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial y},$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial z},$$

Dabei ist unter γ eine durch die Beschaffenheit der Function $\chi'(r)$ bedingte *Constante* zu verstehen, deren Werth sich darstellt durch die Formel:

(50.) $$\gamma = -\iiint \frac{\chi'(r)}{r} a^2 da\, db\, dc = -\frac{1}{3} \iiint r \chi'(r) . da\, db\, dc,$$

die Integration ausgedehnt über den Raum einer äusserst kleinen Kugel, deren Radius gleich ist der *Tragweite* von $\chi(r)$. Besitzt nämlich die Function $\chi(r)$ einen *Werth* für alle Argumente r, die kleiner als ϱ sind, während sie *Null* ist für alle Argumente r, die grösser als ϱ sind, so soll ϱ die *Tragweite* der Function genannt werden.

Die Gleichungen (45.) können nunmehr, auf Grund der Ergebnisse (49.) in folgender Weise dargestellt werden.

$$
\begin{aligned}
\varkappa u &= \mathsf{\Lambda} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \mathsf{\Lambda} - \frac{\partial\Omega}{\partial x} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial x},\\
(51.)\qquad \varkappa v &= \mathsf{M} - \frac{\partial\Phi}{\partial y} = \mathsf{M} - \frac{\partial\Omega}{\partial y} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial y},\\
\varkappa w &= \mathsf{N} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \mathsf{N} - \frac{\partial\Omega}{\partial z} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}.
\end{aligned}
$$

Hier ist ε die *elektrische Dichtigkeit* im Puncte (x, y, z), γ die in (50.) angegebene *Constante*. Ausserdem kann Ω [vergl. (48.)] bezeichnet werden als das dem *Newton*'schen Gesetz entsprechende Potential auf den Punct (x, y, z), nämlich als die Summe aller elektrischen Massen, jede dividirt durch ihre Entfernung vom Puncte (x, y, z).

Wenden wir die Gleichungen (51.) zunächst an auf einen vollständig *homogenen* Conductor, in welchem Schiebungskräfte $\mathsf{\Lambda}$, M, N also nicht vorhanden sind, so ergiebt sich für die Zeit des *Gleichgewichtszustandes*:

$$
\begin{aligned}
0 &= -\frac{\partial\Omega}{\partial x} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial x},\\
(52.a)\qquad 0 &= -\frac{\partial\Omega}{\partial y} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial y},\\
0 &= -\frac{\partial\Omega}{\partial z} - \gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}.
\end{aligned}
$$

Hieraus folgt, mit Rücksicht auf die bekannte [1]) Relation $\Delta\Omega = -4\pi\varepsilon$, sofort:

$$
(52.b)\qquad \Delta\Omega = -4\pi\varepsilon, \qquad 4\pi\varepsilon = \gamma\Delta\varepsilon,
$$
$$
\Omega + \gamma\varepsilon = C, \qquad 4\pi(\Omega - C) = \gamma\Delta(\Omega - C),
$$

wo C eine Constante ist.

Da die Constante γ als *äusserst klein* zu betrachten ist, so werden, wie aus (52.b) folgt, die Grössen $\Omega - C$ und ε von der Oberfläche nach dem Inneren des Conductors sehr schnell abnehmen, indem sie in einem Puncte, dessen Abstand von der Oberfläche $= p$ ist, Werthe haben, die nahezu proportional [2]) sind mit der Exponentialfunction:

---

1) Zur Abkürzung wird, wie gewöhnlich, die häufig vorkommende Operation $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ bezeichnet werden mit Δ.

2) Ich kann mich hier unmittelbar beziehen auf die Resultate der vor-

$$e^{-2p\sqrt{\frac{\pi}{\gamma}}}.$$

Die elektrische Dichtigkeit ε wird also von der Oberfläche ins Innere in der That äusserst schnell abnehmen, und im Inneren so gut wie Null sein; so dass also *die elektrische Vertheilung zur Zeit des Gleichgewichts repräsentirt ist durch eine elektrische Oberflächenschicht von ausserordentlich geringer Dicke.*

Der Unterschied der hier entwickelten Theorie im Vergleich mit der gewöhnlichen Theorie besteht demgemäss hauptsächlich darin, dass die Dicke der genannten Schicht hier *ausserordentlich* klein, dort *unendlich* klein ist.

Es mag nun andererseits ein Conductor betrachtet werden, der repräsentirt ist durch einen aus heterogenen Metallstücken $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{M}''$, ... zusammengelötheten Ring, und dessen Löth- oder Contact-Flächen f, f', f'', ... in gegebenen Temperaturen Θ, Θ', Θ'', ... erhalten werden: also ein Conductor, welcher kurzweg als eine *Thermokette* [1]) zu bezeichnen ist.

Zur Zeit des *stationären Strömungszustandes* gelten für jede Stelle (x, y, z) des Conductors die Gleichungen (51.); und die in diesen Gleichungen enthaltenen Schiebungskräfte $\mathsf{\Lambda}$, M, N sind mit Ausnahme der Uebergangsschichten überall $= 0$. Bezeichnet also $\mathfrak{R}$ denjenigen Raum, auf welchen der Raum des Metallstückes $\mathfrak{M}$ durch Absonderung der Uebergangsschichten sich reducirt, so finden für jeden Punct (x, y, z) dieses Raumes $\mathfrak{R}$ die Gleichungen statt:

---

hin genannten *Riemann*'schen Untersuchung. Denn die dort von *Riemann* gegebenen Gleichungen sind, wiewohl einer ganz anderen Quelle entsprungen, ihrer *äusseren* Gestalt nach mit den meinigen (52.a, b) identisch. Es gehen nämlich diese Gleichungen (52.a, b) in die *Riemann*'schen über, sobald man die Grössen Ω, ε, γ in folgender etwas anderen Art bezeichnet:

$$\Omega = 4\pi u, \qquad \varepsilon = \varrho, \qquad \gamma = 4\pi\beta^2.$$

Die *Dedekind*'sche Herausgabe der betreffenden *Riemann*'schen Vorlesungen und hinterlassenen Manuscripte wird hoffentlich über diese (in jenen Naturforscherberichten nur kurz angedeuteten) Untersuchungen Ausführlicheres bringen.

1) Ob übrigens diese Kette linear oder körperlich, ob sie von einfachem oder verzweigtem Umgange ist, bleibt für das Folgende gleichgültig.

(53.a)
$$\varkappa u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{\partial \Omega}{\partial x} - \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x},$$
$$\varkappa v = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Omega}{\partial y} - \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial y},$$
$$\varkappa w = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\partial \Omega}{\partial z} - \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial z},$$

Mit Rücksicht auf die bekannte phoronomische Gleichung $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$, und mit Rücksicht auf die schon vorhin benutzte Relation $\Delta\Omega = -4\pi\varepsilon$, folgt hieraus sofort:

$$-\varkappa\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\Delta\Phi = 4\pi\varepsilon - \gamma\Delta\varepsilon,$$

also, weil bei dem hier zu betrachtenden *stationären* Zustand $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$ ist:

(53.b) $$\Delta\Phi = 0, \qquad 4\pi\varepsilon = \gamma\Delta\varepsilon.$$

Die zweite dieser Formeln, welche identisch ist mit der in (52.b) gefundenen Formel, führt [1]) zu dem Ergebniss, *dass die elektrische Vertheilung zur Zeit des stationären Strömungszustandes wiederum repräsentirt ist durch eine elektrische Oberflächenschicht des Raumes $\mathfrak{R}$ von ausserordentlich geringer Dicke. Analoges gilt natürlich auch für die reducirten Räume $\mathfrak{R}'$, $\mathfrak{R}''$, ... der übrigen Metallstücke $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{M}''$, ...*

Es bleibt noch übrig die Gleichungen (51.):

(53.c)
$$\varkappa u = \mathsf{A} - \frac{\partial \Phi}{\partial x},$$
$$\varkappa v = \mathsf{M} - \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$
$$\varkappa w = \mathsf{N} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

in Anwendung zu bringen auf die in der Thermokette vorhandenen *Uebergangsschichten.*

Die beiden mit der Contactfläche f parallelen Flächen, von denen die zu f gehörige Uebergangsschicht begrenzt ist, seien f_1 und f_2. Ferner sei (x, y, z) ein beliebiger Punct *im Inneren* dieser Uebergangsschicht, p eine durch (x, y, z) gelegte Richtung senkrecht zur Uebergangsschicht, also zugleich diejenige

1) Vergl. die *Riemann*'schen Untersuchungen a. a. O.

Richtung, in welcher die im Puncte (x, y, z) vorhandene Scheidungskraft Π oder A, M, N, thätig ist. Endlich sei i oder u, v, w, die in x, y, z vorhandene elektrische Strömung, und τ der Winkel zwischen i und p. Dann ist:

$$(53.d)\quad \begin{aligned} u &= i\cos(i, x), & A &= \Pi\cos(p, x), \\ v &= i\cos(i, y), & M &= \Pi\cos(p, y), \\ w &= i\cos(i, z), & N &= \Pi\cos(p, z), \end{aligned}$$

$$(53.e)\qquad \tau = (i, p).$$

Somit ergiebt sich aus (53.c):

$$(53.f)\quad \begin{aligned} \varkappa i\cos(i, x) &= \Pi\cos(p, x) - \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \\ \varkappa i\cos(i, y) &= \Pi\cos(p, y) - \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \\ \varkappa i\cos(i, z) &= \Pi\cos(p, z) - \frac{\partial\Phi}{\partial z}, \end{aligned}$$

und folglich:

$$(53.g)\quad \varkappa i\cos\tau = \Pi - \left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}\cos(x, p) + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\cos(y, p) + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\cos(z, p)\right],$$

oder (was dasselbe ist):

$$(53.h)\qquad \varkappa i\cos\tau \,.\, dp = \Pi dp - \frac{\partial\Phi}{\partial p}dp,$$

wo unter dp ein unendlich kleines vom betrachteten Puncte (x, y, z) ausgehendes Element der Linie p zu verstehen ist. Sind 1 und 2 diejenigen Puncte, in welchen diese nach beiden Seiten verlängerte Linie die Flächen f_1 und f_2 trifft, und integrirt man die Gleichung (53.h) über sämmtliche Elemente dp des Liniensegmentes 12, so ergiebt sich:

$$(53.i)\qquad \int(\varkappa i\cos\tau)dp = \nabla - (\Phi_2 - \Phi_1),$$

wo $\nabla = \int\Pi dp$ die in der Uebergangsschicht vorhandene *Contactkraft* [vergl. (34.) bis (38.)] vorstellt, und wo ferner Φ_1, Φ_2 die Werthe von Φ in den Puncten 1, 2 sind.

Die reciproce Leitungsfähigkeit $\varkappa$ besitzt für die einzelnen Puncte der Linie 12 verschiedene Werthe. Ist $\varkappa'$ der grösste

derselben, und ebenso i' der grösste Werth, den i in den genannten Puncten besitzt, so wird offenbar

$$\int (\varkappa i \cos \tau)\, dp < \varkappa' i' \int dp$$

d. i.

$$< \varkappa' i' l_{12}.$$

sein, wo l_{12} die Länge der Linie 12, d. i. die *Dicke der Uebergangsschicht* bezeichnet. Diese Dicke ist aber eine ausserordentlich kleine. Somit ergiebt sich, dass das Integral

$$\int (\varkappa i \cos \tau)\, dp$$

sehr nahezu $= 0$ ist. Demgemäss folgt aus (53.i), dass sehr nahezu

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \nabla \qquad (53.k)$$

ist, *dass also beim stationären Strömungszustand das Potential Φ zu beiden Seiten einer Uebergangsschicht Werthe besitzt, deren Differenz sehr nahezu gleich gross ist mit der in der Uebergangsschicht vorhandenen Contactkraft ∇.*

---

§. 8.

Das Potentialgesetz und das Inductionsgesetz.

Es sollen hier gewisse Resultate mitgetheilt werden, zu welchen man gelangt bei weiterem Verfolgen der in (30.) und (32.) gefundenen *Fundamentalsätze.* Dabei dürfte es, was die schon gebrauchte und weiter zu brauchende Nomenclatur betrifft, zweckmässig sein, Folgendes von Neuem hervorzu heben.

Unter einer *ordinären Kraft* verstehe ich diejenige, auf welche die zwischen zwei ponderablen Massen stattfindende Kraft sich reducirt, sobald die in denselben vorhandenen elektrischen Materien sämmtlich *gleich Null* gedacht werden. — Unter einer *elektrostatischen Kraft* ist ferner diejenige zu verstehen, auf welche die zwischen zwei elektrischen Massen stattfindende Kraft sich reducirt, sobald beide im Zustande der *Ruhe* gedacht werden. Endlich ist unter der *elektrodyna-*

mischen Kraft diejenige zu verstehen, welche zu der letztgenannten noch hinzutritt in Folge der *Bewegung* der beiden Massen.

Es sei ε ein Volumelement eines Metalles, in welchem elektrische Strömungen stattfinden, M die in ε enthaltene ponderable Masse, ferner $-\delta'$ die Dichtigkeit der in ε enthaltenen (mit M unlöslich verbundenen) negativ elektrischen Materie, und endlich δ die Dichtigkeit des zur Zeit t in ε vorhandenen positiven Fluidums. Durch die Untersuchungen des vorhergehenden Paragraphen ist wahrscheinlich gemacht, dass die Grösse $\varepsilon = \delta - \delta'$ im Allgemeinen immer sehr klein sein wird. Demgemäss ist diese Grösse ε bei Ableitung der hier anzugebenden Resultate, wenigstens insoweit als es sich um die Berechnung der *elektrodynamischen* Kräfte handelt, vernachlässigt, nämlich als Null betrachtet worden.

Die in Rede stehenden Resultate beziehen sich nun auf zwei Metalldrähte σ und σ_1, in denen elektrische Ströme vorhanden sind. Bezeichnet man irgend zwei Elemente dieser Drähte ihrer Länge nach mit $D\sigma$ und $D\sigma_1$, die in ihnen vorhandenen Stromstärken mit J und J_1, endlich die in ihnen enthaltenen ponderablen Massen mit M und M_1, so wird jede dieser beiden ponderablen Massen auf die andere eine gewisse *bewegende Kraft* R ausüben, deren Werth zusammengesetzt ist aus einem *ordinären* Bestandtheil R^o, aus einem *elektrostatischen* Bestandtheil R^s, und aus einem *elektrodynamischen* Bestandtheil R^d. Diese Behauptung sowohl, wie auch die nähere Bestimmung der Kraft $R = R^o + R^s + R^d$, ergeben sich unmittelbar aus dem früher gefundenen *Fundamentalsatz* (30.)

Auf Grund jenes Satzes lassen sich die Werthe von R^o und R^s augenblicklich hinstellen, falls die nöthigen Data vorhanden sind. Was insbesondere die *elektrodynamische* Kraft R^d betrifft, so findet man:

$$(54.)\qquad R^d = JD\sigma \,.\, J_1D\sigma_1 \,.\, 4\, \frac{d\psi}{dr}\, \frac{\partial^2\psi}{\partial\sigma\partial\sigma_1}\,,$$

wo[1]) unter $\psi = \psi(r)$ die in (1.), (2.), (3.) besprochene Function,

---

1) Vergl. das Tübing. Programm. p. 11. — Für *merkliche* Werthe von r hat $\psi(r)$ den in (8.) angegebenen Werth; die Formel (54.) nimmt daher in diesem Falle folgende Gestalt an:

$$(\alpha.)\qquad R^d = JD\sigma \,.\, J_1D\sigma_1 \,.\, \frac{8}{c^2}\, \frac{1}{\sqrt{r}}\, \frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial\sigma\partial\sigma_1}\,.$$

und unter r die gegenseitige Entfernung der beiden Elemente $D\sigma$, $D\sigma_1$ zu verstehen ist.

Es seien nun (σ, J) und (σ_1, J_1) zwei *geschlossene* Ströme,

---

Dieser Werth von R^d kann aber offenbar auch so geschrieben werden:

$$(\beta.) \qquad R^d = \frac{4}{c^2}\,\frac{JD\sigma\,.\,J_1D\sigma_1}{r^2}\left(r\,\frac{\partial^2 r}{\partial\sigma\,\partial\sigma_1} - \frac{1}{2}\,\frac{\partial r}{\partial\sigma}\,\frac{\partial r}{\partial\sigma_1}\right).$$

oder auch so:

$$(\gamma.) \qquad R^d = \frac{4}{c^2}\,\frac{JD\sigma\,.\,J_1D\sigma_1}{r^2}\left(\frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta_1 - \cos\varepsilon\right).$$

Das aber ist die Formel des *Ampère*'schen Gesetzes. Denn es sind hier unter ϑ und ϑ_1 diejenigen Winkel zu verstehen, welche die Linie r (immer in *ein und derselben* Richtung gerechnet) mit $D\sigma$ und $D\sigma_1$ macht, während ε den Neigungswinkel von $D\sigma$ gegen $D\sigma_1$ bezeichnet.

Die von *Weber*, unter Zugrundelegung der *dualistischen* Vorstellungsweise, für die dynamische Kraft R^d abgeleitete Formel lautet bekanntlich etwas anders, nämlich so:

$$(\delta.) \qquad R^d = \frac{16}{c^2}\,\frac{iD\sigma\,.\,i_1D\sigma_1}{r^2}\left(\frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta_1 - \cos\varepsilon\right).$$

Doch ist zu beachten, dass hier unter i diejenige Menge *positiven* Fluidums zu verstehen ist, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Ringes σ geht, während durch denselben gleichzeitig eine gleich grosse Menge *negativen* Fluidums in der entgegengesetzten Richtung fliesst; so dass also die gesammte Quantität Elektricität (algebraisch summirt), welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fliesst, $= 2i$ ist. Demgemäss sind $2i$ und $2i_1$ diejenigen Grössen der dualistischen Theorie, welche *analog* sind mit den Grössen J, J_1 der von uns entwickelten unitarischen Theorie.

Somit zeigt sich, dass die Formeln $(\gamma.)$ und $(\delta.)$ in voller Uebereinstimmung sind, oder besser ausgedrückt, dass die im *Weber*'schen Gesetz anzunehmende Constante c *ein und denselben Zahlenwerth* besitzt, einerlei ob man der dualistischen oder der unitarischen Vorstellungsweise sich anschliesst.

Es mag bei dieser Gelegenheit noch Folgendes bemerkt werden. Die in einer Thermokette σ durch den cursirenden elektrischen Strom entwickelte Wärmemenge dQ ist nach der von uns entwickelten *unitarischen* Theorie $= dt\,(J^2\mathfrak{w} - J\nabla)$, vergl. (89.). Andererseits wird diese Wärmemenge dQ in der *dualistischen* Theorie bekanntlich in analoger Weise bezeichnet, nämlich bezeichnet mit $dt\,(i^2\mathfrak{w} - i\nabla)$. Hieraus folgt, dass die Widerstände $\mathfrak{w}$ und ebenso auch die Contactkräfte ∇ in der einen und in der andern Theorie *verschiedene Bedeutungen* haben. Zur bessern Unterscheidung mag die Formel der *unitarischen* Theorie genau ebenso wie bisher geschrieben werden:

$$(\varepsilon.) \qquad dQ = dt\,(J^2\mathfrak{w} - J\nabla),$$

diejenige der *dualistischen* Theorie hingegen angedeutet sein durch:

und es liege die Aufgabe vor, diejenige Bewegung zu ermitteln, welche die Stromringe σ und σ_1 annehmen werden unter der Einwirkung der genannten Kräfte $R = R^o + R^s + R^d$, und unter der gleichzeitigen Einwirkung beliebig gegebener *äusserer* Kräfte. Von diesen letztern mag der grösseren Einfachheit willen vorausgesetzt werden, dass sie *ordinärer* Natur sind, also (wie z. B. die Schwerkraft, die Torsionskraft eines Fadens u. s. w.) nur einwirken auf die *ponderable* Masse der Ringe. Zugleich mag vorausgesetzt werden, dass die in den Ringen vorhandenen Stromstärken J und J_1 *nur* Functionen der *Zeit* sind, dass also z. B. zu einer beliebigen Zeit t ein und derselbe Werth von J vorhanden ist an sämmtlichen Stellen des Ringes σ.

Ist $\mathbf{W} = \mathbf{U}^o + \mathbf{U} + \mathbf{V}$, ebenso wie früher (S. 396), das Potential des aus den beiden Ringen bestehenden Systems auf sich selber, so wird offenbar dieses $\mathbf{W}$ aus doppeltem Grunde eine Function der Zeit sein, nämlich erstens, weil die Ringe selber ihre relative Lage zu einander ändern, und zweitens, weil im Innern eines jeden Ringes die Vertheilung und Bewegung des elektrischen Fluidums sich ändert.

Um die Verhältnisse besser übersehen zu können, mögen drei Axensysteme gedacht werden, eines absolut unbeweglich, jedes der beiden andern hingegen fest verbunden mit einem der beiden Ringe. Ferner seien x, y, z die Coordinaten irgend eines ponderablen Massenelementes M der beiden Ringe in Bezug auf das *absolut unbewegliche* Axensystem, hingegen λ, μ, ν die Coordinaten irgend eines positiv elektrischen Theilchens p in Bezug auf das *dem betreffenden Ringe zugehörige* Axensystem. Alsdann wird $\mathbf{W}$ eine Function der x, y, z und der λ, μ, ν sein; folglich aus *doppeltem* Grunde eine Function der *Zeit* sein, nämlich erstens, weil die x, y, z, zweitens weil die λ, μ, ν Functionen der Zeit sind. Von gewissem Vortheil ist es nun, die Zeit t,

---

$$(\zeta.) \qquad dQ = dt\,(i^2 w - i\mathrm{D}).$$

Aus letzterer folgt, weil $2i = J$, $i = \frac{1}{2}J$ ist, sofort:

$$(\zeta'.) \qquad dQ = dt\left(J^2\frac{w}{4} - J\frac{\mathrm{D}}{2}\right).$$

Die Vergleichung der beiderlei Formeln $(\eta.)$ und $(\zeta'.)$ zeigt, dass zwischen $\mathfrak{w}$, w und ∇, D die Relationen stattfinden:

$$(\eta.) \qquad \mathfrak{w} = \frac{w}{4}, \qquad \nabla = \frac{\mathrm{D}}{2}.$$

diesem doppelten Auftreten entsprechend, mit verschiedenen Buchstaben zu benennen. Sie mag τ genannt werden, insofern sie Argument der x, y, z ist, hingegen ϑ, insofern sie Argument der λ, μ, ν ist; so dass also

(55.) $$\frac{d\mathbf{W}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \vartheta}$$

sein wird. Von den drei Bestandtheilen $\mathbf{U}^0$, $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ des Potentiales $\mathbf{W}$ wird übrigens $\mathbf{U}^0$ *nur von* τ abhängen, während $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$, ebenso wie $\mathbf{W}$ selber, von beiden Argumenten τ *und* ϑ abhängig sind.

Das elektrodynamische Potential $\mathbf{V}$ des betrachteten Systems auf sich selber kann offenbar so dargestellt werden:

(56. a) $$\mathbf{V} = \tfrac{1}{2} V_{00} + \tfrac{1}{2} V_{11} + V_{01} ,$$

oder auch so:

(56.b) $$\mathbf{V} = \tfrac{1}{2} J^2 \overline{V}_{00} + \tfrac{1}{2} J_1{}^2 \overline{V}_{11} + J J_1 \overline{V}_{01} .$$

Hier bezeichnet $V_{01} = JJ_1 \overline{V}_{01}$ das elektrodynamische Potential des Stromringes (σ, J) auf den Stromring (σ_1, J_1); so dass also unter dem horizontal überstrichenen $\overline{V}_{01}$ zu verstehen ist das elektrodynamische Potential des Stromringes $(\sigma, 1)$ auf den Stromring $(\sigma_1, 1)$, mithin derjenige Werth zu verstehen ist, welchen V_{01} selber annimmt für $J = 1$ und $J_1 = 1$. In ähnlicher Weise bezeichnet $\tfrac{1}{2} V_{00} = \tfrac{1}{2} J^2 \overline{V}_{00}$ das elektrodynamische Potential des Ringes (σ, J) auf sich selber, und endlich $\tfrac{1}{2} V_{11} = \tfrac{1}{2} J_1{}^2 \overline{V}_{11}$ dasjenige des Ringes (σ_1, J_1) auf sich selber. Demgemäss ist, was die Abhängigkeit von der Zeit betrifft, zu bemerken, dass J und J_1 *nur Functionen von* ϑ sind, dass ferner $\overline{V}_{01}$ *nur eine Function von* τ ist, und dass endlich $\overline{V}_{00}$ und $\overline{V}_{11}$ *Constante* sind. Ausserdem ist zu bemerken, dass für V_{01} sich folgender Werth [1]) herausstellt:

(56.c) $$V_{01} = JJ_1 \overline{V}_{01} = JJ_1 \iint \left(D\sigma\, D\sigma_1 \,.\, 2 \frac{\partial \psi}{\partial \sigma} \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_1} \right),$$

und analoge Werthe sich ergeben für V_{00} und V_{11}.

---

1) Man vergl. das Tübing. Programm p. 11. Für *merkliche* Werthe von r geht die Formel (56.c) über in:

(λ.) $$V_{01} = JJ_1 \iint \left(\mathrm{D}\sigma\ \mathrm{D}\sigma_1 \frac{1}{c^2 r} \frac{\partial r}{\partial \sigma} \frac{\partial r}{\partial \sigma_1} \right).$$

Dieser Ausdruck aber kann offenbar auch so dargestellt werden:

Ist nun T^0 die *lebendige Kraft* des Systems d. i. die lebendige Kraft der in den beiden Ringen enthaltenen ponderablen Massen [1]), so gelangt man für die zu untersuchende Bewegung der beiden Ringe zu folgender beachtenswerthen Formel:

$$(57.a)\qquad dT^0 = dS^0 - dt\,\frac{\partial \mathfrak{W}}{\partial \tau},$$

d. i.

$$(57.b)\qquad dT^0 = dS^0 - dt\,\frac{\partial(\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} + \mathfrak{V})}{\partial \tau},$$

wo dT^0 den Zuwachs der lebendigen Kraft T^0 während der Zeit dt bezeichnet, während dS^0 die während dieser Zeit von den einwirkenden *äusseren* Kräften verrichtete Arbeit vorstellt.

(57.c) *Das durch diese Formeln* (57 a, b) *ausgesprochene Gesetz, welches von dem früher entwickelten Satz der Energie wesentlich verschieden* [2]), *aber kaum weniger wichtig ist, mag im Folgenden kurzweg das* **Potentialgesetz** *genannt werden.*

$$(\mu.)\qquad V_{01} = -\frac{4}{c^2}\frac{JJ_1}{2}\int\int\frac{D\sigma\, D\sigma_1 \,.\, \cos\vartheta\, \cos\vartheta_1}{r},$$

oder, weil die Ringe *geschlossene* sind auch so:

$$(\nu.)\qquad V_{01} = -\frac{4}{c^2}\frac{JJ_1}{2}\int\int\frac{D\sigma\, D\sigma_1 \,.\, \cos\varepsilon}{r},$$

wo ϑ, ϑ_1, ε genau dieselben Bedeutungen haben, wie in den Formeln (α.), (β.), (γ.) Seite 426, 427.

Aus diesen Formeln (λ.), (μ.), (ν.) erkennt man sofort, dass dieses *elektrodynamische Potential* V_{01} *des Stromringes* (σ, J) *auf den Stromring* (σ_1, J_1) vollkommen identisch ist mit derjenigen Grösse, welche von meinem Vater schlechtweg als das *Potential der beiden Ströme auf einander* bezeichnet wird. [Man vergl. *F. Neumann's* Abhandlung über ein allgem. Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme, in den Abhandl. der Berliner Akademie vom 9. August 1847. p. 67.]

1) Die lebendige Kraft T des ganzen Systems ist nämlich identisch mit der lebendigen Kraft T^0 der darin enthaltenen *ponderablen* Massen, weil angenommen worden ist (Seite 407), die elektrische Materie besitze *keine* Trägheit.

2) Unter Anderm ist z. B. zu beachten, dass die drei Bestandtheile des Potentiales

$$\mathfrak{W} = \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} + \mathfrak{V}$$

im *Satze der Energie* auftreten in der Verbindung: $\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}$, im *Potentialgesetz* hingegen in ihrer natürlichen Verbindung: $\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} + \mathfrak{V}$.

Vernachlässigt man, wie gewöhnlich, die durch $\mathfrak{U}^0$ und $\mathfrak{U}$ repräsentirten ordinären und elektrostatischen Kräfte gegenüber den durch $\mathfrak{V}$ repräsentirten elektrodynamischen Kräften, so nimmt das Potentialgesetz (57. a, b) folgende Gestalt an:

$$(58.)\qquad dT^0 = dS^0 - dt\,\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau}\,.$$

Diese Formel aber kann, wie leicht zu übersehen ist[1]), auch so dargestellt werden:

$$(59.)\qquad dT^0 = dS^0 - JJ_1\,d\overline{V}_{01}.$$

Ist der Ring σ_1 fest aufgestellt, andererseits der Ring σ nur sich selber parallel in einer bestimmten Richtung verschiebbar, etwa nur verschiebbar in der Richtung der x Axe, mithin die augenblickliche Lage dieses Ringes nur abhängig von derjenigen Entfernung x, welche ein bestimmter mit demselben fest verbundener Punct von der yz Ebene besitzt, so wird das Potential $\overline{V}_{01}$ ebenfalls nur eine Function von x sein. Für diesen Fall geht daher, wenn *äussere* Kräfte *nicht* vorhanden sind, die Formel (59.) über in

$$d\left\{\frac{\Sigma M}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right\} = -JJ_1\,\frac{\partial \overline{V}_{01}}{\partial x}\,dx:$$

woraus folgt:

$$(60.)\qquad (\Sigma M)\,\frac{d^2x}{dt^2} = -JJ_1\,\frac{\partial \overline{V}_{01}}{\partial x} = -\frac{\partial V_{01}}{\partial x}\,,$$

wo (ΣM) die Gesammtmasse des Ringes σ bezeichnet. *Die Wirkung des Ringes σ_1 auf den Ring σ nach einer gegebenen Richtung x wird also erhalten, wenn man das elektrodynamische Potential V_{01}*

---

1) Nach (56.b) ist nämlich:

$$\mathfrak{V} = \tfrac{1}{2}J^2\,\overline{V}_{00} + \tfrac{1}{2}J_1^2\,\overline{V}_{11} + JJ_1\,\overline{V}_{01}\,,$$

wo J, J_1, $\overline{V}_{00}$, $\overline{V}_{11}$ unabhängig von τ sind. Somit folgt:

$$\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau} = JJ_1\,\frac{\partial \overline{V}_{01}}{\partial \tau}\,,$$

oder weil $\overline{V}_{01}$ *nur* von τ abhängt, nicht aber von ϑ:

$$\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau} = JJ_1\,\frac{d\overline{V}_{01}}{dt}\,.$$

Hieraus endlich ergiebt sich sofort:

$$dt\,\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau} = JJ_1\,\frac{d\overline{V}_{01}}{dt}\,dt = JJ_1\,d\overline{V}_{01}.$$

[illegible]

$$[illegible]$$

$$[illegible]$$

[illegible] mit — 1 multiplicirt[1]).

Ist an Stelle zweier Stromringe (σ, J) und (σ_1, J_1) ein System gegeben, welches besteht aus nur einem Stromringe (σ, J) und aus einem permanenten Stahlmagneten, so wird das Potentialgesetz (59) offenbar folgende Gestalt annehmen:

$$dT' = dS' - J\,dV_m\,, \tag{62}$$

wo V_m das elektrodynamische Potential des Magneten auf den Stromring (σ, J) bezeichnet.

1) Die in (60), (61) angegebenen Specialfälle des *Potentialgesetzes* (59) sind, wie man sofort erkannt haben wird, identisch mit gewissen von meinem Vater aufgestellten Sätzen. [*F. Neumann's* Abhandlung über ein allg. Princip der math. Theorie der inducirten elektrischen Ströme, in den Schriften der Berliner Akademie vom 9. August 1847. p. 66—71.] Es ist nämlich, wie schon früher (Note, Seite 480) bemerkt wurde, zu beachten, dass das *elektrodynamische Potential* V_{01} identisch ist mit derjenigen Grösse, welche von meinem Vater kurzweg als das *Potential der beiden Ströme auf einander* bezeichnet wird. Denkt man sich also nach der von *Ampère* angegebenen [und von *Weyr* (Sitzungs-Berichte der Wiener Akademie 1867. p. 669) corrigirten] Methode jeden der beiden Stromringe (σ, J) und (σ_1, J_1) ersetzt durch eine magnetische Doppelschicht, so ist V_{01}, abgesehen von einem *positiven* constanten Factor, identisch mit $\Sigma\Sigma\left(\frac{mm_1}{r}\right)$, die Summation ausgedehnt über sämmtliche Elemente magnetischer Flüssigkeit m und m_1, welche in der einen und in der andern Doppelschicht enthalten sind.

Die eben angedeuteten Untersuchungen nehmen ihren Ausgang von dem *Fundamentalsatz* (30.). Verfolgt man andererseits die Consequenzen des *Fundamentalsatzes* (32.), und zwar wiederum mit Bezug auf die betrachteten beiden Stromringe (σ, J) und (σ_1, J_1), so gelangt man zu folgenden Formeln:

$$(63.a) \qquad J\mathfrak{w} = \nabla + \frac{d(\overline{V}_{00} J + \overline{V}_{01} J_1)}{dt},$$

$$(63.b) \qquad J_1\mathfrak{w}_1 = \nabla_1 + \frac{d(\overline{V}_{10} J + \overline{V}_{11} J_1)}{dt},$$

wo vollständig festgehalten ist an den schon eingeführten Bezeichnungen, so dass also z. B. $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{\partial}{\partial\vartheta}$ sein soll. Ausserdem bezeichnen $\mathfrak{w}$, $\mathfrak{w}_1$ die *Widerstände* der beiden Ringe, und ∇, ∇_1 die Summen der in dem einen und in dem andern vorhandenen *Contactkräfte*. [1])

(63.c) *Das durch diese Formeln* (63.*a*, *b*) *ausgesprochene Gesetz mag im Folgenden kurzweg das* **Inductionsgesetz** *genannt werden.*

Lässt man den Stromring (σ, J) ungeändert, ersetzt man aber den andern Stromring (σ_1, J_1) durch einen *permanenten Stahlmagneten*, so wird die Formel (63.a) folgende Gestalt annehmen:

$$(64.) \qquad J\mathfrak{w} = \nabla + \frac{d(\alpha J + V_m)}{dt},$$

wo V_m dieselbe Bedeutung hat, wie in (62.), und wo andererseits die dem Ringe σ eigenthümlich zugehörige Constante $\overline{V}_{00}$ zur Abkürzung mit α bezeichnet ist.

---

§. 9.

Der Satz der Energie, das Potentialgesetz und das Inductionsgesetz, in ihren Beziehungen zu einander.

Es seien gegeben zwei Thermoströme, jeder cursirend in einem beweglichen Drahtring; und zwar mag die Bewegung dieser beiden Ringe σ und σ_1 vor sich gehen theils unter dem

---

1) Es sind also die Buchstaben $\mathfrak{w}$, $\mathfrak{w}_1$, ∇, ∇_1 genau in demselben Sinne gebraucht wie früher in Formel (29.).

Einfluss ihrer gegenseitigen Einwirkungen, theils auch unter dem Einfluss gegebener *äusserer* Kräfte, von denen jedoch vorausgesetzt werden soll, dass sie nur ordinärer Natur sind, dass sie also (wie z. B. die Schwerkraft oder die Torsionskraft eines Fadens) nur einwirken auf die *ponderable* Masse der Ringe. Auch mag die relative Bewegung der beiden Ringe gegen einander so langsam gedacht werden, dass die Stromstärken J und J_1 *nur* Functionen der *Zeit* sind, dass also z. B. J für jeden beliebigen Augenblick von gleicher Grösse ist für sämmtliche Stellen des Ringes σ. Der *Satz der Energie* findet alsdann, nach (37.), (39.), seinen Ausdruck durch die Formel:

(65.) $d(T^0 + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS^0 - dt\,(J^2\mathfrak{w} + J_1{}^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1)$,

wo die einzelnen Grössen analoge Bedeutungen haben, wie an der eben genannten Stelle.

Wir wollen nun im Folgenden denselben Grad der Annäherung einhalten, wie in dem vorhergehenden Paragraph, indem wir wiederum die durch $\mathfrak{U}^0$ und $\mathfrak{U}$ repräsentirten ordinären und elektrostatischen Kräfte vernachlässigen gegenüber den durch $\mathfrak{V}$ repräsentirten elektrodynamischen Kräften. Alsdann geht die Formel (65.) über in:

(66.) $d(T^0 - \mathfrak{V}) = dS^0 - dt\,(J^2\mathfrak{w} + J_1{}^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1)$.

Nun ist nach (56.a, b):

$$\mathfrak{V} = \tfrac{1}{2} J^2 \overline{V}_{00} + \tfrac{1}{2} J_1{}^2 \overline{V}_{11} + JJ_1 \overline{V}_{01}.$$

Die den *Satz der Energie* darstellende Formel (66.) kann daher so geschrieben werden:

(67.E) $$d(T^0 - JJ_1\overline{V}_{01} - \tfrac{1}{2} J^2\overline{V}_{00} - \tfrac{1}{2} J_1{}^2\overline{V}_{11}) = dS^0 - dt\,(J^2\mathfrak{w} + J_1{}^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1).$$

Was andererseits das *Potentialgesetz* betrifft, so findet dasselbe, nach (59.), seinen Ausdruck in der Formel:

(67.P) $$dT^0 + JJ_1\, d\overline{V}_{01} = dS^0.$$

Durch Subtraction der beiden Formeln (67.E) und (67.P) ergiebt sich:

(68. a) $$2\,JJ_1\, d\overline{V}_{01} + \overline{V}_{01}\, d(JJ_1) + \overline{V}_{00}\, JdJ + \overline{V}_{11}\, J_1 dJ_1 = dt\,(J^2\mathfrak{w} + J_1{}^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1);$$

denn es ist zu beachten, dass $\overline{V}_{00}$ und $\overline{V}_{11}$ *Constante* sind, deren Werthe lediglich bedingt sind durch die Figur der Ringe, während

$\overline{V}_{01}$ *variabel* ist, eine Function der relativen Lage der beiden Ringe zu einander. Offenbar kann die Formel (68. a) auch so geschrieben werden:

$$(68.\text{b})\qquad J d(\overline{V}_{01} J_1) + J_1\, d(\overline{V}_{10} J) + J d(\overline{V}_{00} J) + J_1\, d(\overline{V}_{11} J_1) = dt(J^2 \mathfrak{w} + J_1{}^2 \mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1 \nabla_1)\,,$$

oder endlich auch so:

$$(68.\text{c})\qquad J \left\{ \frac{d(\overline{V}_{00} J + V_{01} J_1)}{dt} + \nabla - J\mathfrak{w} \right\} + J_1 \left\{ \frac{d(\overline{V}_{10} J + \overline{V}_{11} J_1)}{dt} + \nabla_1 - J_1 \mathfrak{w}_1 \right\} = 0.$$

Hieraus lassen sich die *beiden* Unbekannten J und J_1 im Allgemeinen nicht bestimmen.

Es mögen nun aber, um auf einen specielleren Fall einzugehen, die beiden Ringe ihrer Figur und Beschaffenheit nach einander völlig congruent gedacht werden. Ausserdem mag angenommen werden, dass sie zu Anfang, etwa zur Zeit t_0 *symmetrisch* aufgestellt sind in Bezug auf eine gegebene Ebene, der eine das Spiegelbild des andern, und dass die auf sie einwirkenden *äusseren* Kräfte ebenfalls *symmetrisch* vertheilt sind in Bezug auf diese Ebene. Alsdann wird die genannte *Symmetrie* der beiden Ringe nicht nur vorhanden sein zur Zeit t_0, sondern auch in jedem Zeitaugenblick t ihrer Bewegung. Ausserdem wird alsdann $\mathfrak{w} = \mathfrak{w}_1$, $\nabla = \nabla_1$, $\overline{V}_{00} = \overline{V}_{11}$ und für jeden Zeitaugenblick $J = J_1$ sein. Mit Bezug auf diesen speciellen Fall ergiebt sich also aus (68. c) sofort:

$$(69.)\qquad \frac{d(\overline{V}_{00} J + \overline{V}_{01} J_1)}{dt} + \nabla - J\mathfrak{w} = 0.$$

Diese Formel aber repräsentirt das in (63. a) angegebene *Inductionsgesetz*. — Somit ist dargethan, *dass in dem hier betrachteten speciellen Fall das Inductionsgesetz* (69.) *angesehen werden kann als eine unmittelbare Folge des Energiegesetzes* (67. E) *und des Potentialgesetzes* (67. P).[1]

1) In ähnlicher Weise ist schon vor vierundzwanzig Jahren von *Helmholtz* das Inductionsgesetz abzuleiten der Versuch gemacht worden. Dass ein solcher Versuch damals missglücken musste, erklärt sich daraus, dass von jenen beiden Gesetzen der Energie und des Potentiales das erstere damals noch *unbekannt* war. — Die Energie eines Systemes besteht nämlich immer aus zwei Bestandtheilen, aus der lebendigen Kraft oder actuellen Energie und aus der Spannkraft oder potentiellen Energie;

Wir wenden uns zur Betrachtung eines specielleren und einfacheren Falles, nämlich zu derjenigen Induction, welche ein elektrischer Strom auf sich selber ausübt. Die Darstellung des *Energiegesetzes* und des *Potentialgesetzes* wird in diesem Fall, statt durch die Formeln (67. E) und (67. P) durch folgende einfachere Formeln gegeben sein:

---

und der Satz der Energie wird daher immer erst dann bekannt sein, wenn für das betrachtete System die actuelle, und ebenso auch die potentielle Energie ihrer analytischen Form nach angebbar sind; was damals nicht der Fall war.

Um näher hierauf einzugehen, mag für das von uns in Untersuchung gezogene System der beiden Stromringe (σ, J) und (σ_1, J_1) die actuelle Energie (ebenso wie bisher) mit T^0, andererseits die potentielle Energie mit F bezeichnet werden; so dass also $T^0 + F$ die *ganze* Energie repräsentirt. Das *Energiegesetz* [vergl. (37.), (39.)] lautet alsdann:

(I. E.) $$d(T^0 + F) = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} + J_1^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1);$$

und gleichzeitig lautet das *Potentialgesetz*, nach (67. P):

(I. P) $$dT^0 = dS^0 - JJ_1 d\overline{V}_{01}.$$

Hieraus folgt durch Subtraction:

$$-dF = dt(J^2\mathfrak{w} + J_1^2\mathfrak{w}_1 - J\nabla - J_1\nabla_1) - JJ_1 d\overline{V}_{01},$$

oder (was dasselbe ist):

(II.) $$J\nabla + J_1\nabla_1 = J^2\mathfrak{w} + J_1^2\mathfrak{w}_1 - JJ_1\frac{d\overline{V}_{01}}{dt} + \frac{dF}{dt}.$$

Werfen wir nun unsern Blick auf die analoge Untersuchung von *Helmholtz* in seiner Schrift über die Erhaltung der Kraft (Berlin. 1847), so ist zunächst zu bemerken, dass *unser* $\overline{V}_{01}$, abgesehen von einem *negativen* constanten Factor identisch ist mit dem *Helmholtz*'schen Potentiale V. Mit Rücksicht hierauf zeigt sich, dass die Formel (II.) genau übereinstimmt mit der von *Helmholtz* in jener Schrift (Seite 67.) gegebenen Formel, nur mit dem Unterschiede, dass das letzte Glied $\frac{dF}{dt}$ bei der *Helmholtz*'schen Formel *fehlt*. Ueberhaupt zeigt sich, dass zwischen jener *Helmholtz*'schen Untersuchung und zwischen den *hier* aufgestellten Formeln (I. E), (I. P), (II.) dem Gange und Inhalte nach vollständige Uebereinstimmung stattfindet, nur mit dem Unterschiede, dass von *Helmholtz* die potentielle Energie F des Systems beständig als Null betrachtet wird; was nach meiner Ansicht durchaus unzulässig ist.

In der That lässt sich darthun, dass bei Fortlassung des Gliedes $\frac{dF}{dt}$ die Formel (II.) zu durchaus fehlerhaften Resultaten hinleitet. Denn alsdann würde diese Formel für den betrachteten Specialfall, wo J und J_1 in

(70. E) $$d(T^o - \tfrac{1}{2} J^2 \overline{V}_{00}) = dS^o - dt(J^2 \mathfrak{w} - J\nabla),$$

(70. P) $$dT^o = dS^o.$$

Wir denken uns nämlich, der den Strom J enthaltende Metallring σ bewege sich unter dem Einfluss beliebig gegebener *äusserer* Kräfte, welche aber (wie etwa seine Schwerkraft oder die Torsionskraft eines Fadens) durchweg *ordinärer* Natur sind. In den Formeln (70.E), (70.P) repräsentirt dS^o die von diesen *äusseren* Kräften während der Zeit dt verrichtete Arbeit, andererseits dT^o denjenigen Zuwachs, den die lebendige Kraft des Ringes während der Zeit dt erfährt. Ausserdem setzen wir voraus, dass der Ring σ zusammengelöthet ist aus heterogenen Metallen, und dass seine Löthstellen in gegebenen Temperaturen erhalten werden. Die Summe der in dem Ringe vorhandenen Contactkräfte ist in jenen Formeln bezeichnet mit ∇.

Durch Subtraction jener beiden Formeln (70.E) und (70.P) ergiebt sich nun sofort:

(71.a) $$d(\tfrac{1}{2} \overline{V}_{00} J^2) = dt(J^2 \mathfrak{w} - J\nabla),$$

oder was dasselbe ist:

(71.b) $$\overline{V}_{00} J dJ = dt(J^2 \mathfrak{w} - J\nabla),$$

oder wenn man durch Jdt dividirt:

(71.c) $$J\mathfrak{w} = \nabla + \frac{d(\overline{V}_{00} J)}{dt},$$

Folge einer gewissen Symmetrie des gegebenen Systems beständig einander *gleich* sind, die Gestalt annehmen

(III.) $$\nabla = J\mathfrak{w} - \frac{J_1}{2} \frac{d\overline{V}_{01}}{dt},$$

also zu einem Resultat hinleiten, welches dem Inductionsgesetze (62.a) vollständig widerspricht.

Die obige Bemerkung, dass *mein* $\overline{V}_{01}$ und das *Helmholtz*'sche V entgegengesetzte Vorzeichen haben, findet leicht ihre Rechtfertigung. Denn während *mein* $JJ_1\overline{V}_{01}$ nach der früher (Note, Seite 432) gebrauchten Ausdrucksweise durch einen *positiven* constanten Factor von $\Sigma\Sigma\left(\frac{mm_1}{r}\right)$ sich unterscheidet, ist das *Helmholtz*'sche $JJ_1\,V$ identisch mit $\Sigma\Sigma\left(-\frac{mm_1}{r}\right)$; wie solches in der genannten Schrift über die Erhaltung der Kraft (Seite 61) in bestimmter Weise ausgesprochen sich findet.

[illegible] Formeln (70 E) und (71 E) [illegible]

[illegible]

$$[illegible]$$

$$[illegible]$$

[illegible] Formeln (72 E) und (72 F) zur näheren [illegible]

[illegible]

[illegible] Helmholtz [illegible] Formel (71 a) [illegible] Helmholtz [illegible] Bd. 72 p. 70 [illegible] $\frac{1}{2} V_n$ bezeichnete Constante ist dieselbe, welche Helmholtz [illegible] genannt hat.

Während [illegible] Helmholtz jene Formel (71 a) als den Ausdruck des Princips der Erhaltung der Kraft, oder (was dasselbe ist) als den Ausdruck des Princips der Energie betrachtet, findet nach meiner Ansicht dieses Princip seinen Ausdruck nicht in jener Formel, sondern vielmehr in der Formel (70 E). — Aber selbst diese Differenz tritt nur dann hervor, wenn der Stromring in Bewegung sich befindet; sie verschwindet, falls derselbe in Ruhe ist. Denn in letzterem Falle werden die Glieder dT^0 und dS^0 zu Null, folglich die Formeln (70 E) und (71 a) unter einander identisch.

[illegible]) Ein derartiger Versuch ist von Helmholtz gemacht worden. Um näher auf denselben eingehen zu können, sei zunächst Folgendes bemerkt.

Bestimmung der inducirten Stromstärke J, nämlich zum Inductionsgesetze werde gelangen können.

Durch Subtraction der beiden Formeln folgt:

$$(73.)\qquad 2JdV_m + V_m dJ + \alpha JdJ = dt(J^2\mathfrak{w} - J\mathfrak{V}),$$

Bezeichnet man [analog wie in der Note Seite 435] die Energie des aus Magnet und Stromring bestehenden Systems mit $T^0 + F$, so lassen sich die Formeln (72.E) und (72.P) auch so darstellen:

$$(\text{IV.E})\qquad d(T^0 + F) = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} - J\mathfrak{V}),$$

$$(\text{IV.P})\qquad dT^0 = dS^0 - JdV_m,$$

woraus durch Subtraction folgt:

$$- dF = dt(J^2\mathfrak{w} - J\mathfrak{V}) - JdV_m,$$

oder (was dasselbe ist):

$$(\text{V.})\qquad J\mathfrak{V} = J^2\mathfrak{w} - J\frac{dV_m}{dt} + \frac{dF}{dt}.$$

Diese Formeln (IV.E), (IV.P), (V.) sind einigermaassen parallel laufend mit den von *Helmholtz* in seiner Schrift über die Erhaltung der Kraft (auf Seite 64) angestellten Betrachtungen. Beachtet man nämlich, dass *unser* V_m bis auf einen *negativen* constanten Factor identisch ist mit dem *Helmholtz*'schen V, so zeigt sich, dass die hier gegebenen Formeln (IV.E), (IV.P), (V.) ihrer Aufeinanderfolge und ihrem Inhalte nach mit jenen *Helmholtz*'schen Betrachtungen genau übereinstimmend sein, nur mit dem Unterschiede, dass die potentielle Energie F des Systemes von *Helmholtz* immer als *Null* betrachtet wird; was unzulässig ist.

Vielfach findet sich die Ansicht verbreitet, dass durch jene *Helmholtz*'schen Untersuchungen ein neuer Weg gefunden sei, um, wenn auch nicht zur *allgemeinen* Begründung des Inductionsgesetzes, so doch wenigstens zur Begründung desselben *für gewisse Fälle* zu gelangen (vergl. z. B. die Théorie mécanique de la Chaleur par *Verdet*. Paris 1868. Tome I. p. LXXV.); und lange Zeit habe auch ich diese Ansicht getheilt. Ich glaube aber gegenwärtig, gestützt auf die hier und im Vorhergehenden angestellten Erörterungen, eine solche Ansicht als *irrig* bezeichnen zu müssen, und glaube das um so mehr thun zu müssen, als jene Ansicht in letzter Zeit von *Helmholtz* selber *von Neuem* ausgesprochen worden ist (*Borchardt's* Journal. Bd. 72. p. 69.).

Meine Behauptung, dass jene Ansicht unhaltbar ist, dürfte an Gewicht vielleicht gewinnen durch meinen unmittelbar folgenden Aufsatz, in welchem ich zeigen werde, dass die hier auf Grund der *Weber*'schen Prämissen entwickelten Formen des *Energie-* und *Potential-Gesetzes* in genau derselben Weise sich auch dann ergeben, wenn man statt von den *Weber*'schen Prämissen auszugehen, als Ausgangspunct diejenigen wählt, welche neuerdings von *Helmholtz* selber in Vorschlag gebracht worden sind (*Borchardt's* Journal, Bd. 72. p. 57—76).

oder falls man durch J dividirt:

$$(74.)\qquad 2dV_m + V_m d(\log J) + \alpha dJ = dt(J\mathfrak{w} - \nabla);$$

und hieraus folgt:

$$(75.)\qquad J\mathfrak{w} = \nabla + \frac{d(\alpha J + 2V_m)}{dt} + V_m\frac{d(\log J)}{dt},$$

oder was dasselbe ist:

$$(76.)\qquad J\mathfrak{w} = \nabla + \frac{d(\alpha J + V_m)}{dt} + \frac{1}{J}\,\frac{d(V_m J)}{dt}.$$

Diese Formel (76.) *steht aber in offenbarem Widerspruch mit dem früher gefundenen Inductionsgesetz* (64.).

Der Grund des Widerspruchs kann nur darin zu suchen sein, dass permanente Magnete *nicht existiren*, und nicht existiren *können*; ebenso wenig etwa: wie ein Weltkörper gedacht werden kann, der trotz der Einwirkung der übrigen Weltkörper in gradliniger Bahn mit constanter Geschwindigkeit dahinfährt. Ein sogenannter permanenter Magnet wird, falls er auf einen elektrischen Strom einwirkt, auch seinerseits von diesem Strome her eine gewisse Einwirkung, und in seinem Zustande eine gewisse Aenderung erleiden. Diese Zustandsänderung aber ist bei Aufstellung des Energiegesetzes (72.E) ausser Betracht geblieben. Daher der Grund jenes Widerspruchs.

Für das hier betrachtete aus Stromring und Magnet bestehende System bedarf also das Energiegesetz (72.E) einer gewissen *Correction* mit Rücksicht auf die im Magneten eintretende Zustandsänderung. Denn diese wird begleitet sein von einer entsprechenden Aenderung der inneren Energie des Magneten; und es wird daher jene Formel (72.E) umzuwandeln sein in:

$$d(T^0 - JV_m + \tfrac{1}{2}\alpha J^2) + de = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} - J\nabla),$$

wo de denjenigen unbekannten Zuwachs bezeichnet, den die innere Energie des Magneten in Folge seiner Zustandsänderung erfährt während der Zeit dt. Möglich auch erscheint, dass die Zustandsänderung des Magneten begleitet ist von einer in ihm auftretenden Wärmeentwickelung; und alsdann würde die Formel einer weiteren Correction bedürftig sein, nämlich so sich gestalten:

$$d(T^0 - JV_m - \tfrac{1}{2}\alpha J^2) + de = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} - J\nabla) - dq\,,$$

oder (was dasselbe ist) so lauten:

(77.E) $(de + dq) + d(T^0 - JV_m - \tfrac{1}{2}\alpha J^2) = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} - J\nabla)$,

wo de die schon genannte Bedeutung besitzt, während dq die während der Zeit dt im Magneten sich entwickelnde Wärmemenge repräsentirt. Folglich wird die *ganze Correction*, welche aus dem inpermanenten Charakter des Magneten entspringt [wie der Vergleich von (72.E) und (77.E) zeigt], dargestellt sein durch die Grösse $(de + dq)$.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, diese Correction $(de+dq)$ zu ermitteln, indem wir dabei von der Voraussetzung ausgehen, dass das Potentialgesetz (62.) und das Inductionsgesetz (64.) als *wirklich richtig* anzusehen sind. Eine solche Voraussetzung ist, obgleich jene Gesetze in empirischer Weise einigermaassen constatirt sind, jedenfalls *sehr misslicher* Natur. Denn die Art und Weise, wie wir früher zu jenen Formeln (62.) und (64.) gelangt sind, verliert dadurch, dass die Permanenz des Magneten als eine fehlerhafte Vorstellung von uns anerkannt worden ist, ihre Berechtigung. Demgemäss wird also die hier anzustellende Erörterung nur als eine provisorische zu bezeichnen sein.

Das Potentialgesetz (62.):

(77.P) $$dT^0 + JdV_m = dS^0\,,$$

und das Inductionsgesetz (64.):

(77.J) $$d(\alpha J + V_m) = dt(J\mathfrak{w} - \nabla)$$

als richtig anerkannt, ergiebt sich [nämlich durch Combination dieser beiden Formeln] sofort:

$$dT^0 - \alpha JdJ = dS^0 - dt(J^2\mathfrak{w} - J\nabla).$$

Subtrahirt man aber diese Formel von (77.E), so erhält man:

$$(de + dq) - d(JV_m) = 0\,,$$

d. i.

(78.) $$(de + dq) = d(JV_m).$$

Demzufolge würde die Correction $(de + dq)$ *durchaus keinen unbeträchtlichen Werth besitzen.* — Deutlicher dürfte solches noch werden durch folgende weitere Betrachtung

Der Ring σ sei *homogen* und überall von gleicher Temperatur, so dass also Contactkräfte in ihm nicht vorhanden sind, mithin $\nabla = 0$ ist. Dann folgt aus (77.J):

[illegible]

In dem hier betrachteten speciellen Fall [illegible] = Const. wird also die der Zustandsänderung des Magneten entsprechende Correction (dε + dη) für jedes Zeitelement dt genau ebenso gross sein wie die während dieses Zeitelementes im Innern des Rings entwickelte Wärmemenge [illegible].

– –

Wenden wir uns von der Magnetoinduction im Allgemeinen zu derjenigen hin, bei welcher der *Erd*magnetismus die Ursache ist, betrachten wir also dasjenige System, welches besteht einerseits aus der magnetischen Erdkugel [1]), andererseits aus einem an ihrer Oberfläche in Bewegung begriffenen Metallringe, so

1) Dass die sogenannte erdmagnetische Kraft nur von solchen Ursachen herrühre, die in unserer Erdkugel sich befinden, ist mindestens sehr zweifelhaft. Wenn ich hier trotzdem schlechtweg von der Erdkugel spreche, so geschieht solches nur des kürzeren Ausdrucks willen. Strenge genommen würden, statt der Erdkugel allein, jedesmal diese und *alle* übrigen Körper zu nennen sein, durch welche jene Kraft bedingt ist.

werden unsere drei Gesetze der Energie, des Potentials und der Induction genau durch *dieselben* Formeln (77.E), (77.P), (77.J) wie früher hier ausgedrückt sein; so dass wir also, falls $\nabla = 0$ ist, d. h. falls in dem Ringe keine Contactkräfte vorhanden sind, folgende Formeln erhalten:

$$(80.E) \quad (de + dq) + d(T^0 - JV_m - \tfrac{1}{2}\alpha J^2) = dS^0 - J^2\mathfrak{w}dt,$$

$$(80.P) \quad dT^0 + JdV_m = dS^0,$$

$$(80.J) \quad d(\alpha J + V_m) = J\mathfrak{w}dt,$$

wo V_m das Potential der Erdkugel auf den Stromring $(\sigma, 1)$ vorstellt. — Aus (80.E) und (80.P) folgt durch Subtraction sofort:

$$(81.a) \quad -(de + dq) + d(JV_m) + JdV_m + \alpha JdJ = J^2\mathfrak{w}dt;$$

andererseits folgt aus (80.J) durch Multiplication mit J:

$$(81.b) \quad JdV_m + \alpha JdJ = J^2\mathfrak{w}dt.$$

Anknüpfend an diese Betrachtungen und Formeln, *könnte man einen gewissen Einwand erheben gegen die Richtigkeit der von uns entwickelten Theorie im Allgemeinen, namentlich aber gegen die Richtigkeit des von uns aufgestellten Energiegesetzes.* Man könnte nämlich sagen:

Die Grösse $(de + dq)$ repräsentire hier diejenige (theils mechanische theils calorische) Energie, welche die Erdkugel gewinnt *in Folge* der Bewegung des Metallringes; sie sei demgemäss eine *verschwindend kleine*, welche in den Rechnungen unbedenklich $= 0$ gesetzt werden dürfe; alsdann aber stünden die drei Gesetze der Energie, des Potentials und der Induction [wie aus den Formeln (80.E, P, J), namentlich aber aus den abgeleiteten Formeln (81.a, b) deutlich hervorgeht] in Widerspruch mit sich selber; hieraus folge, dass unter jenen drei Gesetzen wenigstens *eines* fehlerhaft sei. Nun seien das Potential- und Inductions-Gesetz durch die bisherigen Theorien, sowie durch die empirischen Thatsachen einigermaassen constatirt; es ergebe sich also die Fehlerhaftigkeit und Unzulässigkeit des Energiegesetzes.

Ein derartiger Einwand beruht auf einer völlig *incorrecten Schlussweise.* Denn jene Grösse $(de + dq)$ ist allerdings eine *verschwindend kleine* zu nennen, jedoch *nur* mit Bezug auf den Zustand der *Erdkugel;* sie kann hingegen eine *sehr beträchtliche* sein mit Bezug auf Bewegung und Zustand des *Ringes;* und sie

wird also in unseren Rechnungen, soweit es sich in ihnen um Bewegung und Zustand des Ringes handelt, keineswegs vernachlässigt werden dürfen. — Um die Verhältnisse, welche hier vorliegen, deutlicher übersehen zu können, dürfte es zweckmässig sein, folgenden sehr elementaren und einigermaassen analogen Fall ins Auge zu fassen.

Zwei ponderabele Massen M und M_0 bewegen sich in einer gegebenen geraden Linie, etwa in der x-Axe; und zwar unter dem alleinigen Einfluss ihrer gegenseitigen Gravitation. Sind x, x_0 ihre Coordinaten, und $u = \frac{dx}{dt}$, $u_0 = \frac{dx_0}{dt}$ ihre Geschwindigkeiten zur Zeit t, so lauten die Differentialgleichungen ihrer Bewegung folgendermaassen:

$$(\alpha) \qquad M\frac{du}{dt} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{KMM_0}{r}\right) = 0,$$

$$M_0\frac{du_0}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_0}\left(\frac{KMM_0}{r}\right) = 0,$$

wo r ihre gegenseitige Entfernung, und K eine Constante ist. Hieraus folgt sofort der Satz der lebendigen Kraft:

$$(\beta) \qquad \frac{Muu}{2} + \frac{M_0u_0u_0}{2} - \frac{KMM_0}{r} = C,$$

wo C eine Integrationsconstante ist.

Es mag nun angenommen werden, die Masse M_0 sei ungemein viel grösser als die Masse M, sie verhalte sich etwa zu M wie die Masse der Sonne zu der eines Milligramms. Alsdann könnte man sagen: Die Geschwindigkeit u_0 der Masse M_0 werde durch das Vorhandensein der Masse M so gut wie gar nicht beeinflusst; folglich sei u_0 eine Constante, etwa $= A_0$; und demgemäss ergebe sich aus (β):

$$(\gamma!!) \qquad \frac{Muu}{2} - \frac{KMM_0}{r} = C - \frac{M_0A_0A_0}{2} = \text{Const.}$$

Das würde genau dieselbe *incorrecte Schlussweise* sein, wie diejenige, von welcher vorhin die Rede war. Die Geschwindigkeit u_0 kann nämlich nur insoweit, als es sich um die Bewegung von M_0 *selber* handelt, als constant angesehen werden, nicht aber, falls es sich um die Bewegung von M handelt.

Dass die zur Gleichung $(\gamma!!)$ führende Schlussweise in der That *incorrect* ist, lässt sich in eclatanter Weise darthun;

denn es lässt sich leicht zeigen, dass diese Gleichung (γ!!) durchaus *falsch* ist.

Durch Addition der beiden Gleichungen (α.) folgt nämlich:

$$M\frac{du}{dt} + M_0\frac{du_0}{dt} = 0,$$

mithin:

$$Mu + M_0u_0 = c,$$

mithin:

$$M^2uu + 2\,MM_0uu_0 + M^2{}_0u_0u_0 = c^2,$$

oder was dasselbe ist:

$$(\delta.)\qquad \frac{M}{M_0}\frac{Muu}{2} + Muu_0 + \frac{M_0u_0u_0}{2} = \frac{c^2}{2M_0},$$

wo c eine neue Integrationsconstante vorstellt. Durch Subtraction dieser Gleichung (δ.) und der ebenfalls unbedingt zuverlässigen Gleichung (β.) ergiebt sich:

$$(\varepsilon.)\qquad \left(1 - \frac{M}{M_0}\right)\frac{Muu}{2} - (Mu_0)u - \frac{KMM_0}{r} = D,$$

wo die Constante D den Werth besitzt: $\left(C - \frac{c^2}{2M_0}\right)$. Da nun M verschwindend klein ist im Vergleich mit M_0, so wird der Factor $\left(1 - \frac{M}{M_0}\right)$ als identisch mit 1 angesehen werden können. Somit kann die Gleichung (ε.) auch so geschrieben werden:

$$(\zeta.)\qquad \frac{Muu}{2} - (Mu_0)u - \frac{KMM_0}{r} = D,$$

Diese in zuverlässiger Weise abgeleitete Gleichung (ζ.) steht aber in offenbarem Widerspruch mit jener Gleichung (γ!!); denn aus beiden zusammen würde ja das absurde Resultat sich ergeben, dass *u constant* sei. Folglich ist jene Gleichung (γ!!) als falsch zu bezeichnen.

Der *innere* Grund, weswegen die zu jener Gleichung (γ!!) führende Schlussweise *incorrect* ist, lässt sich ebenfalls leicht angeben. Denn man bemerkt, dass die kleinste Aenderung von u_0 in gewaltiger Weise auf die Gleichung (β.) nämlich auf das in ihr enthaltene Glied

$$\frac{M_0u_0u_0}{2}$$

influirt, weil dasselbe behaftet ist mit dem *ungemein grossen Factor* M_0; und demzufolge werden, wiewohl die Aenderungen von u_0 selber sehr klein sind, dennoch die Aenderungen dieses

Gliedes sehr erhebliche sein können. — Anders verhält es sich, wie beiläufig erwähnt werden mag, mit der Gleichung (ζ.). In dieser wird in der That das Product

$$Mu_0$$

als eine *Constante* zu betrachten sein, weil hier die nahezu constante Geschwindigkeit u_0 multiplicirt sich findet mit einem *Factor M von wenig erheblicher Grösse.*

Als das Hauptresultat der letzten Betrachtungen würde schliesslich auszusprechen sein, dass die *Anwendung des Energiegesetzes auf die durch einen Stahlmagneten oder durch den Erdmagnetismus entstehende Induction* einerseits zu *keinem Widerspruch* führt, andererseits aber (und zwar in Folge einer neu hinzutretenden unbekannten Grösse) auch *keine Vortheile* gewährt.

---

§. 10.

Anwendung des Satzes der Energie auf die oscillirende Entladung einer Franklin'schen Tafel.

Um möglichst einfache Verhältnisse vor Augen zu haben, wollen wir uns einen Apparat denken, bestehend aus zwei isolirt und unverrückbar aufgestellten Conductoren A und B. Gestalt und Lage dieser Conductoren seien so beschaffen, dass der eine als das Spiegelbild des anderen erscheint in Bezug auf irgend eine Ebene.

A und B mögen [1]) geladen sein respective mit den Elektricitätsmengen $-\mu_0$ und $+\mu_0$. Denkt man sich zur Zeit t_0 (nach Eintritt des Gleichgewichtszustandes) A und B durch plötzliche Einschaltung eines linearen Leiters L mit einander in Verbindung gesetzt, so wird eine Ausgleichung eintreten zwischen jenen in A und B angehäuften entgegengesetzten Elektricitäten. Doch erfolgt diese Ausgleichung (der Erfahrung zufolge) nicht momentan, sondern in oscillirender Weise, nämlich in der Art,

1) Wir bedienen uns dieser Ausdrucksweise nur der Bequemlichkeit willen, indem wir beständig festhalten an der *unitarischen* Vorstellungsweise. Ist also M diejenige Masse des positiven Fluidums, welche in jedem der Conductoren A, B enthalten ist während des natürlichen Zustandes, so soll unter jenen Ladungen verstanden werden, die Masse des in A vorhandenen Fluidums sei (durch irgend welche Mittel) *vermindert* worden auf $\mathsf{M}-\mu_0$, und die Masse des in B vorhandenen *vermehrt* auf $\mathsf{M}+\mu_0$.

dass die positive Elektricität zuerst auf A, später auf B, dann wieder auf A, u. s. w. im Uebergewicht ist. [1])

Bringen wir nun auf dieses System $A + L + B$ den Satz der Energie (37.):

$$d(T + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS - dQ$$

in Anwendung, so reducirt sich derselbe sofort auf:

$$(82.) \qquad d(\mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = -dQ.$$

Denn die lebendige Kraft des elektrischen Fluidums ist $= 0$, weil dasselbe keine Trägheit besitzt, und die lebendige Kraft der ponderablen Massen ist $= 0$, weil das hier betrachtete System $A + L + B$ in unverrückbarer Aufstellung gedacht wird; folglich $T = 0$. Ferner ist das Potential $\mathfrak{U}^0$ der in dem System vorhandenen ordinären Kräfte (Cohäsionskräfte zwischen den einzelnen ponderablen Massentheilchen) als constant zu betrachten, mithin $d\mathfrak{U}^0 = 0$. Endlich ist $dS = 0$, weil wir annehmen, dass auf das System keine äusseren Kräfte einwirken.

$\mathfrak{U}$ repräsentirt das elektrostatische Potential des Systems $A + L + B$ auf sich selber, zur Zeit t. Es hat daher dieses $\mathfrak{U}$ den Werth:

$$83.a) \qquad \mathfrak{U} = \frac{1}{2\beta} \cdot \mu^2$$

wo 2β eine gewisse dem gegebenen Aggregat eigenthümliche Constante ist, und wo andererseits unter $-\mu$ und $+\mu$ diejenigen Elektricitätsmengen zu verstehen sind, welche in A und B vorhanden sind zur Zeit t.

$\mathfrak{V}$ ist das elektrodynamische Potential des Systemes auf sich selber zur Zeit t, und hat daher [vergl. (56.a, b, c)] den Werth:

$$(83.b) \qquad \mathfrak{V} = \tfrac{1}{2}\alpha \cdot J^2,$$

wo J die in L vorhandene Stromstärke zur Zeit t, und α eine gewisse Constante repräsentirt, welche sich ausdrückt durch die Formel

$$(83.c) \qquad \alpha = \int\int\left(D\sigma D\sigma_1 \cdot 2\frac{\partial\psi}{\partial\sigma}\frac{\partial\psi}{\partial\sigma_1}\right);$$

---

1) In Wirklichkeit geht der in B vorhandene Ueberfluss von positivem Fluidum pendelförmig hin und her, zuerst nach A, dann wieder nach B, u. s. w., so lange, bis er schliesslich sich gleichmässig vertheilt hat.



die Integration hier erstreckt über sämmtliche in L vorhandenen Elemente $D\sigma$ bei festgehaltenem $D\sigma_1$, und sodann über sämmtliche in L vorhandenen Elemente $D\sigma_1$.

Endlich bezeichnet dQ die während des Zeitelementes dt von dem System entwickelte Wärme, und hat daher nach (39.) den Werth

$$dQ = J^2\mathfrak{w} \,.\, dt\,, \tag{83.d}$$

wo J die schon genannte Bedeutung besitzt, und $\mathfrak{w}$ den Widerstand des linearen Leiters L bezeichnet.

Durch Substitution der Werthe (83. a, b, c, d) nimmt der Satz der Energie (82.) folgende Gestalt an:

$$d\left(\frac{\mu^2}{2\beta} - \frac{\alpha J^2}{2}\right) = -J^2\mathfrak{w}\ dt\,, \tag{84.}$$

oder, etwas anders geschrieben, folgende:

$$\frac{1}{2\beta}\frac{d(\mu^2)}{dt} - \frac{\alpha}{2}\frac{d(J^2)}{dt} + \mathfrak{w}J^2 = 0\,. \tag{85.}$$

Zwischen der zur Zeit t vorhandenen Stromstärke J und zwischen den zur selben Zeit in A, B enthaltenen Elektricitätsmengen $-\mu$, $+\mu$ findet nun aber, wie leicht zu übersehen, die Relation statt:

$$J = -\frac{d\mu}{dt}\,, \tag{86.}$$

vorausgesetzt, dass der Strom J gerechnet wird in der Richtung von B nach A. Hierdurch geht die Formel (85.) über in:

$$\frac{\mu}{\beta}\frac{d\mu}{dt} - \alpha\frac{d\mu}{dt}\frac{d^2\mu}{dt^2} + \mathfrak{w}\left(\frac{d\mu}{dt}\right)^2 = 0\,, \tag{87.}$$

d. i.

$$\frac{1}{\beta}\mu + \mathfrak{w}\frac{d\mu}{dt} - \alpha\frac{d^2\mu}{dt^2} = 0. \tag{88.}$$

Diese Gleichung befindet sich, *ihrer Form* und ihren *Coefficienten* nach, mit der von *Kirchhoff*[1]) entwickelten Differentialgleichung in voller Uebereinstimmung, sobald man nur die übliche Voraussetzung eintreten lässt, dass die Function $\psi = \psi(r)$ *durchweg* (auch für beliebig *kleine* Entfernungen) den Werth $\frac{2\sqrt{r}}{c}$ besitze. Alsdann nämlich ergiebt sich aus (83.c) sofort:

$$\alpha = -\frac{2}{c^2}\iint\frac{D\sigma D\sigma_1 \cos\vartheta \cos\vartheta_1}{r}\,,$$

1) *Kirchhoff*: Zur Theorie der Entladung einer Leydener Flasche. Pogg. Ann. Bd. 121. p. 551.

wo ϑ, ϑ_1 dieselben Bedeutungen haben, wie in der Note auf Seite 429. Somit wird:

$$(89.)\qquad \alpha = -\frac{2\mathfrak{W}}{c^2}, \qquad \text{wo } \mathfrak{W} = \iint \frac{D\sigma D\sigma_1 \cos\vartheta \cos\vartheta_1}{r},$$

wo also $\mathfrak{W}$ genau dieselbe Constante ist, welche *Kirchhoff* mit W bezeichnet hat. Durch Substitution dieses Werthes von α nimmt nun unsere Formel (88.) folgende Gestalt an:

$$(90.)\qquad \frac{4}{\beta}\mu + 4\mathfrak{w}\frac{d\mu}{dt} + \frac{8\mathfrak{W}}{c^2}\frac{d^2\mu}{dt^2} = 0.$$

Diese Formel aber ist *identisch* mit der von *Kirchhoff* gegebenen Gleichung. [1])

Die in diesem Paragraph durchgeführte Untersuchung ist im Wesentlichen identisch mit derjenigen, welche schon vor einigen Jahren in den Nachrichten der Göttinger Societät [2]) von mir veröffentlicht worden ist. Während ich aber damals von der dualistischen Vorstellungsweise ausging, ist hier die unitarische zu Grunde gelegt worden. Gleichzeitig ist die Bezeichnungsweise etwas geändert worden, um einen besseren Anschluss zu erzielen an die Untersuchungen der vorhergehenden Paragraphen.

---

1) Die *Kirchhoff*'sche Differentialgleichung lautet nämlich:

$$\frac{4}{\beta}Q + w\frac{dQ}{dt} + \frac{8W}{c^2}\frac{d^2Q}{dt^2} = 0.$$

Statt μ ist dort also der Buchstabe Q gebraucht. Andererseits repräsentirt w den Widerstand des linearen Leiters L, gemessen im *dualistischen* Sinne; so dass also [vergl. den Schluss unserer Note auf p. 428] dieses w in der That identisch ist mit unserm $4\mathfrak{w}$. Endlich ist, wie schon bemerkt, das *Kirchhoff*'sche W identisch mit unserm $\mathfrak{W}$.

2) *C. Neumann*: Ueber die oscillirende Entladung einer *Franklin*'schen Tafel. Nachrichten der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 13. Januar 1869.

Verbesserungen. Zu Seite 405. Z. 5 v. u. Statt »heterogenem Metalle« lese man »heterogenen Metallen«.

Zu Seite 411, unten. Die dort besprochene Verschiebungskraft — sie mag Π heissen — ist daselbst als zusammengesetzt betrachtet worden aus zwei Theilen: $\Pi = f(\alpha) + \varphi(\beta)$, von denen der erste nur abhängig ist von dem Temperaturgefälle α, während der zweite nur abhängt vom Gefälle β des Mischungsverhältnisses. Diese Annahme ist zu specieller Natur, nämlich (aus nahe liegenden Gründen) zu ersetzen durch folgende allgemeinere Annahme: $\Pi = F(\alpha, \beta)$, wo F eine unbekannte Function von α, β vorstellt, deren Beschaffenheit verschieden sein kann je nach der Natur der beiden Metalle.

Carl Neumann, *Ueber die von Helmholtz in die Theorie der elektrischen Vorgänge eingeführten Prämissen, mit besonderer Rücksicht auf das Princip der Energie.* [1])

Die Tendenz der hier anzustellenden Untersuchungen ist bereits im vorhergehenden Aufsatz (Seite 394) angegeben; ebenso sind dort auch bereits einige Andeutungen gemacht worden über die Resultate, zu denen diese Untersuchungen hinführen werden.

§. 1.

Ueber die elektrodynamischen Kräfte.

Die *Helmholtz*'sche Theorie [2]) schliesst sich sehr enge derjenigen an, welche vor vierundzwanzig Jahren von meinem Vater [3]) entwickelt wurde. Und es dürfte nicht überflüssig sein, den Uebergang von jener älteren zu dieser neueren Theorie zunächst kurz darzulegen, um in solcher Weise die Fundamente zu gewinnen für die hier anzustellenden Erörterungen.

---

1) Es hängt der Inhalt dieser Untersuchung mit dem der vorgehenden aufs engste zusammen. In der That habe ich auch der Ges. d. W. über die Resultate beider *gleichzeitig* Mittheilung gemacht. Bei der schriftlichen Darlegung schien es mir indessen, zur Erleichterung der Uebersicht, angemessen, eine Trennung eintreten zu lassen.

2) *Helmholtz*: Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität in ruhenden leitenden Körpern. *Borchardt's* Journal. Bd. 72. p. 57.

3) *F. Neumann*: Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme. In den Abhdlg. der Berl. Akademie vom 9. August 1847

Das Potential P zweier geschlossener elektrischer Ströme J und J_1 aufeinander lautet nach der Definition[1]) meines Vaters:

(1.) $$P = -A^2 . JJ_1 \int\int \frac{\cos\varepsilon}{r} D\sigma D\sigma_1 .$$

Die Constante A^2 hängt ab von dem zur Messung der Stromstärke gebrauchten Maass, und ist z. B. $= \frac{1}{2}$ bei Zugrundelegung der von meinem Vater in Anwendung gebrachten *Ampère*'schen Einheit der Stromstärke. — Mit Rücksicht auf die bekannte Relation:

$$\int\int \frac{\cos\varepsilon}{r} D\sigma D\sigma_1 \equiv \int\int \frac{\cos\vartheta \cos\vartheta_1}{r} D\sigma D\sigma_1$$

kann die Formel (1.) auch so dargestellt werden:

(2.) $$P = -A^2 . JJ_1 \int\int \left(\frac{1+k}{2} \frac{\cos\varepsilon}{r} + \frac{1-k}{2} \frac{\cos\vartheta \cos\vartheta_1}{r} \right) D\sigma D\sigma_1 ,$$

wo die Constante k *ad libitum* zu wählen ist. Die Form des unter dem Doppelintegral stehenden Ausdrucks kann also, wie aus (1.), (2.) hervorgeht, in mannigfaltiger Weise abgeändert werden, ohne dass dadurch der Werth von P selber irgendwie alterirt wird. Die in (2.) angegebene Form dieses Ausdruckes ist jedoch, wie *Helmholtz* dargethan hat, bereits die *allgemeinste*, vorausgesetzt, dass man die Anforderung hinzufügt, es solle dieser Ausdruck proportional bleiben mit $\frac{1}{r}$.

Mit Hülfe des Potentiales P lassen sich bekanntlich[2]) die Componenten X, Y, Z der vom Stromringe (σ_1, J_1) auf den Stromring (σ, J) ausgeübten Gesammtwirkung, und andererseits die vom Strome J_1 im Ringe σ inducirte Stromstärke J in folgender Weise ausdrücken:

(3.) $$X = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial P}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial P}{\partial z},$$

(4.) $$\mathfrak{w}\, J = \varepsilon \frac{dP'}{dt} = \varepsilon \frac{d}{dt} \frac{\partial P}{\partial J} .$$

Hier sind x, y, z die Coordinaten irgend eines mit dem Ringe σ festverbundenen Punctes; ferner $\mathfrak{w}$ der Widerstand von σ, endlich ε eine Constante, die sogenannte Inductionsconstante. Ausserdem bezeichnet P' denjenigen Werth, welchen das Po-

1) *F. Neumann* l. c. p. 67.

2) *F. Neumann* l. c. Vergl. namentlich p. 67—71 und das allgemeine Princip selber p. I.

tential P annimmt für $J = 1$, so dass also in der That $P' = \frac{\partial P}{\partial J}$ ist. Hieraus ist zugleich ersichtlich, dass die rechte Seite der Formel (4.) vollkommen *frei* ist von J, dass sie mithin jenes J nur *scheinbar* enthält.

Helmholtz geht nun von der Conjectur aus, dass die durch (2.), (3.), (4.) dargestellten Gesetze, bei geeigneter Wahl der noch unbekannten Constanten k, gültig sein werden nicht nur für *geschlossene Ströme*, sondern auch für *einzelne Stromelemente*. Und sicherlich kann es nur in Erstaunen setzen, dass dieser scheinbar so nahe liegende Weg, der doch gewiss eines Versuches werth erscheint, nicht schon früher betreten wurde.

Das Potential Π zweier *einzelner* Stromelemente $JD\sigma$ und $J_1 D\sigma_1$ lautet nach dieser Conjectur:

$$(5.a) \qquad \Pi = -A^2 . JJ_1 \left(\frac{1+k}{2} \frac{\cos \varepsilon}{r} + \frac{1-k}{2} \frac{\cos \vartheta \cos \vartheta_1}{r} \right) D\sigma D\sigma_1;$$

während gleichzeitig bei dieser Conjectur aus den Formeln (3.), (4.) folgende entspringen:

$$(5.b) \qquad X = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

$$(5.c) \quad \mathfrak{w} J = \varepsilon \frac{d}{dt} \frac{\partial \Pi}{\partial J} = \varepsilon \frac{d}{dt} \left\{ -A^2 . J_1 \left(\frac{1+k}{2} \frac{\cos \varepsilon}{r} + \frac{1-k}{2} \frac{\cos \vartheta \cos \vartheta_1}{r} \right) D\sigma D\sigma_1 \right\}.$$

Hier sind nun gegenwärtig unter X, Y, Z die Componenten der von $J_1 D\sigma_1$ auf $JD\sigma$ ausgeübten Wirkung zu verstehen, und unter x, y, z die Coordinaten von $JD\sigma$. Andererseits ist unter J die vom Stromelement $J_1 D\sigma_1$ im Leiterelement $D\sigma$ inducirte Stromstärke zu verstehen, und unter $\mathfrak{w}$ der Widerstand des Elementes $D\sigma$.

Die bisher eingeführten Bezeichnungen mögen in folgender Weise vervollständigt werden. Es seien:

$D\sigma$, $D\sigma_1$ die Längen der beiden Elemente;
q, q_1 ihre Querschnitte;
$s = qD\sigma$, $s_1 = q_1 D\sigma_1$ ihre Volumina;
$\mathfrak{w}$, $\mathfrak{w}_1$ die Widerstände der beiden Elemente, so dass also die Formeln stattfinden

$$(6.) \qquad \mathfrak{w} = \frac{\varkappa D\sigma}{q}, \quad \mathfrak{w}_1 = \frac{\varkappa_1 D\sigma_1}{q_1},$$

wo $\varkappa$, $\varkappa_1$ die reciproken Werthe der Leitungsfähigkeiten sind;

J, J_1 die Strom*stärken* oder Strom*intensitäten*;
i, i_1 die sogenannten Strom*dichtigkeiten* oder *Strömungen*, so dass also die Relationen stattfinden:

(7.) $$qi = J, \qquad q_1 i_1 = J_1, \text{ und folglich:} \qquad si = JD\sigma, \qquad s_1 i_1 = J_1 D\sigma_1;$$

u, v, w, u_1, v_1, w_1 die rechtwinklichen Componenten von i, i_1;
r die Entfernung zwischen $D\sigma$ und $D\sigma_1$;
x, y, z, x_1, y_1, z_1 die Coordinaten von $D\sigma$ und $D\sigma_1$,
ϑ, ϑ_1 die Winkel, welche $D\sigma, D\sigma_1$ mit r machen, r beidemal in einerlei Richtung gerechnet;
ε der Winkel zwischen $D\sigma$ und $D\sigma_1$.

Führt man nun in (5.a, b, c) an Stelle der Strom*stärken* J, J_1 die *Strömungen* i, i_1 ein, so erhält man, mit Rücksicht auf (6.), (7.):

(8.a) $$\Pi = -A^2\left(\frac{1+k}{2}\frac{\cos\varepsilon}{r} + \frac{1-k}{2}\frac{\cos\vartheta\cos\vartheta_1}{r}\right) is\, i_1 s_1,$$

(8.b) $$X = -\frac{\partial\Pi}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial\Pi}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial\Pi}{\partial z},$$

(8.c) $$\frac{xD\sigma}{q}\cdot qi = s\frac{d}{dt}\left\{-A^2\left(\frac{1+k}{2}\frac{\cos\varepsilon}{r} + \frac{1-k}{2}\frac{\cos\vartheta\cos\vartheta_1}{r}\right)D\sigma . i_1 s_1\right\},$$

wo in der letzten Formel das auf beiden Seiten stehende $D\sigma$ sich forthebt.

Durch bekannte analytische Umgestaltungen geht die Formel (8.a) über in:

(9.a) $$\Pi = s s_1 \varpi, \qquad \text{wo } \varpi \text{ die Bedeutung hat:}$$

$$\varpi = -A^2\left(\frac{1+k}{2}\frac{[u u_1 + ..]}{r} + \frac{1-k}{2}\frac{[(x-x_1)u + ..][(x-x_1)u_1 + ..]}{r^3}\right),$$

und wo also ϖ bezeichnet werden kann als das Potential zweier Stromelemente aufeinander, deren jedes das Volumen *Eins* besitzt, und deren *Strömungen* (ihrer Grösse und Richtung nach) indicirt sind durch u, v, w, und u_1, v_1, w_1. — Durch Einführung der Ausdrucksweise $\Pi = ss_1\varpi$ gehen die Formeln (8.b) über in:

(9.b) $$X = -ss_1\frac{\partial\varpi}{\partial x}, \quad Y = -ss_1\frac{\partial\varpi}{\partial y}, \quad Z = -ss_1\frac{\partial\varpi}{\partial z}.$$

Endlich lässt sich die Formel (8.c), wenn die Richtungscosinus des Elementes $D\sigma$ für den Augenblick mit α, β, γ bezeichnet werden, so darstellen:

$$(9.c)\quad \varkappa i = \varepsilon \frac{d}{dt} \Big\{ - A^2 \left(\frac{1+k}{2} \frac{[\alpha u_1 + ..]}{r} + \frac{1-k}{2} \frac{[(x-x_1)\alpha + ..][(x-x_1)u_1 + ..]}{r^3} \right) s_1 \Big\}.$$

An die letzte Formel (9.c) knüpfen sich weitere Betrachtungen an. Ordnet man zunächst ihre rechte Seite nach den α, β, γ, so wird

$$(10.)\qquad \varkappa i = L\alpha + M\beta + N\gamma,$$

wo z. B. L die Bedeutung hat

$$(11.)\quad L = \varepsilon \frac{d}{dt} \Big\{ - A^2 \left(\frac{1+k}{2} \frac{u_1}{r} + \frac{1-k}{2} \frac{(x-x_1)[(x-x_1)u_1 + ..]}{r^3} \right) s_1 \Big\},$$

mithin, zufolge (9.a), auch so geschrieben werden kann:

$$L = \varepsilon \frac{d}{dt} \Big\{ \frac{\partial \varpi}{\partial u} s_1 \Big\};$$

so dass man also erhält:

$$(12.)\qquad L = \varepsilon s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial u}, \quad M = \varepsilon s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial v}, \quad N = \varepsilon s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial w}.$$

Diese Grössen L, M, N sind [wie aus (12.), namentlich aber aus (11.) deutlich hervorgeht] behaftet mit u_1, v_1, w_1, hingegen *frei* von u, v, w; sie sind also *unabhängig von der Richtung* des Elementes $D\sigma$. Denkt man sich also die den Bedingungen

$$(13.)\quad L = R\cos(R,x), \qquad M = R\cos(R,y), \qquad N = R\cos(R,z)$$

entsprechende Linie R construirt, so wird diese Linie R ebenfalls *unabhängig sein von der Richtung* des Elementes $D\sigma$, folglich ungeändert bleiben, sobald das Element $D\sigma$ vertauscht wird mit einem an demselben Ort (x, y, z) befindlichen Element $D\sigma'$ von irgend welcher *andern* Richtung.

Die in $D\sigma$ inducirte Strömung i besitzt, zufolge (10.) und (13.), den Werth:

$$\varkappa i = L\alpha + M\beta + N\gamma,$$
$$(14.)\qquad = R\cos(R, D\sigma).$$

Die in jenem *anders* gerichteten Element $D\sigma'$ inducirte Strömung i' wird daher, weil die Linie R ungeändert dieselbe bleibt, den Werth besitzen:

$$(15.)\qquad \varkappa i' = R\cos(R, D\sigma').$$

Aus den Formeln (14.), (15.) geht hervor, dass die Linie R angesehen werden kann als eine vom Stromelemente $i_1 D\sigma_1$ auf die *Stelle* (x, y, z) ausgeübte Kraft, von welcher im einen Falle nur die nach $D\sigma$, im andern nur die nach $D\sigma'$ gerichtete Componente zur Wirkung gelangt.

Befindet sich nun jene inducirte *Stelle* (x, y, z) nicht innerhalb eines *linearen* Elementes $D\sigma$, sondern vielmehr inmitten eines *räumlich* ausgedehnten Leiters, so wird an Stelle jener Componenten die *ganze* Kraft R zur Wirkung kommen, so dass also, und zwar *in Richtung* dieser Kraft R, eine Strömung j entstehen wird, die den Werth hat:

$$(16.)\qquad \varkappa j = R\cos(0) = R.$$

Hieraus folgt, weil j und R einerlei Richtung haben:

$$\varkappa j\cos(j,x) = R\cos(R,x),\quad \varkappa j\cos(j,y) = \text{etc. etc.},$$

d. i. nach (13.):

$$\varkappa j\cos(j,x) = L,\quad \varkappa j\cos(j,y) = M,\quad \varkappa j\cos(j,z) = N,$$

oder wenn man die Componenten von j mit u, v, w benennt:

$$\varkappa u = L,\qquad \varkappa v = M,\qquad \varkappa w = N,$$

oder, wenn für L, M, N ihre eigentlichen Bedeutungen (12.) substituirt werden:

$$(17.)\qquad \varkappa u = \varepsilon\varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial u},\quad \varkappa v = \varepsilon\varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial v},\quad \varkappa w = \varepsilon\varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial w}.$$

Durch eine Aenderung des Maasses der elektrischen Strömung würde in diesen Formeln (17.) *keine* Aenderung entstehen, weil beide Seiten dieser Formeln homogene lineare Functionen von u, v, w, u_1, v_1, w_1 sind. Eine Aenderung hingegen wird in den Formeln eintreten, sobald man einen andern Maassstab einführt für die *reciproce Leitungsfähigkeit* $\varkappa$. In der That soll nun im Folgenden für dieses $\varkappa$ derjenige Maassstab vorausgesetzt gedacht werden, bei welchem die Formeln (17.) die einfachere Gestalt annehmen:

$$(18.)\quad \varkappa u = \varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial u},\quad \varkappa v = \varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial v},\quad \varkappa w = \varepsilon_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial w},$$

bei welchem also die Inductionsconstante ε den Werth *Eins* hat.

Die *Helmholtz*'sche Conjectur führte zunächst zu den Gleichungen (5.a, b, c). Diese liessen sich umgestalten in (8.a,b,c) und in (9.a, b, c). Endlich führte von jenen Gleichungen (9.a,b,c) die letzte zu den Formeln (18.). Somit können wir also die von *Helmholtz* gemachte Conjectur oder (was dasselbe ist) die Prämissen der *Helmholtz*'schen Theorie in folgender Weise aussprechen.

[illegible]

(8.) $\Pi = ss_1 \varpi$ [illegible]

(9.) $\varpi =$ [illegible]

[illegible] angenommen [illegible] Strömungen [illegible] Componenten dieser [illegible] Weise setzen

(10 b.) $X = -ss_1 \frac{\partial \varpi}{\partial \xi}, \quad Y = -ss_1 \frac{\partial \varpi}{\partial \eta}, \quad Z = -ss_1 \frac{\partial \varpi}{\partial \zeta}$

Genauer ausgedrückt, sind hier unter X, Y, Z die Componenten derjenigen Wirkung zu verstehen, welche ausgeübt wird auf die in s enthaltene ponderable Masse, so dass also $-X, -Y, -Z$ die Componenten derjenigen sein werden, welche stattfindet auf die in s_1 enthaltene ponderable Masse.

Denkt man sich ferner im Elemente s_1 wiederum die elektrische Strömung (u_1, v_1, w_1) gegeben, so wird angenommen, dass durch Einwirkung derselben auf das Element s in diesem letztern zur Zeit t eine elektrische Strömung (u, v, w) inducirt wird, welche sich ausdrückt durch

(10 c.) $$\varkappa u = s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial u}, \quad \varkappa v = s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial v}, \quad \varkappa w = s_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial w},$$

und dass diese inducirte Strömung (u, v, w) sich superponirt mit denjenigen Strömungen, welche im Elemente s

1) Dabei mag erinnert werden, dass das so definirte *elektrodynamische Potential* Π [wie aus den Formeln (4.) bis (5.) hervorgeht] vollständig in Einklang steht mit derjenigen Grösse P, welche von meinem Vater Kurzweg als das *Potential* zweier elektrischen Ströme auf einander bezeichnet worden ist, dass nämlich dieses $P = \iint \Pi$ ist, die Integration hinerstreckt gedacht über sämmtliche Elemente der beiden Ströme.

gleichzeitig etwa inducirt werden durch irgend welche andere Ursachen. Dabei ist unter x eine Constante, nämlich die reciproce Leitungsfähigkeit der in s enthaltenen ponderablen Masse zu verstehen.

Dabei mag bemerkt werden, dass die Grössen u, v, w in den *rechten* Seiten der Formeln (19.c) nur *scheinbar* enthalten sind. Denn diese rechten Seiten sind, wie aus (19.a) folgt, mit u_1, v_1, w_1 behaftet, hingegen vollständig *frei* von u. v, w.

Hiemit dürften, wie ich glaube, die *Helmholtz*'schen *Prämissen*, und ebenso auch diejenigen *Ueberlegungen*, welche zu denselben hingeleitet haben, in correcter Weise dargelegt sein. *Helmholtz* beschränkt sich auf die Betrachtung *ruhender* Conductoren; und in diesem Falle wird selbstverständlich die Differentiation $\frac{d}{dt}$ in den Formeln (19.c) nur Bezug haben auf die in den Ableitungen

(20.) $$\frac{\partial \varpi}{\partial u}, \quad \frac{\partial \varpi}{\partial v}, \quad \frac{\partial \varpi}{\partial w}$$

enthaltenen *Strömungscomponenten* u_1, v_1, w_1. Ich glaube mich indessen mit den *Helmholtz*'schen Vorstellungen in voller Uebereinstimmung zu befinden, wenn ich annehme, dass die Formeln (19.a, b, c) auch dann noch als gültig betrachtet werden sollen, wenn die Conductoren in irgend welcher *Bewegung* begriffen sind, und dass in diesem Falle jene Differentiation $\frac{d}{dt}$ auszudehnen ist auf *sämmtliche* in den Ableitungen (20.) enthaltenen Variablen, also auszudehnen auf x, y, z, x_1, y_1, z_1, u_1, v_1, w_1.

Denkt man sich ein System von beliebig vielen in Bewegung begriffenen Conductoren, in denen elektrische Strömungen stattfinden, so wird das *elektrodynamische Potential* $\mathbf{V}$ des ganzen Systemes auf sich selber den Werth haben:

(21.α) $$\mathbf{V} = \tfrac{1}{2} \Sigma\Sigma s s_1 \varpi,$$

wo $ss_1\varpi$ die in (19.a) angegebene Bedeutung hat, und wo die Summation zunächst, bei festgehaltenem s_1, auszudehnen ist über sämmtliche in dem System vorhandenen Volumelemente s, sodann aber zweitens auszudehnen ist über sämmtliche in dem System enthaltenen Volumelemente s_1.

Da die Conductoren in Bewegung begriffen sind, so wird das

Potential V aus doppeltem Grunde eine Function der Zeit t sein, nämlich abhängig sein erstens von τ und zweitens von ϑ. Es mag nämlich [ganz ähnlich wie früher, Seite 428] die Zeit t, insofern sie Argument der ordinären Bewegungen ist, mit τ, und andererseits, insofern sie Argument der elektrischen Strömungen ist, mit ϑ bezeichnet werden. Demgemäss ergeben sich leicht die Formeln [1]:

$$(21.\beta) \qquad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial \vartheta},$$

$$(21.\gamma) \qquad \frac{\partial V}{\partial \tau} = \Sigma\Sigma ee_1 \left[\frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right],$$

$$(21.\delta) \qquad \frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \Sigma\Sigma ee_1 \left[\frac{\partial w}{\partial u}\frac{du}{dt} + \frac{\partial w}{\partial v}\frac{dv}{dt} + \frac{\partial w}{\partial w}\frac{dw}{dt}\right].$$

Der Ausdruck w (19.a) ist in Bezug auf u, v, w, u_1, v_1, w_1 ein homogener Ausdruck zweiter Ordnung, dessen Coefficienten bestimmte Functionen der Coordinaten x, y, z, x_1, y_1, z_1 sind. Es erscheint sehr möglich, dass diese Functionen der Coordinaten für sehr kleine Entfernungen vielleicht eine etwas *andere* Form annehmen. Demgemäss wird es zweckmässig sein zu bemerken, dass die im Folgenden anzustellenden Erörterungen *von der speciellen Form dieser Functionen völlig unabhängig* sind.

---

§ 2.

Ueber die elektrostatischen Kräfte.

Volum- und Flächen-Elemente mögen promiscue mit Ω bezeichnet werden, und die in einem solchen Elemente enthaltene Elektricitätsmenge mit ΩH; so dass also H die sogenannte *elektrische Dichtigkeit* repräsentirt, je nach Umständen die räumliche Dichtigkeit oder die Flächendichtigkeit.

Soll speciell nur von Volumelementen die Rede sein, so mögen, um solches anzudeuten, die Buchstaben Ω, H mit ε, ε

---

[1]) Was die Formel (21.γ) betrifft, so findet man zuvörderst

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma ee_1 \left\{\left[\frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \ldots\right] + \left[\frac{\partial w}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \ldots\right]\right\}.$$

Diese Formel aber reducirt sich durch einfache Ueberlegungen sofort auf die in (21.γ) angegebene. Aehnlich verhält es sich mit (21.δ).

vertauscht werden; und sollen andererseits speciell nur *Flächenelemente* gemeint sein, so mögen[1]) Ω, H ersetzt werden durch o, e.

Solches vorausgeschickt, lassen sich nun die in Betreff der elektrostatischen Kräfte üblichen Prämissen in folgender Weise ausdrücken.

Sind in irgend welchen Conductoren zwei Elemente Ω, Ω_1 gegeben mit der Entfernung r und den Coordinaten (x, y, z), (x_1, y_1, z_1), sind ferner in diesen Elementen die elektrischen Dichtigkeiten H, H_1 vorhanden, und ist mithin das sogenannte elektrostatische Potential der beiden Elemente aufeinander dargestellt durch den Ausdruck:

(22.a) $$\frac{\Omega H \,.\, \Omega_1 H_1}{r},$$

so wird angenommen, dass in Folge jener elektrischen Dichtigkeiten eine gewisse Wechselwirkung entsteht zwischen den in Ω und Ω_1 enthaltenen ponderablen Massen, und dass die Componenten dieser Wechselwirkung folgende Werthe haben:

(22.b) $$X = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Omega H \,.\, \Omega_1 H_1}{r}\right) = -\Omega H\, \Omega_1 H_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Y = \text{etc.},$$

wo $\varphi = \frac{1}{r}$ ist. Genauer ausgedrückt, sind unter X, Y, Z die Componenten derjenigen Wirkung zu verstehen, welche stattfindet auf die in Ω enthaltene ponderable Masse; so dass also $-X$, $-Y$, $-Z$ die Componenten sein werden für diejenige Wirkung, welche ausgeübt wird auf die in Ω_1 vorhandene ponderable Masse.

Ferner wird angenommen, dass im Elemente Ω durch Einwirkung der im Elemente Ω_1 vorhandenen elektrischen Dichtigkeit H_1 eine elektrische Strömung (u, v, w) inducirt wird, welche sich ausdrückt durch:

(22.c) $$\varkappa u = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Omega_1 H_1}{r}\right) = -\Omega_1 H_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \varkappa v = \text{etc.},$$

und dass diese inducirte Strömung (u, v, w) sich superponirt mit denjenigen Strömungen, welche im Elemente Ω

1) Es werden also die Bezeichnungen ε und e hier in genau denselben Bedeutungen gebraucht, wie in den *Kirchhoff*'schen Aufsätzen.

gleichzeitig etwa inducirt werden durch irgend welche andere Ursachen. Hier bedeutet $\varkappa$ die reciproce Leitungsfähigkeit der in Ω enthaltenen ponderablen Masse.

Die hier angewandte Ausdrucksweise hat offenbar ihre volle Berechtigung, und ihren bestimmten Sinn, sobald man die gewöhnliche Behauptung, dass die elektrischen Flächenschichten eine *unendlich* kleine Dicke haben, nur als den Ausdruck einer mathematischen Abstraction ansieht, nämlich annimmt, dass eine solche Dicke *ganz ausserordentlich* klein, nicht aber *unendlich* klein sei. Denn in diesem Fall werden die sogenannten *Flächen*elemente Ω strenge genommen ebenfalls als *Volum*elemente aufzufassen sein, nämlich als Volumelemente, bei denen die eine Dimension *ganz ausserordentlich klein* ist; so dass es also nichts Ungereimtes hat, von der in einem solchen *Flächen*element Ω enthaltenen ponderablen Masse zu sprechen.

Ist ein System von beliebig vielen in Bewegung begriffenen Conductoren gegeben, und ist $\mathfrak{U}$ das *elektrostatische Potential* des ganzen Systems auf sich selber, so ergeben sich leicht folgende [mit (21. α, β, γ, δ) analoge] Formeln:

$$(23.\alpha) \quad \mathfrak{U} = \tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma\,\frac{\Omega H \,.\, \Omega_1 H_1}{r} = \tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma(\Omega\,\Omega_1 H\,H_1\varphi)\,, \qquad \varphi = \frac{1}{r}\,,$$

$$(23.\beta) \quad \frac{d\mathfrak{U}}{dt} = \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\tau} + \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\vartheta}\,,$$

$$(23.\gamma) \quad \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\tau} = \Sigma\Sigma\left(\Omega\,\Omega_1\;H\,H_1\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{dz}{dt}\right]\right),$$

$$(23.\delta) \quad \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\vartheta} = \Sigma\Sigma\left(\Omega\,\Omega_1 \,.\, \varphi H_1\,\frac{dH}{dt}\right).$$

Dabei ist die Zeit t mit τ bezeichnet zu denken, insofern sie Argument der ordinären Bewegungen ist, hingegen mit ϑ, insofern sie Argument der elektrischen Dichtigkeiten ist.

Schliesslich sei bemerkt, dass die im Folgenden anzustellenden Erörterungen unabhängig sein werden von der speciellen Beschaffenheit der Function $\varphi = \frac{1}{r}$, nämlich ebensogut auch gültig sein werden für den Fall, dass φ irgend welche *andere* Function von r ist.

---

§. 3.

Die Differentialgleichungen für die Bewegung eines Systems von Conductoren mit Rücksicht auf die darin stattfindenden elektrischen Vorgänge.

Ein gegebenes System von beliebig vielen Conductoren, in denen elektrische Vorgänge stattfinden, bewege sich unter dem Einfluss seiner *inneren* Kräfte und unter dem gleichzeitigen Einfluss beliebig gegebener *äusserer* Kräfte.

Die *inneren* Kräfte werden theils *ordinärer* Natur sein [dahin gehören die zwischen den einzelnen ponderablen Massenelementen ein und desselben Conductors vorhandenen Cohäsionskräfte, ebenso die Anziehungskräfte, welche stattfinden [1]) zwischen den ponderablen Massen verschiedener Conductoren]; theils auch werden sie *elektrostatischer*, theils endlich *elektrodynamischer* Natur sein.

Was ferner die gegebenen *äusseren* Kräfte anbetrifft, so soll angenommen werden, dass sie durchweg *ordinärer* Natur sind, also nur einwirken auf die in den Conductoren enthaltenen *ponderablen* Massen.

Jeder Conductor mag eingetheilt gedacht werden in lauter unendlich kleine Elemente; die ponderable Masse irgend eines solchen Elementes sei M, seine Coordinaten x, y, z. Ignoriren wir zunächst die elektrischen Vorgänge vollständig, so werden die Differentialgleichungen für die Bewegung des Elementes M lauten:

$$
(24.)\qquad
\begin{aligned}
M\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial x} + X^o \equiv X^{oo},\\
M\frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial y} + Y^o \equiv Y^{oo},\\
M\frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial z} + Z^o \equiv Z^{oo}.
\end{aligned}
$$

Hier bezeichnet $\mathfrak{U}^o$ das ordinäre Potential des Systemes sämmt-

1) In der Regel werden diese Anziehungskräfte allerdings, ihrer ausserordentlichen Kleinheit willen, zu vernachlässigen sein; aber nicht immer. Denn zu den betrachteten Conductoren können ja z. B. die Körper unseres *Planetensystems* genommen werden; und alsdann würde die zwischen den ponderablen Massen zweier solcher Conductoren stattfindende Kraft repräsentirt sein durch die zwischen diesen Weltkörpern stattfindende Gravitation.

licher M auf sich selber; so dass also $-\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial x}, -\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial y}, -\frac{\partial \mathfrak{U}^o}{\partial z}$ die Componenten derjenigen ordinären Kraft vorstellen, welche auf das betrachtete Element M ausgeübt wird von sämmtlichen übrigen ponderablen Massenelementen des ganzen Systems. Andererseits sollen X^o, Y^o, Z^o die Componenten der auf das betrachtete Element M einwirkenden *äusseren* Kraft bezeichnen. — Dabei sind zur bequemeren Orientirung wiederum solche Kräfte und Potentiale, welche den elektrischen Vorgängen fremd sind, nämlich nur die *ponderablen* Massen selber betreffen, bezeichnet als *ordinäre* Kräfte und Potentiale, und versehen mit der Signatur (^{o}). Zur Abkürzung sind ferner die rechten Seiten der Gleichungen (24.) benannt worden mit X^{oo}, Y^{oo}, Z^{oo}.

Ziehen wir die bisher ignorirten in dem System stattfindenden elektrischen Vorgänge mit in Betracht, so haben wir zu den schon in Rechnung gebrachten *ordinären* Kräften noch hinzuzufügen die *elektrostatischen* und *elektrodynamischen* Kräfte; und erhalten also an Stelle der Differentialgleichungen (24.) folgende:

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = X^{oo} + X^s + X^d,$$

$$(25.)\qquad M\frac{d^2y}{dt^2} = Y^{oo} + Y^s + Y^d,$$

$$M\frac{d^2z}{dt^2} = Z^{oo} + Z^s + Z^d,$$

wo X^s, Y^s, Z^s und X^d, Y^d, Z^d die Componenten der auf M einwirkenden *elektrostatischen* und *elektrodynamischen* Kraft darstellen.

Jeder der gegebenen Conductoren sei vollständig *homogen.* [1]) Sämmtliche Massenelemente M des einzelnen Conductors können

1) Ist solches nicht der Fall, sondern ist z. B. ein solcher Conductor zusammengelöthet aus heterogenen Metallstücken, so würden an den Contactflächen noch hinzukommen die von mir als *Verschiebungskräfte* bezeichneten Wirkungen, oder (was dasselbe ist) die an jenen Flächen stattfindenden *elektromotorischen Molekularprocesse.* Derartige Vorgänge aber sind von *Helmholtz* bei seiner Untersuchung ausgeschlossen worden [vergl. seine Abhandlung p. 84]; und sie mögen daher bei den hier anzustellenden Erörterungen ebenfalls ausser Betracht bleiben.

Uebrigens würde es sehr leicht sein, jene *Verschiebungskräfte* in derselben Weise in Rechnung zu bringen, wie in meinem vorhergehenden Aufsatz (p. 407), wobei Rücksicht zu nehmen ist auf die betreffende Berichtigung (p. 449).

offenbar eingetheilt werden in *innere* und *äussere*, nämlich in solche, welche im *Innern* desselben liegen, und in solche, welche hart an seiner *Oberfläche* sich befinden. Letztere mögen angesehen werden als Cylinder, welche, auf der Oberfläche senkrecht stehend, eine unendlich kleine Länge h zur gemeinschaftlichen Höhe haben, und welche also zusammengenommen eine längs der Oberfläche hinlaufende Schicht bilden, deren Dicke $= h$ ist.

Es sei nun M mit den Coordinaten x, y, z irgend ein bestimmtes unter sämmtlichen Massenelementen des ganzen Systems von Conductoren, etwa dasjenige, welches sich vorfindet auf der linken Seite der Gleichungen (25.). *Es handelt sich um die Ermittelung der auf M einwirkenden elektrostatischen Kraft* X^s, Y^s, Z^s.

Sei s das von dem gegebenen M occupirte Volumen. In dem speciellen Fall, dass M ein *äusseres* Massenelement ist, wird nach der getroffenen Festsetzung s ein Cylinder sein von der unendlich kleinen Höhe h; und es wird daher in diesem Falle $s = oh$ sein, wo o das als Basis des Cylinders fungirende *Oberflächen*element bezeichnet. Die in M enthaltene Elektricitätsmenge μ drückt sich aus entweder durch:

(26.) $\mu = s\varepsilon$, oder durch: $\mu = s\varepsilon + oe$,

jenachdem M ein *inneres* oder *äusseres* Massenelement vorstellt. Dabei sind unter ε und e die betreffenden *elektrischen Dichtigkeiten* zu verstehen, nämlich unter ε die in s vorhandene räumliche Dichtigkeit, unter e die auf o vorhandene Flächendichtigkeit.

Die Formeln (26.) können, weil s im zweiten Falle $= oh$ ist, auch so geschrieben werden:

(27.) $\mu = s\varepsilon$, $\mu = o(h\varepsilon + e)$,

oder, weil (in Folge der unendlichen Kleinheit von h) das Glied $h\varepsilon$ zu vernachlässigen ist, auch so:

(28.) $\mu = s\varepsilon$, $\mu = oe$.

Für die auf das betrachtete Massenelement M einwirkende elektrostatische Kraft X^s, Y^s, Z^s ergeben sich nun aus (22.a, b) folgende Formeln:

(29.) $$X^s = -\mu\Sigma\left(s_1\varepsilon_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) - \mu\Sigma\left(o_1e_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right), \qquad Y^s = \text{etc.}$$

Hier hat μ die eben angegebene Bedeutung (28.); die Summationen sind ausgedehnt über alle in dem gegebenen System

vorhandenen Volumelemente s_1 und über alle darin enthaltenen Oberflächenelemente o_1; gleichzeitig sind ε_1 und e_1 die zu s_1 und o_1 gehörigen elektrischen Dichtigkeiten. — Führt man für $s_1\varepsilon_1$ und o_1e_1 die festgesetzte Collectivbezeichnung Ω_1H_1 ein, so können die Formeln (29.) kürzer so dargestellt werden:

$$(30.)\qquad X^s = -\mu\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right),\qquad Y^s = \text{etc.}$$

Diese Formeln endlich werden (zufolge (28.)), jenachdem das gegebene M ein *inneres* oder *äusseres* Massenelement ist, sich verwandeln entweder in:

$$(31.J)\qquad X^s = -s\varepsilon\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right),\qquad Y^s = \text{etc.}$$

oder:

$$(31.A)\qquad X^s = -oe\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right),\qquad Y^s = \text{etc.}$$

Benützen wir nun wiederum für $s\varepsilon$ und oe die eingeführte Collectivbezeichnung ΩH, so lassen sich die beiderlei Formeln (31.J, A) zusammenfassen in:

$$(32.)\qquad X^s = -\Omega H\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right),\qquad Y^s = \text{etc.}$$

Was ferner die auf das gegebene M einwirkende elektrodynamische Kraft X^d, Y^d, Z^d betrifft, so ergeben sich, mit Beibehaltung der eingeführten Bezeichnungen, aus (19.a, b) die Formeln:

$$(33.)\qquad X^d = -s\Sigma s_1\frac{\partial\varpi}{\partial x},\qquad Y^d = \text{etc.},$$

die Summation ausgedehnt über sämmtliche Volumelemente s_1 des gegebenen Systemes von Conductoren.

Durch Substitution der Werthe (32.), (33.) in (25.) erhält man schliesslich:

$$(34.)\qquad \begin{aligned} M\frac{d^2x}{dt^2} &= X^{oo} - \Omega H\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) - s\Sigma\left(s_1\frac{\partial\varpi}{\partial x}\right),\\ M\frac{d^2y}{dt^2} &= Y^{oo} - \Omega H\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) - s\Sigma\left(s_1\frac{\partial\varpi}{\partial y}\right),\\ M\frac{d^2z}{dt^2} &= Z^{oo} - \Omega H\Sigma\left(\Omega_1H_1\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) - s\Sigma\left(s_1\frac{\partial\varpi}{\partial z}\right).\end{aligned}$$

Diese Formeln (34.) repräsentiren also die Differentialgleichungen für die Bewegung der ponderablen Massen. Dabei ist (was unmittelbar aus der Deduction dieser Gleichungen sich ergiebt) zu

merken, dass ε das Volumen des Massenelementes M bezeichnet, und dass andererseits Ω verschiedene Bedeutungen hat, je nach der besonderen Lage des Elementes M. Ist M ein *inneres* Element, so ist Ω identisch mit ε; ist hingegen M ein *äusseres* Element, so wird unter Ω dasjenige Flächenelement o zu verstehen sein, welches der Oberfläche von M und der Oberfläche des betreffenden Conductors gemeinschaftlich ist.

Es ist nun ferner zu untersuchen, in welcher Weise die in dem gegebenen System stattfindenden elektrischen Vorgänge auf einander influiren. Die in dem betrachteten Massenelement M zur Zeit t vorhandene elektrische Strömung u, v, w bedingt sich theils durch die in diesem Augenblick in dem System vorhandenen *elektrischen Dichtigkeiten*, theils durch die zur Zeit t an sämmtlichen übrigen Stellen des Systems vorhandenen *elektrischen Strömungen*. Demgemäss ergiebt sich:

$$(35.)\qquad \begin{aligned} u &= U^s + U^d, \\ v &= V^s + V^d, \\ w &= W^s + W^d, \end{aligned}$$

wo (U^s, V^s, W^s) den *elektrostatisch inducirten* Theil der in Rede stehenden Strömung (u, v, w), nämlich denjenigen Theil bezeichnet, welcher sich bedingt durch die elektrischen Dichtigkeiten, und wo andererseits (U^d, V^d, W^d) den *elektrodynamisch inducirten* Theil vorstellt, d. i. denjenigen, welcher bedingt ist durch die in dem ganzen System vorhandenen elektrischen Strömungen.

Sind wiederum x, y, z die Coordinaten des Elementes M, ε sein Volumen, und $\varkappa$ seine reciproce Leitungsfähigkeit, so ergeben sich für U^s, V^s, W^s aus (22.a, b, c) die Werthe:

$$(36.)\qquad \varkappa U^s = -\Sigma\left(\Omega_1 H_1 \frac{\partial q}{\partial x}\right), \quad \varkappa V^s = \text{etc.}$$

Und andererseits ergeben sich für U^d, V^d, W^d aus (19.a, b, c) die Werthe:

$$(37.)\qquad \varkappa U^d = +\Sigma\left(\varepsilon_1 \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial u}\right), \quad \varkappa V^d = \text{etc.}$$

Durch Substitution von (36.), (37.) in (35.) erhält man schliesslich:

[illegible]

Diese [illegible] Differenz [illegible] in dem ponderablen System [illegible] Zu denselben [illegible] bekannte [illegible] Gleichungen

$$(39.)\qquad \frac{d\varepsilon}{dt} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right] = 0.$$

$$(40.)\qquad \frac{de}{dt} + \left[u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z\right] = 0.$$

Die erstere bezieht sich auf die in irgend einem inneren Punct x, y, z vorhandene elektrische Dichtigkeit ε; die letztere auf die in irgend einem Oberflächenelement o vorhandene elektrische Flächendichtigkeit e; dabei ist unter n die auf o errichtete innere Normale zu verstehen.

---

§. 4.

Weitere Behandlung der gefundenen Differentialgleichungen.

Multiplicirt man die Differentialgleichungen (34.) mit $\frac{dx}{dt}dt$, $\frac{dy}{dt}dt$, $\frac{dz}{dt}dt$, und summirt man die alsdann durch Addition jener Gleichungen entstehende Formel über sämmtliche Massenelemente M des ganzen Systemes, so erhält man:

$$(41.)\qquad dt\frac{dT^0}{dt} = -dt\Sigma\Sigma\left(\Omega\Omega_1 HH_1\left[\frac{\delta q}{\delta x}\frac{dx}{dt} + \dots\right]\right)$$
$$- dt\Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[\frac{\delta w}{\delta x}\frac{dx}{dt} + \dots\right]\right) + \Sigma[X^{00}dx + \dots].$$

Hier bezeichnet

$$(42.)\qquad T^0 = \Sigma\frac{M}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]$$

die *lebendige Kraft* der in dem ganzen System enthaltenen pon-

derablen Massen. Ferner ergiebt sich, wenn man für X^{oo}, Y^{oo}, Z^{oo} ihre eigentlichen Bedeutungen (24.) substituirt:

$$(43.)\qquad \Sigma[X^{oo}dx + ..] = -dt\frac{d\mathfrak{U}^o}{dt} + \Sigma[X^o dx + ...],$$
$$= -dt\frac{d\mathfrak{U}^o}{dt} + dS^o,$$

wo $\mathfrak{U}^o$ das *ordinäre* Potential des ganzen Systems auf sich selber bezeichnet; während dS^o diejenige Arbeit repräsentirt, welche während der Zeit dt verrichtet wird von sämmtlichen auf das System einwirkenden *äusseren* Kräften.

Was die übrigen Terme der Formel (41.) betrifft, so ergiebt sich aus (23.γ) und (21.γ) sofort:

$$(44.)\qquad \Sigma\Sigma\left(\Omega\Omega_1\, HH_1\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \ldots\right]\right) = \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\tau},$$

$$(45.)\qquad \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[\frac{\partial\varpi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \ldots\right]\right) = \frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial\tau},$$

wo $\mathfrak{U}$ das *elektrostatische* Potential des ganzen Systems auf sich selber bezeichnet, ebenso $\mathfrak{V}$ das *elektrodynamische* Potential des Systems auf sich selber, und wo die Zeit t (ebenso wie am angeführten Ort) je nach ihrem Vorkommen, bald mit τ bald mit ϑ benannt ist.

Durch Substitution der Werthe (43.), (44.), (45.) in die Formel (41.) erhält man schliesslich:

$$(46.)\qquad dT^o = -dt\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial\tau} - dt\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial\tau} - d\mathfrak{U}^o + dS^o,$$

oder besser geordnet:

$$(47.)\qquad d(T^o + \mathfrak{U}^o) + dt\frac{\partial(\mathfrak{U} + \mathfrak{V})}{\partial\tau} = dS^o.$$

In ähnlicher Weise lassen sich die Differentialgleichungen (38.) behandeln. Multiplicirt man dieselben mit udt, vdt, wdt, und unterwirft man die alsdann durch Addition entstehende Formel einer Summation über sämmtliche Volumelemente ε des gegebenen Systems von Conductoren, so erhält man:

$$(48.)\qquad dt\Sigma(\varepsilon\varkappa i^2) = -dt\Sigma\Sigma\left(\varepsilon\,\Omega_1 H_1\left[u\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \ldots\right]\right)$$
$$+ dt\Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[u\frac{d}{dt}\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right]\right),$$

wo, ebenso wie im vorhergehenden Aufsatz, $u^2 + v^2 + w^2 = r^2$ gesetzt ist.

Die auf der rechten Seite befindlichen Doppelsummen, sie mögen für den Augenblick $(\alpha.)$ und $(\beta.)$ genannt werden, lassen sich einfacher darstellen. Zunächst ergiebt sich:

$$(\alpha.) = \Sigma\Sigma\left(s\Omega_1 H_1\left[u\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \ldots\right]\right),$$

d. i.

$$(\alpha.) = \Sigma\left(\Omega_1 H_1\,(\xi.)\right),$$

wo $(\xi.)$ die Bedeutung hat:

$$(\xi.) = \Sigma s\left[u\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \ldots\right].$$

Nun kann offenbar diese Summe $(\xi.)$ auch so geschrieben werden:

$$(\xi.) = \mathfrak{S}\iiint dx\,dy\,dz\left[u\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \ldots\right],$$

wo die Integration $\iiint$ sich hinerstreckt über alle Volumelemente $s = dx\,dy\,dz$ eines einzelnen Conductors und sodann die Summation $\mathfrak{S}$ sich bezieht auf sämmtliche Conductoren des gegebenen Systems. Der zuletzt für $(\xi.)$ verzeichnete Ausdruck kann weiter umgeformt werden in

$$(\xi.) = \mathfrak{S}\iiint dx\,dy\,dz\left[\frac{\partial(u\varphi)}{\partial x} + \ldots\right] - \mathfrak{S}\iiint dx\,dy\,dz\,.\,\varphi\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \ldots\right],$$

oder in

$$(\xi.) = -\mathfrak{S}\iint do\,.\,\varphi[u\cos(n,x) + \ldots] - \mathfrak{S}\iiint dx\,dy\,dz\,.\,\varphi\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \ldots\right];$$

wo das Doppelintegral $\iint$ ausgedehnt ist über alle Oberflächenelemente do des einzelnen Conductors, und n die innere Normale von do repräsentirt. Hieraus aber folgt, mit Rücksicht auf (39.), (40.) sofort:

$$(\xi.) = +\mathfrak{S}\iint do\,.\,\varphi\frac{de}{dt} + \mathfrak{S}\iiint dx\,dy\,dz\,.\,\varphi\frac{d\varepsilon}{dt},$$

oder mit Anwendung unserer *gewöhnlichen* kürzeren Bezeichnungsweise:

$$(\xi.) = \Sigma\left(o\varphi\,\frac{de}{dt}\right) + \Sigma\left(\varepsilon\varphi\,\frac{d\varepsilon}{dt}\right),$$

wo nämlich o für do gesetzt ist, ebenso ε für $dxdydz$. Bedienen wir uns endlich für o, e und ε, ε der festgesetzten Collectivbezeichnungen Ω H, so ergiebt sich:

$$(\xi.) = \Sigma\left(\Omega\varphi\,\frac{dH}{dt}\right).$$

Somit folgt:

$$(\alpha.) = \Sigma\left(\Omega_1\ H_1\ (\xi.)\right) = \Sigma\Sigma\left(\Omega\Omega_1\,\varphi\,H_1\,\frac{dH}{dt}\right),$$

oder mit Rücksicht auf (23.δ):

$$(\alpha.) = \frac{\partial \mho}{\partial \vartheta},$$

also, wenn man für $(\alpha.)$ seine eigentliche Bedeutung restituirt:

$$(49.)\qquad \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\Omega_1 H_1\left[u\,\frac{\partial q}{\partial x} + \ldots\right]\right) = \frac{\partial \mho}{\partial \vartheta} = \frac{d\mho}{dt} - \frac{\partial \mho}{\partial \tau}.$$

Andrerseits erhält man, was die zweite in (48.) enthaltene Doppelsumme anbelangt:

$$(\beta.) = \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[u\,\frac{d}{dt}\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right]\right),$$

d. i.

$$(\beta.) = \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[u\,\frac{\partial}{\partial\vartheta}\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right]\right) + \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1\left[u\,\frac{\partial}{\partial\tau}\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right]\right).$$

Beachtet man nun, dass der Ausdruck ϖ (49.a) eine homogene lineare Function von u, v, w ist, dass mithin die Relation stattfindet

$$u\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + v\,\frac{\partial\varpi}{\partial v} + w\,\frac{\partial\varpi}{\partial w} = \varpi,$$

so erhält man:

$$\left[u\,\frac{\partial}{\partial\vartheta}\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right] = \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left[u\,\frac{\partial\varpi}{\partial u} + \ldots\right] - \left[\frac{\partial\varpi}{\partial u}\,\frac{\partial u}{\partial\vartheta} + \ldots\right],$$

$$= \frac{\partial\varpi}{\partial\vartheta} - \left[\frac{\partial\varpi}{\partial u}\,\frac{\partial u}{\partial\vartheta} + \ldots\right].$$

Andrerseits ergiebt sich mit Bezug auf die festgesetzte Gebrauchsweise von τ sofort:

$$\left[u \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \varpi}{\partial u} + \ldots\right] = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[u \frac{\partial \varpi}{\partial u} + \ldots\right],$$
$$= \frac{\partial \varpi}{\partial \tau}.$$

Somit folgt:

$$(\beta.) \quad = \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1 \frac{\partial \varpi}{\partial \vartheta}\right) - \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1 \left[\frac{\partial \varpi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \ldots\right]\right) + \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1 \frac{\partial \varpi}{\partial \tau}\right),$$

oder was dasselbe ist:

$$(\beta.) \quad = \frac{\partial \Sigma\Sigma(\varepsilon\varepsilon_1\varpi)}{\partial \vartheta} + \frac{\partial \Sigma\Sigma(\varepsilon\varepsilon_1\varpi)}{\partial \tau} - \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1 \left[\frac{\partial \varpi}{\partial u} \frac{du}{dt} + \ldots\right]\right).$$

Hieraus aber ergiebt sich mit Rücksicht auf (21. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$) sofort:

$$(\beta.) \quad = + 2 \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \vartheta} + 2 \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau} - \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \vartheta},$$

oder was dasselbe ist:

$$(\beta.) \quad = \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \vartheta} + 2 \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau} = \frac{d\mathfrak{V}}{dt} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau}.$$

Somit ergiebt sich also, wenn man für (β.) seine eigentliche Bedeutung restituirt:

$$(50.) \quad \Sigma\Sigma\left(\varepsilon\varepsilon_1 \left[u \frac{d}{dt} \frac{\partial \varpi}{\partial u} + \ldots\right]\right) = \frac{d\mathfrak{V}}{dt} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau}.$$

Durch Substitution der Werthe (49.), (50.) nimmt nunmehr unsere Formel (48.) folgende Gestalt an:

$$(51.) \quad dt\, \Sigma\left(\varepsilon\varkappa i^2\right) = -dt\left(\frac{d\mathfrak{U}}{dt} - \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial \tau}\right) + dt\left(\frac{d\mathfrak{V}}{dt} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \tau}\right),$$

oder bei etwas anderer Anordnung folgende.

$$(52.) \quad d\,(\mathfrak{U} - \mathfrak{V}) - dt\frac{\partial(\mathfrak{U} + \mathfrak{V})}{\partial \tau} = -dt\, \Sigma\,(\varepsilon\varkappa i^2).$$

---

§. 5.

Der Satz der Energie und das Potentialgesetz.

Die im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Formeln (47.) und (52.) lauten:

(53.) $$d(T^0 + \mathfrak{U}^0) + dt\,\frac{\partial(\mathfrak{U}+\mathfrak{V})}{\partial\tau} = dS^0,$$

(54.) $$d(\mathfrak{U} - \mathfrak{V}) - dt\,\frac{\partial(\mathfrak{U}+\mathfrak{V})}{\partial\tau} = -dQ,$$

wo $dQ = dt\,\Sigma(\varkappa x i^2)$ die im Systeme während der Zeit dt entwickelte Wärmemenge vorstellt. Durch Addition dieser beiden Formeln ergiebt sich sofort:

(55.E) $$d(T^0 + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS^0 - dQ.$$

Andererseits kann offenbar, weil T^0 und $\mathfrak{U}^0$ nicht von ϑ, sondern nur von τ abhängen, die Formel (53.) nach Belieben dargestellt werden durch:

(55.P) $$dt\,\frac{\partial(T^0+\mathfrak{U}^0+\mathfrak{U}+\mathfrak{V})}{\partial\tau} = dS^0,$$

oder durch:

(55.P′) $$dT^0 + dt\,\frac{\partial(\mathfrak{U}^0+\mathfrak{U}+\mathfrak{V})}{\partial\tau} = dS^0,$$

oder durch:

(55.P″) $$d(T^0 + \mathfrak{U}^0) + dt\,\frac{\partial(\mathfrak{U}+\mathfrak{V})}{\partial\tau} = dS^0.$$

Diese Formeln (55.E) und (55.P, P′, P″) sind vollkommen übereinstimmend mit den im vorhergehenden Aufsatz erhaltenen Formeln (37.) und (57.a, b), Seite 414 u 430, also völlig übereinstimmend mit denjenigen beiden Theoremen, die wir damals als Energiegesetz und Potentialgesetz bezeichneten. — Dass wir damals nicht, wie hier, ein System von lauter homogenen Conductoren, sondern vielmehr Conductoren vor Augen hatten, welche zusammengesetzt sein konnten aus heterogenen Metallen, und deren Contactflächen in beliebig gegebenen Temperaturen sich befinden konnten, ist offenbar nur eine sehr unwesentliche Differenz. Denn es würde leicht gewesen sein, der gegenwärtigen Untersuchung dieselbe Allgemeinheit zu verleihen; und die Uebereinstimmung zwischen den resultirenden Formeln der damaligen und der gegenwärtigen Untersuchung würde dadurch keine Schädigung erlitten haben.

Das gegenwärtig auf Grund der *Helmholtz*'schen Prämissen gefundene Energiegesetz (55. E) ist daher, wie leicht zu übersehen, nicht nur seinem formellen Ausdruck, sondern auch sei-

ner Tragweite nach, vollständig congruent mit dem damals auf Grund der *Weber*'schen Prämissen deducirten Energiegesetz.

Anders verhält es sich mit dem Potentialgesetz. Das gegenwärtig gefundene Potentialgesetz (55.P, P', P'') ist nämlich seinem formellen Ausdruck nach wiederum völlig congruent mit dem damals gefundenem, seiner Tragweite nach aber bedeutend allgemeiner als jenes. Denn während die gegenwärtige Untersuchung sich, ihrem ganzen Verlaufe nach, auf ein System *beliebig gestalteter* Conductoren bezieht, wurde damals — wenigstens bei Deduction des Potentialgesetzes — nur der specielle Fall betrachtet, dass diese Conductoren *geschlossene Drahtringe* sind, noch dazu unter der Voraussetzung, dass in jedem dieser Drahtringe die Stromstärke von einer Stelle zur andern als gleich gross, mithin als *blosse Function der Zeit* betrachtet werden dürfe. — Somit können wir sagen: [1])

Das Energiegesetz ergiebt sich für ein System beliebig gestalteter Conductoren genau in derselben Form, einerlei ob man ausgeht von den Weber'schen, oder von den Helmholtz'schen Prämissen.

(56.) *Mit Bezug auf das Potentialgesetz hingegen kann eine solche Uebereinstimmung bis jetzt nur für einen ziemlich speciellen Fall, nämlich nur dann behauptet werden, wenn das System aus lauter geschlossenen linearen Conductoren besteht, und ausserdem in jedem dieser Conductoren die Stromstärke als eine blosse Function der Zeit angesehen werden darf. Denn für andere Fälle ist das Potentialgesetz auf Grund der Weber'schen Prämissen bisher noch nicht eruirt worden, folglich von den mit einander zu vergleichenden Objecten das eine bisjetzt noch nicht vorhanden.*

Um die beiden Gesetze der Energie und des Potentials, wie sich dieselben bei *gegenwärtiger* Untersuchung, nämlich auf Grund der *Helmholtz*'schen Prämissen ergeben haben, zur deutlichen Anschauung zu bringen, sei Folgendes bemerkt.

[1]) Durch diese Ergebnisse ist der früher auf Seite 439 (am Schlusse der Note) versprochene Nachweis wirklich geliefert.

Es handelte sich um ein System von beliebig vielen und beliebig gestalteten Conductoren, in welchen elektrische Vorgänge stattfinden, und welche in Bewegung begriffen sind theils unter der Einwirkung der vorhandenen *inneren* Kräfte, theils unter der gleichzeitigen Einwirkung beliebig gegebener *äusserer* Kräfte; hinsichtlich dieser letztern war vorausgesetzt, sie seien sämmtlich *ordinärer* Natur. Die Potentiale des Systemes auf sich selber waren bezeichnet worden mit $\mathfrak{U}^0$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$, und zwar mit $\mathfrak{U}^0$ das ordinäre, mit $\mathfrak{U}$ das elektrostatische, mit $\mathfrak{V}$ das elektrodynamische Potential; so dass also einerseits das Gesammtpotential $\mathfrak{W}$, andererseits die Energie $\mathfrak{E}$ des Systemes die Werthe besitzen:

$$\text{(57.)} \qquad \begin{aligned} \mathfrak{W} &= \quad\;\; \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} + \mathfrak{V}, \\ \mathfrak{E} &= T^0 + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}, \end{aligned}$$

wo T^0 die lebendige Kraft des Systemes bezeichnet. — Mit Bezug auf dieses System von Conductoren gelangten wir zu den Gesetzen (55.E) und (55.P, P′, P″), also zu Gesetzen, die etwa in folgender Weise sich aussprechen lassen.

Das Energiegesetz. *Für jedes Zeitelement dt ist:*

$$\text{(58.E)} \qquad d\mathfrak{E} = dS^0 - dQ.$$

D. h. der Zuwachs der Energie ist gleich gross mit der von den gegebenen äusseren Kräften während der Zeit dt verrichteten Arbeit, davon abgezogen die während der Zeit dt vom System entwickelte Wärmemenge.

Das Potentialgesetz. *Für jedes Zeitelement dt ist:*

$$\text{(58.P)} \qquad dT^0 + dt\frac{\partial \mathfrak{W}}{\partial \tau} = dS^0,$$

oder etwas anders geschrieben: [1])

$$\text{(58.P′)} \qquad dt\,\frac{\partial (T^0 + \mathfrak{W})}{\partial \tau} = dS^0.$$

D. h. derjenige Zuwachs, den die Summe von lebendiger Kraft und Gesammtpotential während der Zeit dt erfahren würde, falls während derselben die im System vorhandenen elektrischen Dichtigkeiten und Strömungen ungeändert blieben, ist immer gleich gross mit der wäh-

---

1) Der Sinn, in welchem die Zeit t speciell mit τ, oder speciell mit ϑ bezeichnet wird, findet sich näher angegeben auf Seite 458 und 460.

rend der Zeit dt von den gegebenen äusseren Kräften verrichteten Arbeit.

Nehmen wir an, das gegebene System bestünde nur aus *einem einzigen* Conductor. Alsdann wird offenbar das Gesammtpotential $\mathfrak{W}$ unabhängig sein von $\varkappa$; so dass die Formeln (58.E) und (58.P) die Gestalt annehmen:

(59.E) $$d(T^0 + \mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = dS^0 - dQ,$$

(59.P) $$dT^0 = dS^0.$$

Hieraus folgt durch Subtraction:

$$d(\mathfrak{U}^0 + \mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = - dQ,$$

oder was dasselbe ist:

(59.Δ) $$d(\mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = - dQ.$$

Denn der metallische Conductor wird als ein absolut *starrer* Körper, folglich das seinen Cohäsionskräften entsprechende Potential $\mathfrak{U}^0$ als eine *Constante* zu betrachten sein.

Das Potentialgesetz führt also, wie die Formel (59.P) zeigt, in dem hier betrachteten Fall zu folgendem Ergebniss.

(60.) *Bewegt sich ein Conductor, in welchem elektrische Vorgänge stattfinden, unter der Einwirkung beliebig gegebener äusserer Kräfte, die jedoch sämmtlich ordinärer Natur sind, so wird für jeden Zeitraum der Zuwachs des Conductors an lebendiger Kraft gleich gross sein mit der während dieses Zeitraumes von jenen äusseren Kräften verrichteten Arbeit.*

Offenbar ist das ein Satz, den man auch *a priori* als richtig erkannt haben würde. Man übersieht sogar, dass in dem hier betrachteten eines einzigen Conductors, nicht nur seine lebendige Kraft, sondern ebenso auch der ganze Verlauf seiner Bewegung vollständig unabhängig sein wird von den im Innern des Conductors stattfindenden elektrischen Processen.

Andererseits führt die durch *Subtraction* [1]) des Potential-

---

[1]) In dieser durch die genannte *Subtraction* entstandenen Formel (59.Δ):

(I.) $$d(\mathfrak{U} - \mathfrak{V}) = - dQ$$

ist $\mathfrak{U}$ das elektrostatische Potential des Conductors auf sich selber, und $\mathfrak{V}$ das elektrodynamische. Demgemäss besitzt $\mathfrak{U}$ [vergl. (28.α)] den Werth:

(II.) $$\mathfrak{U} = \tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma\left(\frac{\Omega H \cdot \Omega_1 H_1}{r}\right),$$

und Energiegesetzes entstandene Formel (59.Δ) zu folgendem Ergebniss.

(61.) *Finden in einem Conductor elektrische Vorgänge statt, so wird für jedes Zeitelement dt die im Innern des Conductors entwickelte Wärmemenge dQ gleich gross sein mit dem Zuwachs* $d\mathbf{V}$ *des elektrodynamischen Potentials, davon abgezogen den Zuwachs* $d\mathbf{U}$ *des elektrostatischen Potentials. Dabei ist es einerlei, ob der Conductor in Ruhe oder Bewegung sich befindet, jedoch vorausgesetzt, dass die auf ihn einwirkenden äusseren Kräfte nur ordinärer Natur sind.*

Es mag nun ferner der Fall betrachtet werden, dass das gegebene System aus *zwei* Conductoren A und B besteht. Alsdann wird das Gesammtpotential $\mathbf{W}$ sich so darstellen:

$$(63.)\qquad \mathbf{W} = W_a + W_b + W_{ab},$$

wo W_a das Gesammtpotential von A auf sich selber, W_b dasjenige von B auf sich selber, endlich W_{ab} dasjenige von A auf B bezeichnet. [1]) Zugleich bemerkt man, dass W_a und W_b un-

---

vorausgesetzt, dass man sich die Function $\varphi(r)$ durchweg, auch für beliebig kleine Werthe von r, identisch mit $\frac{1}{r}$ denkt; während andererseits $\mathbf{V}$ [vergl. (21.α) und (19.a)] den Werth hat:

$$(\text{III.})\quad \mathbf{V} = -\frac{A^2}{2}\Sigma\Sigma\left\{ss_1\left(\frac{1+k}{2}\,\frac{[uu_1+..]}{r} + \frac{1-k}{2}\,\frac{[(x-x_1)u+..][(x-x_1)u_1+...]}{r^3}\right)\right\}.$$

Hieraus erkennt man leicht, dass die Formel (I.) identisch ist mit der *Helmholtz*'schen Formel:

$$(\text{IV.})\qquad d(\Phi_1+\Phi_0) = -\,dt\int \varkappa(u^2+v^2+w^2)\,dS,$$

(*Borchardt's* Journal. Bd. 72. p. 87), dass nämlich unser $\mathbf{U}$ identisch ist mit dem *Helmholtz*'schen Φ_1, und unser $\mathbf{V}$ identisch mit dem *Helmholtz*'schen $-\Phi_0$. Denn es ist zu bemerken, dass die Buchstaben u, v, w, u_1, v_1, w_1, $\varkappa$, k, A im gegenwärtigen Aufsatz genau in derselben Bedeutung gebraucht sind wie bei *Helmholtz*.

1) Im Anschluss an frühere Fälle würde das Gesammtpotential des Conductors A auf sich selber zu bezeichnen gewesen sein mit $\frac{1}{2}W_{aa}$, wo alsdann W_{aa} denjenigen Ausdruck repräsentirt, in welchen W_{ab} sich verwandelt, sobald der Conductor B (seiner Gestalt und seinem innern Zustande nach) identificirt wird mit A. Statt $\frac{1}{2}W_{aa}$ ist der Kürze willen geschrieben W_a.

abhängig von τ sind. Demgemäss nimmt das *Potentialgesetz* (58.P) in gegenwärtigem Falle folgende Gestalt an:

(64.P) $$dT^0 + dt \frac{\partial W_{ab}}{\partial \tau} = dS^0,$$

in Worten ausgedrückt:

(65.) *Bewegen sich zwei Conductoren A und B, in denen elektrische Vorgänge stattfinden, unter dem Einfluss beliebig gegebener äusserer Kräfte, die jedoch sämmtlich ordinärer Natur sind, und bezeichnet man das Gesammtpotential des einen Conductors auf den andern mit W_{ab}, so wird für jedes Zeitelement dt der Zuwachs des Systemes an lebendiger Kraft, vermehrt um den virtuellen Zuwachs des Potentiales W_{ab}, einen Werth besitzen, welcher gleich gross ist mit der von jenen äusseren Kräften während der Zeit dt verrichteten Arbeit. Dabei ist unter dem virtuellen Zuwachs von W_{ab} derjenige zu verstehen, den W_{ab} annehmen würde, falls die in den Conductoren vorhandenen elektrischen Dichtigkeiten und Strömungen während der Zeit dt ungeändert blieben.*

Ein analoger Satz ergiebt sich offenbar auch für den Fall eines aus *beliebig vielen* Conductoren bestehenden Systemes.

§. 6.

Schlussbemerkungen.

Das Hauptresultat der in diesem und dem vorhergehenden Aufsatz angestellten Untersuchungen dürfte nach meiner Ansicht darin bestehen, dass im Gebiete der elektrischen Erscheinungen zwei von einander völlig verschiedene, die lebendige Kraft betreffende, allgemeine Gesetze bestehen, das *Gesetz des Potentials* und das *Gesetz der Energie*. Von diesen beiden Gesetzen ist das erste bereits von meinem Vater aufgestellt worden [1]), das zweite hingegen neueren Datums, nämlich — so weit mir bekannt — zum ersten Mal ausgesprochen worden in meinem Tübinger Programm. [2])

1) Man vergl. den vorhergehenden Aufsatz, Seite 422, Note.
2) Man vergl. den vorhergehenden Aufsatz, Seite 392.

Es dürften diese beiden Gesetze, in Folge ihrer grossen Allgemeinheit, und in Folge der einfachen Beziehung, in welcher das Inductionsgesetz zu ihnen steht, einigermaassen dienlich sein, um in unsere Anschauungen und Einsichten in Betreff der elektrischen Vorgänge eine grössere Ordnung und bessere Gliederung zu bringen, und in solcher Weise den Boden zu ebenen für *wirklich weitergehende* Forschungen.

Dass das Gebiet der elektrischen Vorgänge im Allgemeinen noch in tiefes Dunkel gehüllt ist, dass es mithin nur von Nutzen sein kann, wenn, unabhängig von dem altbewährten *Weber*'schen Grundgesetz, auch *andere* Versuche sich geltend machen, um von *anderen* Gesichtspuncten aus und in *anderen* Richtungen das unbekannte Gebiet zu durchforschen, — unterliegt keinem Zweifel.

So beachtenswerth daher die neuerdings von *Helmholtz* angestellten Forschungen [1]) auch sein mögen, so ist doch auf der andern Seite nicht minder zu beachten, dass das *Weber*'sche Grundgesetz durch diese Forschungen völlig intact geblieben ist, dass nämlich die von *Helmholtz* gegen dieses Gesetz erhobenen Einwände keine ernstliche Bedeutung besitzen.

Es sind im Ganzen *zwei* solche Einwände von *Helmholtz* vorgebracht worden. Der *erste* [2]), welcher gegen jenes Grundgesetz in directer Weise sich richtet, ist bereits von *Weber* selbst widerlegt worden, in (wie mir scheint) endgültiger Weise. [3])

Was andererseits den *zweiten* Einwand [4]) betrifft, so besteht derselbe in der Behauptung, dass das *Weber*'sche Grundgesetz in gewissen Fällen zu einer labilen Gleichgewichtslage der elektrischen Materie, respective zu einer Bewegung dieser Materie hinführe, deren Geschwindigkeit mit der Zeit ins Unendliche anwachse. Eine genauere Betrachtung zeigt indessen, dass dieser zweite Einwand im Grunde genommen nicht gegen das *Weber*'sche Grundgesetz selber, sondern vielmehr gegen die

---

1) deren Ausgangspuncte wir auf Seite 430—460 näher besprochen haben.

2) *Borchardt's* Journal, Bd. 72, p. 63.

3) *W. Weber*: Elektrod. Maassbestimmungen, insbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie, in den Abhandlungen der Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 10, p. 58—61.

4) *Borchardt's* Journal, Bd. 72, p. 61.

Kirchhoff'schen Differentialgleichungen [1] sich gerichtet. Diese Differentialgleichungen aber beruhen nur *theilweise* auf jenem Grundgesetz, zum andern Theil auf mancherlei andern sehr hypothetischen (und bisher nicht einmal bestimmt formulirten) Voraussetzungen [2]: so dass also jenes Grundgesetz durch ein gegen diese Differentialgleichungen geäussertes Bedenken nicht im Mindesten tangirt werden kann.

---

1) *Kirchhoff*: Ueber die Bewegung der Elektricität in Leitern, *Poggendorff's* Annalen Bd. 102, p. 529.

2) *Kirchhoff* dürfte wohl selber diese von ihm aufgestellten Differentialgleichungen nur als provisorisch betrachtet haben; denn andernfalls würde *Kirchhoff* wohl kaum versäumt haben, die übrigen denselben zu Grunde liegenden Voraussetzungen zur Aussprache und deutlichen Anschauung zu bringen.

F. Zöllner, *Über den Ursprung des Erdmagnetismus und die magnetischen Beziehungen der Weltkörper.*

1.

Bereits in der letzten Sitzung am 25. Juli hatte ich die Ehre, der Königlichen Gesellschaft in allgemeinen Umrissen diejenigen Gesichtspuncte mitzutheilen, welche mich auf Grund meiner Untersuchungen »über das Rotationsgesetz der Sonne und der grossen Planeten«[1]) zu einer Hypothese über die physische Ursache des Erdmagnetismus und seiner Beziehung zu den Vorgängen auf der Sonnenoberfläche geführt hatten. Es war meine Absicht, die damals entwickelten Argumente, ehe ich mit ihnen an die Öffentlichkeit trete, zunächst in einem solchem Umfange mathematisch-physikalisch zu begründen, dass sich hieraus auch quantitativ gewisse Folgerungen ableiten liessen, welche einer directen Prüfung mit Hülfe der Beobachtung zugänglich sind. Der glückliche Erfolg, welcher meine Bemühungen bei der theoretischen Ableitung des Rotationsgesetzes der Sonne durch die Deduction von Formeln begleitet hatte, die sogar in befriedigenderer und einfacherer Weise die numerisch erlangten Werthe der Rotationswinkel in verschiedenen heliographischen Breiten darzustellen gestatteten als die bisher nur empirisch construirten Formeln, hatte mich ermuthigt, die entwickelte Theorie des Erdmagnetismus einer ähnlichen Prüfung zu unterwerfen.

Während ich nun bisher an der Ausführung dieses Planes durch andere Arbeiten verhindert wurde, erschienen gerade in dieser Zeit sehr interessante Arbeiten, deren Resultate, wie mir

1) Diese Berichte, Sitzung am 11. Februar 1871.

scheint, in engster Beziehung zu meiner am 25. Juli vorgetragenen Theorie stehen, so dass ich mich entschlossen habe, schon gegenwärtig die Principien derselben in Folgendem der Öffentlichkeit zu übergeben. Ich behalte mir hierbei vor, später eine strengere Begründung in dem oben angedeuteten Sinne zu versuchen, wenn dies nicht bis dahin bereits von Anderen geschehen sein sollte, was mir im Interesse der Sache und zur Stütze der Theorie nur in hohem Grade erwünscht sein würde.

2.

Ich hatte in meiner oben erwähnten Abhandlung zu zeigen versucht, dass im Wesentlichen nur vier Eigenschaften der Sonnenoberfläche erforderlich und ausreichend sind, um aus ihnen auf Grund bekannter physikalischer Gesetze alle wesentlichen bisher auf der Sonne beobachteten Erscheinungen abzuleiten. Es waren diese Eigenschaften die folgenden:

1. Die intensive Wärmeausstrahlung des Sonnenkörpers,
2. Die Rotation desselben,
3. Die Existenz einer Atmosphäre,
4. Der tropfbar-flüssige Aggregatzustand der Sonnenoberfläche.

Die drei ersten dieser Eigenschaften sind als direct durch die Beobachtung erwiesene Thatsachen zu betrachten. Die vierte habe ich unter anderm als eine physikalisch nothwendige Consequenz aus dem eruptiven Character einer grossen Anzahl von Protuberanzen gefolgert[1]) und befinde mich bezüglich dieser Folgerung gegenwärtig in voller Übereinstimmung mit

1) Vergl. diese Berichte, Sitzung am 2. Juni 1870. In meiner dort mitgetheilten Abhandlung »über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne« bemerkte ich Folgendes:

(p. 108 ff.) »Ohne das Gebiet bekannter Analogien und damit die Bedingung für die Erklärbarkeit kosmischer Phänomene zu verlassen, ist es nicht wohl möglich, eine andere Ursache dieser Eruptionen als die Druckdifferenz des ausströmenden Gases im Innern und an der Oberfläche der Sonne anzunehmen. Die Möglichkeit einer solchen Druckdifferenz setzt aber nothwendig das Vorhandensein einer Trennungsschicht zwischen den innern und äussern Wasserstoffmassen voraus, von denen die letzteren bekanntlich einen wesentlichen Theil der Sonnenatmosphäre bilden.«

Respighi, der durch zahlreiche und sorgfältige Beobachtungen von Protuberanzen zu Anschauungen über die physische Beschaffenheit der Sonne geführt worden ist, welche, wie von ihm ausdrücklich hervorgehoben wird. sowohl bezüglich der Flecken als auch der tropfbar-flüssigen Beschaffenheit der Oberfläche vollkommen mit den bisher von mir allein [1]) vertretenen Anschauungen übereinstimmen. [2])

Aus den beiden ersten der oben angeführten Eigenschaften der Sonne folgt, wie ich a. a. O. gezeigt habe, die Entwickelung der allgemeinen Circulation ihrer Atmosphäre, in Folge deren am Äquator die erhitzten Gasmassen emporsteigen und dadurch im unteren Theile der Atmosphäre Polarströme, im oberen Äquatorialströme erzeugt werden, welche wesent-

1) Hr. *Emile Gautier* hatte bis zum Jahre 1869 ebenfalls die Sonnenflecken als solide, schlackenartige Massen betrachtet. Allein in einer Abhandlung in den Archives de Genève (August 1869) giebt er diese Anschauung, beeinflusst durch die Ansichten *Secchi's* und *Faye's*, zu Gunsten einer mehr wolkenförmigen Natur der Sonnenflecken wieder auf. Dagegen schliesst ein mir während des Druckes freundlichst übersandtes Referat über meine, das Rotationsgesetz der Sonne betreffende, Abhandlung *Gautier's* mit folgenden Worten:

»Notre observation ne porte du reste, que sur un détail peu essentiel à la théorie de M. Zöllner. Celle-ci n'en reste pas moins la seule jusqu'à ce jour, qui s'assimile d'une manière aussi complète aux circonstances connues de la physique solaire, sans être obligée de recourir à des suppositions tout à fait en dehors des notions générales admises dans la physique terrestre.«

2) Respighi, Sulle Osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari etc. . . Atti della Reale Accademia dei Lincei nella sessione I, del 4 decembre 1870.

Folgende Stellen aus dieser Abhandlung, mögen das oben Bemerkte bestätigen. (p. 41). »La straordinaria violenza o velocità di tali eruzioni ci prova che questi gas debbono trovarsi ad uno stato di enorme tensione, e che perciò essi debbono trovarsi ivi imprigionati o compressi dalla resistenza, o dal peso di uno strato od inviluppo esteriore di conveniente spessezza e densità.«

»Non resta quindi che la suppositione di uno strato o inviluppo liquido, col quale protrebbero conciliarsi tutte queste particolarità.«

(p. 44) »Qantunque io prevegga che queste conclusioni incontreranno forti ed autorevoli opposizioni, pure ho stimato opportuno di riferirle, perchè mi si presentano come assai concordanti coi fenomeni delle protuberanze, e perciò sotto questo rispetto meritevoli di qualche considerazione: e perchè in parte almeno si accordano colle idee emesse da autorevoli scienziati, e principalmente dallo Zöllner.«



lich ungestört übereinander hinfliessen.[1]) Diese Ströme äussern auf die glühend-flüssige Oberfläche eine doppelte Rückwirkung, nämlich erstens eine thermische und zweitens eine mechanische. In Folge der ersteren entsteht durch die Berührung mit den herabsteigenden und relativ abgekühlten Äquatorialströmen an den Polen eine stärkere Abkühlung als am Äquator; in Folge der letzteren entwickeln sich durch die Reibung der atmosphärischen Ströme an der flüssigen Oberfläche Driftströmungen, welche die normale Rotation der Kugel in eine dem entwickelten Rotationsgesetze entsprechende abändern.

Man gelangt hierbei durch eine genauere Untersuchung der relativen Geschwindigkeiten der einzelnen übereinander gelegenen Schichten, wie ich a. a. O. p. 76 gezeigt habe, zu dem bemerkenswerthen Resultate, dass innerhalb der durch die atmosphärischen Ströme afficirten Flüssigkeitsschicht die Rotationsgeschwindigkeit mit zunehmender Tiefe wächst, so dass die tiefer gelegenen Schichten den darüber liegenden im Sinne der Rotation voraus-eilen.

Demgemäss sind die betrachteten Driftströmungen an der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche dem innern, normal (d. h. wie eine feste Kugel) rotirenden, Kerne gegenüber im Allgemeinen von Osten nach Westen gerichtet, und das Rotationsgesetz nur eine Folge der Verzögerung oder Hemmung, welche die Rotationsbewegung der oberflächlichen Schichten der rotirenden Kugel an den Polarströmungen der Atmosphäre erleidet.

Es ergiebt sich hieraus, wie man sieht, dass dem Rotationsgesetze für die Oberfläche der Sonne nach welchem die Rotationswinkel *neben einander* liegender Flüssigkeitsschichten mit wachsender Polardistanz zunehmen, ein analoges

[1]) Es gereicht mir zur Freude, gegenwärtig die Existenz dieser Ströme auch direct durch Beobachtungen der Lage und Neigung von Protuberanzgebilden bestätigt zu sehen. In ihrem unteren Theile sind diese Gebilde in überwiegender Mehrzahl nach niedrigeren Breiten, im oberen Theile nach höheren Breiten abgelenkt. Der Anblick zahlreicher Protuberanzbeobachtungen von *Tacchini* in Palermo beweist dies in überraschender Weise. Auch Herr Professor *Spörer* hat dieselben Erscheinungen, einer brieflichen Mittheilung zufolge, beobachtet, und betrachtet sie gleichfalls als einen Beweis für die Existenz der früher theoretisch von mir abgeleiteten Strömungen. Hr. Dr. *Vogel* auf der Sternwarte des Kammerherrn *von Bülow*, ebenso wie *Secchi* bestätigen das Gleiche.

Gesetz für die *übereinander* liegenden Schichten entspricht. — Es sind demnach auf der Sonnenoberfläche alle diejenigen Bedingungen vorhanden, welche fortdauernd in *gleichgerichtetem* Sinne einen Reibungsprocess verschieden erwärmter und wahrscheinlich auch chemisch differenter Flüssigkeitsschichten unterhalten.

In der That verhalten sich die äquatorialen Theile der flüssigen Sonnenoberfläche zu den polaren wie die schneller strömende Mitte eines Flusses zu den den Ufern näher gelegenen Theilen. Auch in verticaler Richtung zeigt sich hier eine ähnliche Verschiedenheit der Stromgeschwindigkeit übereinander liegender Schichten (nur in umgekehrtem Sinne) wie an der flüssigen Sonnenoberfläche.

3.

Vergegenwärtigt man sich nun nochmals die beiden wesentlichen Ursachen, welche allein ausreichend sind, an der flüssigen Sonnenoberfläche die entwickelten Bewegungserscheinungen hervorzurufen, so sind dies, erstens die Existenz eines fortdauernd von Innen nach Aussen gerichteten Wärmestromes, d. h. also eines permanenten Wärmeverlustes der Oberfläche, und zweitens die Rotation des Sonnenkörpers. In der gegenwärtigen Entwickelungsphase der Sonne findet der permanente Wärmeverlust der glühend-flüssigen Masse direct durch Ausstrahlung statt, in einem späteren Stadium dagegen, wo sich die ganze Oberfläche mit einer zusammenhängenden, festen Kruste überzogen haben wird, direct durch Leitung bei Berührung der inneren Seite der kühleren Incrustationsrinde. Diese letztere vermittelt alsdann erst durch Ausstrahlung den permanenten Wärmestrom von Innen nach Aussen. Man sieht aus dieser Darstellung, dass unmittelbar unter einer solchen festen Incrustationsrinde für die von ihr eingeschlossene glühende und leicht bewegliche Flüssigkeit die wesentlichen Bedingungen zur Entwickelung jener strömenden Bewegungen erhalten bleiben, welche durch das Rotationsgesetz der Sonne characterisirt sind. Die durch Berührung und Leitung abgekühlten Flüssigkeitsmassen werden aus denselben Gründen wie früher an den Polen herabsinken und dadurch einen polaren Unterstrom erzeugen, welcher von einem entsprechenden äquatorialen Ober-

strom begleitet ist. Dieser äquatoriale Oberstrom der glühenden Flüssigkeit würde dann die Incrustationsrinde auf ihrer innern Seite bespülen und vermöge der Rotation, nach Analogie der oberen Passatwinde eine westliche Ablenkung erfahren. Für die Bewohner einer derartig incrustirten, glühend-flüssigen Kugel würden also die erwähnten Gluthströme in der Tiefe unter ihren Füssen eine Richtung haben, welche sich aus einer äquatorialen und einer der Rotation gleichgerichteten Componente zusammensetzte. Wäre also z. B. unsere Erde ein Körper von der hier vorausgesetzten Beschaffenheit, so würden diese innern Gluthströme auf der nördlichen Halbkugel eine südlich-westliche, auf der südlichen Halbkugel dagegen eine nördlich-westliche Richtung besitzen.

4.

Es fragt sich nun, ob diese inneren Bewegungen des glühend-flüssigen Kernes in irgend welcher Weise an der Oberfläche wahrnehmbare Wirkungen äussern könnten.

Solange die Kruste noch hinreichend dünn ist, um durch die bei derartigen Strömungen stattfindenden Schwankungen und Veränderungen afficirt zu werden, ähnlich wie eine dünne Eisdecke durch das unter ihr hinfliessende Wasser, könnten die so erzeugten mechanischen Einwirkungen durch Apparate beobachtet und gemessen werden, welche es gestatten, die Richtung der Schwere mit der Richtung eines mit der bewegten Kruste unveränderlich verbundenen starren Körpers zu vergleichen.

Ist die Dicke der Incrustation und dadurch ihre relative Starrheit so weit fortgeschritten, dass derartige mechanische Einflüsse entweder gar nicht oder nur mit äusserst empfindlichen seismometrischen Instrumenten nachweisbar wären, so würden auf grössere Zeiträume ausgedehnte Änderungen der Intensität der gesammten Strömungsprocesse sich durch thermische Veränderungen in der Kruste bemerkbar machen können. Denn welches auch die Ursache sein mag, durch die ein derartiges Wachsen und Abnehmen der Intensität des gesammten Strömungsprocesses im Innern eines incrustirten Weltkörpers erzeugt wird, nach dem Princip von der Erhaltung der Energie muss bei einer Steigerung der lebendigen Kraft der strömenden Massen eine dieser Zunahme äquivalente Menge von

Wärme verschwinden, und daher die mittlere Temperatur des Systemes d. h. der bewegten Massen und der mit ihr in Berührung stehenden festen Kruste erniedigt sein. Allgemein lässt sich daher behaupten: Änderungen der mittlern Intensität des Strömungsprocesses sind mit entsprechenden Änderungen der mittleren Temperatur der strömenden und mit diesen in Verbindung stehenden incrustirten Massen verbunden. Eine Steigerung der lebendigen Kraft der Strömung ist mit einer Abnahme der Temperatur, und umgekehrt, verbunden. Diese Veränderungen müssen nothwendig gleichzeitig (resp. nur durch die Wärmeleitung der Kruste verzögert) stattfinden, da die eine Erscheinung nur ein anderer Ausdruck der zweiten ist.

Eine dritte Art endlich, in der sich uns die Existenz von gegenwärtig noch vorhandenen Gluthströmen im Innern der Erde bemerklich machen könnte, bestände darin, dass durch die vorhandenen Strömungen gesetzmässige Störungen des electrischen Gleichgewichtes erzeugt würden. Wenn alsdann hiebei die Richtung der etwa entstehenden electrischen Ströme gesetzmässig an die Strömungsrichtung der glühenden Flüssigkeit geknüpft wäre, so müssten an der Oberfläche magnetische Erscheinungen wahrnehmbar sein, die in gesetzmässiger Weise mit der allgemeinen Form der strömenden Bewegung, folglich auch mit den durch die Rotation der Erde bedingten Puncten und Kreisen in Beziehung stehen.

5.

Fragt man nun, ob wir im Gebiete der uns physikalisch näher bekannten Processe Erscheinungen anzuführen vermögen, welche eine gesetzmässige Erregung electrischer Ströme durch Bewegungen von Flüssigkeiten anzunehmen gestatten, so kann diese Frage nicht nur bejaht, sondern sogar bestimmter dahin beantwortet werden, dass wir nach allen bis jetzt bekannten Thatsachen berechtigt sind, überall da, wo strömende Bewegungen leitender und chemisch zersetzbarer Flüssigkeiten stattfinden, die gleichzeitige Entstehung gesetzmässig mit jenen Bewegungen verbundener electrischer Ströme anzunehmen.

Die durch Beobachtungen festgestellten Thatsachen, auf Grund deren ich eine solche Annahme nicht nur für berechtigt sondern sogar nach den Gesetzen der logischen Induction für nothwendig halte, sind die von *Quincke* im Jahre 1859 entdeckten und von ihm mit dem Namen »Diaphragmenströme« bezeichneten galvanischen Ströme und ihre Reciprocitätsphänomene.[1])

Die fundamentale Thatsache, welche für *Quincke* den Ausgangspunct seiner Untersuchungen bildet, spricht er mit folgenden Worten aus:

»Wenn reines Wasser durch einen porösen Körper strömt, so entsteht ein electrischer Strom. Diese Thatsache habe ich durch folgende Versuche gefunden und festgestellt.«

Die Richtung dieser galvanischen Ströme hängt bei allen bis jetzt untersuchten Flüssigkeiten und deren Modificationen nur von der Richtung der strömenden Bewegung in der Flüssigkeit ab, während ihre Intensität sehr bedeutend mit qualitativen Änderungen der Flüssigkeit variirt.

Die Richtung der electrischen Ströme in der Flüssigkeit stimmt stets mit der Bewegungsrichtung der strömenden Massen überein, so dass die zur Ableitung und Beobachtung des Stromes in die Flüssigkeit eingelassenen Platinplatten sich so verhalten, als ob die von der Strömung zuerst getroffene Platte das Zink, die zuletzt getroffene das Platin einer *Grove*'schen Säule wären. Die electromotorische Kraft dieser Ströme ist eine sehr bedeutende, und ist z. B. bei Anwendung einer aus gewöhnlichem Quarzsande gebildeten porösen Scheidewand 6.2 Mal grösser als die electromotorische Kraft einer *Daniell*'schen Kette, so dass *Quincke* am Schlusse seiner zweiten Abhandlung auf den Gedanken kam, eine so bedeutende Electricitätsquelle practischnutzbar zu machen. Er bemerkt hierüber Folgendes:

»Ich habe schliesslich noch versucht mit Benutzung der hiesigen Wasserleitung einen electrischen Strom herzustellen, da die grossen electromotorischen Kräfte hoffen liessen, Ströme von practischer Anwendbarkeit zu erhalten.«

---

1) *G. Quincke*, Über eine neue Art electrischer Ströme. *Poggendorff's* Annalen. Bd. CVII. p. 1 — p. 47. (1. Abhandlung) Ebendaselbst Bd. CX. p. 38 — p. 65. (2. Abhandlung.)

Die Versuche an einem passend eingerichteten Apparate zeigten jedoch bei einem Drucke von etwa 2½ Atmosphären und einem stündlichen Verbrauche von 5 Cubikfuss Wasser nur schwache electrische Ströme, ein Resultat, welches sich *Quincke* theils durch den Salzgehalt des Wassers, theils durch die Anwesenheit von Eisenrost aus den Röhrenleitungen erklärt.

Die electromotorischen Kräfte scheinen nach den bisherigen Versuchen unabhängig von der Dicke und Oberfläche der porösen Scheidewände, dagegen proportional der die Strömung erzeugenden Druckdifferenz zu sein.

Die Ursache dieser Electricitätserregung ist bis jetzt noch nicht entscheidend auf die sonst bekannten Störungen des electrischen Gleichgewichtes zurückgeführt.

Ganz abgesehen von dem möglichen Zusammenhange dieser Art von Strömen mit den folgenden Erscheinungen, ist es für die vorliegenden Betrachtungen von grosser Wichtigkeit, dass sich sogar an einem gewöhnlichen Flusse das Entstehen von galvanischen Strömen dadurch nachweisen lässt, dass von den beiden Endplatten eines Galvanometer-Drahtes, die eine in die schneller fliessende Mitte des Stromes, die andere mehr in der Nähe des Ufers in das Wasser getaucht wird.[1])

Es ist, wie gesagt, ganz gleichgültig, welche Ursachen man für das Entstehen dieser Ströme annimmt; es genügt für unsere Zwecke die Existenz derselben direct durch die Beobachtung nachweisen zu können. Es ist klar, dass diese Ströme auch dann noch stattfinden müssen, wenn man sich z. B. an Stelle der verschieden weit in den Strom reichenden Endplatten des Galvanometer-Drahtes zwei in den Strom hineinragende Felsen denkt, welche vermöge ihres Zusammenhanges durch den Erdboden in leitende Verbindung gesetzt sind.

---

1) *Adie*, Philosophical Magazine T. XXXI. p. 353. 1847.
»*Two slips of zinc cut side by side from the same sheet were placed in a running brook, the one opposed to a rapid part of the current, the other in a still place at the edge, Connecting these in usual manner with the galvanometer, there was a permanent deflection of 25°; and on changing the respective places of the plates in the stream without disturbing their attachments to the galvanometer, the needles immediatly passed to the opposite side of the card; in both cases the piece of zinc in the current acted as a negative or platinode plate.*«



6.

Wenn durch die oben angeführten Untersuchungen *Quincke's* das Entstehen galvanischer Ströme durch mechanische Fortführung von Flüssigkeitstheilchen constatirt ist, so sind die Versuche, welche umgekehrt, die Erzeugung strömender Bewegungen in Flüssigkeiten durch Hindurchleiten galvanischer Ströme beweisen, unter dem Namen der »electrischen Endosmose« seit langer Zeit bekannt.

Indessen hatten die hierauf bezüglichen Versuche nur dann zu positiven Resultaten geführt, wenn durch poröse Scheidewände eine freie Bewegung der Flüssigkeit verhindert war. Dagegen war es bei Anwendung von Röhren, welche mit Flüssigkeiten gefüllt waren, beim Hindurchleiten eines galvanischen Stromes noch nicht gelungen, die Fortführung zu zeigen, obschon *Wiedemann* bei seinen Untersuchungen über diesen Gegenstand die porösen Wände nur als Systeme enger Röhren ansah, und die negativen Resultate auf die geringe Electricitätsmenge schrieb, welche durch die benutzten galvanischen Ströme durch die Flüssigkeit geführt wird.

Der Erste, welcher die Bildung eines continuirlichen Wasserstromes ohne poröse Wand unter dem Einflusse eines electrischen Stromes beobachtet hat, ist *Armstrong* [1]), der Erfinder der Dampf-Electrisirmaschine.

Er verband zwei mit Wasser gefüllte oben fein zugespitzte Gläser, die in einem Abstand von 0,4 Zoll von einander aufgestellt waren, durch einen feuchten Seidenfaden. Bei Verbindung des einen Glases mit dem negativ-electrischen Kessel, des andern mit der Erde, strömte zuerst das Wasser über den Faden hinweg in Gestalt einer Wassersäule in der Richtung des positiven Stromes, während bald der Seidenfaden in das mit der Erde verbundene Glas, also in entgegengesetzter Richtung hinübergezogen wurde. Dann blieb das Wasser einige Secunden, bei anderen Versuchen sogar einige Minuten in Gestalt eines Bogens zwischen beiden Gläsern ausgestreckt. In dieser Zeit konnte indessen keine Volumenänderung der Flüssigkeit in den Gläsern wahrgenommen werden. Wurden Staub-

1) *Armstrong* Philos. Mag. Vol. XXIII. p. 199. 1843. *Pogg.* Ann. Bd. LX. p. 355.

theilchen auf die Oberfläche des Wassers gestreut, so zeigten diese einen doppelten Strom in demselben an, einen äusseren vom positiven zum negativen Glase, einen innern in umgekehrter Richtung.

Neuerdings hat *Quincke* diese interessante Thatsache in umfassender Weise durch sorgfältige und mannigfach modificirte Versuche nicht nur bestätigt, sondern auch bei Anwendung von galvanischen Säulen von sehr grosser electromotorischer Kraft in Capillarröhren hervorgerufen. [1])

Quincke bewies durch fein vertheilte Substanzen, welche in den bewegten Flüssigkeiten suspendirt waren, ganz allgemein die Existenz eines Doppelstromes.

Er brachte in die Flüssigkeit des Capillarrohres (von etwa 0.4^{mm} Durchmesser) Stärkekörnchen. Nachdem die Flüssigkeit das Rohr ganz erfüllt hatte, wurde durch Verbindung der eingeschmolzenen Platindrähte mit Conductor und Reibzeug einer Electrisirmaschine ein Strom durch das Wasser im Rohr geleitet. Durch ein Mikroskop mit 30facher Vergrösserung wurde bei langsamen Drehen der Scheibe eine Bewegung der Stärkekörnchen an der Röhrenwand im Sinne des positiven, in der Mitte des negativen electrischen Stromes beobachtet. [2])

Bei schnellerem Drehen, also stärkerer Intensität des electrischen Stromes, bewegen sich die mittleren Theile schneller in letzterem Sinne, und mit ihnen bewegen sich im gleichen Sinne auch die grösseren Theilchen an der Wand, während die kleineren noch in der Richtung des positiven Stromes fortschreiten. Endlich bei noch schnellerem Drehen wandern alle Stärketheilchen im Sinne des negativen electrischen Stromes fort.

Analog wirken auch (durch Unterbrechung der Schliessung durch eine Luftschicht) einseitig gerichtete Inductionsströme und constante galvanische Ströme. Beim Durchleiten der Batterieentladung durch die Röhre schreiten die Stärketheilchen erst ein wenig im Sinne des positiven Stromes fort, kehren dann plötzlich um, und fliessen schnell in der entgegengesetzten Richtung weiter.

---

1) *Quincke*, *Pogg.* Ann. Bd. CXIII. p. 513. 1861.

2) Ebendaselbst. p. 569.

Bei weiteren Röhren sind stärkere Stromintensitäten erforderlich, um alle Theilchen in demselben Sinne fortzutreiben; bei engeren Röhren tritt dies schon bei sehr schwachen Strömen ein.

Diese Thatsachen, welche man in ausführlicherer Weise in dem Werke *Wiedemann's* »die Lehre vom Galvanismus und Electromagnetismus« übersichtlich zusammengestellt findet, werden genügen, um die Annahme zu rechtfertigen, dass alle strömenden Bewegungen in Flüssigkeiten, besonders wenn dieselben theilweise mit starren Körpern in Berührung stehen, von electrischen Strömen begleitet sind, die sich nach den bisher vorliegenden Thatsachen, vorzugsweise in der Richtung der strömenden Flüssigkeit entwickeln.

7.

Überträgt man diese Thatsachen durch Analogie auf die oben betrachteten Ströme des glühend-flüssigen Erdinnern, und vergegenwärtigt sich die Richtung der Oberströme, welche wie die der oberen Passate für die nördliche Halbkugel eine südlich-westliche ist, so werden die galvanischen Ströme in der Erdkruste in entgegengesetzter Richtung fliessen, also in nördlich-östlicher. Die Ungleichheiten an der Innenseite der Incrustations-Rinde, welche durch die Gluthströme fortdauernd bespült werden, müssen wir uns ähnlich den Felsblöcken denken, welche auf dem Grunde des Meeres oder mächtiger Ströme durch die bewegten Wassermassen stets in einem Sinne beeinflusst werden. Die felsenartigen Ungleichheiten würden dieselbe Rolle spielen, wie bei dem obigen Versuche von *Quincke* die in die strömende Wassermasse eingesenkten Platinbleche. Die von der Strömung zuerst getroffene Platte (der westlich gelegene Vorsprung) verhielt sich stets wie das Zink, die zuletzt getroffene Platte (der östlich gelegene Vorsprung) wie das Platin einer *Grove*'schen Kette. Folglich wird der Draht (die feste Erd- oder Felsschicht) welche die beiden Platinplatten (die beiden Vorsprünge) leitend verbindet, von einem galvanischen Strome in entgegengesetzter Richtung (von Ost nach West) durchflossen.

Es ist bekannt, dass die Annahme so gerichteter Ströme genügt, um die allgemeinsten Erscheinungen des Erdmagnetismus zu erklären. Gleichzeitig wird aber die Ursache, welche

ihn erzeugt in beträchtliche Tiefen unter die von uns bewohnte Erdoberfläche verlegt, ein Umstand, der mit Rücksicht auf die Theorie von *Gauss* sehr bemerkenswerth ist. *Lamont*, der sich um die nähere Erkenntniss des Erdmagnetismus so grosse Verdienste erworben hat, und dem unter den jetzt lebenden Forschern auf diesem Gebiete wahrscheinlich das competenteste Urtheil zusteht, drückt sich über jene von *Gauss* hervorgehobene Beziehung folgendermaassen aus:

»Indessen hat *Gauss* (und das ist unzweifelhaft der merkwürdigste Theil seiner Theorie) einen Umstand hervorgehoben, der für die künftige Forschung von grosser Wichtigkeit werden muss, insoferne daraus unter gewissen Bedingungen gefolgert werden kann, ob der Sitz der magnetischen Kraft über uns in der Atmosphäre, oder unter uns im Innern der Erde, oder auf der Oberfläche selbst zu suchen ist.«

»Die hieraus folgenden Regeln, auf die *Gauss*'schen Formeln angewendet, deuten an, dass der Erdmagnetismus, wenn nicht ganz, doch dem Haupttheile nach unter der Erdoberfläche sich befinde.« [1])

Es folgt ferner aus der oben begründeten Voraussetzung über die physische Ursache des Erdmagnetismus, dass alle Umstände und Ursachen, welche die Richtung und Intensität der inneren Gluthströme modificiren, auch eine Modification der Richtung und Intensität des Erdmagnetismus hervorrufen müssen.

Derartige Ursachen sind aber bei der zu Grunde gelegten Annahme nicht nur möglich, sondern sogar nothwendig. In der That, wenn die Strömungen des glühendflüssigen Erdinnern, die von ihnen bespülte innere Seite der festen Erdkruste in ähnlicher Weise verändern wie die Strömungen des Wassers und der Luft die äussere und von uns bewohnte Seite derselben, so müssen sich auch im Innern sowohl durch Ab- als Anspülungen allmälig die Flussbetten und daher auch Richtung und Intensität der strömenden Massen verändern.

Ich glaube diese stetigen Änderungen beobachten wir an den sogenannten säcularen Variationen des Erdmagnetismus.

---

1) *Lamont*, Astronomie und Erdmagnetismus. Stuttgart 1851. p. 260 ff.

Über die bisherigen Versuche, diese Säcular-Änderungen zu erklären, drückt sich *Lamont* a. a. O. folgendermaassen aus:

»Wenn es mancherlei Schwierigkeiten hat, die einzelnen Eigenthümlichkeiten, die wir bisher, mit Beziehung auf die Begründung einer Theorie des Erdmagnetismus, angeführt haben, zu vereinbaren, und eine annehmbare Vorstellung daraus zu bilden, so zeigt sich dies als völlig unmöglich, sobald man noch die fernere aus der Beobachtung hervorgegangene Thatsache hinzufügt, dass die Vertheilung des Erdmagnetismus von Jahr zu Jahr sehr merklich sich ändert und zwar nicht etwa sprungweise, sondern in stetiger Bewegung.« . . .

»Um diese Säcular-Änderungen zu erklären haben Einige von einem allmaligen Starrwerden einzelner Theile des Erdkernes, wodurch der Magnetismus sich verschieden gestalte, Andere von einem unsichtbaren magnetischen Planeten gesprochen, der um die Erde in 700 Jahren herumgehe. Man begreift leicht, dass mit Hypothesen, die weder in der Analogie noch in sonstigen Phänomenen ihre Stütze haben, Nichts gewonnen ist, und es wird für jetzt jedenfalls am Besten sein, gleich einzugestehen, dass wir über den Grund dieser räthselhaften Erscheinung auch gar keine annehmbare Vermuthung aufstellen können.«

Man sieht hieraus, dass gerade diejenige Erscheinung, welche für alle bisher aufgestellten Erklärungen das schwierigste Problem bildete, vom Standpuncte der oben gemachten Annahmen sich gleichsam von selber ergiebt.

Wenn die allgemeine Richtung der glühendflüssigen Ströme, wie bereits angeführt, mit den durch die Stellung der Magnetnadel geforderten Verhältnissen übereinstimmt [1], so ergeben sich doch für die besonderen Verhältnisse, durch welche locale Abweichungen der Ströme und ihrer Fluthbetten bedingt sein können, ebenfalls gewisse physikalische Folgerungen aus meiner Theorie, welche jetzt näher betrachtet werden sollen.

Zunächst ist klar, dass die Configuration und Beschaffenheit der uns zugänglichen äusseren Erdoberfläche, wenn auch viel-

1) Betrachtet man die Lage der isoklinischen Linien, oder diejenigen von gleicher Horizontal-Intensität oder endlich die Linien gleichen magnetischen Potentials, so tragen sämmtliche bezüglich ihrer Richtung den Character stark westlich abgelenkter Äquatorialströme im Meere oder der Atmosphäre an sich.

leicht innerhalb weiter Grenzen, in einem gewissen Zusammenhange mit der Beschaffenheit der inneren Oberfläche der Incrustationsschale unseres Planeten steht.

Ähnlich wie die Eisdecke eines See's oder Meeres, welche sich unter mannigfachen Bewegungen und Strömungen des Wassers geschlossen hat, an ihrer äusseren Seite, durch vielfältige Unebenheiten characterisirt ist, die zum Theil mit entsprechenden Ungleichheiten auf der inneren vom Wasser bespülten Seite correspondiren, ebenso wird dies auch bei der äusseren und inneren Oberfläche der Erdrinde sein können. Da wo mächtige Gebirgsmassen schweren Gesteines an der äusseren Oberfläche zu Tage treten, werden vermuthlich im Innern ebenfalls Hervorragungen vorhanden sein, die durch ihr tiefes Eintauchen in die Gluthmassen deren Strömungen beeinflussen, wie die Gebirge auf dem Grunde des Meeres oder der Atmosphäre die Strömungen der letzteren.

8.

Sind diese Anschauungen in den Verhältnissen der Natur begründet, und besitzt die Incrustationsrinde unseres Planeten gegenwärtig noch nicht eine so grosse Dicke. dass derartige Beziehungen verschwinden, so müssen wir erwarten, dass die Lage und Configuration mächtiger Gebirgsstöcke in analoger Weise die Stellung der Magnetnadel beeinflussen, wie diejenige des Pendels.

Nachdem *Lamont* der unterirdischen Versuche von *Reich* in Freiberg gedacht [1]), und seine eigenen auf hohen Bergen angestellten magnetischen Beobachtungen kurz erwähnt hat, bemerk er hinsichtlich der obigen Frage Folgendes.

»Bei dieser Gelegenheit bemerke ich noch, dass ich den von *Kreil* zuerst beobachteten höchst merkwürdigen Einfluss der Tyroler Alpen auf die Richtung der Magnetnadel durch einzelne Messungen bestätigt gefunden habe.«

Es dürfte daher von Interesse sein, an Orten mit sogenannter Localabweichung des Pendels die magnetischen Constanten genau zu bestimmen, um hieraus auf einen möglichen

1) *Reich*, Über electrische Strömungen auf Erzgängen. *Poggendorff's* Annalen XLVIII. 1839.

Zusammenhang beider Phänomene nachweisen zu können. Jene derartige [illegible] konnten vielmehr nur durch die Annahme innerer—magnetischer Bestandtheile derselben erklärt werden. Dagegen ist eine erst ganz vor kurzem erschienene Abhandlung von *Menzzer* über den Zusammenhang der Configuration des festen Landes und der Lage der magnetischen Pole der Erde für die vorliegenden Fragen um so bemerkenswerther.

Diese Abhandlung befindet sich in *Poggendorff's* Annalen Ergänzungsband V p. 592 und ist datirt aus Halberstadt vom 4. November 1870. Das betreffende Heft der Annalen wurde Anfang August 1871 ausgegeben und kam am 5. August in meine Hände.

Wie leicht begreiflich mussten einige darin gemachten Andeutungen so wie die erlangten Resultate mit Rücksicht auf die bereits in der Sitzung am 25. Juli vorgetragenen Anschauungen für mich von grösstem Interesse sein. In der That konnte man sogar aus einigen ganz unbestimmten Andeutungen den Schluss ziehen, dass Hr. Dr. *Menzzer* zu ganz ähnlichen Vorstellungen wie die oben entwickelten über den Ursprung des Erdmagnetismus geführt worden sei.

So befindet sich z. B. gleich am Eingange der Untersuchungen p. 592 u. 593, zur Begründung der mathematischen Ableitung der betreffenden Formeln die folgende Stelle.

»*Dass* die von Osten nach Westen um die Erde kreisenden positiven Ströme die magnetische Polarität der Erde in der That bedingen, und *worin* diese Ströme ihren Grund haben, lässt sich zwar aus der Rotation der Erde ableiten, es ist aber in dem Vorliegenden nicht meine Absicht, diese Ableitung vorzutragen, vielmehr möchte ich hier nur zeigen, wie sich aus jenen Erdströmen die Lage der magnetischen Pole der Erde herleiten lasse.

Wenn die Erde allseitig von einer gleichförmigen festen Decke umgeben wäre, so würden jene mit der Rotation zusammenhängenden Erdströme überall genau [1]) von Osten nach Westen rings um die Erde verlaufen, und das Resultat würde

1) Diese Eigenschaft würde allerdings nach der oben entwickelten Ursache den Erdströmen nicht zukommen können, da ihre Richtung stets nur die Resultante einer polaren und westlichen Componente sein kann.



sein, dass die magnetischen Pole der Erde mit den geographischen genau zusammenfielen. Dies ist annähernd mit demjenigen Theile der festen Erdrinde der Fall, welcher von unten her etwa bis zur mittleren Meerestiefe reicht. Der höher gelegene Theil der Erdoberfläche besteht aber aus Wasser und Festland, und dieser Umstand modificirt jene Erdströme näher in der Weise, dass dieselbe Tendenz, welche in dem starren Theile der Oberfläche als jene Erdströme auftritt, in dem flüssigen Theile eine wirkliche ortsverändernde Rückströmung der Gewässer bewirkt.

In diesem differenten Auftreten jener rückläufigen Tendenz liegt nun der Grund, dass die magnetischen Pole der Erde gegen die geographischen verschoben werden, und es muss — wenn dieser hier vorläufig nur unter der Form einer blossen Behauptung auszusprechende Zusammenhang wahr ist — möglich sein, die Lage der magnetischen Pole aus der Configuration des Festlandes zu berechnen.«

Es scheint mir aus dieser unbestimmten Bezeichnung jener »rückläufigen Tendenz« hervorzugehen, dass dem Verfasser die oben erörterten Beziehungen zwischen electrischen und Flüssigkeitsströmen nicht bekannt waren. Wie dem auch sein mag, die Thatsache bleibt wenigstens qualitativ richtig, ohne mir hierbei ein Urtheil darüber zu erlauben, ob die quantitativen Verhältnisse zur Erklärung der fraglichen Verhältnisse ausreichend sind.

Jedenfalls ist das Resultat, zu welchem die numerische Berechnung der entwickelten Formeln führt, durch die sehr genaue Übereinstimmung mit den Beobachtungen *Hansteen*'s merkwürdig. [1])

Am Schlusse seiner Arbeit spricht der Verfasser die Vermuthung aus, dass durch allmälige Hebungen und Senkungen der Continente auch eine Veränderung in der Lage der magnetischen Pole und auf diese Weise säculare Änderungen der magnetischen Constanten eintreten würden. Nach meiner

1) *Hansteen* findet aus seinen Beobachtungen die Lage des magnetischen Nordpols wie folgt:

	Östl. Länge von Ferro:	290° 21′
	Breite:	69° 30′
Die Rechnungen *Menzzer's* geben	Länge:	289° 37′ 28″,5
	Breite:	69° 11′ 53″,8.

Theorie würde vorzugsweise die Temperaturvertheilung in der Erdrinde bei hinreichend ausgesprochener Verschiedenheit von Einfluss auf die Strömungen des glühendflüssigen Innern sein. An Stellen bedeutender Temperaturerniedrigung von aussen würde auch im Innern eine schnellere Abkühlung der die Erdkruste berührenden Flüssigkeit stattfinden und demgemäss an solchen Stellen die Tendenz zur Bildung absteigender Strömungen vorhanden sein. Einer derartigen Temperaturerniedrigung verdanken auch schon bei einer sehr frühen Entwickelungsphase die Kältepole ihr Entstehen. In meiner Abhandlung über das Rotationsgesetz der Sonne habe ich gezeigt, dass die Temperaturvertheilung an der Sonnenoberfläche, wie sie von *Secchi* beobachtet wurde, sehr einfach aus einer thermischen Reaction der atmosphärischen Strömungen auf die glühende Oberfläche abgeleitet werden kann. Da aber diese Temperaturvertheilung jederzeit so beschaffen ist, dass sie für sich allein diejenigen Strömungen erzeugen würde, durch welche sie entstanden ist, so können irgend welche Unregelmässigkeiten, welche bei der frühesten Entwickelung jener Ströme die Lage der ältesten Stellen beeinflusst haben, sich beim Fortschreiten des Abkühlungsprocesses steigern, und so die Lage jener primitiven Kältepole dauernd fixiren. Man sieht hieraus, dass im Allgemeinen diese Pole nicht genau mit den Polen der Rotation zusammenfallen können, bei der Sonne ebensowenig wie bei der Erde. Hieraus folgt alsdann, dass an diesen Stellen die absteigenden Ströme überwiegen werden, wodurch sich Strömungs-Pole bilden, die denen der electrischen Ströme entsprechen müssen.

Man sieht also, dass auch von diesem Standpuncte aus den permanenten Temperaturunterschieden an der Erdoberfläche bei genügender Grösse ein gewisser Einfluss auf die inneren Ströme und folglich auch auf den Erdmagnetismus nicht abzusprechen ist. Solche Unterschiede könnten sehr wohl durch die Bedeckung oder Entblössung der Erdoberfläche von Wasser und Eis erzeugt werden, und hierdurch der Configuration der Continente ein gewisser Einfluss auf den Erdmagnetismus gewahrt bleiben. [1])

1) *Lenz*, Untersuchung einer unregelmässigen Vertheilung des Erdmagnetismus im nördlichen Theil des finnischen Meerbusens. *Mém. de St. Pétersbourg* V. 3. p. 1—38.

9.

Viel wichtiger jedoch als die bisher angeführten Thatsachen ist die Leichtigkeit, mit welcher sich vom Standpuncte meiner Theorie das Entstehen der sogenannten magnetischen Störungen und ihr Zusammenhang mit vulkanischen Processen erklären lässt.

In der That, jede plötzliche Änderung der Stromgeschwindigkeit, mag sie durch Losreissen und Herabstürzen von Theilen der inneren Erdkruste, oder durch einen vulkanischen Ausbruch oder endlich durch die secundär hierdurch bedingten Erderschütterungen hervorgerufen sein, — alle diese plötzlichen mechanischen Änderungen müssen nothwendig eine wellenartige Störung im gleichmässigen Verlauf der glühendflüssigen Ströme im Erdinnern hervorrufen und eine analoge Störung in der Stellung der Magnetnadel bewirken. Hier mögen wiederum zunächst einige Stellen aus dem oben citirten Werke *Lamont's* folgen, welche sich direct auf die hier berührten Erscheinungen beziehen. Bezüglich des Characters der magnetischen Störungen wird unter Anderem Folgendes bemerkt:

»Wenn eine grosse Störung eintritt, so wird bei der Declination eigentlich nur ein Schwingen um die Mittelrichtung hervorgebracht, und die mittlere Declination der Störungstage weicht von dem sonstigen Mittelstande nicht ab. Anders verhält es sich mit den übrigen magnetischen Elementen: jede grosse Störung hat eine Verminderung der Horizontal-Intensität und eine Vergrösserung der Inclination zur Folge, und gewöhnlich dauert es mehrere Tage, bis der mittlere Stand wieder zurückkehrt. Damit steht auch der oft schon wahrgenommene Umstand in Zusammenhang, dass eine Störung von grossem Betrage noch an den folgenden Tagen aber immer früher eintretend, und immer an Kraft abnehmend, sich wiederholt.«

Man denke sich, dass ein bedeutender Felsblock von den Gluthströmen unter unseren Füssen zu einer bestimmten Tageszeit losgerissen wird und durch sein plötzliches Einsinken und pendelartiges Auf- und Niedertauchen die Strömung der glühenden Flüssigkeit durch wellenartige Bewegungen stört. Die Fortpflanzung derartiger Wellenbewegungen und ihre mit ab-

nehmender Stärke periodische Wiederkehr könnte vielleicht die Ursache des oben erwähnten Vorganges sein.

Auch die oben hervorgehobene charakteristische Eigenschaft *aller* grossen Störungen, nämlich die *Verminderung* der *Horizontal-Intensität* und die *Vergrösserung* der *Inclination* lässt sich, wie mir scheint, durch die entwickelten Anschauungen leicht erklären.

Man denke sich zu diesem Zwecke die Oberfläche einer Kugel den Parallelkreisen entsprechend mit isolirten Drahtwindungen belegt. Durch jede Windung werde vermittels eines besonderen galvanischen Elementes ein Strom nach gleicher Richtung wie in den übrigen Windungen geleitet. Diese Kugel stellt dann die von galvanischen Strömen umflossene Erde dar und eine an der Oberfläche angebrachte Magnetnadel wird bezüglich ihrer Richtung die analogen Erscheinungen wie eine Magnetnadel an der Erdoberfläche darbieten. Nimmt man nun an, es fände in irgend einer jener parallelen Drahtwindungen eine Schwankung des galvanischen Stromes statt, so wird die Lage der Nadel in einem solchen Sinne beeinflusst werden müssen, wie ihn jene Drahtwindung, in welcher die Stromschwankung erzeugt wird, für sich allein, bei Abwesenheit aller übrigen Ströme, bedingen würde. Gesetzt die betreffende Drahtwindung gehe gerade unter der frei beweglichen Magnetnadel hinweg und der Strom würde *verstärkt*. Alsdann sieht man sofort, dass die Inclination *vergrössert*, die Horizontalintensität *vermindert* werden müsste. Der Sinn dieses Einflusses wird derselbe bleiben bei allen *Stromverstärkungen*, welche in Windungen stattfinden, deren Abstand vom Äquator *kleiner* als derjenige der Nadel ist, d. h. also auf der Erde eine *geringere geographische Breite* haben. Dagegen müsste eine Stromschwankung in höherer Breite als die Nadel in einer *Verminderung der Stromstärke* bestehen, wenn die Lage der Nadel in gleichem Sinne wie vorher beeinflusst werden sollte.

Wenn daher für die Beobachtungen in mittleren Breiten der nördlichen Hemisphäre die oben von *Lamont* ausgesprochene Regel als eine durchschnittlich richtige betrachtet werden kann, so würde nach der entwickelten Theorie diese Erscheinung darauf schliessen lassen, dass, wenn die Ursache einer magnetischen Störung in höherer Breite als die Nadel stattfindet

dieselbe in einer Verzögerung, dagegen in geringerer Breite in einer Beschleunigung der unterirdischen Gluthströme bestehen müsse.

10.

Die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme wird bedeutend gesteigert, wenn man sich die relativen Stromgeschwindigkeiten in verschiedenen geographischen Breiten der Theorie gemäss entwickelt.

Da wir es hier unseren Anschauungen gemäss mit dem äquatorialen Oberstrom einer glühenden Flüssigkeit zu thun haben, welche durch die Rotation der Erde und durch die Reibung an der Innenseite der Incrustationsrinde in ihren Bewegungen beeinflusst, und nach Analogie der oberen Passate westlich abgelenkt wird, so sind hier auch *mutatis mutandis* die theoretischen Betrachtungen anwendbar, welche ich früher zur Ableitung des Rotationsgesetzes der Sonne angestellt hatte. [1]) Es stimmen sogar im vorliegenden Falle die Bedingungen des Problems insofern noch besser mit der Wirklichkeit überein, als wir es hier in der That mit einer festen und starren Oberfläche zu thun haben, welche durch ihre Reibung die Strömungen der Flüssigkeit beeinflusst.

Bezeichnet man daher den Verlust an Geschwindigkeit, welchen ein Flüssigkeitselement beim Übergang von der Breite φ in die Breite $\varphi + d\varphi$, vermöge der Reibung an der concaven Fläche der kugelförmigen Incrustationsrinde erleidet mit dv und setzt diesen Verlust, wie früher den Zuwachs, proportional den folgenden drei Grössen:

1. der Geschwindigkeitsdifferenz zweier Puncte an der concaven Kugelfläche, deren Breitendifferenz gleich $d\varphi$ ist,
2. der Grösse der Reibungsfläche der Masseneinheit,
3. dem Reibungscoefficienten a zwischen der Flüssigkeit und der festen Rinde,

so hat man ganz analog den a. a. O. p. 54 und 55 ausgeführten Entwickelungen für den Geschwindigkeitsverlust dv beim Übergang eines Flüssigkeitstheilchens von niederer in höhere Breite:

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad dv = Aav_1 \sin\varphi \cos\varphi \, d\varphi$$

1) Diese Berichte 11. Febr. 1871. p. 54 ff.

Hierin bedeutet A eine von der Beschaffenheit der Körper abhängige Constante und v_1 die Lineargeschwindigkeit eines Punctes am Äquator der festen Kugelschale.

Demgemäss ist die Geschwindigkeit, welche ein Theilchen beim Übergange vom Äquator in die Breite φ verliert:

$$Aav_1 \int_0^{\varphi} \sin\varphi \cos\varphi \, d\varphi$$

Folglich ist die noch übrigbleibende Geschwindigkeitscomponente v_i, wenn man die ursprüngliche Geschwindigkeit des Theilchens gleich v_1 setzt, d. h. übereinstimmend mit derjenigen eines Äquatorialpunctes auf der festen Rinde:

(2) . . . . . . $v_i = v_1 - \frac{Aav_1}{2} \sin^2\varphi$

Die Lineargeschwindigkeit v_e eines Theilchens der festen Erdrinde ist aber unter den gemachten Voraussetzungen:

(3) . . . . . . $v_e = v_1 \cos\varphi$

Setzt man:

$$\frac{Aa}{2} = p$$

und subtrahirt die beiden letzten Gleichungen von einander, so erhält man:

(4) . . $v_i - v_e = v_1[1 - (\cos\varphi + p\sin^2\varphi)]$

Dieser Ausdruck spricht das Gesetz aus, nach welchem sich die Differenz der linearen Geschwindigkeiten der inneren Gluthströme (v_i) und der festen Incrustationsrinde (v_e) mit der Breite φ ändert. Diese Differenz ist aber offenbar nichts anderes als die Stromgeschwindigkeit der glühenden Flüssigkeit gegenüber der festen Erdrinde.

Man überzeugt sich leicht, dass die Constante p stets einen mittlern Werth besitzen muss, welcher beträchtlich kleiner als Eins ist, so dass der obige Ausdruck, abgesehen von Specialfällen, im Allgemeinen mit zunehmender Breite wächst und an den Polen ein Maximum erreicht.

Da aber nach der entwickelten Theorie die magnetischen Erscheinungen an der Erdoberfläche nichts anderes als Wirkungen jener strömenden Bewegungen des glühendflüssigen Erdinnern sind, so werden auch die magnetischen Er-

scheinungen mit zunehmender Breite an Intensität wachsen müssen. Hieraus folgt nun auch, mit Rücksicht auf die oben von *Lamont* characterisirten Eigenthümlichkeiten der Störungen, dass diese in höheren Breiten viel intensiver sein müssen und im Allgemeinen nur in einer Verminderung der Stromintensität bestehen können, wie dies oben zur Erklärung der Verminderung der Horizontalintensität und Vergrösserung der Inclination vorausgesetzt wurde.

Die mit wachsender geographischer Breite zunehmende Stärke der magnetischen Störungen spricht *Lamont* a. a. O. (p. 271) direct mit folgenden Worten aus:

»Die Grösse der Bewegungen nimmt allmälig zu vom Äquator gegen den Nord- und Südpol hin: in der Äquatorialzone selbst trifft man nur geringe Bewegungen an.«

Eine fernere Bemerkung über die Grösse der Bewegungen der Magnetnadel bei den Störungen findet sich auf der folgenden Seite:

»Ich habe selbst Änderungen der Declination von 10 Bogen-Minuten, in einer Minute Zeit gesehen. In unsern Gegenden kommt jedoch eine so rasche Bewegung ausserordentlich selten vor. In den Polar-Regionen dagegen ist es oft der Fall, dass die Bewegung der Instrumente nicht mehr genau beobachtet werden kann. *Bravais* und seine Gefährten bei der Nord-Expedition 1838—39 haben wiederholt hiervon sich zu überzeugen Gelegenheit gehabt. Schon in Petersburg und Sitka sind sehr rasche Bewegungen nicht selten.

11.

Dass der Eintritt irgend einer Störung an allen Puncten der Erdoberfläche gleichzeitig wahrgenommen werden muss, ist leicht ersichtlich, sobald man sich vergegenwärtigt, dass die Einwirkung der Erde auf die Magnetnadel eine Resultante der magnetischen Gesammtwirkung der Erde ist. Jede Veränderung irgend einer Componente muss sich daher nothwendig für unsere Beobachtungen auch als eine Veränderung jener Resultanten bemerklich machen.

Anders verhält es sich jedoch mit der Stärke und Beschaffenheit einer magnetischen Störung. Es ist klar, dass

die **Stärke** einer solchen an demjenigen Puncte der Erdoberfläche am intensivsten sich äussern muss, welcher dem Sitze der Ursache am nächsten ist. Nach unserer Theorie würde eine solche Ursache in dem Losreissen oder der Anschwemmung eines unterirdischen Felsblockes bestehen, welcher dadurch die Geschwindigkeit der Gluthströme an dem betreffenden Puncte modificirt und so gleichzeitig eine Modification der davon abhängigen galvanischen Wirkung auf die Magnetnadel hervorbringt.

Vergegenwärtigt man sich die Bewegungen, welche nach den Gesetzen der Hydrodynamik und den unmittelbar unter analogen Verhältnissen angestellten Beobachtungen an Flüssigkeiten wahrgenommen werden können, so ist es leicht sich vom Standpuncte unserer Theorie im Allgemeinen von dem Fortschreiten dieser Bewegungen Rechenschaft zu geben.

Nehmen wir z. B. an, es löste sich von der inneren Incrustationsrinde der Erde gerade unter unserem Standpuncte ein Felsblock los, so würde derselbe, dem Gesetze der Schwere folgend, zunächst in die glühende Flüssigkeit sinken um dann, je nach der Grösse des specifischen Gewichtes, entweder wieder emporzutauchen oder in grössere Tiefen des glühendflüssigen Innern hinabzusinken und sich dort unter der Einwirkung höherer Temperaturen wieder aufzulösen.

In beiden Fällen wird das plötzlich gestörte hydrostatische Gleichgewicht sich in Form einer **Wellenbewegung** wieder herstellen, welche von dem Orte, wo das Hinabstürzen des Felsblockes stattfand, sich nach allen Richtungen mit der der Flüssigkeit eigenthümlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit fortbewegt; analog den Wellenkreisen, welche auf einer ruhigen Wasseroberfläche von der Stelle ausgehen, an welcher ein Stein in's Wasser gefallen ist.

Es ist aber klar, dass sowohl die **Geschwindigkeit** des Fortschreitens als auch die Form oder **Gestalt der Wellen** wesentlich modificirt werden muss, wenn die Flüssigkeit keine ruhende, sondern eine nach bestimmter Richtung gleichförmig fliessende ist.

In der zur Strömung senkrechten Richtung werden sich die Wellen mit der dem Medium eigenthümlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit weiter bewegen, parallel der Strömung, dagegen schneller in der Richtung derselben als nach der ent-

gegengesetzten. Gleichzeitig wird aber auch die Gestalt der Wellen auf der nach der Stromrichtung gelegenen Seite des Wellencentrums eine gestrecktere oder länger ausgedehnte als nach der andern Richtung sein. Die Höhe der Wellen wird durch die Begrenzung der Flüssigkeitsoberfläche bedingt sein, so dass da, wo dieselbe durch jene Begrenzung mehr eingeengt ist, die Höhe der Wellenberge wächst, im entgegengesetzten Falle dagegen abnimmt.

Übertragen wir diese einfachen Gesetze der Hydromechanik *mutatis mutandis* auf die glühende Flüssigkeit im Innern unserer Erde, so ist sofort ersichtlich, dass die durch einen losgelösten Felsblock in der oben geschilderten Weise entstandene Welle in der Richtung des betreffenden Parallelkreises andere Modificationen als in der Richtung des Meridians erleiden muss. In der ersteren Richtung wird die Welle, gleichsam wie in einem kreisförmigen Canal, zu beiden Seiten der Erregungsstelle fortschreiten und an der etwa 180° gegenüberliegenden Stelle die entgegengesetzte Phase von derjenigen erzeugen, (also unter den hier angenommenen Verhältnissen einen Wellenberg,) durch welche die Welle entstand. Da aber ein Wellenberg in der glühenden Flüssigkeit nothwendig den Druck gegen die sie von oben überbrückende Erdrinde verstärken und so die Friction der von Westen nach Osten strömenden Gluthmasse steigern wird, so ist klar, dass dadurch parallel der fortschreitenden Welle eine Schwankung der magnetischen Constanten verknüpft sein muss. Es ist aber ferner klar, dass die Richtung des Fortschreitens einer Flüssigkeitswelle bezüglich ihrer electromotorischen Wirkung vollkommen von der Richtung der Strömung, welche gleichzeitig das Fortschreiten und die Form der Welle beeinflusst, getrennt werden muss. Der mechanische Process, von welchem nach den bisher entwickelten Anschauungen die Erregung electrischer Ströme abhängt, besteht in einer relativen und in der ganzen Masse stets gleichgerichteten Verschiebung paralleler Flüssigkeitsfäden. Durch die Untersuchungen der Gebrüder *Weber* ist indessen direct bewiesen, dass bei der Wellenbewegung tropfbar-flüssiger Körper die Elemente mehr oder weniger geschlossene Bahnen von verhältnissmässig kleinen Krümmungsradien beschreiben. Ein in der angenommenen Weise erregter Wellenberg der glühenden Flüssigkeit kann daher auch, gleichgültig nach welcher Richtung

er fortschreitet, nur eine Vergrösserung des hydrostatischen Druckes erzeugen. Demgemäss können alle Wirkungen, welche durch eine Veränderung der Stromgeschwindigkeit der glühenden Flüssigkeit hervorgerufen werden, also z. B. die galvanischen Wirkungen auf die Magnetnadel, durch eine solche Welle nur verstärkt werden, indem dieselbe den hydrostatischen Druck vergrössert, mit welchem nach den oben (p. 486) angeführten Versuchen von *Quincke* die Intensität der Diaphragmenströme wächst.

Lamont hebt es nun in der That als einen Erfahrungssatz hervor, dass die Ursachen, welche eine tägliche Periode in den Veränderungen der magnetischen Constanten erzeugen, in der Regel bei den Störungen nur verstärkt werden, so dass die Letzteren gleichsam als eine Steigerung derjenigen Ursachen betrachtet werden können, welche die täglichen Schwankungen erzeugen. Die Worte *Lamont's* hierüber lauten a. a. O. (p. 271) folgendermaassen:

»Jede Tageszeit hat demnach ihre vorherrschende Störungsweise, und zwar stellen sich in der Regel die Störungen nur als eine Verstärkung der täglichen Bewegung dar. So finden wir, dass, wenn die Declination in ihrer westlichen Bewegung begriffen ist, sie durch die störende Kraft einen Impuls nach Westen, und wenn sie in östlicher Bewegung ist, einen Impuls nach Osten erhält.«

Ebenso entsprechend den obigen Folgerungen meiner Theorie scheinen mir mit Berücksichtigung des Einflusses der Tageszeit auf die Störungen die folgenden Bemerkungen *Lamont's* (p. 274):

»Stellt man die gleichzeitigen Beobachtungen von Petersburg, Katherinenburg, Barnaul, Nertschinsk, Sitka, Makerstoun, die sämmtlich in der Nähe der Parallele von 55° sich befinden, neben einander, so findet man, dass, wenn in Petersburg eine grosse Störung eintritt, wie es häufig der Fall ist, in Katherinenburg die Nadel nach derselben Richtung sich bewegt, aber einen weit kleineren Weg zurücklegt: in Barnaul und Nertschinsk geht zwar die Bewegung noch immer in gleichem Sinne, nähert sich aber schon dem Verschwinden: weiter östlich verschwindet sie wahrscheinlich gänzlich, um in Sitka wieder aufzutauchen, aber in entgegengesetztem Sinne:

endlich zeigt sich in Makerstoun die Störung wieder in der ursprünglichen Gestalt, nur weniger intensiv als in Petersburg.

Fast alle grösseren Störungen offenbaren sich ganz in der hier beschriebenen Weise, und ich halte es für höchst wahrscheinlich, dass es nicht verschiedene Störungsquellen gebe, sondern alle Störungen dieselbe Entstehungsweise und denselben Verlauf haben, wobei sie jedoch, wie oben bereits angegeben ist, durch die Tageszeit modificirt werden.«

Noch characteristischer tritt die Übereinstimmung der oben aus der Theorie gefolgerten Beziehungen der Störungen in demselben Parallelkreise in den folgenden Worten *Müller's* hervor: 1)

»Für verschiedene Orte, welche nahezu gleiche geographische Breite, aber verschiedene Länge haben, zeigt sich gleichfalls ein Zusammenhang in den Störungen, aber in anderer Weise. Wenn zu irgend einer Zeit an einem bestimmten Orte eine besonders starke Störungsschwankung stattfindet, so wird sie nach Ost und nach West hin in gleicher Richtung, aber mit abnehmender Stärke auftreten; 90° östlich und 90° westlich von dem Orte, wo die Schwankung im Maximum auftritt, wird in demselben Momente gar keine oder nur eine unbedeutende Schwankung beobachtet, auf der andern Hälfte des Parallels aber haben die gleichzeitigen Störungsschwankungen eine entgegengesetzte Richtung, und zwar zeigt sich ein östliches Maximum 180° von dem Puncte entfernt, wo gerade das westliche Maximum auftritt.«

12.

In ebenso befriedigender Weise, wie sich die Modificationen einer magnetischen Störung in der Richtung eines Parallelkreises in ihren wesentlichen Grundzügen aus der entwickelten Theorie ableiten lassen, ist dies auch mit den Modificationen in der Richtung des Meridians der Fall.

Berücksichtigt man, dass beim Fortschreiten einer Welle nach den Polen das Fluthbett nothwendig eingeengt wird, und dass nach dem Obigen die Stromgeschwindigkeit mit wachsender Entfernung vom Äquator zunimmt, so ist klar, dass durch den

1) Kosmische Physik 3. Auflage 1872. p. 761.

ersten Umstand die Höhe einer nach den Polen fortschreitenden Welle wachsen muss, ähnlich wie die Fluthhöhe des Meeres durch gleiche Ursachen an der Erdoberfläche vergrössert wird. Durch den zweiten Umstand wird die Intensität der Störung, welche diese Welle durch gesteigerten Druck vermehrt, ebenfalls vergrössert, so dass im Allgemeinen eine in mittlerer Breite entstehende Störung bei ihrer Fortpflanzung sich in höheren Breiten stärker, in niedrigeren Breiten dagegen schwächer bemerkbar machen muss, ohne dass der Sinn oder die Richtung in derselben Hemisphäre wesentlich verändert wird.

Dass dagegen eine Welle, welche sich von einem Puncte auf der nördlichen Hemisphäre über den Äquator hinweg nach der südlichen Hemisphäre fortpflanzt, hier die entgegengesetzte Bewegung der Nadel erzeugen muss, ist ohne Weiteres klar. Denn da eine solche Welle durch Steigerung des hydrostatischen Druckes stets nur die Intensität der electrischen Erregung in dem durch die Stromrichtung bereits bestimmten Sinne erzeugen kann, so muss natürlich dieselbe Ursache, welche z. B. in der nördlichen Hemisphäre ein Sinken des Nordendes der Nadel erzeugt, in der südlichen Hemisphäre ein Sinken des Südendes erzeugen.

Alle diese Consequenzen werden durch die Beobachtungen bestätigt. Indem *Lamont* die graphischen Darstellungen von gleichzeitig in demselben Meridiane angestellten Beobachtungen einer Störung vergleicht, welche am 28. August 1841 1 Uhr Morgens eintrat, bemerkt er (p. 273) Folgendes:

»Geht man vom Äquator aus gegen Norden oder Süden, so nehmen die Bewegungen stetig an Grösse zu: die Form bleibt dabei im Wesentlichen ungeändert.

Die südlichen und nördlichen Stationen scheinen auf den ersten Anblick nicht übereinzustimmen, es stellt sich indessen eine vollkommene Harmonie her, sobald man wahrgenommen hat, dass in Süden die Bewegungen eine entgegengesetzte Richtung nehmen. . .

Man wird bemerken, dass, je weiter man vom Äquator sich entfernt, desto mehr Abweichungen in der Form sich zeigen. Es haben keine sehr weit gegen Norden oder Süden gelegenen Stationen bei dieser Terminbeobachtung mitgewirkt und wir wissen nicht, welche Form die Störung gegen die Pole hin an-

genommen hat; indessen ist aus sonstigen Beobachtungen bekannt, dass in den Polar-Gegenden die Störungen eine ausserordentliche Grösse erlangen und ihre Form gänzlich ändern.«

»Hinsichtlich der Grösse der Störungen habe ich ein merkwürdiges Gesetz aus den Beobachtungen abgeleitet. Es giebt nämlich für Europa eine bestimmte »Störungsscala«, wonach, wenn in Mailand eine Bewegung von 10′ stattfindet, die correspondirenden Bewegungen in München 11′, in Krakau 12′, in Breda 16′, in Göttingen 18′, in Kopenhagen 22′ u. s. w. betragen werden. Nach *Bravais* würde in Bosskop die Scalenzahl 55′ sein, jedoch wird die Form hier schon meistens bis zur Unkenntlichkeit verändert.«

Der oben aus der Theorie gefolgerte symmetrische Gegensatz zwischen der nördlichen und südlichen Hemisphäre ist natürlich unabhängig von der Ursache, welche eine Steigerung oder Schwächung der Strömung erzeugt, mag dieselbe eine innere, wie bei den Störungen, oder eine äussere, wie bei den von den Beziehungen der Erde zur Sonne abhängigen Einflüssen sein. In Übereinstimmung hiermit bemerkt *Lamont* bezüglich der täglichen Periode Folgendes:

(l. c. p. 268) »In der südlichen Halbkugel ist die Folge der magnetischen Änderungen während der 24stündigen Periode ganz dieselbe, aber die Bewegung durchgängig in entgegengesetztem Sinne, wo nämlich eine westliche Bewegung oder eine Zunahme im Norden stattfindet, trifft man in Süden eine östliche Bewegung oder eine Abnahme. Auch ist die Bewegung am kleinsten auf der Südseite des Äquators, wenn sie auf der Nordseite am grössten ist, weil der Winter der Südseite unserem Sommer entspricht.«

Schliesslich dürften auch die folgenden Worte *Lamont's* die bisher entwickelten Anschauungen von dem Zusammenhange der erdmagnetischen Erscheinungen mit den Strömungen und wellenartigen Bewegungen einer unterirdischen tropfbarflüssigen Masse nicht unwesentlich unterstützen.

»So wichtig auch die magnetischen Störungen für die Theorie sind, so würden sie schwerlich so sehr die Aufmerksamkeit gefesselt haben, hätten sie nicht etwas Eigenthümliches, ich möchte sagen, etwas Magisches, insoferne als sie durch unsichtbare

Kräfte hervorgerufen werden, wovon keine Spur in den sonstigen Naturerscheinungen sich vorfindet.«

»Es ist schon bei der Beobachtung unmöglich, alle kleinen Ausbeugungen, insbesondere das Wellenartige, was in allen magnetischen Änderungen wahrgenommen wird, zu verfolgen und aufzunehmen.«

»Ein gleichförmiges Zu- oder Abnehmen tritt bei den magnetischen Elementen niemals ein, sondern die Änderung kommt schubweise zu Stande, so dass nach jedem Schub eine kleine rückgängige Bewegung erfolgt. Man wird dabei lebhaft an die Ebbe und Fluth des Meeres erinnert, wo jede folgende Welle etwas weiter kommt, als die vorhergehende, und zwischen je zwei Wellen ein Zurückweichen des Wassers stattfindet. Die magnetischen Wellen sind übrigens ebenso wenig wie die Meereswellen einander gleich; wahrscheinlich werden sie auch nach der geographischen Position verschieden sein. Bei uns dauert der Vorübergang einer magnetischen Welle zwischen 3 und 15 Secunden. Diese merkwürdige Eigenthümlichkeit der magnetischen Kraft habe ich im Jahre 1841 erkannt, als ich magnetische Instrumente von neuer Construction und mit sehr leichten luftdicht eingeschlossenen Nadeln versehen, aufgestellt hatte; mit den früher gebrauchten schweren Stäben konnten Bewegungen von so kurzer Dauer nicht beobachtet werden.«

13.

Die bisher entwickelten Anschauungen über die physischen Ursachen des Erdmagnetismus [1]) lassen unmittelbar einen Zu-

---

1) Während des Druckes dieser Arbeit erhalte ich die Nachricht von einer sehr merkwürdigen Beobachtung, welche vor Kurzem beim Bohren eines sehr tiefen artesischen Brunnens in Frankreich gemacht worden ist. Der Pariser Akademie ist hierüber in der Sitzung am 9. October 1871 eine Mittheilung gemacht worden, welche in den *Comptes rendus T. LXXIII. p* 910 abgedruckt ist. Sie ist betitelt: »Etude de l'eau artésienne de Rochefort. Note de M. Roux (Extrait).« Die bezügliche Stelle lautet:

»Une particularité intéressante, que nous avons observée pendant les travaux artesiens est *l'aimantation énergique de la sonde. Ses tiges désarticulées après le travail, constituaient autant d'aimants partiels, ayant chacune son pôle boréal et son pôle austral*.«

Mit Berücksichtigung des schwachen Mineralmagnetismus der Gesteine

sammenhang aller der auf ihn bezüglichen Phänomene mit den vulkanischen Erscheinungen an der Erdoberfläche erwarten. In der That, wenn diese Vorgänge nach den Grundsätzen einer jeden rationellen Geologie als Reactionen des glühendflüssigen Innern gegen die feste Incrustationsrinde der Erde aufzufassen sind, so müssen sich diese Reactionen sowohl in mechanischen als auch magnetischen oder electrischen Wirkungen bemerklich machen. Die ersteren beobachten wir in den Erderschütterungen und vulkanischen Eruptionen, die zweiten an den Schwankungen der Magnetnadel. Der von unserer Theorie mit Nothwendigkeit geforderte enge Zusammenhang beider Klassen von Erscheinungen wird ebenfalls durch zahlreiche Beobachtungen bestätigt. Es mögen hier zum Beweise nur die Thatsachen angeführt werden, welche *Lamont* in der mehrfach citirten Schrift p. 277 mit folgenden Worten beschreibt:

»*Kreil* hat viele Fälle zusammengestellt, wo magnetische Störungen mit Erdbeben zusammentrafen; danach hält er einen Zusammenhang beider Erscheinungen für wahrscheinlich. Ein höchst merkwürdiger Fall ist mir selber in dieser Hinsicht vorgekommen. Am 18. April 1842 um 10 Minuten nach 9 Uhr Morgens sah ich zufälliger Weise bei dem Declinations-Instrumente nach, als die Nadel plötzlich einen Stoss erhielt, dass die Scala aus dem Gesichtsfelde des Fernrohrs hinausfuhr; die Schwingungen dauerten einige Zeit fort, und endlich stellte sich die gewöhnliche Ruhe wieder her. Einige Tage später erhielt ich Nachricht von *Colla* in Parma, dass er heftige Oscillationen der Nadel beobachtet habe, und die Vergleichung zeigte, dass die Bewegung in Parma in demselben Augenblicke wie in München eintrat. Kurze Zeit danach wurde der Bericht eines französischen Ingenieurs über ein heftiges Erdbeben, welches er in Griechenland beobachtet hatte, bekannt gemacht, und nun ergab sich, dass das Erdbeben in derselben Minute stattgefunden hatte, wo die heftige Bewegung der Nadel in Parma und München bemerkt worden war. Hält man diesen Fall mit den vielen von *Kreil* und *Colla* gesammelten Thatsachen zusammen, so lässt sich kaum an dem Vorhandensein einer engeren Verbin-

kann diese merkwürdige Erscheinung, wie ich glaube, nur durch die Annahme kräftiger galvanischer Ströme in jenen Tiefen der Erde erklärt werden, was den Gesetzen der Stromverzweigung bezüglich der Intensität der Ströme vollkommen entsprechen würde.

dung zweifeln, wobei jedoch unentschieden bleibt, ob die eine Erscheinung die andere zur Folge hat, oder beide von einer gemeinschaftlichen Quelle ausgehen.«

Denselben Zusammenhang zwischen Erderschütterungen und magnetischen Störungen hat *Lamont* bei dem im December des Jahres 1861 in Griechenland stattgefundenen Erdbeben beobachtet.

Er theilt die hierauf bezüglichen Erscheinungen in *Poggendorff's* Annalen Bd. CXV. p. 176 mit folgenden Worten mit:

»Da der Zusammenhang des Erdmagnetismus mit den Erdbeben noch immer zu den ungenügend ermittelten Verhältnissen gehört, so wird es nicht unzweckmässig erscheinen, wenn ich hier eine darauf bezügliche Thatsache mittheile. Am 26. December 1861, als ich um 8 Uhr Morgens den Stand der magnetischen Instrumente aufzeichnete (wovon im magnetischen Observatorium sechs aufgestellt sind, nämlich zwei für Declination, zwei für Intensität und zwei für Inclination), bemerkte ich an sämmtlichen Instrumenten eine ungewöhnliche Unruhe, bestehend darin, dass der Stand schnell und unregelmässig um mehrere Theilstriche zu- und wieder abnahm, und zugleich ein Zittern in verticaler Richtung eintrat. Das Zittern der Nadeln hielt nur kurze Zeit an, die schnellen Änderungen des Standes aber dauerten, allmälig an Heftigkeit wachsend, bis gegen $8^1/_2$ Uhr fort. Einige Tage später traf die Nachricht ein, dass genau mit obiger Beobachtung gleichzeitig ein Erdbeben an verschiedenen Puncten Griechenlands grosse Verwüstungen angerichtet hatte.

Hiermit ist neuerdings festgestellt, dass nicht bloss die Erschütterungen, welche ein Erdbeben hervorbringt, auf grosse Entfernungen sich verbreiten, sondern auch die Kräfte, welche das Erdbeben erzeugen, zugleich den Magnetismus der Erde in gewissem Grade modificiren. Die Modification besteht ohne Zweifel darin, dass ein *Erdstrom hervorgerufen wird*, was sich auch im obigen Falle insofern bestätigt hat, als die an der hiesigen Sternwarte aufgestellten Erdstromvorrichtungen zur angegebenen Zeit ungewöhnlichgrosse Thätigkeit zeigten.«

14.

Die besprochenen Erscheinungen dürften im Wesentlichen alle diejenigen Thatsachen umfassen, welche unabhängig von der Beziehung der Erde zu andern Himmelskörpern, lediglich eine Beziehung irdischer Zustände und Veränderungen zum Erdmagnetismus ausdrücken. Es sollen nun in Folgendem auch diejenigen Phänomene vom Standpuncte der entwickelten Theorie geprüft werden, welche in bestimmtester Weise auch eine magnetische Beziehung der Erde zu andern Himmelskörpern verrathen.

Da nach unserer Theorie die Strömungsverhältnisse des glühend-flüssigen Erdinnern in nichts Anderem als in einer Wiederholung der Strömungsverhältnisse an der Sonnenoberfläche bestehen, so müssen auch bei gleichen Ursachen die gleichen Wirkungen vorhanden sein. Es muss also die Sonne aus denselben Gründen wie die Erde als ein magnetischer Weltkörper betrachtet werden, dessen Rotations-Pole im Allgemeinen nicht genau mit den magnetischen Polen zusammenfallen.

Setzt man aber bei der glühenden Flüssigkeit, aus welcher die Sonnenoberfläche besteht, dieselbe Beziehung zwischen der Richtung der Flüssigkeits- und Electricitätsströmung voraus, so ergiebt sich, dass die Pole der Sonne die entgegengesetzte magnetische Polarität der entsprechenden Pole der Erde besitzen müssen.

Denn da die Sonnenoberfläche noch keine feste Incrustationsrinde besitzt, und nach dem Rotationsgesetze die Strömungen in ihr durch die Reaction der polaren Unterströme der Atmosphäre erzeugt werden, so sind diese Strömungen als nord-östliche entgegengesetzt gerichtet den süd-westlichen äquatorialen Oberströmen des glühend-flüssigen Erdinnern. Es muss also hieraus mit Rücksicht auf die gleichgerichtete Rotation der Sonne und Erde, bei ersterer ein magnetischer Südpol vorausgesetzt werden, wo bei letzterer ein magnetischer Nordpol existirt.

Bezüglich der Schichten, in welchen die erregten electrischen Differenzen sich in Form von galvanischen Strömen wieder ausgleichen, vertreten auf der Sonne die dichten und dampfreichen

untersten Schichten der Atmosphäre die Stelle der unteren Theile der Incrustationsrinde auf der Erde. Es ist mir nicht unwahrscheinlich, dass wir diese electrischen Ausgleichungsprocesse häufig in Form von Protuberanzen beobachten, namentlich solcher, welche gleichsam tiefer gelegene Theile überbrücken und hierdurch bei der Dunkelheit des überbrückten Raumes die Veranlassung zur Vermuthung dunkler Protuberanzen gegeben haben.[1])

Verallgemeinert man die hier gewonnenen Resultate mit Rücksicht auf die wesentliche Gleichartigkeit der Entwickelungsgeschichte aller grösseren Weltkörper, so kann man diese Verallgemeinerung in folgendem Satze aussprechen:

Alle rotirenden Weltkörper besitzen magnetische Pole, welche nicht genau mit den Polen der Rotation zusammenfallen. Im Laufe der allmäligen Erkaltung wechselt die Polarität ihr Zeichen, so dass ein noch glühend-flüssiger Weltkörper die entgegengesetzte Polarität eines incrustirten besitzt.

Die magnetische Polarität verschwindet, erstens in der Phase des Zeichenwechsels, d. h. in derjenigen Entwickelungsphase, wo, wie bei den veränderlichen Sternen die Schlackenmassen bereits den Character ausgedehnter Continente annehmen, und zweitens bei durchgängiger Erstarrung des Innern. Selbstverständlich wird hierbei von dem permanenten Magnetismus einzelner Mineralien gänzlich abgesehen.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen ist also vom Stand-

1) Die Protuberanz-Beobachtungen von *Respighi, Tacchini, C. A. Young, Norton* u. A. enthalten zahlreiche Andeutungen über den nordlichtartigen Character gewisser Protuberanzgebilde und es wird auch bezüglich der innern Theile der Corona bei totalen Sonnenfinsternissen auf diesen Character hingewiesen. Ebenso hat *Lamont* mit Rücksicht auf die ausserordentlich grosse Veränderlichkeit der Protuberanzen auf die analogen Verhältnisse beim Nordlicht hingewiesen.

Es ist aber hierbei stets festzuhalten, dass diese Analogien nur eine bestimmte Klasse von Protuberanzen treffen, während bei andern der eruptive Character vulkanischer Erscheinungen gegenwärtig gar nicht mehr zu bezweifeln ist. Über die Classification der Protuberanzen in dampf- oder wolkenförmige und in eruptive Gebilde vergl. meine Abhandlung »Über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne.« (Diese Berichte, Sitzung am 2. Juni 1870.)

puncte meiner Theorie die Existenz einer magnetischen Beziehung zwischen der Sonne und den Planeten wenigstens qualitativ als eine physikalische Nothwendigkeit zu betrachten. Über die quantitären Verhältnisse können uns nur die Beobachtungen Aufschluss geben. Es soll daher im Folgenden untersucht werden, in wieweit die oben theoretisch abgeleiteten Verhältnisse im Stande sind, von dem allgemeinen Character jener Beziehungen, soweit er sich als ein gesetzmässiger in den Beobachtungen ausspricht, Rechenschaft zu geben.

15.

Die Rotationsaxe der Sonne ist mit Zugrundelegung der Beobachtungen und Rechnungen von *Spörer* um 6° 57′ gegen die Ebene der Erdbahn geneigt. Die Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnenäquators beträgt (für 1866.5) 74° 36′. Hieraus ergiebt sich die Länge des Nordpoles der Sonne zu 164° 36′ und folglich diejenige des Südpoles zu 344° 36′. Denkt man sich eine Ebene durch die Sonnenaxe senkrecht zur Ebene der Erdbahn gelegt, so durchschneidet die Erde bei ihrer Bewegung um die Sonne diese Ebene an zwei Tagen, nämlich am 6. September und am 7. März. Am ersten Tage wendet die Sonne ihren Nordpol, am zweiten ihren Südpol am meisten der Erde zu.

Es folgt hieraus, dass alle Erscheinungen, welche durch eine magnetische Induction der Sonne an der Erdoberfläche hervorgerufen werden, um die angegebenen Zeiten des Jahres ein Maximum erreichen müssen.

Vergegenwärtigen wir uns noch einmal die Beschaffenheit der Wirkungen, welche durch eine derartige Induction der Sonne auf und in der Erde erzeugt werden können, so sind dieselben doppelter Natur, nämlich

1. mechanische Wirkungen durch Veränderung der Stromgeschwindigkeit der inneren Gluthströme,
2. magnetische oder electrische Wirkungen, welche mit jenen mechanischen Veränderungen nach unserer Theorie nothwendig verknüpft sind.

Was den ersten Satz betrifft, so ist klar, dass, wenn die Ursache des Erdmagnetismus in jenen eng und nothwendig mit den Gluthströmen verknüpften galvanischen Strömen

begründet ist, auch eine jede Verstärkung oder Verminderung des Erdmagnetismus durch Induction eine entsprechende Vergrösserung oder Verminderung der Stromgeschwindigkeit der Gluthströme erzeugen muss. Es ist bereits oben gezeigt, wie mit der Grösse dieser Geschwindigkeit auch die Grösse der störenden Einflüsse wachsen muss, und daher zur Zeit der kräftigsten magnetischen Induction ein Maximum der Erderschütterungen, der magnetischen Störungen, und der hierdurch unmittelbar vermöge der galvanischen Induction in den verdünnteren Regionen unserer Atmosphäre erzeugten Nordlichter.

Theoretisch müssten aber ausser diesen an der Oberfläche der Erde zu beobachtenden Erscheinungen, auch noch Veränderungen des Temperaturzustandes im Innern der Erde vor sich gehen. Denn es wurde schon oben (p. 507) darauf hingewiesen, dass die Vergrösserung oder Verminderung der lebendigen Kraft der Stromgeschwindigkeit in der Gluthmasse nach dem Princip von der Erhaltung der Kraft nur auf Kosten des Kraftvorrathes im Systeme vor sich gehen kann. Ein jeder grosser und noch nicht vollkommen erstarkter Weltkörper repräsentirt uns aber, abgesehen von seiner translatorischen und rotatorischen Bewegung um die Axe, seinen Kraftvorrath in doppelter Gestalt:

1. In Form von Wärme, welche sich durch Ausstrahlung fortdauernd vermindert.
2. In Form von mechanischer Bewegung in den Strömungen seiner gasförmigen oder tropfbar-flüssigen Bestandtheile.

Wird der eine dieser Bestandtheile, ohne äussere Mittheilung von lebendiger Kraft, vermehrt oder vermindert, so kann dies nur auf Kosten des andern Bestandtheiles geschehen.

Wird daher durch magnetische Induction die Stromgeschwindigkeit vergrössert, so muss gleichzeitig hiermit eine Temperaturerniedrigung der strömenden Massen verbunden sein und umgekehrt.

Gäbe es also eine physische Ursache, durch welche der magnetische Zustand der Sonne periodisch verstärkt oder vermindert werden könnte, so müsste sich nach dem Gesagten in Folge der hiermit gleichzeitig verbundenen Variationen der magnetischen Induction der Erde eine Variation der inneren Erd-

wärme ergeben, welche um so bemerkbarer sein wird, je tiefer die Erdthermometer eingesenkt und so dem glühend-flüssigen Erdinnern näher sind.

Eine solche physische Ursache, welche den magnetischen Zustand der Sonne nach unserer Theorie nothwendig periodisch verändern muss ist aber in der Natur wirklich vorhanden, nämlich die periodisch veränderliche Quantität der Sonnenflecken.

Ich habe in meiner Abhandlung über das Rotationsgesetz der Sonne und der grossen Planeten [1]) theoretisch nachgewiesen, dass die Anwesenheit der Flecken auf der Sonnenoberfläche sehr wesentliche aber gesetzmässige Modificationen des Rotationsgesetzes erzeugen müsse. Diese Modificationen sind auch vollkommen der Theorie entsprechend durch die Beobachtungen von *Spörer* direct nachgewiesen, so dass es mir gelang, eine theoretische Formel für das modificirte Gesetz der Strömungen aufzustellen, welche sogar viel befriedigender als die von *Spörer* empirisch abgeleitete die Beobachtungen darstellt.

Den wesentlichen Character des veränderten Rotationsgesetzes zur Zeit der Fleckenmaxima und die Ursachen, welche diese Änderungen hervorrufen, beschrieb ich a. a. O. p. 82. mit folgenden Worten:

»Zur Zeit des Fleckenmaximums werden aber die Polarströme vermöge des grösseren Reibungswiderstandes an der Oberfläche der Sonnenflecken beträchtlich verzögert und gelangen daher mit weit geringerer Geschwindigkeit nach den Äquatorialgegenden als zur Zeit eines Fleckenminimums. Daher muss während der Maxima der Fleckenperiode die beschleunigende Wirkung der tieferen Schichten an der Sonnenoberfläche bedeutend stärker als zur Zeit der Minima sein, und demgemäss die beobachtete Rotationsgeschwindigkeit am Äquator zur Zeit der Maxima weit stärker als zur Zeit der Minima im Sinne einer grösseren Rotationsgeschwindigkeit ausfallen, ganz wie dies die Beobachtungen von *Spörer* zeigen.«

(p. 85.) Wie man sieht, lassen sich alle Beobachtungen *Spörer's* durch die oben theoretisch abgeleitete Formel weit besser als durch die von *Spörer* gegebene empirische Formel darstellen. Schliesst man aber die Beobachtung in unmittelbarer

1) Diese Berichte, Sitzung am 11. Februar 1871.

Nähe des Aequators aus so reducirt sich die Summe der Fehlerquadrate für die Spörer'sche Formel auf [illegible], für die meinige auf [illegible] also fast auf die Hälfte des Spörer'schen Werthes.

Es hat sich demnach auch für die Spörer'schen Beobachtungen in der Nähe eines Fleckenmaximums die entwickelte Theorie des Rotationsgesetzes vollständig bewährt, und man wird in Zukunft die obige Formel ganz allgemein als den modificirten Ausdruck jenes Gesetzes zur Zeit der Fleckenmaxima zu betrachten haben.«

Es muss daher nach meiner Theorie von der physischen Ursache des Magnetismus der Sonne als eine physikalische Nothwendigkeit angesehen werden, dass zur Zeit der Fleckenmaxima durch die Steigerung der relativen Stromgeschwindigkeit und die Vergrösserung der Frictionsprocesse auch die Intensität der hiermit verbundenen galvanischen Ströme und somit auch der magnetische Zustand der Sonne verstärkt wird.

Zur Zeit der Fleckenmaxima ist auf Kosten eines gewissen Wärmequantums der Sonne die Quantität der mechanischen, electrischen und magnetischen Processe an ihrer Oberfläche vergrössert.

16.

Um dem Leser ein eigenes Urtheil darüber zu gestatten, in wie weit die oben aus einer solchen periodischen Änderung des magnetischen Zustandes der Sonne theoretisch gefolgerten Erscheinungen an der Erdoberfläche mit den Beobachtungen im Einklang sich befinden, werde ich mir erlauben, hier einfach die characteristischen Stellen aus den betreffenden Originalabhandlungen mitzutheilen.

Das Vorhandensein einer periodischen Zu- oder Abnahme in der Grösse der täglichen Bewegung der Magnetnadel hat *Lamont* bereits im Jahre 1845 ausgesprochen.[1] Im Jahre 1851 veröffentlichte derselbe Gelehrte eine Abhandlung,[2] in welcher

1) *Dove's* Repertorium der Physik Bd. VII. p. 102. Man vergleiche ferner Resultate des magnetischen Observatoriums in München 1843, 44 und 45. Abhandl. d. II. Classe der bayr. Acad. d. Wiss. V. Band. I. Abth.

2) *Poggendorff's* Annalen Bd. LXXXIV. p. 572.

er für die Dauer jener Periode eine Zeit von $10\frac{1}{3}$ Jahren ableitete. — Um dieselbe Zeit beschäftigte sich *Sabine* [1]) mit einer Untersuchung und Zusammenstellung der magnetischen Declinationsstörungen in Toronto und Hobarton für die fünf Jahre 1843—1848 und bemerkte, dass während dieses Zeitraumes von Jahr zu Jahr die Grösse sowohl als die Häufigkeit der Störungen zunahm.

Sabine gelangt ebenfalls zur Annahme einer Periode in der Grösse dieser Störungen und bemerkt dann, auf die Betrachtung einer möglichen Ursache übergehend (l. c. p. 127) Folgendes: [2])

»Da wir die Sonne als Grundursache anzusehen haben, *bei allen Vorgängen, welche von der Tageszeit abhängen*, so erscheint es angemessen, so oft wir an einem Vorgange dieser Art eine periodische oder nicht periodische Änderung bemerken, bei der Sonne zu untersuchen, ob sie nichts Analoges darbiete. Im gegenwärtigen Falle treffen wir in der That etwas Analoges an, indem die so beharrlich und consequent fortgeführten Beobachtungen des Hrn. *Schwabe* nachgewiesen haben, dass die Zahl der Sonnenflecke allmählig zu- und wieder abnimmt mit einer Periode von ungefähr 10 Jahren und der blosse Anblick der Zahlen eine Übereinstimmung beider Phänomene nachweist.«

Gleichfalls um dieselbe Zeit und vollkommen unabhängig von einander hatten *R. Wolf* [3]) und *Gautier* [4]) auf die Übereinstimmung der Sonnenflecken-Periode mit den periodischen Änderungen des Erdmagnetismus aufmerksam gemacht, und Ersterem ist es seitdem durch unermüdlichen Fleiss und Eifer auf diesem Gebiete gelungen, diese Beziehung als eine über alle Zweifel erhobene Thatsache festzustellen.

Zum Beweise dieser Behauptung lasse ich hier einige Stellen aus einer Abhandlung *Wolf's*: »*Über die elfjährige*

---

1) Periodical laws discoverable in the mean effects of the larger magnetic disturbances, by *Col. Edw. Sabine R. A.* (Received March. 18 — Read May 6, 1852) Philosophical Transactions.

2) Diese Angaben sind einer Abhandlung *Lamont's* in *Poggendorff's* Annalen Bd. CXVI. p. 607 ff. (1862) entnommen, welche betitelt ist: »Über die zehnjährige Periode in der täglichen Bewegung der Magnetnadel, und die Beziehung des Erdmagnetismus zu den Sonnenflecken.«

3) Mittheilungen der Berner naturforschenden Gesellschaft, No. 245.— Comptes rendus, 13. Sept. 1852. — Astr. Nachrichten. No. 820.

4) Bibliothèque Universelle. *Jouillet* et *Août* 1852.

Periode in den Sonnenflecken und erdmagnetischen Variationen« [1] folgen.

»Als ich im Jahre 1852 nachwies, dass sich in der Häufigkeit der Sonnenflecken eine Periode von 11⅑ Jahren zeige, und rückwärts bis zur Entdeckung der Sonnenflecken verfolgen lasse, disponirte ich, abgesehen von der damals bereits 26 Jahre umfassenden Beobachtungsweise des hochverehrten Hrn. Hofrath *Schwabe*, über keine längere zusammenhängende Serien sondern nur über eine gewisse Anzahl kürzerer Beobachtungsfolgen und vereinzelter Angaben, — und es lag somit die Beweiskraft nur in den zwei Momenten, dass einerseits die *Schwabe*'sche Reihe eine Periodicität zeige, und andererseits bei Annahme einer Periode von 11⅑ Jahren keine der aufgefundenen Angaben dieser Periodicität widerspreche. — Jetzt steht die Sache anders: Durch Auffindung langjähriger Beobachtungen von *Staudacher*, *Flaugergues*, *Tevel*, *Adams* etc. ist es mir möglich geworden, aus einer Sammlung von etwa 20000 Beobachtungen für eine Folge von 112 Jahren die mittlere jährliche Häufigkeit durch Relativ-Zahlen auszudrücken, die ich hier als Grundlage der weiteren Besprechung vollständig gebe, — ihnen, soweit es der Platz erlaubt, die aufgefundenen mittleren jährlichen Declinations-Variationen beisetzend.«

Bezüglich der hier erwähnten vollständigen Wiedergabe des Beobachtungsmaterials verweise ich auf die genannte Abhandlung. Dagegen mögen hier die daraus abgeleiteten Resultate mit den begleitenden Worten *Wolf's* folgen: (l. c. p. 505 ff).

»Die obige Tafel zeigt auf den ersten Blick den periodischen Wechsel sowohl in der Häufigkeit der Sonnenflecken, als in der Grösse der magnetischen Declinationsvariation, und zwar ergaben sich aus ihr folgende Zeiten:

1) *Poggendorff's* Annalen CXVII. p. 502 ff. (1862).

Sonnenflecken und Erdmagnetismus.

Maximum		Minimum	
Sonnenflecken	Magnet. Variation	Sonnenflecken	Magnet. Variation
1750.0 ± 1.0		1755.7 ± 0.5	
1761 5 ± 0.5		1766.5 ± 0.5	
1770.0 ± 0.5		1775.8 ± 0.5	
1779.5 ± 0.5		1784.8 ± 0.5	1784.5 ± 0.5
1788.5 ± 0.5	1787.2 ± 1.0	1798.5 ± 0.5	1799.0 ± 2.0
1804.0 ± 1.0	1803.5 ± 1.0	1810.5 ± 0.5	
1816.8 ± 0.5	1817.5 ± 1.0	1823.2 ± 0.5	1823.8 ± 1.0
1829.5 ± 0.5	1829.7 ± 0.5	1833.8 ± 0.2	
1837.2 ± 0.5	1837.7 ± 0.5	1844,0 ± 0.2	1844.2 ± 0.5
1848.6 ± 0.5	1848.9 ± 0.3	1856.2 ± 0.2	1856.3 ± 0.3
1860.2 ±	1860.0 ± 0.3		

»Betrachten wir zunächst die den Sonnenflecken entsprechenden Epochen, so finden wir aus den äussersten Angaben für die Länge der mittleren Periode:

$$\frac{[1860.2 \pm 0.2] - [1750.0 \pm 1.0]}{10} = 11.02 \pm 0.10$$

$$\frac{[1856.2 \pm 0.2] - [1755.7 \pm 0.5]}{9} = 11.17 \pm 0.06$$

d. h. Resultate, welche mit der früher bestimmten Periodenlänge von $11\frac{1}{9}$ Jahren innerhalb ihrer Fehlergränzen übereinstimmen.«

»Betrachten wir in zweiter Linie die den magnetischen Variationen entsprechenden Epochen, so finden wir, dass sie innerhalb ihrer Fehlergränzen mit denen der Sonnenflecken übereinstimmen, und dass der 1852 ausgesprochene Parallelismus in den beiden Erscheinungen dadurch um so schlagender nachgewiesen ist, als nicht nur die mittlere Periode genau dieselbe ist, sondern sich auch die Anomalien der einen Erscheinung bei der andern genau wieder finden.

»Diese Übereinstimmung veranlasste mich schon vor mehr als drei Jahren die Ansicht auszusprechen, es möchte zwischen beiden Erscheinungen ein Causalnexus in der Weise existiren, dass in beiden die Intensität der gemein-

schaftlichen Ursache wie an zwei verschiedenen Scalen abgelesen werden könne, und dass es daher möglich sein müsse die Grösse v der magnetischen Variation nach einer Formel von der Form:

$$v = a + b.r$$

aus der Relativzahl r des betreffenden Jahres zu berechnen. So fand ich z. B. damals speciell für München die Formel:

$$v' = 6{,}'273 + 0{,}051.r,$$

welche die von Hrn. *Lamont* zur Zeit veröffentlichten Declinations-Variationen der Jahre 1835 bis 1850 sogar genauer darstellte als die von ihm denselben direct entnommene Formel.«[1])

Es sei hier zum Schlusse noch bemerkt, dass Professor *R. Wolf* auch für Prag eine solche Formel abgeleitet hat, über deren Übereinstimmung mit den magnetischen Declinationsbeobachtungen er in einer neueren Publication[2]) Folgendes bemerkt (l. c. p. 253):

»Die von mir in Nr. XXVI durch Berechnung aus den Sonnenflecken für Prag 1869 erhaltene Variation 9,'44 ist also merklich grösser als die aus den Beobachtungen $2^h - 20^h$ hervorgehende 8.'69, während sie dagegen mit der aus Maximum — Minimum hervorgehenden 9.'44 ganz genau übereinstimmt.«

Eine nicht minder überraschende Übereinstimmung ergiebt sich aber auch zwischen der Häufigkeit der Nordlichter und derjenigen der Sonnenflecken. Ich entnehme die aus einer grossen Anzahl europäischer und americanischer Nordlichtbeobachtungen von Professor *Loomis* abgeleiteten Epochen einer Abhandlung, welche im Jahre 1865 im »*Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution* etc. *for the year* 1865« (p. 208—215) publicirt worden ist. Es ist diese Zusammenstellung um so wichtiger, weil *Loomis* des Zusammenhanges mit den Sonnenflecken nirgends gedenkt und ihm daher bei Abfassung jener Abhandlung jedenfalls die Arbeiten von *Wolf* nicht bekannt ge-

---

1) In Betreff der Differenzen zwischen *Lamont* und *Wolf*, die übrigens gegenwärtig wohl als zu Gunsten des Letzteren als erledigt betrachtet werden dürften, verweise ich auf die beiden citirten Abhandlungen in *Poggendorff's* Annalen vom Jahre 1862. —

2) Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft zu Zürich. December 1870. p. 239 ff.

wesen sind.[1] Deshalb ist aber auch jede mögliche Präoccupation des Urtheils ausgeschlossen und die Übereinstimmung beider Phänomene um so überraschender.

In der folgenden Tabelle habe ich wie oben, die Zeiten der Maxima und Minima der Sonnenflecken getrennt, und an Stelle der magnetischen Variationen die von *Loomis* nur aus europäischen Nordlichtbeobachtungen abgeleiteten Epochen der Maxima und Minima beigefügt. Die aus americanischen Beobachtungen resultirenden Zeiten stimmen fast vollkommen mit den obigen überein.

Sonnenflecken und Nordlichter.

Maximum		Minimum	
Sonnenflecken	Nordlichter	Sonnenflecken	Nordlichter
	1707		1713
	1718		1724
	1730		1733
	1741		1745
1750.0	1750	1755.7	1755
1761.5	1760	1766.5	1766
1770.0	1771	1775.8	1776
1779.5	1779	1784.8	1784
1788.5	1788	1798.5	1798
1804.0	1804	1810.5	1811
1816.8	1819	1823.2	1823
1829.5	1830	1833.8	1834
1837.2	1840	1844.0	1843
1848.6	1849	1856.2	1856

Wenn die mitgetheilten Beobachtungen jeden Zweifel über den Zusammenhang des Erdmagnetismus mit den Vorgängen auf der Sonnenoberfläche ausschliessen, so mag hier noch bemerkt werden, dass aus meiner physikalischen Theorie nicht nur die Existenz sondern auch die Beschaffenheit dieses Zusammenhanges sich erklärt. In der That, wenn es sich nur darum

1) Erst später hat *Loomis* in *Silliman's* Journal, Septemberheft 1870 diese Beziehungen hervorgehoben. Vgl. aber die Kritik seiner Abhandlung von *Wolf* in No. XXVIII. seiner astronomischen Mittheilungen.

gehandelt hätte die erstere zu bestätigen, so wäre es gleichgültig gewesen, ob ein Maximum der Sonnenflecken mit einem Maximum oder Minimum der magnetischen Störungen coincidirte. Nach der oben entwickelten Theorie dagegen ist die Coincidenz gleichartiger Grössen bei beiden Erscheinungen ein nothwendiges Erforderniss. Denn die während des Sonnenflecken-Maximums beschleunigten Gluthströme auf der Sonne rufen vermittelst der magnetischen Induction auch eine Beschleunigung der Gluthströme im Erdinnern hervor, so dass um diese Zeiten die Grösse der magnetischen Störungen aus demselben Grunde wachsen muss, wie auf der Erde mit zunehmender geographischen Breite. (Vgl. oben §. 10.)

Es ist indess oben (p. 513) mit Rücksicht auf die Lage der Sonnenaxe zur Ebene der Erdbahn theoretisch eine stärkere magnetische Induction in der Nähe zweier Tage im Jahre gefolgert worden, an welchen die Erde dem inducirenden Einflusse des einen oder anderen Sonnenpoles am meisten ausgesetzt sein würde, wenn hierbei zunächst ganz von dem Einflusse abgesehen wird, welchen die Lage der Erdaxe selber auf die Stärke dieser Induction ausüben muss. Es wird also vorausgesetzt, dass an jenen beiden Tagen der Radiusvector der Erde, ähnlich wie zur Zeit der Äquinoctien, senkrecht zur Erdaxe stehe. Da sich für jene beiden Tage der 6. September und der 7. März ergeben haben, so kann die gemachte Annahme für einen rohen Vergleich der magnetischen Störungen, als annähernd erfüllt betrachtet werden. Nach unserer Theorie müssten also um jene Zeiten des Jahres alle diejenigen Erscheinungen Maxima zeigen, welche nach dem Obigen durch eine stärkere magnetische Induction der Erde bedingt sind, also zunächst die magnetischen Störungen und die secundär hierdurch erzeugten Phänomene des Nordlichtes.

Als Beobachtungsmaterial zur Prüfung dieser Consequenzen wähle ich zuerst die »*Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins* 1836. III.« welche von *Gauss* im V. Bande seiner gesammelten Werke discutirt worden sind.

Unter der Überschrift: *Mittleres Schwanken der magnetischen Declination während der drei Jahre* 1834—1837« werden diese Werthe als Mittel dieser drei Jahre für die einzelnen Monate zusammengestellt. Wenn auch dieses Material noch viel zu gering ist, um entscheidende Vergleichungen mit den oben

gezogenen Folgerungen der Theorie zu gestatten, so mögen doch hier diese Mittelwerthe in Bogensecunden ausgedrückt folgen, (l. c. p. 567).

Mittlere Declinations-Variationen zu Göttingen von 1834 bis 1837.

Monat	Variation	Monat	Variation
Januar	189″	Juli	223
Februar	155	August	244
März	206	September	204
April	164	October	216
Mai	196	November	191
Juni	172	December	195

Obschon diese Werthe im März und zwischen August und September Maxima zeigen, entsprechend den oben erwähnten Zeiten, so müssen jedenfalls erst noch eine viel grössere Anzahl von Beobachtungen von diesem Gesichtspuncte aus discutirt werden.

Auch die Häufigkeit der Nordlichter ist einer jährlichen Periode unterworfen. *Loomis* hat in der oben citirten Abhandlung eine solche Periode aus einer grossen Anzahl zu New Haven, Boston und Canada beobachteten Nordlichter abgeleitet, welche sich über einen Zeitraum von 113 Jahren erstrecken. Diese Zusammenstellung ergiebt Folgendes:

Die Häufigkeit der Nordlichter in ihrer Abhängigkeit von der Jahreszeit.

Monat	Zahl d. Nordlichter	Monat	Zahl d. Nordlichter
Januar	173	Juli	244
Februar	210	August	238
März	240	September	293
April	267	October	236
Mai	191	November	215
Juni	179	December	159

Auch hier treten also um diese Zeiten Maxima auf. Allein man muss sich hierbei vergegenwärtigen, dass mit Rücksicht auf die gleichzeitig um jene Zeiten am stärksten veränderlichen Werthe des Radiusvectors der Erde auch die secundären electrischen Inductionswirkungen zwischen Sonne und Erde ein

Maximum besitzen müssen, so dass auch hierdurch, ohne Rücksicht auf die mittlere Stellung der magnetischen Sonnenaxe, die angedeuteten Wirkungen verstärkt werden könnten.

So betrug z. B. im Jahre 1870 das Maximum der Geschwindigkeit, mit welcher sich in der Zeit vom 21. bis 26. März die Erde von der Sonne in Folge der Variation des Radiusvectors entfernte 498.1 Meter in der Secunde. Das Maximum der Annäherungsgeschwindigkeit fiel in jenem Jahre auf die Zeit vom 1. bis 3. October und betrug 502.4 Meter in der Secunde. Es ist klar, dass bei einer so schnellen Abstandsänderung zwischen Sonne und Erde nach den Gesetzen der electrischen Induction nothwendig galvanische Ströme in diesen Körpern erregt werden müssen, selbst wenn nur einer von ihnen eine magnetische Fernewirkung auf den andern ausübte. Wie gross die Intensität dieser Ströme sein müsste, um Nordlichterscheinungen, Erdströme und magnetische Störungen an der Erdoberfläche zu erzeugen, kann selbstverständlich nur durch Beobachtungen entschieden werden. Es genügt hier die Nothwendigkeit der Existenz dieser Ströme nachgewiesen zu haben, ganz unabhängig von ihrer Stärke.

17.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass die aus der Theorie abgeleiteten Folgerungen durch die Thatsachen der Beobachtung bestätigt werden. Alle Zustände der Sonnenoberfläche, welche mit Veränderungen ihrer Strömungsprocesse verknüpft sind, rufen nothwendig auch analoge Veränderungen im Zustande der inneren Strömungsprocesse des Erdkörpers hervor und erzeugen hierdurch Variationen des tellurischen Magnetismus. Es wurde jedoch bisher nur diejenige Ursache für Strömungsveränderungen in der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche berücksichtigt, welche durch das in grossen Perioden schwankende Phänomen der Sonnenflecken hervorgerufen wird. Es fragt sich aber, ob nicht andere, mehr zufällige und locale Processe auf der Sonne anzutreffen sind, welche in ähnlicher Weise mechanisch plötzliche Änderungen in der Stromgeschwindigkeit der Gluthströme zu erzeugen im Stande wären, wie dies durch Erdbeben, plötzliche vulkanische Eruptionen u. dgl. m. auf der

Erde nach der entwickelten Theorie nothwendig bedingt ist. Ebenso wie diese rein mechanischen Processe eine magnetische Störung in der Gesammtkraft des Erdkörpers hervorrufen, müssten dieselben Processe an der Sonnenoberfläche, wenn sie hinreichend intensiv sind, eine Änderung in der magnetischen Gesammtkraft der Sonne hervorrufen und hierdurch, bei ihrer magnetischen Beziehung zur Erde, auch dort eine derartige Veränderung bewirken, die nun ihrerseits wieder von allen denjenigen Phänomenen begleitet sein kann, welche im Gefolge magnetischer Störungen beobachtet werden.

Das Spectroskop hat uns gegenwärtig einen solchen Reichthum gewaltiger vulkanischer Processe an der Sonnenoberfläche enthüllt, dass ohne Zweifel hierdurch eine mechanische Rückwirkung auf die durch das Rotationsgesetz bedingten Gluthströme als eine sehr natürliche Annahme erscheinen muss. Namentlich werden sich aber solche Reactionen auch bei den gewaltigen Veränderungen und plötzlichen Rupturen der ungeheuren Schlackenmassen manifestiren müssen, welche wir in den Sonnenflecken beobachten.

Die Beobachtungen zeigen nun in der That einen solchen überraschenden Zusammenhang zwischen localen Processen an der Sonnenoberfläche, wie sie soeben vom Standpuncte unserer Theorie gefolgert wurden.

Ich lasse die auffallendsten dieser Beobachtungen, so weit sie mir bekannt geworden sind hier folgen. Sie datiren selbstverständlich erst aus derjenigen Zeit, wo die Oberfläche der Sonne durch systematische Beobachtung ihres Fleckenzustandes der Gegenstand genauerer Untersuchungen geworden ist.

Unter dem Titel: »*Eine Sonnenfleckenbeobachtung*« befindet sich in *Poggendorff's* Annalen Bd. CIX. p. 190 (Januarheft 1860) ein Auszug aus einem Schreiben des Hrn. *Sabine* an Prof. *Dove* der folgendermaassen lautet:

»Als Hr. *Carrington* am Vormittage des 1. Sept. v. J. beschäftigt war, seine täglichen Beobachtungen über die Gestalt und Lage der Sonnenflecken zu machen, sah er zu seinem Erstaunen aus der Mitte des grossen Fleckes, welcher schon einige Tage lang Gegenstand allgemeiner Aufmerksamkeit gewesen, ein intensiv helles und weisses Licht hervorbrechen, welches viel heller als die übrige Sonnenfläche war. Es dauerte etwas länger als fünf Minuten, und nach seinem Verschwinden schien der

grosse Fleck unverändert zu sein. Das Phänomen wurde auch von Hrn. *Hodgson* zu Highgate gesehen, einige engl. Meilen von Redhill, der Sternwarte des Hrn. *Carrington*. Beide Beobachter kommen darin überein, die Zeit des Erscheinens und Verschwindens, angenähert richtig bis auf einige Secunden, auf 11^h 18^m und 11^h 23^m Greenw. mittl. Zeit festzustellen. Einige Tage darauf hatte Hr. *Carrington* Gelegenheit das meteorologische Observatorium zu Kew zu besuchen, und von dem Phänomene sprechend, die photographischen Aufzeichnungen zu untersuchen, die dort von den drei magnetischen Elementen gemacht werden. In jeder derselben sah er eine sehr grosse Störung, die so weit er beurtheilen konnte, gleichzeitig mit der in der Photosphäre der Sonne beobachteten Erscheinung stattfand. Dies, glaube ich, ist das erste Beispiel eines Zusammenhanges zwischen den physischen Veränderungen der Photosphäre der Sonne und den von mir i. J. 1852 nachgewiesenen magnetischen Stürmen oder Störungen.« [1])

Seit der Anwendung des Spectroskopes mit weit geöffnetem Spalte auf die Beobachtungen der Sonnenoberfläche, namentlich des Randes der Sonnenscheibe, sind wir im Stande, uns direct von der ungeheuren Gewalt der dort stattfindenden Eruptionsprocesse zu überzeugen, so dass beim Anblick derartiger Phänomene die Wahrscheinlichkeit einer kräftigen mechanischen Reaction auf die glühend-flüssige Oberfläche und ihre Strömungen fast zur unmittelbaren Überzeugung sich steigert.

Durch eine freundliche Mittheilung von Professor *C. A. Young*, Darthmouth College in America, — welcher im Besitze vorzüglicher spectroskopischer Hülfsmittel ist, die er selber durch ingeniöse Verbesserungen noch ausserordentlich vervollkommnet hat, — bin ich in der Lage, hier eine solche Eruption durch Zeichnungen und Zahlenangaben zur Anschauung zu bringen, welche wahrscheinlich zu den intensivsten und gewaltigsten gehört, die seit der kurzen Zeit der spectroskopischen Beobachtung der Sonne registrirt worden sind.

Ich erlaube mir die kurze Beschreibung des Phänomens, wie sie von Professor *Young* dem »Boston Journal of Chemistry« mitgetheilt und mir während des Druckes dieser Abhandlung

1) Vgl. *Poggendorff's* Annalen Bd. 88. p. 568.

zugesandt worden ist, mit den Worten und Skizzen des Beobachters zu reproduciren.

»*An Explosion on the sun.*

On the 7th of September, between half past twelve and two p. m., there occurred an outburst of solar energy remarkable for its suddenness and violence. Just at noon the writer had been examining with the telespectroscope an enormous protuberance or hydrogen cloud on the eastern limb of the sun.

It had remained with very little change since the preceding noon — a long, low, quiet looking cloud, not very dense or brilliant, nor in any way remarkable except for its size. It was made up mostly of filaments nearly horizontal, and floated above the chromosphere with its lower surface at a height of some 15,000 miles, but was connected to it, as is usually the case, by three or four vertical columns brighter and more active than the rest. Lockyer compares such masses to a banyan grove. In lenght it measures 3′ 45″, *and in elevation about* 2′ *to its upper surface — that is, since at the sun's distance* 1″ *equals* 450 *miles nearly, it was about* 100,000 *miles long by* 54,000 *high.*

At 12.30, *when I was called away for a few minutes, there was no indication of what was about to happen, except that one of the connecting stems at the southern extremity of the cloud had grown considerably brighter, and was curiously bent to one side; and near the base of another at the northern end a little brilliant lump had developed itself, shaped much like a summer thunderhead. Figure* 1 *represents the prominence at this time, a being the little »thunderhead.«*[1])

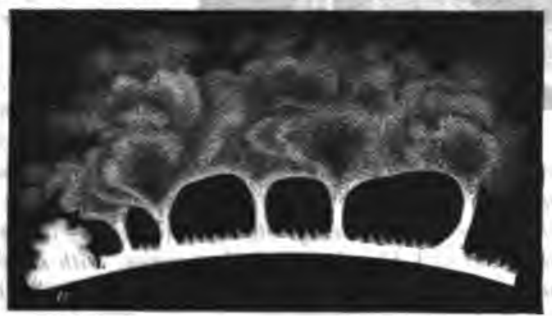


Fig. 1.

1) The sketches do not pretend to accuracy of detail, except the 4th; the three *rolls* in that are nearly exact.

What was my surprise, then, on returning in less than half an hour (at 12.55), to find that in the mean time the whole thing had been literally blown to shreds by some inconceivable up-rush from beneath. In place of the quiet cloud I hat left, the air, if I may use the expression, was filled with flying débris — a mass of detached vertical fusiform filaments, each from 10" to 30" long by 2" or 3" wide, brighter and closer together where the pillars had formerly stood, and rapidly ascending.

When I first looked some of them had already reached a height of nearly 4' (100,000 miles), and while I watched them they rose with a motion almost perceptible to the eye, until in ten minutes (1.05) the uppermost were more than 200,000 miles above the solar surface. This was ascertained by careful measurement; the mean of three closely accordant determinations gave 7' 49" as the extreme altitude attained, and I am particular in the statement because, so far as I know, chromospheric matter (red-hydrogen in this case) has never before been observed at an altitude exceeding 5'. The velocity of ascent also, 166 miles per second, is considerably greater than anything hitherto recorded. A general idea of its appearance when the filaments attained their greatest elevation may be obtained from Figure 2.



Fig. 2.

As the filaments rose they gradually faded away like a dissolving cloud, and at 1.15 only a few filmy wisps, with some brighter streamers low down near the chromosphere, remained to mark the place.

But in the meanwhile the little »thunder head,« before alluded to, had grown and developed wonderfully, into a mass of rolling

and ever changing flame, to speak according to appearances. First it was crowded down, as it were, along the solar surface; later it rose almost pyramidally 50,000 miles in height; then its summit was drawn out into long filaments and threads which were most couriously rolled backwards and downwards, like the volutes of an Ionic capital; and finally it faded away, and by 2.30 had vanished like the other. Figures 3 and 4 show it in its full development; the former having been sketched at 1.40, and the latter at 1.55.



Fig. 3.

The whole phenomenon suggested most forcibly the idea of an e x p l o s i o n under the great prominence, acting mainly upwards, but also in all directions outwards, and then after an interval followed by a corresponding in–rush: and it seems far from impossible that the mysterious coronal streamers, if they turn out to be truly solar, as now seems likely, may find their origin and explanation in such events.



Fig. 4.

The same afternoon a portion of the chromosphere on the opposite (western) limb of the sun was for several hours in a state of unusual brilliance and excitement, and showed in the spectrum more than 120 bright lines whose position was determined and catalogued, — all that I had ever seen before, and some 15 or 20 besides.

Whether the fine Aurora Borealis which succeeded in the evening was really the earth's responce to this magnificent outbourst of the sun is perhaps uncertain, but the coincidence is at least suggestive, and may easily become something more if, as I

somewhat confidently expect to learn, the Greenwich magnetic record indicates a disturbance precisely simultaneous with the solar explosion. *C. A. Young.*

Dartmouth College, September, 1871.

Man sieht aus dieser Beschreibung, wie gewaltige Reactionen auf der Sonnenoberfläche vor sich gehen und wie wahrscheinlich nach meiner Theorie die Vermuthung ist, dass derartige plötzliche Erscheinungen auch magnetische Änderungen im Zustande der Sonne erzeugen müssen, die sich bei hinreichender Stärke auch im magnetischen Zustande der Erde in Form von Störungen wiederspiegeln müssen. [1]

Ist es mir übrigens gestattet, den Character der soeben beschriebenen Phänomene mit irdischen Erscheinungen zu vergleichen, so möchte ich an das Phänomen der Wind- oder Wasserhosen erinnern, wo auch auf längere Zeit scheinbar äusserliche Ruhe und Stabilität stattfindet, welche dann plötzlich zusammenbricht und hierbei durch gewaltige Bewegungsphänomene den vorangegangenen Zustand innerer, wirbelartiger Bewegungen der constituirenden Massen verräth. In der That haben mich gleich beim ersten Anblicke die fünf Stämme in Fig. 1 an solche Erscheinungen erinnert.

18.

Die vorstehend mitgetheilten Thatsachen werden vorläufig ausreichend sein, um den aus der Theorie gefolgerten Zusammenhang plötzlicher Veränderungen auf der Sonnenoberfläche mit dem magnetischen Zustande der Erde mindestens als sehr wahrscheinlich erscheinen zu lassen. Vermuthlich werden schon die nächsten Jahre diese Beziehung auch durch die Beobachtungen über jeden Zweifel erheben.

Es fragt sich nun, ob nach meiner Theorie auch der Mond einen magnetischen Einfluss auf die Erde haben kann und von welcher Beschaffenheit derselbe sein müsste.

Die magnetische Fernewirkung der Himmelskörper ist nach den bisher entwickelten Anschauungen an zwei Bedingungen geknüpft:

1. an die Existenz von gesetzmässig an der Oberfläche oder im Innern der Körper strömenden Flüssigkeiten;

---

1) Während des Druckes erhielt ich auf eine an den Königlichen Astronomen *Airy* gerichtete Anfrage die Mittheilung, dass etwa drei Stunden nach jener Explosion ein magnetischer Sturm auf der Erde begann.

2. an solche Dimensionen der Körper, dass dieselben im Vergleich zum Abstande der letzteren nicht verschwindend sind, und daher eine Neigung ihrer magnetischen Axe zu ihrer Verbindungslinie eine Differenz der magnetischen Fernewirkungen beider Pole bedingen kann.

Die Existenz der ersten Bedingung werden wir beim Monde sowohl mit Rücksicht auf seine Rotationszeit als auch auf seine sonstige äussere Beschaffenheit als nicht erfüllt ansehen dürfen. Dagegen verdankt bekanntlich der Existenz der zweiten Bedingung das Phänomen der Ebbe und Fluth sein Dasein.

Wäre daher der Mond eine magnetisch oder electrisch inducirbare Masse, d. h. bestände er aus einer leitungsfähigen Substanz wie die feste Erdrinde, so müsste mit Rücksicht auf die variable Stellung der magnetischen Erdaxe zur Verbindungslinie beider Körper nothwendig nach den Gesetzen der electrischen oder magnetischen Induction ein Einfluss des Mondes auf den magnetischen Zustand der Erde stattfinden. Dieser Einfluss ist aber nach unserer Theorie ohne gleichzeitige mechanische Rückwirkung auf die inneren Gluthströme des Erdkörpers nicht denkbar. Es folgt daher mit Berücksichtigung dieser Beziehung, dass der magnetische Einfluss des Mondes und überhaupt der Himmelskörper kein so einfacher wie der an irdischen Körpern von geringeren Dimensionen und festen Massen beobachtete Einfluss der magnetischen und electrischen Induction sein kann. Demgemäss wird man auch nur im Allgemeinen die Dauer der Periode jener Axenneigungen, die beim Monde von der Declination und dem Stundenwinkel abhängt, erwarten dürfen, während die Zeitpuncte der Maxima und Minima Gesetzen unterworfen sind, welche theoretisch nur unter gehöriger Berücksichtigung auch der mechanischen Rückwirkung der magnetischen Induction auf die Flüssigkeitsströme im Innern des Erdkörpers mit Hülfe analytischer Untersuchungen gefunden werden können.

Indem ich mir nun erlaube, in Folgendem Thatsachen der Beobachtung von zuverlässigen Forschern anzuführen, überlasse ich es dem Leser, sich ein selbständiges Urtheil darüber zu bilden, in wie weit diese Beobachtungen als Bestätigung der obigen Consequenzen der Theorie angesehen werden können.

Über das Historische der Entdeckung eines magnetischen




[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Die erste Abhandlung Sabine's ist betitelt

„On the evidence of the existence of the [illegible] on the [illegible] and [illegible] of the magnetic declination at [illegible].“[2]

In dieser Arbeit sind die sämmtlichen Beobachtungen von Toronto in mehrere Perioden abgetheilt, und aus jeder Periode ist der Mondeinfluss abgeleitet. Die einzelnen Perioden führen übereinstimmend zu folgenden Resultaten:

1. Der Mondeinfluss offenbart sich in den Variationen aller magnetischen Elemente, und kann in der Declination, der Inclination und der Intensität entschieden nachgewiesen werden.
2. Der Mondeinfluss besteht in einer regelmässigen Periode mit doppeltem Maximum und doppeltem Minimum, und zwar treffen die Maxima ein bei der Declination 6 und 18 Stunden, bei der Inclination 3 und 14 Stunden, und bei der Intensität 3 und 16 Stunden nach der oberen Culmination; die Grösse der Perioden (Differenz zwischen Maximum und Minimum) beträgt bei der Declination 0.64′, bei der Inclination 0.07′, bei der Totalintensität 0.000012.
3. Diese Bewegungen lassen sich einfach erklären mittelst der

1) Berliner Berichte der physikalischen Gesellschaft. 1861. p. 558.

2) Proceedings of the Royal Society VIII. 315. (1857), Philosophical Transactions 1857. p. 1—9.

Hypothese, dass durch die Erde im Monde Magnetismus inducirt wird.

4. Im Mondeinfluss zeigt sich keine Spur einer zehnjährigen Periode.

Das zuletzt erwähnte Resultat, welches demgemäss einen characteristischen Unterschied zwischen der magnetischen Einwirkung der Sonne und des Mondes feststellt, dürfte mit Rücksicht auf das am Eingange dieses Paragraphen Bemerkte als eine Bestätigung dafür angesehen werden, dass im Innern des Mondes entweder gar keine glühend-flüssige Masse mehr vorhanden ist, welche zu Strömungen Veranlassungen geben könnte, oder dass, wenn solche Strömungen vorhanden sind, dieselben keine periodischen Änderungen, wie diejenigen auf der Sonne durch die periodisch wechselnde Quantität der Sonnenflecken, erleiden.

Eine zweite Abhandlung *Sabine's* ist betitelt:

»*On the lunar diurnal variation of the magnetic declination obtained from the Kew photograms in the years* 1858, 1859 *and* 1860.«[1])

In dieser Abhandlung leitet *Sabine* den Mondeinfluss aus den photographisch registrirten Beobachtungen von *Kew* ab und zeigt, dass sich eine regelmässige Periode mit zwei Maxima und zwei Minima (der Ebbe und Fluth analog) herausstellt, und zwar ergiebt sich zwischen den Zahlenreihen der einzelnen Jahrgänge eine auffallende Übereinstimmung. Andererseits weist er nach, dass die Bewegungen in *Kew* mit jenen von *Hobarton* sehr genau correspondiren, mit dem Unterschiede, dass in den entgegengesetzten Hemisphären die Bewegung in entgegengesetztem Sinne geht, d. h. das Nordende der Nadel in der nördlichen Hemisphäre sich eben so bewegt wie das Südende in der südlichen Hemisphäre.

Dass die Grösse der Bewegung verschieden ist, erklärt sich leicht aus dem Unterschiede der Horizontalintensität, welche in *Kew* 3.7 und in *Hobarton* 4.5 (absolute englische Einheiten) beträgt: wie dagegen die Verschiedenheit der Zeichen auszulegen sei lässt Hr. *Sabine* völlig unerörtert und deutet nur an, dass man einen directen Einfluss, d. h. eine Anziehung der Nadel durch den Mond oder einen indirecten Einfluss, d. h. eine

1) Proceedings of the Royal Society XI. 73—80. Philosophical Magazine 1861 (4) XXII. 479—485.

[illegible] des Erdkörpers durch den [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].

[illegible] des magnetischen Einflusses [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Nothwendigkeit.

[illegible] bei Anführung dieser [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] man nicht einen magnetischen Einfluss [illegible] auf die Erde [illegible] den [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], mag es dahin gestellt bleiben, ob die [illegible] bei [illegible] [illegible] beim Eintritt der [illegible] beobachteten Änderungen der magnetischen Constanten dem verstärkten magnetischen Einflusse von Sonne und Mond oder ausserdem noch einer dynamisch in Form einer Fluth- oder Druckweise, vermittelten Einwirkung auf das glühend flüssige Erdinnere verdanken.

Dagegen dürfte die nach meiner Theorie gleichzeitig mit der magnetischen Induction verbundene **mechanische Reaction** auf die Gluthströme des Erdinnern und die dadurch mehrfach erwähnte Complication der Phänomene durch eine theoretische Untersuchung von *Lloyd* eine weitere Stütze erhalten, indem aus derselben folgt, dass die Einflüsse von Sonne und Mond keiner **directen** sondern einer **indirecten** Einwirkung auf die Erde zugeschrieben werden müssen.

Die Abhandlung ist betitelt: [1])

»*On the direct Magnetic Influence of a distant Luminary upon the Diurnal Variations of the Magnetic Forth at the Earth's Surface. By the Rev. H. Lloyd.*

In den einleitenden Worten bemerkt der Verfasser Folgendes

»*It has been usual to ascribe the ordinary diurnal variations of the terrestrial magnetic force to solar heat, either operating directly upon the magnetisme of the earth, or generating thermo-electric currents in its crust. The credit of these hypotheses has been somewhat weakened by the discovery of a variation which is certainly independent of any such cause, namely, the lunar*

1) Philosophical Magazine Vol. XV. p. 192—196. (1858.)

variation of the three magnetic elements: while at the same time new laws of the solar diurnal change have been established, which are deemed to be incompatible with the supposition of a thermic agency. There has been, accordingly, a tendency of late to recur to the hypothesis that the sun and moon are themselves endued with magnetism, whether inherent or induced; and it is therefore of some importance to determine the effects with such bodies would produce at the earth's surface, and to compare them with tose actually observed.

I have endeavoured, in what follows, to solve this question, on the assumption that the supposed magnetism of these luminaries is inherent. The result will show the insufficiency of the hypothesis to explain the phaenomena; and will therefore bring us one step nearer to their explanation, by the removal of one of their supposed causes.«

Die Resultate der hierauf folgenden analytischen Untersuchung werden alsdann vom Verfasser in folgenden Worten resumirt:

»From the foregoing we learn: —

1. *That the effect of a distant magnetic body on each of the three elements of the earth's magnetic force consists of two parts, one of which is constant throughout the day, while the other varies with the hour-angle of the luminary.*
2. *Each of these parts varies inversely as the cube of the distance of the magnetic body.*
3. *The variable part will give rise to a diurnal inequality, having one maximum and one minimum in the day, and subject to the condition:* [1]

$$\Delta_{\theta} + \Delta_{\pi+\theta} = 0$$

The third of these laws does not hold, with respect either to the solar-or to the lunar-diurnal variation. Thus, in the solar diurnal variation of the declination, the changes of position of the magnet throughout the night are comparatively small, and do not correspond, with change of sign only (as required by the foregoing law), to those which take place at the homonymous hours of the day.

---

1) θ bedeutet den Stundenwinkel des magnetischen Himmelskörpers.



The phaenomena of the lunar-diurnal variation are even more opposed to the foregoing law, the variation having t w o m a x i m a *and* t w o m i n i m a *of nearly equal magnitude in the twenty-four lunar hours, and its values at homonymous-hours having for the most part the same sign.* ***Hence the phaenomena of the diurnal variation are not caused by the direct magnetic action of the sun and moon.***«

In dem Referate über diese Arbeit[1]) schliesst sich auch *Lamont* diesen Resultaten vollständig an, indem er seinen Bericht mit folgenden Worten schliesst:

»Hieraus schliesst Hr. *Lloyd* mit vollem Rechte, dass die täglichen Variationen des Erdmagnetismus einer d i r e c t e n magnetischen Wirkung von Sonne und Mond nicht zugeschrieben werden können.«

Ich glaube durch folgende Betrachtung das Ungenügende der Annahme eines d i r e c t e n m a g n e t i s c h e n Einflusses von Sonne und Mond als e i n z i g e U r s a c h e zur Erklärung der Einwirkung dieser Himmelskörper auf den magnetischen Zustand der Erde noch deutlicher hervortreten zu lassen.

In der That, welches auch die Ursache sein mag, durch welche ein Himmelskörper wie z. B. die Sonne magnetische Polarität erlangt, wir werden es nach den uns bis jetzt bekannten Erscheinungen an irdischen Körpern für wahrscheinlich halten müssen, dass die Potentiale der beiden entgegengesetzten und geschiedenen Magnetismen gleich gross sind. Besitzt alsdann die Sonne nach Analogie unserer Erde zwei magnetische Pole, so wird die Erde in ihrem jährlichen Laufe um die Sonne nothwendig zwei Mal in eine solche Stellung gelangen, in welcher die von dem einen Pole ausgeübte magnetische Induction durch diejenige des andern aufgehoben wird. An diesen beiden Tagen im Jahre müsste dann nothwendig die tägliche Variation verschwinden, wenn sie lediglich durch eine d i r e c t e magnetische Induction des Sonnenkörpers hervorgerufen wäre. Hierbei wurde vorausgesetzt, dass die magnetische Axe der Sonne mit ihrer Rotationsaxe annähernd zusammenfalle. Ist dies jedoch wie bei der Erde nicht der Fall, [2]) und ist der Ab-

1) Berliner Berichte der phys. Ges. 1858. p. 592 ff.

2) Über die N o t h w e n d i g k e i t dieser Nichtcoincidenz und ihre physische Ursache vergleiche man das oben (p. 406) hierüber Bemerkte.

stand und die Intensität der beiden Magnetpole der Sonne im Vergleich zu ihrem Abstande von der Erde hinreichend gross, um bei der alsdann periodisch mit der Rotation eintretenden Variation der Entfernungen beider Magnetpole entsprechende Variationen des Erdmagnetismus durch directe Induction zu erzeugen, so müssten die täglichen Variationen des Erdmagnetismus, verdankten sie allein dieser Ursache ihre Entstehung, ungefähr alle 13 Tage verschwinden um dann entweder der Induction des magnetischen Nord- oder Südpoles der Sonne entsprechend ein positives, oder negatives Maximum zu erreichen. Es eröffnet sich uns demgemäss durch diese Betrachtungen ein empirisches Kriterium zur Entscheidung der Frage, ob die Sonne eine wahrnehmbare magnetische Induction auf die Erde ausübt und ob die täglichen Variationen ausser durch diese magnetische Induction noch durch eine andere Einwirkung der Sonne auf die Erde hervorgerufen werden.

19.

Mit Rücksicht auf die oben besprochene magnetische Einwirkung des Mondes ist es offenbar am wahrscheinlichsten, dass bei der Sonne beide Arten der Einwirkung stattfinden, nämlich die directe magnetische und ausserdem, wie beim Monde, die dynamische, in Erregung einer Druckwelle im glühend-flüssigen Erdinnern, die nach der entwickelten Theorie allein ausreichend sein würde, eine Variation der magnetischen Constanten zu erzeugen. Man ersieht auch aus dem oben von *Lloyd* hervorgehobenen Unterschied zwischen der täglichen Sonnen- und Mondperiode, dass die letztere den allgemeinen Character der Fluthwelle mit ihren zwei Maximis und zwei Minimis innerhalb eines Tages wiederspiegelt.

Dass nun die Sonne in der That durch ihre Rotation und durch die hierbei stattfindende periodische Variation ihrer beiden magnetischen Pole eine magnetische Induction von der angedeuteten Art auf die Erde ausübt, wird durch eine vor Kurzem in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie zu Wien (Juniheft 1871) von dem Director der kaiserl. Sternwarte in Prag, Hrn. *Carl Hornstein* publicirte Abhandlung: »Über die

Abhängigkeit des Erdmagnetismus von der Rotation der Sonne« bestätigt.

Hornstein legt vollkommen rationell als Rotationszeit der Sonne diejenige zu Grunde, welche sich aus den Beobachtungen von *Carrington* und *Spörer* für die Äquatorialzone ergeben. Denn da nach den in meiner Abhandlung »über das Rotationsgesetz der Sonne« entwickelten physischen Ursachen, die eigenthümliche Verschiedenheit in der Rotationsdauer verschiedener heliographischer Breiten nur durch die verzögernde Friction der polaren Unterströme in der Sonnen-Atmosphäre erzeugt wird, so ist klar, dass selbst die am schnellsten rotirende Zone am Äquator der Sonne noch ein wenig hinter derjenigen zurückbleiben wird, welche dem inneren, normal wie eine Kugel rotirenden Kerne entspricht, und mit welchem die Strömungspole, die den entwickelten Anschauungen gemäss gleichzeitig die magnetischen Pole sind, nothwendig zusammenhängen.

Hornstein bemerkt bei Erwähnung der gesetzmässigen Unterschiede der Rotationen in verschiedenen heliographischen Breiten Folgendes:

»Will man nicht Annahmen machen, welche den Grundsätzen der Mechanik widerstreiten, so wird man wohl die aus den Flecken der Äquatorialzone erhaltene Rotationszeit:

24.544 Tage

oder eine wenig von ihr verschiedene als die der wahren Rotationszeit der Sonne am nächsten kommende gelten lassen müssen.«

Alsdann setzt Hr. *Hornstein* die Gründe auseinander, welche ihn zuerst auf den Gedanken geführt haben, dass möglicherweise die magnetischen Veränderungen an der Erdoberfläche eine Abhängigkeit von der Rotationsdauer der Sonne erkennen lassen.

Die betreffenden Worte *Hornstein's* sind folgende:

»Man hat bekanntlich in den letzten Jahrzehnten zu wiederholten Malen beobachtet, dass auffallende Veränderungen auf der Sonnenoberfläche mit grösseren Änderungen der Richtung und Stärke des Erdmagnetismus gleichzeitig stattfanden. Ferner ist durch wichtige Arbeiten von *Sabine*, *Wolf*, *Lamont* u. A. nachgewiesen, dass die Jahresmittel der täglichen Variation der magnetischen Declination dieselbe 11jährige Periode zeigen, wie

die Sonnenflecke, und dass ein Gleiches auch von den Variationen der horizontalen Intensität gelten dürfte; ein Beweis, dass veränderte Zustände auf der Sonnenoberfläche (welche wahrscheinlich nur Folgen von gewaltigen Umwälzungen innerhalb des Sonnenkörpers selbst sind) Änderungen in den Elementen der erdmagnetischen Kraft herbeiführen. Verschiedene Zustände auf der Sonnenoberfläche finden aber nicht nur nach einander statt, im Verlaufe der 11jährigen Periode der Sonnenflecken; sie sind auch gleichzeitig neben einander vorhanden, wenn man Regionen von beträchtlich verschiedener heliographischer Länge in der Fleckenzone in's Auge fasst. Da nun während einer Rotation der Sonne nach und nach alle diese Regionen sich der Erde zuwenden, und innerhalb dieser Periode jeder Punct der genannten Zone seine Entfernung von der Erde nahe um den ganzen Durchmesser der Sonne ändert, so bin ich auf den Gedanken gekommen, zu untersuchen, ob sich nicht periodische Veränderungen in den Elementen des Erdmagnetismus zeigen, bei welchen die Dauer einer Periode gleich ist der synodischen Rotationszeit [1]) der Sonne oder einem aliquoten Theile derselben.

Ich habe diese Untersuchung auf alle drei Elemente, Declination, Inclination und horizontale Intensität ausgedehnt, und es hat sich aus der Discussion mehrjähriger Beobachtungen in Prag, Wien und an anderen Orten ergeben, dass die Änderungen jedes der drei Elemente der erdmagnetischen Kraft eine Periode von nahe 26⅓ Tagen andeuten, eine Periodicität, die wohl kaum anders als durch Einwirkung der Sonne erklärt werden könnte.«

Nachdem Hr. *Hornstein* hierauf das von ihm eingeschlagene Verfahren bei Discussion der Beobachtungen auseinandergesetzt und durch Zahlenwerthe erläutert hat, fährt er p. 10 mit folgenden Worten fort:

»Nachdem die Existenz einer in nahe 26 Tagen erfolgenden Oscillation in den Elementen der erdmagnetischen Kraft wohl

1) D. h. die mit Berücksichtigung der Erdbewegung erforderliche Zeit, welche ein Punct der Sonne gebraucht, um wieder in die gleiche Lage zur Erde zu gelangen. Da die Bewegung der letzteren mit der Richtung der Rotation der Sonne übereinstimmt so ist die synodische Rotationszeit natürlich grösser als die siderische oder absolute. Unter Annahme des obigen Werthes für die absolute Rotationszeit beträgt die synodische Rotation der Sonne c. 26.33 Tage.

unzweifelhaft nachgewiesen ist, und ich kein Bedenken trage, dieselbe als eine Wirkung der Sonne anzusehen, habe ich die schon oben erwähnte grosse Unregelmässigkeit in Erwägung gezogen, welche sich bei allen periodischen Erscheinungen auf der Sonne, so wie bei allen, mit diesen im Zusammenhange stehenden Phänomenen zu erkennen giebt. In der That würde das hier in Anwendung gebrachte Verfahren, welches um so genauere Resultate liefern wird, je regelmässiger die zu untersuchende periodische Erscheinung und je beständiger die Periode derselben ist, mit nur mässigem Erfolge verknüpft sein, wenn man es z. B. zur genaueren Ermittelung der 11jährigen Periode der Sonnenflecken anwenden wollte. Ich habe mir daher zunächst noch die Frage vorgelegt, ob es wohl gestattet sei, den mittleren Zustand des Sonnenkörpers im Allgemeinen während einer Reihe von Rotationen als so beständig vorauszusetzen, dass die Anwendung dieses Rechnungsverfahrens noch zu billigen ist. Es wurden aus den Declinationsbeobachtungen in Prag die fünf Perioden umfassenden Beobachtungen vom 19. April bis Ende August 1870, ferner die vier Perioden umfassenden Beobachtungen vom 1. September 1870 bis Anfang 1871 herausgehoben und getrennt auf graphischem Wege behandelt. Sie ergaben für die Oscillation:

(April bis August)	$0.8 \sin (x+90^0)$	$x=0$ am 6. Mai
(Sept. bis Dec.)	$0.8 \sin (x+90^0)$	$x=0$ am 14. Sept.

Die Amplitude ist also durch viele Monate unverändert geblieben. Die Periode ergiebt sich aber auf diesem Wege etwas kleiner, nämlich $T=26.20$ Tage. Dieses Resultat ist der Annahme eines längere Zeit andauernden Beharrungszustandes der Sonnenkraft theilweise günstig.

»Mehr entscheidend wäre aber die Vorausberechnung oder Rückwärtsberechnung des periodischen Ganges der Declination für ein anderes mit Hilfe der Resultate des Jahres 1870. Um hierzu zu gelangen, habe ich zuvörderst einen Mittelwerth für T abgeleitet. Es wurden nämlich gefunden:

Aus der Declin. 1870 in Prag (berechnet)	$T=$26.69 Tage
– – – – – – (graphisch)	26.20 –
– – – – – Wien (berechnet)	26.39 –
– – Inclin. – – Prag (berechnet)	26.03 –

Das Mittel, nämlich:

$$T = 26.33 \text{ Tage}$$

kann vorläufig als der wahrscheinlichste Werth der Periode, und als das Resultat der ersten Versuche, die (synodische) Rotationszeit der Sonne mit Hilfe der Magnetnadel zu bestimmen betrachtet werden.

Die wahre Rotationszeit der Sonne ergibt sich hieraus = 24.55 Tage, also fast genau übereinstimmend mit dem Werthe, welcher für die Rotationszeit der Sonnenflecke in der Äquatorialzone der Sonne aus astronomischen Beobachtungen (nach *Spörer*) gefunden wurde.

Ich habe nun eine Reihe von Jahrgängen der magnetischen Beobachtungen in Prag, Wien, Kremsmünster, Dublin, Toronto, St. Helena u. a. graphisch dargestellt, theilweise auch der Rechnung unterzogen, und in Bezug auf die 26¼ tägige Periode untersucht.«

Die beiden Tafeln, welche der Abhandlung beigegeben sind, und hier nicht reproducirt werden können, veranschaulichen durch das graphische Verfahren die erwähnte Periodicität. Indem zu den Werthen einer punctirten Linie, die aus den Monatsmitteln der Declination construirt ist, die periodischen Oscillationen hinzugefügt und die so erhaltenen Werthe durch eine rothe Linie verbunden wurden, bemerkt *Hornstein*, auf diese letztere Linie Bezug nehmend, Folgendes:

»So entstand die rothe Linie, welche (mit geringen Ausnahmen am Ende des Jahres 1869) noch am Anfange 1869, d. h. wenn man von der Mitte 1870 um volle 20 Rotationen der Sonne zurückgeht, mit wirklichem Gange der Declination in Übereinstimmung ist; eine Bestätigung der Annahme, dass durch viele Rotationen hindurch eine Art Beharrungszustand in der Sonne herrschte, welchem zufolge, trotz grosser Umwälzungen von demselben Theile des Sonnenkörpers nahe dieselbe Wirkung ausgeübt wurde.«

Ich habe mir erlaubt, diese wichtige und für die Erkenntniss der zwischen Sonne und Erde bestehenden magnetischen Beziehungen jedenfalls Epoche machende Untersuchung *Hornstein's* deshalb so ausführlich mitzutheilen, weil sie, abgesehen

von ihrer soeben erwähnten Bedeutung, wiederum einen Beweis für die bisher entwickelten Anschauungen von den physischen Ursachen der magnetischen Fernewirkung der Weltkörper liefert.

Dass die von *Hornstein* im Eingange seiner Arbeit erwähnten Vorgänge auf der Sonnenoberfläche nicht die Ursache der von ihm entdeckten Periodicität sein können, lässt sich auch ohne Berücksichtigung der von ihm selber empfundenen Schwierigkeit die Constanz der magnetischen Wirkung einer bestimmten Stelle des Sonnenkörpers daraus zu erklären, leicht nachweisen.

Gesetzt wir stellten in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne eine Magnetnadel auf, deren Länge gleich dem Erddurchmesser wäre. In der günstigsten Lage würde dann eine magnetisirbare Masse auf der Sonne dem einen Ende der Magnetnadel nur um $\frac{1}{11696}$ näher als dem andern, und daher die Wirkung eine verschwindende sein. Es können daher auch nicht die Variationen dieses Verhältnisses, welche durch die Veränderung der Entfernung um die Grösse des Sonnendurchmessers entstehen, wahrgenommen werden, ganz abgesehen davon, dass bei einer localen magnetischen Erscheinung auf der Oberfläche der Sonne stets beide Magnetismen auftreten müssten, die sich bei ihrer merklich gleichen Entfernung von der Erde in ihren Wirkungen vollständig aufheben würden.

Ganz anders gestalten sich dagegen die Verhältnisse, wenn man die Sonne selber als einen grossen Magneten betrachtet, welcher, da er nicht mit der Rotationsaxe zusammenfällt, ebenso wie die magnetische Erdaxe in Folge der Rotation des Himmelskörpers eine Nutation erleidet. Nimmt man z. B. an, die magnetischen Pole der Sonne hätten heliographische Breiten von 70° ähnlich derjenigen des magnetischen Nordpoles der Erde, so würde die dadurch bei der Rotation der Sonne eintretende Variation ungefähr 1 Procent der von der Sonne auf die Erde ausgeübten magnetischen Gesammtkraft betragen. Gleichzeitig ergiebt sich unter dieser Annahme, (die nach der entwickelten Theorie eine physikalische Consequenz der zu Grunde gelegten Prämissen ist,) die oben von *Hornstein* discutirte Constanz der Lage der magnetisch wirksamen Puncte ebenfalls als eine physisch nothwendige Eigenschaft des Sonnenkörpers.

Wenn aber die Sonne durch die im Laufe des Jahres stets ungleiche Entfernung ihrer beiden magnetischen Pole von der Erde auf die letztere magnetisch inducirend wirkt, so ist klar dass die mittlere Neigung der magnetischen Erdaxe, oder besser der Strömungsaxe, von beträchtlichem Einfluss auf die Stärke der magnetischen Induction der Erde sein muss. Es wird daher sowohl von der Lage als auch der relativen Intensität der magnetischen Pole der Erde abhängen, (möglicherweise auch von den secundären Einflüssen der Erwärmung und Abkühlung im Sommer und Winter,) welche Modificationen die periodischen Variationen im Laufe des Tages oder des Jahres erleiden.

Dass die Temperaturvertheilung an der Erdoberfläche nach der bisher entwickelten Theorie einen Einfluss auf die inneren Gluthströme äussern muss, ist selbstverständlich. Ob wir diesen Einfluss an den dadurch bedingten magnetischen Veränderungen wahrnehmen können hängt von seiner Stärke ab, und kann nur empirisch nicht *a priori* entschieden werden. Es liegen indessen bereits Beobachtungen vor, welche, wie mir scheint nur auf einen Einfluss der Temperaturvertheilung oder der inneren Configuration der Erdkruste zurückgeführt werden können.

So hat *Sabine*[1]) bei seinen magnetischen Beobachtungen auf Spitzbergen die Abhängigkeit der täglichen Declinations-Variation vom Stande der Sonne viel regelmässiger und bestimmter als an anderen Puncten hervortretend gefunden. Der Referent in *Gehler's* Wörterbuch (Bd. VI. p. 1097) bemerkt hierüber Folgendes:

»Es ist allerdings merkwürdig, dass an diesem Orte, wo der ungleiche Einfluss des Landes und des Wassers wegfällt, indem die ganze Umgegend beinahe eine zusammenhängende Eismasse bildet, die Variation genau mit dem Laufe der Sonne zusammenfällt, was für die Ableitung des Magnetismus durch die Sonnenstrahlen als gewichtiges Argument dienen könnte.«

Auf eine ähnliche Beziehung einer permanenten Temperaturvertheilung an der Oberfläche der Erdrinde zu den im Innern stattfindenden Bewegungen der glühend-flüssigen Masse deuten die Resultate der von *Lenz*[2]) veröffentlichten *Untersu-*

1) *Sabine*, An account of Experiments to determine the figure of the Earth London 1825. (4) p. 500.

2) *Lenz*, Mémoires de l'Acad. de St. Pétersbourg V. 3. p. 1—88.

chung einer unregelmässigen Vertheilung des Erdmagnetismus im nördlichen Theile des finnischen Meerbusens.«

In einem Referate bemerkt *Lamont*[1]) über die Resultate jener Untersuchung Folgendes:

»Die in den Berliner Berichten 1860. p. 654 angezeigte Abhandlung von Hrn. *Lenz* über die Localstörungen am Eingange des finnischen Meerbusens ist nun erschienen und enthält genaue Angaben über die Instrumente und Reductionsmethoden, dann die unmittelbaren Beobachtungsresultate und die daraus berechneten Werthe der drei rechtwinkligen magnetischen Componenten. Als Resultat ergiebt sich, dass man die Insel Jussar-oe als einen grossen natürlichen Magneten betrachten müsse, dessen Nordpol nordwestlich und dessen Südpol südöstlich sich befindet, jedoch werden durch eine solche Hypothese die Erscheinungen nur im Allgemeinen erklärt und wenn auf das genauere Detail eingegangen wird, so findet man, dass auf der Insel selbst die Vertheilung des Magnetismus nicht regelmässig ist, und dass die abnorme Vertheilung nicht auf den Umfang der Insel und ihre unmittelbare Umgebung sich beschränkt, sondern über einen sehr weiten Umkreis sich ausdehnt. Es würde von Interesse sein, die Untersuchung noch weiter zu verfolgen und insbesondere am südlichen Ufer des finnischen Meerbusens, wo bereits das Vorhandensein einer localen Störung nachgewiesen ist, Beobachtungen anzustellen. Hr. *Lenz* sucht die Ursache der Störungen in den mächtigen Eislagern, die hier vorgefunden werden...«

20.

Es würde offenbar als eine Stütze meiner Anschauungsweise betrachtet werden können, wenn mit Berücksichtigung der derselben zu Grunde liegenden Voraussetzung einer bestimmten Temperaturvertheilung auf der Sonnenoberfläche, derartige periodische Schwankungen auch in der Wärmestrahlung der Sonne nachgewiesen werden könnten, welche mit ihrer Rotationsdauer zusammenhängen. Da jedoch die Wärme keine

1) Fortschritte der Physik im Jahre 1868. p. 594 ff.

polaren Fernewirkungen ausübt und nach meiner Theorie die Strömungspole an der Sonnenoberfläche die kältesten Stellen sein müssen, so würde man bei der Nutation der Kältepole der Sonne ein doppeltes Minimum der Strahlung erwarten dürfen, dessen relative Grössen mit Berücksichtigung der Neigung der Rotationsaxe der Sonne zur Ebene der Erdbahn auch von der Jahreszeit abhängen würde. Da die Wärme keine polaren Eigenschaften besitzt, so würde auch hierbei die Möglichkeit nicht ausgeschlossen sein, dass die Temperaturen beider Hemisphären der Sonne und folglich auch ihrer Kältepole, verschiedene Werthe besitzen.

Diesen Folgerungen aus der Theorie erlaube ich mir hier die Resultate einer umfangreichen und bezüglich ihrer Zuverlässigkeit hinreichend durch den Namen des Autors verbürgten Untersuchung »*Über die ungleiche Wärmevertheilung auf der Sonne*«[1]) von Professor *D'Arrest*, gegenwärtig Director der Sternwarte in Kopenhagen mitzutheilen.

(79—81) »Dass die Sonne unter verschiedenen heliocentrischen Breiten in ungleichem Grade Wärme erregt, ist bekanntlich neuerdings auf thermoelectrischem Wege von Prof. *Secchi* in Rom nachgewiesen worden. Die Abnahme der Wärme vom Sonnenäquator nach den Polen hin, welche aus jenen mehrfach wiederholten in den Comptes Rendus mitgetheilten Beobachtungen unzweifelhaft hervorgeht, erinnert an die bereits im Jahre 1845 von Prof. *Nervander* in Helsingfors nachgewiesene Ungleichheit der erwärmenden Kraft, welche sich unter verschiedenen Längengraden der Sonne merklich macht, und die sich in Folge der Sonnenrotation in den Temperaturbeobachtungen ausspricht, wenn man dieselben in passender Weise für einen so grossen Zeitraum combinirt, dass die jährliche und die tägliche Periode aus den Mitteln als eliminirt betrachtet werden dürfen. Im dritten Bande der Bulletins der ph.-math. Classe der Petersburger Academie hat *Nervander* namentlich gezeigt, dass aus den Pariser Temperaturbeobachtungen von 1816 bis 1839 der Coefficient der von der Rotation der Sonne abhängigen Ungleichheit 0,302 Centesimalgrade beträgt, so dass der Unterschied zwischen den von andern Ungleichheiten befreiten Temperatu-

---

1) Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Sitzung am 2. Juli 1853.



ren, je nachdem der wärmste oder der kälteste Meridian der Erde zugewandt ist, 0.604 C. Grade ausmacht. In derselben Abhandlung wird diese Grösse aus den in Innsbruck von 1777 bis 1828 angestellten Beobachtungen in völliger Übereinstimmung mit Obigem zu 0.60 C. Grade ermittelt. Man hat diesem Ergebniss den Einwand entgegengestellt, dass die nur an zwei einzelnen Orten ermittelte Periodicität nicht über das wirkliche Vorhandensein einer von der Umdrehung der Sonne direct abhängigen Ungleichheit entscheiden könne; dieselbe wird aber jedenfalls erheblich an Wahrscheinlichkeit gewinnen, wenn sich unter sehr verschiedenen klimatischen Verhältnissen eine Periodicität von derselben oder nahezu derselben Grösse herausstellen sollte.

In diesem Sinne sind seit 1845 nur die Mailänder Mittagsbeobachtungen der Temperatur von *Carlini* behandelt worden: einigen andern Abhandlungen, welche in der Zwischenzeit über diesen Gegenstand in *Poggendorff's* Annalen bekannt geworden sind, kann man eine so einfache directe Vergleichung nicht entnehmen, welche erst über das Vorhandensein der Ursache entscheiden soll, bevor irgend eine Folgerung daraus zulässig erscheinen kann. *Carlini* hat im sechsten Bande des Journals des Lombardischen Instituts die von der Rotation der Sonne herrührende grösste Ungleichheit aus den Mailänder Beobachtungen 0.712 C. Grade gefunden. Die Übereinstimmung dieser Zahl mit den beiden obigen aus Pariser und Innsbrucker Beobachtungen hervorgegangenen Werthen kann um so überraschender erscheinen, wenn man bedenkt, dass der Einfluss der ungleichen Erwärmung, so weit eine solche aus einer wirklichen Ungleichheit der wärmeerregenden Kraft nach den Längengraden der Sonne hervorgeht, sich in der That unter höheren geographischen Breiten ein wenig geringer zeigen muss. Die Discussion der Mailänder Beobachtungen umfasst die Jahre 1835 bis 1844.

In ganz ähnlicher Weise werde ich in diesem Aufsatze aus den auf der Königsberger Sternwarte während der Jahre 1827 bis 1837 im Mittag angestellten Temperaturbeobachtungen, unter Annahme eines möglichen Einflusses der Sonnenrotation, den Coefficienten der Periode bestimmen. Indem ich von demjenigen Sonnenmeridian *M* ausgehe, der am 1. Januar 1827 zur Zeit des Königsberger Mittags der Erde zugekehrt war, habe ich in

den folgenden Tafeln, unter Zugrundelegung der geometrischen Umdrehungszeit der Sonne von 27.26 mittleren Tagen,[1]) in der ersten Gruppe diejenigen Tage und Temperaturen zusammengestellt, welche der Reihe nach zu demselben Meridiane *M* gehören. Die zweite Gruppe vereinigt die Tage und Temperaturen, welche dem Längengrade der Sonne *M*+120° entsprechen, und ebenso sind in der dritten für jedes Jahr die zum Längengrade *M*+240° gehörigen Zeiten und Thermometergrade vereinigt.«

Nach einer ausführlichen Darlegung des benutzten Beobachtungsmaterials und seiner Behandlung beschliesst *D'Arrest* diese Untersuchung mit einer übersichtlichen Zusammenstellung der erhaltenen Resultate in folgender Weise:

(99. 100) »Es stehn also für Berlin im Mittag und in *Réaumur*'schen Graden die Summen für die einzelnen Jahre so:

	I. Gruppe	Beobb.	II. Gruppe	Beobb.	III. Gruppe	Beobb.	IV. Gruppe	Beobb.
1836 – 37	118.1	14	127.7	14	82.0	18	87.2	18
1837—38	82.0	13	98.4	13	86.6	14	112.9	14
1838—39	125.1	14	97.4	13	95.6	18	93.5	13
1839—40	98.9	13	126.3	14	108.3	14	112.5	13
1840—41	97.4	13	103.7	13	98.8	13	116.4	14
1841—42	125.1	14	138.2	14	111.4	13	110.1	13
1842—43	101.1	13	113.6	13	132.5	14	116.1	14
1843—44	117.0	14	131.5	13	107.0	13	100.9	13
1844—45	94.1	13	100.1	14	98.9	14	89.2	13
1845—46	126.1	14	115.3	13	132.7	13	131.8	14
Summen	1085.1	135	1147.2	134	1053.8	134	1070.6	134

Man hat danach für den Meridian *M*, der im Berliner Mittag des 1. Juli 1836 der Erde zugewandt war,

mittlere Temperatur in Centesimalgraden 10.0475
für den Meridian *M*+90° – 10.6989

1) Diese Periode, welche den besseren in neuerer Zeit abgeleiteten sehr nahe entspricht, habe ich bei der Unbestimmtheit, welche in diesem Elemente noch besteht, mit *Nervander* und *Carlini* (an den a. O.) gemeinschaftlich genommen, um das Resultat aus den Königsberger Beobachtungen um so vergleichbarer zu machen mit den Ergebnissen für Paris, Innsbruk und Mailand.

für den Meridian $M+180^0$ in Centesimalgraden 9.8300
- - - $M+270^0$ - - 9.9863

Werthe, deren blosser Anblick zeigt, dass die vorliegenden Beobachtungen, weit entfernt sich den oben aufgeführten Coëfficienten anzuschliessen, auf das Vorhandensein einer beträchtlich grössern, von der Sonnenrotation abhängigen, Ungleichheit im Gange der Temperatur hindeuten würden. Bei der offenbaren Unmöglichkeit, die vier Werthe, auf welche die zehnjährigen Berliner Beobachtungen nun zurückgeführt sind, durch drei Contanten wie oben für Königsberg geschehn, in irgend erträglicher Weise zu vereinigen, bleibt nichts übrig, als durch dieselben eine interpolirende Linie etwa von folgender Form zu legen:

Mittlere Temperatur $=10.1406+0.3724 \sin(16^0\,59'+m)$
- - -0.3615 - $(33^0\,57'+2m)$

wo die Grade hunderttheilige sind und m wiederum in 27.26 mittleren Tagen den Umkreis durchläuft. Wie man sieht, hat die Curve zwei Maxima und zwei Minima, die sich aus der Gleichung bestimmen

$$\frac{\cos(16^0\,59'+m)}{\cos 2(16^0\,59'+m)} = 2.9377.$$

Die Auflösung giebt

$$\cos(16^0\,59'+m) = +\,0.12753 \mp 0.71850$$

und damit sogleich

erstes Minimum .	10.0130 C.	für $m =$	$15^0\ 14'$
absolutes Maximum	10.7857	- -	109 15
- Minimum	9.4955	- -	246 47
zweites Maximum .	10.2682	- -	310 48

Es scheint immerhin bemerkenswerth, dass schon *Nervander* (Bulletins III. S. 14) das Vorhandensein von wenigstens zwei Maximis und zwei Minimis vermuthete. Muss man sich nun begnügen, das Vorhandensein einer Variation, und, wie es den Anschein hat, einer Variation ohne gleichmässige Zu- und Abnahme aus den verschiedenen Beobachtungsreihen, die bisher von diesem Gesichtspuncte aus discutirt wurden, nachgewiesen zu haben, ohne gleichwohl den Coëfficienten der Ungleichheit aus Thermometerbeobachtungen zuverlässig festsetzen zu können; so drängt sich andererseits die Bemerkung auf, dass wenn die Sonne, was ihre Wärme betrifft, zu den veränderlichen Sternen gehört, das Vorhandensein von je zwei grössten

und kleinsten Werthen eine Analogie mit den Lichterscheinungen von β Lyrae böte.«[1])

Es ist selbstverständlich, dass die nun eröffnete Hoffnung auf Bestimmung der Lage der Kälte-Pole der Sonne, die nach meiner Theorie mit ihren magnetischen Polen zusammenfallen müssen, viel zweckmässiger direct durch actinometrische als durch thermometrische Beobachtungen der Lufttemperatur realisirt werden kann. Möge man daher auf den zahlreichen meteorologischen Stationen solche actinometrische Beobachtungen an jedem heiteren Tage anstellen, was für den vorliegenden Zweck ganz einfach in der Weise geschehen kann, dass man, wie beim Psychrometer, zwei nahe befindliche Thermometer vergleicht, von denen die Kugel des einen beschattet, die andere eine bestimmte Zahl von Secunden der directen Bestrahlung durch die Sonne ausgesetzt wird. Die während dieser Zeit erzeugte Ausdehnungsdifferenz des Quecksilbers giebt ein Mittel zu relativen Intensitätsbestimmungen der Wärmestrahlung der Sonne. Dass die Sonnenhöhe ähnlich wie bei photometrischen Beobachtungen durch eine empirisch angefertigte Extinctionstabelle berücksichtigt werden muss, ist selbstverständlich. Auf diesem Wege werden sich dann auch in verhältnissmässig kurzer Zeit die durch die Sonnenfleckenperiode erzeugten Veränderungen in der thermischen Energie der Sonne nachweisen lassen.

21.

Dass nun in der That die mehrfach erwähnten Strömungspole nicht mit den Rotationspolen der Sonne zusammenfallen

1) Wenn *Airy* in den Astronomischen Nachrichten No. 934 durch eine ähnliche Discussion der Thermometerbeobachtungen auf der Sternwarte zu Greenwich von nur 6 Jahren (1848—1853) kein entscheidendes Resultat erhält, so dürfte dies einerseits auf die veränderte Behandlungsweise des Beobachtungsmaterials, andererseits auf klimatische Verschiedenheiten zurückzuführen sein. Denn es ist klar, dass jener Effect der verschiedenen Strahlung der Sonne um so weniger in den Temperaturen der Luft bemerklich sein wird, je wasserdampfreicher und durch Wolken und Nebel getrübter dieselbe ist. Deshalb scheint mir auch die von *D'Arrest* getroffene Wahl der direct am Mittag beobachteten Temperaturen, — also derjenigen, auf welche die Strahlung der Sonne am meisten Einfluss hat, — bei Weitem rationeller zu sein, als die von *Airy* benutzten Tagesmittel der Temperaturen.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

In der zweiten Abhandlung[2] theilt Pater Secchi eine grosse Zahl von Protuberanzen mit, von denen die dem Strömungsgesetze entsprechenden mit + die ihm widersprechenden mit — bezeichnet sind. Die betreffende Stelle, welche am Schlusse zugleich auch die Nichtcoincidenz der Strömungs- und Rotationspole der Sonne ausspricht, lautet folgendermassen:

»Je rappelerai que la loi supposée à vérifier est celle d'un entraînement général des protubérances élevées de l'équateur vers les pôles, de sorte que, dans les latitudes moyennes, nous devons rencontrer les inclinaisons dirigées vers les pôles; à l'équateur, on devrait avoir une direction variable, et aux pôles une inclinaison nulle.«

»Le résultat obtenu a été le suivant: pendant quarante-deux jours d'observations, on a obtenu:

+	Protubérances conformes à la loi . . .	403	Rapport 2.92 : 1.00
—	- discordantes	138	
±	Protubérances situées surtout près des pôles	102	

---

1) Comptes rendus T. LXXIII. p. 242 ff.
2) Ibidem p. 595 ff.

»*Ces chiffres sont évidemment très-favorables à la loi hypothétique dont nous sommes partis; mais sa probabilité paraîtra encore plus remarquable après quelques réflexions.*

1°. *Un grand nombre des discordances vient de ce que, comme on l'aperçoit clairement sur les figures, le* g r a n d   t o u r b i l l o n   g é n é r a l *(pour l'appeler ainsi) qui enveloppe le soleil n'est pas concentrique à l'axe géométrique de rotation, de sorte que le pôle de rotation reste tantôt à droite, tantôt à gauche du pôle de circulation. On reconnaît très-bien le pôle de circulation, car à ses extrémités les filets des protubérances sont ou presque verticaux ou absolument verticaux, tandis qu'à droite et à gauche ils sont fortement inclinés. Nous n'avons pas tenu compte de cette particularité, et les exceptions paraissent plus nombreuses.*

2°. *Une autre irrégularité provient de ce que l'activité solaire n'est pas actuellement la même dans les deux hémisphères, et il arrive que l'hémisphère le plus actif entraîne la circulation au delà de la limite équatoriale (comme il arrive chez nous pour les vents alizés), et il en résulte que l'équateur ne divise pas en deux régions égales les zones de circulation.*

3°. *Enfin il faut tenir compte de l'influence des taches, qui troublent considérablement cette circulation.*«

Diese von P. *Secchi* aus zahlreichen und sorgfältig angestellten Beobachtungen abgeleiteten Thatsachen haben für Hrn. *Faye* keine Bedeutung. Denn in einer mir während des Druckes dieser Zeilen zu Gesicht gekommenen Mittheilung an die Pariser Academie, bemerkt Hr. *Faye* Folgendes:

»*C'est ainsi qu'on a cru récemment trouver une indication favorable à l'existence de ces courants dans les directions si variées des jets d'hydrogène incandescent émis par la chromosphère . . . . . .*

D'ailleurs la seule inspection des dessins déjà publiés en grand nombre suffit, aux esprits non prévenus, pour faire évanouir toute idée de courants généraux dans la chromosphère.«

Um jedoch zu beweisen, dass der von Hrn. *Faye* gegen Pater *Secchi* geäusserte Verdacht, derselbe sei bei seinen Beobachtungen präoccupirt gewesen und gehöre b e z ü g l i c h   j e n e r   S t r ö m u n g e n   i n   d e r   S o n n e n a t m o s p h ä r e zu den »*esprits prévenus*« ein ungerechtfertigter ist, erlaube ich mir zu bemerken, dass ich von Pater *Secchi* schon im April d. J. einen Brief erhielt, *d. d. Rome*, 28. *Avril* 1871, in welchem er mich um die

Zusendung meiner oben erwähnten Abhandlung »über das Rotationsgesetz der Sonne und der grossen Planeten« ersuchte, worin ich noch einmal in ausführlicher Weise die theoretische Ableitung jenes Circulationsgesetzes der Sonnenatmosphäre gegeben habe, dessen physikalische Ursachen zuerst in meiner Abhandlung[2], vom 12. December 1870 entwickelt wurden.

Die betreffenden Worte *Secchi's* in jenem an mich gerichteten Briefe lauten folgendermassen:

»*M. Schellen de Cologne me donne la nouvelle que vous avez fait un travail très intéressant sur la rotation du Soleil. Comme tout ce qui vient de vous est très intéressant pour moi, ... je vous prie de me faire savoir où, et comment je pourrai me procurer cet intéressant travail.*«

Ich sandte hierauf umgehend die gewünschte Abhandlung nach Rom.

Hätte nun Pater *Secchi* seine so höchst verdienstvollen Beobachtungen in der Absicht und mit dem Wunsche unternommen, das dort theoretisch von mir entwickelte Circulationsgesetz der Sonnenatmosphäre zu bestätigen, so würde er es ohne Zweifel nicht unterlassen haben, hierbei meine ihm bekannten Abhandlungen und die dann als nothwendig gefolgerte Existenz jener Strömungen zu erwähnen.

Wie man sieht, wird durch diesen Umstand der Werth und die Bedeutung der *Secchi*'schen Beobachtungsresultate für meine Theorie noch wesentlich erhöht, indem hierdurch für alle »esprits

---

1) Comptes rendus T. LXXVIII p. 1035. Wenn Hr. *Faye* in dieser Mittheilung bei einer Kritik meiner Abhandlung über das Rotationsgesetz der Sonne und der grossen Planeten die Behauptung ausspricht: »*Suivant M. Zöllner, le soleil* [illegible] *entièrement solide* [illegible] *entièrement*,« so erlaube ich mir zu bemerken, dass diese Anschauung vom Aggregatzustande der Sonne von mir nirgends ausgesprochen worden ist, so dass jene Behauptung des Herrn *Faye* nur durch eine oberflächliche Lectüre meiner Arbeit entstanden sein kann. Selbstverständlich fallen hiermit alle diejenigen Argumente, welche Hr. *Faye* auf Grund jener mir fälschlich vindicirten Anschauung gegen meine Theorie der physischen Beschaffenheit der Sonne [illegible].

2) Über die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken. Berichte der königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften [illegible] am 12. December 1870.

non prévenus« die Wahrscheinlichkeit jener Theorie und der ihr zu Grunde liegenden Ursachen als durch zwingende Thatsachen der Beobachtung unterstützt erscheinen muss.

Wenn nun auf den grossen Planeten, Jupiter und Saturn, wie ich dies aus verschiedenen Gründen wahrscheinlich gemacht habe,[1]) durch eine gegenwärtig noch hohe Temperatur ihrer Oberflächen dieselben wesentlichen Bedingungen zur Entwickelung der grossen Circulation ihrer Atmosphären und flüssigen Bestandtheile vorhanden sind, so werden auch hier die Strömungspole nicht mit den Rotationspolen zusammenfallen. Es ist dann aber klar, dass ein dem Strömungsäquator paralleler Streif in der Gegend seiner Durchschnittspuncte mit dem Rotationsäquator nach einer halben Umdrehung eine Richtungsänderung um den doppelten Neigungswinkel der beiden Axen erleiden muss. Demgemäss würden genaue Bestimmungen der Positionswinkel der Streifen auf den grossen Planeten eine von ihrer Rotationsdauer abhängige Periode zeigen müssen und sich daher auch zur Bestimmung der Rotationszeiten jener Planeten eigenen. Auf der Sternwarte des Kammerherrn *von Bülow* zu Bothkamp werden demnächst derartige Untersuchungen in Angriff genommen werden.

Es ist klar, dass dann die Vorgänge in den oberflächlichen Strömungsprocessen der grossen Planeten, durch dasselbe Band mit den Vorgängen auf der Sonnenoberfläche verknüpft sein müssen, wie die inneren Gluthströme unseres eigenen Planeten mit der Fleckenperiode der Sonne. Es dürfte also bei den heftigen Bewegungen und den mannigfach wechselnden Gestaltungen auf der Oberfläche Jupiters zu erwarten sein, auch in diesen Veränderungen eine mit der Häufigkeit der Sonnenflecke zusammenhängende Periode wiederzufinden.

22.

Überblickt man die Mannigfaltigkeit von Beziehungen, welche sich bisher aus der entwickelten Theorie von den physischen Ursachen des Erdmagnetismus ergeben haben und durch die Beobachtungen bestätigt worden sind, so wird es kaum noch

1) Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Sitzung am 11. Februar 1871.



überraschen, dass auch der oben (§. 15) deducirte Einfluss der Sonnenfleckenperiode auf die innere Erdwärme in neuester Zeit durch Beobachtungen constatirt ist.

Aus den Temperaturbeobachtungen, die mit sehr guten Instrumenten am Kap der guten Hoffnung vom Jahre 1841 bis 1870 angestellt wurden, berechnete *Stone*[1] die Jahresmittel, die er graphisch in einer Curve darstellte. Mit dieser verglich er eine zweite Curve, welche die Häufigkeit der Sonnenflecken nach den ausführlichen Beobachtungen von *Wolf* angab, und fand, dass, wenn er die letztere Curve umkehrte, sie so auffallend mit der Curve der mittleren Jahrestemperaturen zusammenfiel, dass er die Ansicht aufstellt: dieselbe Ursache, welche zu einer Steigerung der mittleren Jahreswärme führt vermindert auch die Sonnenflecke.

In einem Schreiben an *Stokes* bemerkt *Stone* ausdrücklich

»Ich will erwähnen, dass ich nicht die geringste Erwartung hatte, als ich zuerst die Curven zeichnete, dass irgend eine merkliche Übereinstimmung sich aus ihnen ergeben würde, dass ich aber nun die Übereinstimmung für zu nahe halte, um sie für ein Spiel des Zufalls anzusehen. Gleichwohl würde ich eher zu der Vermuthung hinneigen, dass der Zusammenhang zwischen der Schwankung der mittleren Temperatur und dem Erscheinen der Sonnenflecke ein indirecter sei, als ein directer, dass also beide aus einer [illegible] Änderung der Energie der Sonne resultiren.«

Piazzi Smyth hatte bereits am [illegible] März 1870 der Royal Society eine Mittheilung über das gleiche Resultat aus andern Beobachtungen gemacht. Er [illegible] und reducirte die Beobachtungen, die vom Jahre 1837 bis 1869 an vier grossen Erdthermometern [illegible] wurden, die in Folge eines Beschlusses der British Association von [illegible] des Calton-hügels am königlichen Observatorium zu Edinburg eingesenkt wurden. Unter anderen periodischen Veränderungen der Erdwärme fand nun *Piazzi Smyth* auch eine Periode von 11,1 Jahren, als die Sonnenfleckenperiode. [illegible] ausführlich discutirt werden, [illegible] zu dem Resultate, dass die Sonnenflecke nicht [illegible] Ursache der Schwankungen der Erdtemperatur sein können.

[1] Proceedings of the Royal Society [illegible]

Ich halte es nach diesen Resultaten für sehr wahrscheinlich, dass bei noch tiefer eingesenkten Erdthermometern die hier stattfindenden Einflüsse viel deutlicher zu Tage treten werden, indem der verzögernde Einfluss der mangelhaften Wärmeleitung der Erdrinde dadurch mehr zurücktritt. Ob auch die Jahresperiode der magnetischen Störungen und Nordlichter sich in jenen Variationen der inneren Erdwärme wiederspiegeln wird, hängt von der erfolgreichen Überwindung der soeben angedeuteten Hindernisse ab.

23.

Obschon bereits oben (§. 9) der nach der entwickelten Theorie nothwendige Zusammenhang mechanischer und magnetischer Veränderungen an der Erdoberfläche gefolgert wurde, so fragt es sich doch, ob nicht die Häufigkeit der mechanischen Reactionen des glühend-flüssigen Erdinnern ebenfalls periodische Änderungen zeigt, welche mit den Änderungen derjenigen Ursachen coïncidiren, die jene mechanischen Änderungen hervorrufen können.

Insofern diese Änderungen von äusseren Ursachen ausgehen, können hier nur die Sonne und der Mond in Betracht kommen. Es wurde gezeigt dass diese Körper in doppelter Weise die mechanischen Reactionen des flüssigen Erdkernes gegen die erstarrte Rinde beeinflussen können, nämlich

1. direct, durch Erzeugung einer Druck- oder Fluthwelle,
2. indirect, durch magnetische Induction.

Der directe Einfluss wird am stärksten beim Monde, der indirecte am stärksten bei der Sonne hervortreten müssen.

Bei der grossen Unvollkommenheit, in welcher sich bis jetzt noch die Instrumente zur genauen Bestimmung von plötzlichen Niveau-Veränderungen des Erdbodens befinden, reduciren sich die mechanischen Reactionen auf Schwankungen des Bodens von solcher Intensität, dass wir dieselben in Form von Erderschütterungen nur durch unser Gefühl wahrnehmen können.

Es fragt sich also ob zwischen der Häufigkeit dieser Phänomene und dem Mondlaufe irgend welche Beziehungen existiren, welche dem oben theoretisch angedeuteten Einflusse entsprächen. Die Einwirkung des Mondes auf die beweglichen Theile des Erdkörpers muss ein Maximum beim geringsten Abstande

beider Körper, also im Perigäum, und in denjenigen beider Stellungen besitzen, in welchen der Mond seine attractive Wirkung mit derjenigen der Sonne vereinigt, also in den beiden Syzygien. Das Minimum musste auf die Quadraturen fallen.

Die ausführlichsten und umfangreichsten Sammlungen von Mittheilungen über Vulkane und Erdbeben hat wohl *A. Perrey* in seiner *Bibliographie séismique*[1] geliefert. In einer besonderen Abhandlung[2] entwickelt der Verfasser die aus seinen Sammlungen sich ergebenden Beziehungen der Erderschütterungen und vulkanischen Processe und stellt zahlreiche Sätze über das Wesen und die Natur dieser Erscheinungen auf. Ich erlaube mir hier nur kurz die für die vorliegenden Betrachtungen wichtigsten Sätze mit den Worten des Berichterstatters in den Berichten der Berliner physikalischen Gesellschaft 1863. p. 718 ff. mitzutheilen.

»Das Phänomen der Erdbeben ist ein zusammengesetztes, für welches man nur mit Schwierigkeit eine einzige Ursache annehmen kann. Gewisse Stösse oder Reihen von Stössen an einem gegebenen Orte führen auf besondere Ursachen, von denen eine gewisse Zahl unabhängig von der Hauptursache und diese modificirend wirken können.

»Man bemerkt eine gewisse periodische Wiederkehr, für welche man eine Einwirkung des Mondes erkennt, indem im Mondsmonate zwei Maxima und zwei Minima eintreten. Der Mond wirkt nämlich anziehend auf den feurig-flüssigen Kern der Erde, wodurch ein Druck von innen her auf die Erdrinde hervorgerufen wird, welcher nach seiner Stärke und Richtung sowie nach der Beschaffenheit der innern Fläche der festen Kruste verschieden sein kann. Es kommen dabei alle Erscheinungen zur Geltung, welche bei der Fortpflanzung von Wellen mit ungleicher Geschwindigkeit u. s. w. auftreten können.

»Den Schluss bilden Bemerkungen und Berechnungen über die Häufigkeit der Erdbeben in Bezug auf das Alter des Mondes während der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts und über die

---

1) Mémoires de l'Académie de Dijon. IV. p. 1—118. V. p. 183—253 IX. 67—192 und X. 1—33. Das erste Verzeichniss erschien 1833 das letzte 1862.

2) Propositions sur les tremblements de terre et les volcans, adressées à M. Lamé, Paris 1863. Silliman's Journ. 2. XXXVII. 1—40.

Häufigkeit der Erscheinung in Bezug auf den Durchgang des Mondes durch den Meridian. Es bestätigt sich eben die grössere Häufigkeit zur Zeit der Syzygien gegenüber den Quadraturen und im Perigäum gegenüber dem Apogäum.«

Der indirecte Einfluss der Sonne würde sich in der Abhängigkeit der Erdbeben-Häufigkeit von den Sonnenflecken zeigen. Indessen ist mir hierüber nichts bekannt. — In Betreff des wellenartigen Characters der Erdbeben erlaube ich mir hier eine Stelle aus einer Abhandlung von *Mallet*[1]) (ebenfalls mit den Worten des Referenten in den Berliner Berichten 1863 p. 926) über das in der Nacht vom 5—6. Oct. 1863 in England beobachtete Erdbeben mitzutheilen.

»In Bezug auf die Erklärung des Begriffes selbst spricht sich *Mallet* zuvörderst entschieden dagegen aus, dass das Erdbeben eines der Mittel zur Hervorbringung dauernder geologischer Hebungen sei. Es sei vielmehr der Durchgang einer Welle oder mehrerer Wellen elastischer Zusammendrückung in irgend einer Richtung, von der senkrechten bis zur wagerechten in jedem Azimuthe, durch die Masse und Oberfläche der Erde, ausgehend von irgend einem Mittelpuncte des Anstosses oder auch von mehreren. Dabei könne man Töne und fluthende Wogenbewegungen verspüren, welche auf dem gegebenen Anstosse und auf Bedingungen der Lage von See und Land beruhen.

Mallet giebt dann einen kurzen Abriss der Geschichte der Erdbebenlehre. Danach ist die wahre Erkenntniss erst gekommen, nachdem die Gebrüder *Weber* und *Scott Russel* die Lehre von gewissen Wellenbewegungen, zumal letzterer die der Translationsbewegung entwickelt hatten. Er behandelt dann die Erscheinungen der Erdbeben bis zu einem gewissen Abschlusse.«

Man sieht aus allen diesen Angaben, dass die Bewegungen des Erdbodens vielleicht fortdauernd aber nur so schwach vorhanden sein könnten, dass sie sich ohne feinere Hülfsmittel unserer Wahrnehmung entziehen müssen. Jedenfalls darf man behaupten, dass die Häufigkeit der sicher constatirten Bewegungen des Erdbodens bedeutend wachsen würde, wenn wir im Besitze feiner seismometrischer Instrumente wären.

---

1) *R. Mallet.* The late earthquake, and earthquakes in general. Qarterly Journal of Science I. 53—69. (1863.)

24.

Vor zwei Jahren hatte ich der Königlichen Gesellschaft ein Instrument vorgezeigt[1]) und erläutert, dessen Principien, wie ich nachträglich erfuhr, bereits sieben Jahre früher von Hrn *Perrot* der französischen Akademie zu gleichen Zwecken vorgeschlagen worden war.[2])

Über eine wirkliche Anwendung und genaue Ausführung des Principes ist mir bisher nichts bekannt geworden. Ich werde mir daher erlauben, in Folgendem das Instrument zu beschreiben, welches sich auf Grund zahlreicher Versuche und mit demselben ausgeführter Messungen bis jetzt als das zweckmässigste bei meinen Beobachtungen bewährt hat. Um jedoch zunächst den Zweck des Apparates und seine Beziehung zu den vorliegenden Fragen zur Anschauung zu bringen, erlaube ich mir hier einige Sätze aus meiner unten citirten Abhandlung zu reproduciren.

»Die bisher angewandten Methoden zur Messung anziehender und abstossender Kräfte zerfallen im Wesentlichen in zwei Klassen; bei der ersten wirken die Kräfte auf Massen, welche, wie beim Pendel, den verschiedenen Electrometern und ähnlichen Apparaten eine horizontale Rotationsaxe, bei der zweiten auf Massen, welche, wie bei den verschiedenen Formen der Drehwage, eine verticale Rotationsaxe besitzen. Die Apparate der ersten Klasse sind einarmige, die der zweiten zweiarmige Hebel, weshalb die letzteren nur für nicht parallele Kräfte anwendbar sind. Die Apparate der ersten Klasse, welchen diese Beschränkung nicht anhaftet, sind jedoch durch das gegebene Directionsmoment der Schwere nur auf Kräfte anwendbar, deren Intensität im Allgemeinen von derselben Ordnung wie die der Schwere ist. Dagegen sind die Apparate der zweiten Klasse durch das beliebig zu vermindernde Directionsmoment auf sehr schwache jedoch nicht parallele Kräfte anwendbar.

Gäbe es eine Methode, welche die Vortheile beider Klassen vereinigte, so könnte dieselbe auch in der Astronomie eine

---

1) Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Sitzung am 27. Nov. 1869. »Über eine neue Methode zur Messung anziehender und abstossender Kräfte.«

2) Comptes rendus T. LIV. p. 728.

grosse Bedeutung erlangen, indem wir durch sie in den Stand gesetzt wären, auch solche schwachen Kräfte in den Bereich unserer messenden Beobachtungen zu ziehen, welche beispielsweise durch die Verschiedenheit der Entfernungen der einzelnen Puncte der Oberfläche und des Schwerpunctes der Erde von Sonne und Mond oder durch die Unterschiede der Centrifugalkraft der Erde in verschieden weit von ihrer Oberfläche entfernten Puncten hervorgerufen werden.«

Die Principien einer solchen Methode und ihre practische Ausführbarkeit erläuterte ich an einem Apparate, für welchen ich zur Unterscheidung anderer bifilar-suspendirter pendelartiger Instrumente den Namen

»Horizontalpendel«

vorschlug. Die Beschreibung dieses Pendels nebst einigen Angaben über seine Empfindlichkeit gab ich a. a. O. mit folgenden Worten:

»Das Ende einer 210 Mm. langen, dünnen Glasstange ist mit dem einen Ende eines feinen Stahldrahts von 170 Mm. Länge verbunden, dessen anderes Ende an einem 20 Mm. langen Vorsprunge am Fusse eines verticalen Messingstativs befestigt ist. Das eine Ende eines zweiten Stahldrahts von gleicher Länge ist im Abstande von 10 Mm. vom Angriffspuncte des ersten an der Glasstange befestigt und hat seinen Aufhängepunct an einem am oberen Ende des Stativs befindlichen Vorsprunge, nahezu in der im unteren Befestigungspuncte errichteten Normalen.

Durch die Stellschrauben des Stativs ist man im Stande, das Directionsmoment des »Horizontalpendels« beliebig klein zu machen. Es reducirt sich auf Null, wenn die beiden Aufhängepuncte in derselben Normalen liegen, vorausgesetzt, dass man von dem durch die Drähte ausgeübten Torsionsmomente absieht. Mit Berücksichtigung des letztern müssen die beiden Puncte in einer gegen die Normale etwas geneigten Linie liegen.

Das beschriebene Horizontalpendel wurde im 12 Fuss tiefen Keller des Universitätsgebäudes aufgestellt, in welchem die Temperatur eine sehr constante ist. Ein am Ende des Pendels befestigter Spiegel gestattete die Veränderungen der Richtung nach der Methode der Spiegelablesung an einer 2500 Mm. vom Spiegel entfernten Scala abzulesen. Es ist ersichtlich, dass dieser Apparat ausserordentlich geringe Variationen der Normalen,

beziehungsweise des Horizontes anzuzeigen im Stande ist. Wurde durch passende Einstellung der Stellschrauben die Schwingungsdauer auf 52 Secunden gebracht, so entsprach einer Ablenkung von 10 Millimeter-Theilstrichen der Scala eine Neigung des Horizontes von 0.035 Bogensecunden und da Zehntel der Theilung noch mit Sicherheit geschätzt werden konnten, so war man im Stande, noch 0.0035 einer Bogensecunde wahrzunehmen. Von der Empfindlichkeit des Apparates wird man sich übrigens einen Begriff machen können, wenn ich bemerke, dass die Druckdifferenz, welche in den soliden Fundamenten des Gebäudes durch die Füllung eines im zweiten Stock befindlichen Auditoriums hervorgerufen wurde, eine Veränderung der Einstellung von 20 Scalentheilen bewirkte, eine Veränderung, die bei der Entleerung des Auditoriums sofort wieder ganz constant im entgegengesetzten Sinne eintrat.

Man sieht daher, dass das Instrument gleichzeitig ein ausserordentlich empfindliches Seismometer darbietet.

Selbstverständlich sind die Apparate durch zweckmässige Umhüllungen vor Luftströmungen und den Effecten strahlender Wärme geschützt. «

Nach vielfachen Versuchen und Bemühungen[1] habe ich den auf beifolgender Tafel in nicht ganz ½ seiner natürlichen Grösse abgebildeten Apparat construirt. An Stelle der feinen Drähte, bei denen die bekannten Änderungen der Gleichge-

---

1) Ich entdeckte in dem oben erwähnten Keller noch einen etwa 15 Fuss tiefer gelegenen Raum, welcher direct auf das Erdreich der Fundamente des Universitätsgebäudes führte. Derselbe war zu eng, um das Fernrohr mit Scala hinunter zu bringen, so dass ich mich darauf beschränken musste, nur das Instrument dort aufzustellen und vermittelst eines Reflexionsspiegels das Bild der Scala in das nun senkrecht nach unten gerichtete Fernrohr zu reflectiren. Nachdem das ganze Instrument noch durch einen Blechmantel umhüllt war, welcher nur eine mit planparalleler Glasplatte verschlossene Öffnung dem Spiegel gegenüber hatte, wurde auch die Öffnung, welche zu diesem unterirdischen Raum führte, bis auf die zur Ablesung erforderliche Durchsicht geschlossen. Vor störenden Temperaturänderungen war auf diese Weise das Instrument jedenfalls vortrefflich gesichert. Dagegen konnte ich auch die oben erwähnte elastische Zusammenpressung des Gebäudes, oder besser die Niveauveränderung der Fundamentalebene des Gebäudes durch die Füllung des erwähnten Auditoriums beobachten. Nur war die Grösse der Wirkung auf etwa ½ ihres ursprünglichen Werthes herabgesunken.

wichtslage störend einwirkten, waren feine Uhrfedern a, a' angewandt, welche durch das 6 Pfund schwere Bleigewicht A mit dem vorne befindlichen Spiegel c in Spannung gehalten wurden. Die Ausführung des Apparates in möglichst grossen Dimensionen und schweren Massen zog ich deshalb vor, weil hierdurch sowohl plötzlich eintretenden Wärmeveränderungen als auch namentlich den dadurch erzeugten Bewegungen der umgebenden Luftmassen ein geringerer Einfluss auf die Bewegungen des Pendels gestattet wurde. Das Stativ ist von Eisen und die Füsse des Dreifusses sind möglichst lang um durch feine Bewegung der Schrauben möglichst kleine Änderungen in der Lage der Aufhängepuncte zur Richtung der Schwerkraft nach Belieben herstellen zu können.

Die Schraube d, welche möglichst in der durch beide Aufhängepuncte c und c' gelegten Verticalebene stehen muss, gestattet ganz nach Bedürfniss die Empfindlichkeit des Instrumentes zu verändern, indem durch die relative Lage der Puncte c und c' die Schwingungsdauer des Horizontalpendels bedingt ist. Eine Schwingungsdauer von 30 Secunden (halbe Periode) konnte mit Leichtigkeit hergestellt werden. B ist ein mit A correspondirendes Gegengewicht. Bevor die pendelnde Masse A nebst Zubehör in die Ringe gelegt wurde, welche in kleine, auf der cylinderschen Axe angebrachte Einschnitte eingreifen, wurde dieselbe unter dem directen Einfluss der Schwere vermittelst einer im Drehungspuncte provisorisch angebrachten Schneide in Schwingungen versetzt. Die Schwingungsdauer betrug sehr nahe 0.250 Secunden. Man erhält hieraus mit Hülfe einer bekannten Relation das Verhältniss der Directionsmomente, welche von der Schwere bei horizontaler und verticaler Lage auf die pendelnde Masse ausgeübt werden.

Die Theorie des Instrumentes ist für sehr kleine Elongationen, die eigentlich hier nur in Betracht kommen, sehr einfach, so dass ich mich hier nur darauf beschränken will, von den zahlreichen Beobachtungsreihen, welche im Laufe der Jahre 1870 und 1871 angestellt wurden, einige Werthe mitzutheilen, um die Anwendbarkeit und Empfindlichkeit der Methode beurtheilen zu lassen.

Um noch einige Bemerkungen über die Aufstellung des Instrumentes voran zu schicken, sei bemerkt, dass dasselbe wegen der im Mittelpuncte der Stadt zu häufigen Störungen nach

einer kleinen, für astrophysikalische Untersuchungen im Garten der Sternwarte erbauten Kuppel transportirt wurde. Dicht neben derselben liess ich einen massiven Sandsteinpfeiler aufführen, welcher seiner ganzen Ausdehnung nach mit einem isolirten Gehäuse bekleidet wurde. Dasselbe war nach Art eines Eisschrankes mit dicken, durch schlechte Wärmeleiter gefüllten Wänden versehen, welche innen eine zusammenhängende Bekleidung von Zinkblech erhalten hatten. Dieses Gehäuse war wiederum durch ein etwa einen halben Fuss weit abstehendes hölzernes Gebäude umhüllt, welches die Luft frei circuliren liess, aber jede directe Einwirkung der strahlenden Sonnenwärme von dem ersten Gehäuse abhielt. An der einen Seite der Gehäuse waren Thüren angebracht, welche jederzeit einen leichten Zugang zu dem Instrumente gestatteten. Die Beobachtungen fanden von dem inneren Raume des kleinen Observatoriums aus statt, welches zu diesem Zwecke in der einen Mauer eine Durchbrechung erhalten hatte, durch welche der noch in einem besonderen Gehäuse mit planparalleler Glasplatte verschlossene Spiegel des Pendels beobachtet werden konnte.

Ich werde mir nun erlauben, eine längere, mehrere Stunden hindurch fortgesetzte Beobachtungsreihe mitzutheilen, welche ich am 18. September 1870 in den Abendstunden von 6^h 35^m bis 10^h 35^m angestellt habe.

Beobachtungen am Horizontalpendel.

Abstand der Scala vom Spiegel = 3186 Millimeter
Dauer einer Schwingung . . = 14.444 Secunden.

Mit Berücksichtigung der oben angegebenen Schwingungsdauer von 0.25 Sec. unter dem directen Einfluss der Schwere bei verticaler Aufhängung, ergiebt sich, dass 1 Millimeter-Scalentheil am Horizontalpendel einer Ablenkung von 0.0097063 Bogensecunden eines gewöhnlichen Pendels entspricht. Die zusammengehörigen Zahlen bezeichnen die abgelesenen Elongations-Werthe

Leipzig, 1870 September 18.

No.	Zeit	Ablesung	No.	Zeit	Ablesung	No.	Zeit	Ablesung
1.	$6^h\ 35^m$	80.0 / 76.8 } 78.4	15.		78.9 / 80.9 } 79.9	29.	$7^h\ 52^m$	79.8 / 82.4 } 81.1
2.		79.7 / 77.0 } 78.3	16.	$7^h\ 33^m$	79.0 / 81.6 } 80.3	30.		80.0 / 82.2 } 81.1
3.		80.0 / 77.2 } 78.6	17.		79.4 / 82.0 } 80.7	31.		80.0 / 82.4 } 81.2
4.		80.4 / 78.0 } 79.2	18.		80.0 / 82.2 } 81.1	32.	$8^h\ 0^m$	80.7 / 82.2 } 81.9
5.		80.1 / 77.9 } 79.0	19.		80.3 / 82.3 } 81.3	33.		80.9 / 82.0 } 81.9
6.	-	79.6 / 77.8 } 78.7	20.		80.0 / 82.0 } 81.0	34	$8^h\ 2^m$	80.8 / 82.0 } 81.9
7.		79.5 / 78.3 } 78.9	21.	$7^h\ 35^m$	80.5 / 82.0 } 81.2	35		80.8 / 82.0 } 81.9
8		78.1 / 80.1 } 79.1	22.		80.0 / 81.6 } 80.8	36.		80.5 / 81.6 } 81.0
9.		78.2 / 80.3 } 79.2	23.		80.3 / 81.7 } 81.0	37.		80.4 / 81.8 } 81.1
10.		78.8 / 80.5 } 79.6	24.	$7^h\ 38^m$	80.0 / 81.6 } 80.8	38	$8^h\ 4^m$	80.9 / 82.0 } 81.9
11.		78.7 / 80.6 } 79.7	25.	$7^h\ 50^m$	79.3 / 82.3 } 80.8	39	$10^h\ 0^m$	81.5 / 85.0 } 83.2
12.	$6^h\ 53^m$	79.0 / 80.5 } 79.7	26.		79.4 / 82.7 } 81.0	40.		81.0 / 85.0 } 83.0
13.		78.8 / 80.4 } 79.6	27.		79.3 / 82.8 } 81.0	41.	$10^h\ 35$	83.9 / 86.4 } 85.1
14.		78.9 / 80.3 } 79.6	28.		79.6 / 82.4 } 81.0	42.		83.9 / 86.3 } 85.1

Diese Zahlen werden genügen, um die grosse Empfindlichkeit des Instrumentes und die Sicherheit zu beweisen, mit welcher man selbst bei der angewandten kurzen Schwingungsdauer von 14.44 Secunden Ablenkungen von der Lothlinie zu beobachten im Stande ist, welche nur 0.001 Bogensecunde betragen. Dies würde der Werth sein, welcher nach der obigen Relation zwischen einem Scalentheil des Horizontalpendels und eines Verticalpendels etwa für 0.1 Scalentheil des ersteren folgte.

Man kann mit Leichtigkeit die Empfindlichkeit des Instrumentes durch Erhöhung des mit der Stellschraube *a* versehenen Fusses noch vier bis fünf Mal grösser machen. Allein hierzu war trotz aller Vorsichtsmaassregeln die Stabilität des Pfeilers und seiner Umgebung nicht gross genug. In der That, ein in einer Entfernung von etwa 1.5 Kilometer vorüberfahrender Eisenbahnzug erzeugte schon wellenartige Bewegungen des Erdbodens, welche periodische Veränderungen der Gleichgewichtslage des Horizontalpendels hervorriefen.

Derartige Beobachtungen werden daher am vortheilhaftesten in tiefen und ruhig gelegenen Erdschachten angestellt werden, wo denn bei Abwesenheit von Temperaturschwankungen und localen Erschütterungen alle jene Einflüsse quantitativ bestimmt werden können, welche direct durch vulkanische Bewegungen des Erdbodens, oder indirect durch [illegible] bei Veränderungen der Strömungsrichtung der inneren [illegible] Masse des Erdkörpers hervorgerufen werden.

Ausserdem aber üben der Mond und die Sonne, abgesehen von der Erzeugung einer inneren Fluth- und Druckwelle, auch einen directen Einfluss auf die Stellung des Instrumentes aus, [illegible] sie nach Maassgabe ihrer [illegible] verschiedener Intensität den Schwerpunkt der Erde und den [illegible] der Erdrinde [illegible] Schwerpunkt des [illegible]. Die Grösse der [illegible] Ablenkungen des Lothes sind von C. A. F. Peters zum Gegenstande einer eingehenden Untersuchung gemacht worden.[1]

Die mittlere Ablenkung, welche der Mond in günstiger Lage hervorbringen kann, beträgt nach den Angaben von *Peters* 0".0174, diejenige, welche die Sonne unter gleichen Verhältnissen erzeugt, beträgt [illegible].

Wird aber das Horizontalpendel, wie das von mir benutzte, so aufgestellt, dass die Gleichgewichtslage in der Ebene des

---

1) »Von den kleinen Ablenkungen der Lothlinie und des Niveaus, welche durch die Anziehungen der Sonne, des Mondes und einiger terrestrischer Gegenstände hervorgebracht werden« von C. A. F. *Peters*. Bulletin de la classe physico-mathématique de l'Académie [illegible] de St. Pétersbourg, Tome III. No. [illegible] Petersburg, [illegible].

Meridians liegt, so ist klar, dass die obigen Maximalablenkungen, je nachdem das Gestirn auf der Ost- oder Westseite des Meridians sich befindet, entgegengesetztes Vorzeichen haben müssen, so dass also die zu beobachtende Winkeldifferenz bei beiden Werthen die doppelte wird, d. h. also

die vom Monde erzeugte Wirkung $= 0\overset{''}{.}0348$
die von der Sonne erzeugte Wirkung $= 0\overset{''}{.}0160$

Mit Rücksicht auf die bei den oben angeführten Beobachtungen erzielte Genauigkeit würde also der bei einmaliger Ablesung begangene Fehler $\frac{1}{35}$ von der zu messenden Wirkung des Mondes und $\frac{1}{16}$ von der der Sonne betragen. Aber, wie schon bemerkt, sind die äusseren Bedingungen, unter denen die mitgetheilten Beobachtungen erhalten wurden, für den vorliegenden Zweck durchaus als sehr ungünstige zu bezeichnen, so dass sich in Erdschächten und unter der Voraussetzung, dass die Reactionen des glühend-flüssigen Erdinnern gegen die feste Incrustationsrinde nicht Grössen von derselben Ordnung erzeugen, die Empfindlichkeit des Instrumentes noch bedeutend steigern lässt. Es eröffnet sich dann auch die Aussicht, durch ein umfangreiches und statistisch behandeltes Beobachtungsmaterial diejenigen Grössen zu bestimmen, von denen die soeben erwähnten Wirkungen abhängen: nämlich die Massen und Entfernungen von Sonne und Mond in Einheiten der Masse und des Halbmessers der Erde.

Theoretisch knüpft sich aber noch ein anderes Interesse an die Beobachtungen mit dem Horizontalpendel. Unter Voraussetzung der oben erwähnten Aufstellung im Meridian müsste das Pendel, wenn es sich nur unter dem Einflusse der Sonne bewegte, im Laufe von 24 Stunden 4 mal seine Gleichgewichtslage im Meridian passiren, nämlich beim Auf- und Untergange der Sonne und bei ihrer oberen und unteren Passage durch den Meridian. Da diese Bewegungen des Pendels keine Summationswirkungen, wie diejenigen des Meeres bei der Ebbe und Fluth sind, sondern direct durch attractive Fernewirkungen erzeugt werden, so müssen sie auch gleichzeitig mit der entsprechenden wahren Position der Sonne stattfinden. Braucht dagegen die Schwerkraft, wie das Licht, etwa 8 Minuten Zeit, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, so würden die obigen

Gleichgewichtslagen des Pendels auch um diese Zeit verspätet stattfinden müssen. Gelingt es daher die Zeiten jener Gleichgewichtslagen auch nur bis auf 1 Minute genau zu bestimmen, so würde die Frage, ob die Schwere zur Fortpflanzung Zeit gebrauche, noch bei einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit entschieden werden können, welche 8 mal grösser als diejenige des Lichtes ist.

Ob indessen die relative Starrheit unserer Erdkruste[1] den mehrfach erwähnten Einflüssen gegenüber hinreichend gross ist, um derartige Beobachtungen mit Erfolg anstellen zu können, muss der Zukunft und der Beharrlichkeit der Beobachter zur Entscheidung überlassen bleiben. Jedenfalls werden uns systematisch und gleichzeitig in zwei verschiedenen Verticalkreisen angestellte Beobachtungen mit dem Horizontalpendel und ihre Vergleichung mit den Ablesungen der magnetischen Instrumente ein sehr werthvolles Beobachtungsmaterial liefern, dessen Discussion die enge Beziehung zwischen den mechanischen, electrischen und magnetischen Vorgängen unseres Planeten in ein klar erkanntes Causalverhältniss verwandeln wird. Wir gelangen hierdurch in den Besitz einer gewissermaassen reichhaltigen und mannigfaltigen Zeichensprache, deren Deutung uns [illegible] in ebenso vollkommener Weise eine anschauliche Vorstellung von den Vorgängen unter der Erde

[1] Es sind bis jetzt Versuche gemacht worden, besonders von Hopkins, W. Thomson, Pratt, die Frage zu entscheiden, ob das Innere der Erde fest oder flüssig, ob die Kruste dick oder dünn, beweglich oder unbeweglich sei. Die hierauf bezüglichen Untersuchungen haben einerseits den Einfluss dieser Eigenschaften auf die Präcessionsconstante in Betracht gezogen, andererseits die [illegible] über die Starrheit bekannter Körper gemachten Beobachtungen auf die Grössenverhältnisse der Erdrinde übertragen. Dass die Erdkruste dem [illegible] gegenüber sich nicht wie eine schwimmende [illegible] dem Meere gegenüber verhält, folgt einfach aus der Existenz der Ebbe- und Fluth-Phänomens. Aber den Grad der Starrheit [illegible] Druckkräfte nach dem Princip der Kellergewölbe zusammengepressten Erdkruste aus den Druckkräften bestimmen zu wollen, welche der Mond durch seine Attraction auf diese Massen ausübt, dürfte wohl ebenso gewagt sein, als aus den durch Druckkräfte an der Schale eines [illegible] Formveränderungen auf den [illegible] des Inneren schliessen zu wollen. [illegible] jene Druckkräfte nicht stark genug sind, die Schale des Eies zu [illegible], wird man schwerlich auf diesem Wege Aufschluss darüber [illegible], ob das Ei roh oder gekocht ist.

verschaffen wird, wie dies die Zeichensprache der Sinne besonders durch Vermittelung des Lichtes bei den Vorgängen über der Erde gethan hat.

Nachtrag.

Zum Schlusse meiner vorliegenden Untersuchung über den Ursprung des Erdmagnetismus und die magnetischen Beziehungen der Weltkörper kehre ich noch einmal zu denjenigen Betrachtungen zurück, die für mich den Ausgangspunct meiner Anschauungen über den physischen Ursprung der galvanischen Ströme bildeten, welche die Erde von Osten nach Westen umkreisen und hierdurch die magnetischen und electrischen Phänomene an der Erdoberfläche hervorrufen. Die dort entwickelten Gründe, durch welche ich geneigt war, den Zusammenhang electrischer Ströme mit den strömenden Bewegungen von Flüssigkeiten als ein Fundamentalphänomen aufzufassen, haben sich im Laufe der ganzen Untersuchung zu einer solchen Überzeugung gesteigert, dass ich den Wunsch hegte, direct die Existenz dieser Ströme bei fliessendem Wasser nachzuweisen.

Ehe ich jedoch zur Beschreibung der einfachen Versuche übergehe, welche in der That die Existenz solcher Ströme von sehr bedeutender electromotorischen Kraft bei strömendem Wasser in einem stets der Strömung gleich gerichteten Sinne zu beweisen scheinen, mögen hier zunächst diejenigen Beobachtungen erwähnt werden, welche in neuerer Zeit das permanente Vorhandensein electrischer Ströme in der Erdrinde selber direct nachgewiesen haben. Die Literatur über diese Erdströme ist bereits zu einer sehr umfangreichen angewachsen; sie datirt im Wesentlichen ihren Beginn vom Jahre 1859, wo bei einem am 29. August in seltener Pracht entwickelten Nordlichte, welches ich selber in Basel bis zu seinem Erlöschen in der Morgendämmerung beobachten konnte, auf sämmtlichen Telegraphenlinien starke Erdströme die Correspondenz unmöglich machten. Ich hatte durch die Bekanntschaft mit einem Telegraphenbeamten

Gelegenheit, mich noch am folgenden Morgen um 7 Uhr von der Kraft zu überzeugen, mit welcher der Anker des Electromagneten permanent mit den Endflächen des Hufeisens in Berührung blieb.

Im Jahre 1859 hat *Lamont*[1] an der Münchener Sternwarte in der Richtung von Ost nach West und von Süd nach Nord Kupferdrähte telegraphenartig aufgespannt und mit Erdplatten verbunden. Der in den Drähten stets vorhandene electrische Strom wurde an Galvanometern, welche in der Sternwarte aufgestellt waren, lange Zeit hindurch von Stunde zu Stunde beobachtet und aufgezeichnet. Es ergab sich, dass kleine Bewegungen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus mit den gleichzeitigen kleinen Änderungen des Stromes in der Ost–West–Linie zusammentrafen.

Als zur genaueren Untersuchung dieser Beziehung den magnetischen Instrumenten und Galvanometern eine grössere Empfindlichkeit verliehen war, stellte sich eine vollständige Übereinstimmung zwischen dem Strome der Ost–West–Linie und der Intensität, dann zwischen dem Strome der Nord–Süd–Linie und der Declination heraus. Ferner hatte sich aus Vergleichung der Bewegungen in den Drähten, die nach dem astronomischen und nach dem magnetischen Meridian ausgespannt waren, ergeben, dass die Bewegung des Erdstromes vorzugsweise parallel mit dem Äquator geht.

Bereits vor diesen Beobachtungen *Lamont's* hatte sich *Walker*[2] mit ähnlichen Untersuchungen beschäftigt, die sich jedoch vorzugsweise auf die grossen und aussergewöhnlichen Bewegungen des Erdstromes bezogen und daher an Telegraphenleitungen angestellt wurden. Es ergab sich, dass jener Erdstrom von N.–O. nach S.–W., oder umgekehrt sich bewegt, und zwar in einer Linie, welche mit dem astronomischen Meridian einen Winkel von 44½ Graden macht. Übrigens wird bemerkt, dass in Telegraphenlinien von gleicher Richtung der Erdstrom nicht

---

1) *Lamont*, Der Erdstrom und der Zusammenhang desselben mit dem Magnetismus der Erde. Leipzig 1862, p. 1—7[illegible].

2) Ch. V. *Walker*, On magnetic storms and earth currents. Proceedings of Royal Society XI [illegible]—[illegible]; Philosophical Transactions 1861, p. [illegible]—[illegible]. Fernere Literatur des Jahres 1861.



immer gleich stark ist, sogar einzelne Linien sich vorfinden, wo der Erdstrom sich selten und nie in grösserer Intensität äussert.

Sehr umfangreiche Untersuchungen über den Erdstrom haben *Matteucci* [1]) und *Secchi* [2]) ausgeführt.

Matteucci liess zwei mit Gutta-Percha überzogene Drähte von 6 Kilometer Länge, den einen im magnetischen Meridian, den andern senkrecht dagegen aufspannen, dann wurden an den Endpuncten Gruben von 2 Meter Tiefe ausgegraben, in der Mitte jeder Grube eine Vertiefung von $\frac{1}{3}$ Kubikmeter gemacht, mit Lehm ausgeschlagen und mit Wasser gefüllt; in diese Vertiefung endlich wurden poröse Thongefässe mit einer gesättigten Lösung von schwefelsaurem Zinkoxyd gestellt, in welchen sorgfältig mit Quecksilber amalgamirte und mit den Drahtenden verbundene Zinkplatten lagen. Auf diese Weise waren die Platten vor jeder chemischen Einwirkung gesichert, und da Vorsorge getroffen war, um eine gleiche Temperatur der amalgamirten Platten zu erhalten, so spricht *Matteucci* seine Überzeugung aus, dass auch von thermoelectrischen Strömen keine Rede sein könne.

Die während eines Monats angestellten Beobachtungen lieferten folgende Resultate:

1. Ströme waren fast immer vorhanden.

2. Tiefere Gruben und nasses Wetter gaben eine Verstärkung der Ströme.

3. Bei der ursprünglichen Tiefe der Gruben gab eine Vergrösserung der Dimensionen des porösen Gefässes, oder der darin befindlichen Zinkplatte keinen stärkeren Strom.

4. In der Nord-Süd-Linie blieb die Richtung des Stromes

H. Lloyd. On earth-currents and their connexion with the phenomena of terrestrial magnetism. Philosophical Mag. (4) XXII.

B. Stewart. On the great magnetic disturbance of august 28to September 7. 1859. as recorded by photography at the Kew observatory. Proceedings of Roy. Soc. XI.

Airy On spontaneous terrestrial currents. Rep. of Brit. Assoc. 1861. 2.

1) *Matteucci*, Sur les courants électriques de la terre. Comptes rendus LVIII. 942 ff. (1864.)

2) *Secchi*. Sur les courants de la terre et leur relation avec les phénomènes électriques et magnétiques. Comptes rendus LVIII. 1181 ff.

stets eine constante, und floss im aufgespannten Drahte von Süden nach Norden. Die Intensität dieses Stromes zeigte eine tägliche Periode mit zwei Maxima und zwei Minima, die Minima treffen auf Mittag und Mitternacht (eine Stunde früher oder später), die Maxima treten um 5—7h Morgens und 3—7h Abends ein.

5. Die Ost–West–Linie zeigte grosse Unbeständigkeit in der Stromstärke nach dem Galvanometer von 0° bis + 15° und — 15° sowohl als auch in der Richtung, doch war die Richtung von West nach Ost im Drahte die gewöhnlichste.

6. Die Verbindung der süd– oder nördlichen Platte mit der ost.– oder westlichen gab in der Regel einen Strom, der gleichbedeutend war mit dem Strome der Nord–Süd–Linie.

7. Die Richtung und Stärke des N.S.–Stromes war unabhängig von der Lufttemperatur, die zwischen 0° und + 18° schwankte, so wie von der Trockenheit oder Feuchtigkeit der Luft; auch Stürme und Gewitter zeigten keinen Einfluss.

8. An den Resultaten wurde nichts geändert, wenn die mit Gutta–Percha überzogenen Drähte von den Telegraphenstangen herabgenommen und auf die Erde gelegt wurden.

Welche Ursache, fragt nun Matteucci, liegt diesen Strömen zu Grunde? Auf diese Frage erklärt er eine bestimmte Antwort nicht geben zu können. Er ist aber geneigt, einen engen Zusammenhang mit dem Erdmagnetismus anzunehmen.

Eine nicht minder interessante Thatsache der Beobachtung theilt Matteucci in einer zweiten Abhandlung mit.[1] Es ergab sich nämlich ein constanter und sehr bemerkenswerther Zusammenhang der Stromrichtung mit der Niveaudifferenz der versenkten Zinkplatten. Jede Drahtleitung, welche an einem tieferen und höheren Puncte mit dem Boden verbunden ist, zeigt einen ziemlich constanten Strom, der im Drahte von der tieferen zur höheren Station geht, und der bei jeder atmosphärischen Entladung eine plötzliche aber nur einen Augenblick andauernde Vermehrung erhält.

1) [illegible] T. XIX. p. 3[illegible]—5[illegible].

Die Versuche wurden an vier verschiedenen Linien mit 600—36000 Meter Länge und Höhendifferenzen von 83—642 Meter ausgeführt und lieferten stets übereinstimmende Resultate, jedoch so, dass die längere Leitung und die grössere Höhendifferenz einen stärkeren Strom gaben.

Bezüglich der Beschaffenheit dieser Ströme discutirt *Matteucci* ausdrücklich die Frage, ob sie in die Kategorie der Zweigströme zu stellen seien. Er verneint diese Frage mit Rücksicht auf die Leitungsfähigkeit des Erdkörpers, die derjenigen der Drähte gegenüber jedenfalls als unendlich gross angenommen werden muss.

Nach meiner Ansicht bleibt aber dann nichts anderes übrig, als die zwischen den Zink-Endplatten befindliche Erdschicht selbst als electromotorisch wirksam zu betrachten, ähnlich einer *Volta*'schen Säule. Mit dieser Annahme würde gleichfalls die zuletzt erwähnte Thatsache im Einklange stehen, dass die Intensität der beobachteten Ströme mit der eingeschalteten Erdstrecke wächst.

Die Richtung des Stromes in der Erde müsste dann natürlich die entgegengesetzte von derjenigen in den Drahtleitungen sein, so dass die Erdoberfläche selber von Strömen in der Richtung von Ost nach West und von Nord nach Süd durchflossen würde.

Mit Berücksichtigung der *Quincke*'schen Diaphragmenströme wäre es interessant zu untersuchen, ob die stets von den höher nach den tiefer gelegenen Schichten unter beträchtlichem Drucke bewegte Feuchtigkeit nicht im Stande wäre, derartige Ströme zu erzeugen. Eine solche Bewegung der Feuchtigkeit in den porösen Erdschichten würde auch von den kälteren und feuchteren nach wärmeren und trockenen Gegenden hin stattfinden und zu ebenso gerichteten galvanischen Strömen Veranlassung geben. Die freie Spannung der hierbei eintretenden Electricitätserregung könnte sich vielleicht bei hinreichender Stärke in der Luftelectricität bemerklich machen.

In dieser Beziehung bieten die oben erwähnten Untersuchungen *Secchi's* noch ein vollständigeres Material zur Entscheidung der hier angeregten Fragen.

Es wurden hierbei zunächst zwei Telegraphenlinien die eine von Nord nach Süd die andere von Ost nach West hergerichtet

und an beiden vom 1. bis 16. Juni 1868 stündliche Beobachtungen von 6^h Morgens bis Mitternacht angestellt.

Als Resultat dieser Beobachtungen ergab sich Folgendes:

1. Die O.-W.-Linie zeigt weit stärkere Schwankungen als die N.-S.-Linie.

2. Die Maxima der einen Linie treffen mit den Minimis der andern zusammen und zwar gilt dies sowohl von den Secundär- als von den Hauptwendepuncten; die Hauptwendepuncte fallen auf $7-8^h$ Morgens (Minimum der N.-S- und Maximum der O.-W.-Linie) und $11-12^h$ Mittags (Maximum der N.-S.- und Minimum der O.-W.-Linie).

3. Während der Nacht sind die Ströme stärker und bleiben ziemlich constant.

P. *Secchi* schliesst aus diesen Ergebnissen, dass es hinreicht eine einzige Linie zu beobachten und demzufolge beschränkt er seine weitere Untersuchung auf die N.-S.-Linie für welche der Galvanometerstand 10 mal täglich ein ganzes Jahr hindurch aufgezeichnet wurde.

Die monatlichen Mittel aus dieser Beobachtungsreihe werden alsdann mit den gleichzeitigen Aufzeichnungen des Bifilars und mit den Aufzeichnungen der atmosphärischen Electricität verglichen. Als Resultat ergiebt sich eine Übereinstimmung in den Wendepuncten aller drei Gattungen von Erscheinungen.

Diese Thatsachen der Beobachtung werden genügen, um einerseits ihren engen Zusammenhang mit der von mir entwickelten physikalischen Theorie des Erdmagnetismus, andererseits mit den nun zu beschreibenden Experimenten erkennen zu lassen.

Ich nahm ein für Thermoströme eingerichtetes Galvanometer von *Sauerwald* mit Spiegelablesung und führte die Enden des Kupferdrahtes in einen Gummischlauch, durch welchen ich aus der Wasserleitung einen Strom von Wasser leitete, der in das unter dem Hahne befindliche, und theilweise mit Wasser angefüllte und nicht isolirte Becken abfloss. Das Galvanometer zeigte durch eine Ablenkung von mehreren Scalentheilen stets einen Strom an, welcher im Wasser parallel der Strömung ging.

Je weiter die beiden Stellen, an welchen die Drahtenden in den Schlauch gesteckt wurden, von

einander entfernt waren, desto stärker wurde der Strom, so dass die ganze strömende Wassermasse ähnlich einer *Volta*'schen Säule, in allen ihren Schichten galvanisch thätig sein musste, wenn der beobachtete Strom kein Zweigstrom war.

Nachdem auf diese Weise die ersten, rohen Versuche meine Vermuthung bestätigt hatten, modificirte ich die Bedingungen des Experimentes. Hier mag die Beschreibung eines solchen Versuches mit bestimmten Zahlenangaben folgen.

In einem Glasrohre von 8^{mm} inneren Durchmesser und 500^{mm} Länge waren in einem Abstande von c. 380^{mm} seitlich zwei Öffnungen angebracht, in welchen vermittelst eines luftdichten Korkverschlusses zwei dünne Kupferbleche so befestigt waren, dass dieselben vom hindurchströmenden Wasser bespült wurden. Die beiden Enden des Glasrohres waren mit Gummischläuchen von ca. 560^{mm} Länge verbunden, von denen nach Belieben bald der eine bald der andere mit der Wasserleitung verbunden und dadurch der Strom umgekehrt werden konnte.

Die Ablesungen des Galvanometers bei drei Versuchen waren folgende:

Ruhendes Wasser	Strömendes Wasser	Differenz
369.9	362.0	—7.9
370.0	362.0	—8.0
371.0	363.0	—8.0

Abstand der Scala vom Galvanometer = 2500^{mm}.

Bei einem zweiten Versuche wurden die Kupferbleche gar nicht in die Strömung gebracht. Sie befanden sich in den seitlich an zwei T förmigen Glasröhren angebrachten Röhrenansätzen, so dass die strömende Bewegung des Wassers die Platten nicht treffen konnte. Beide T förmigen Glasröhren wurden alsdann durch einen Gummischlauch von 1220^{mm} Länge verbunden, so dass die Länge der eingeschalteten Flüssigkeitssäule gegenwärtig etwa 3.2 mal grösser als beim ersten Versuch war.

Die Resultate der Beobachtung waren folgende:

Ruhendes Wasser	Strömendes Wasser	Differenz
399.0	383.0	—16.0
399.0	383.0	—16.0

Strom des Wassers umgekehrt.

Ruhendes Wasser	Strömendes Wasser	Differenz
398.5	413.0	+14.5
398.5	412.5	+14.0

Die Richtung des galvanischen Stromes war stets übereinstimmend mit der Richtung der Flüssigkeitsströmung.

Um eine genäherte Schätzung der electromotorischen Kraft zu erhalten, leitete ich den Strom eines Grove'schen Elementes durch die ruhende Wasserstrecke und erhielt einen Ausschlag von [illegible] Scalentheilen, so dass also die electromotorische Kraft der strömenden Wassersäule von [illegible] Länge etwa dem [illegible] Theile der electromotorischen Kraft eines Grove'schen Elementes gleichkam.

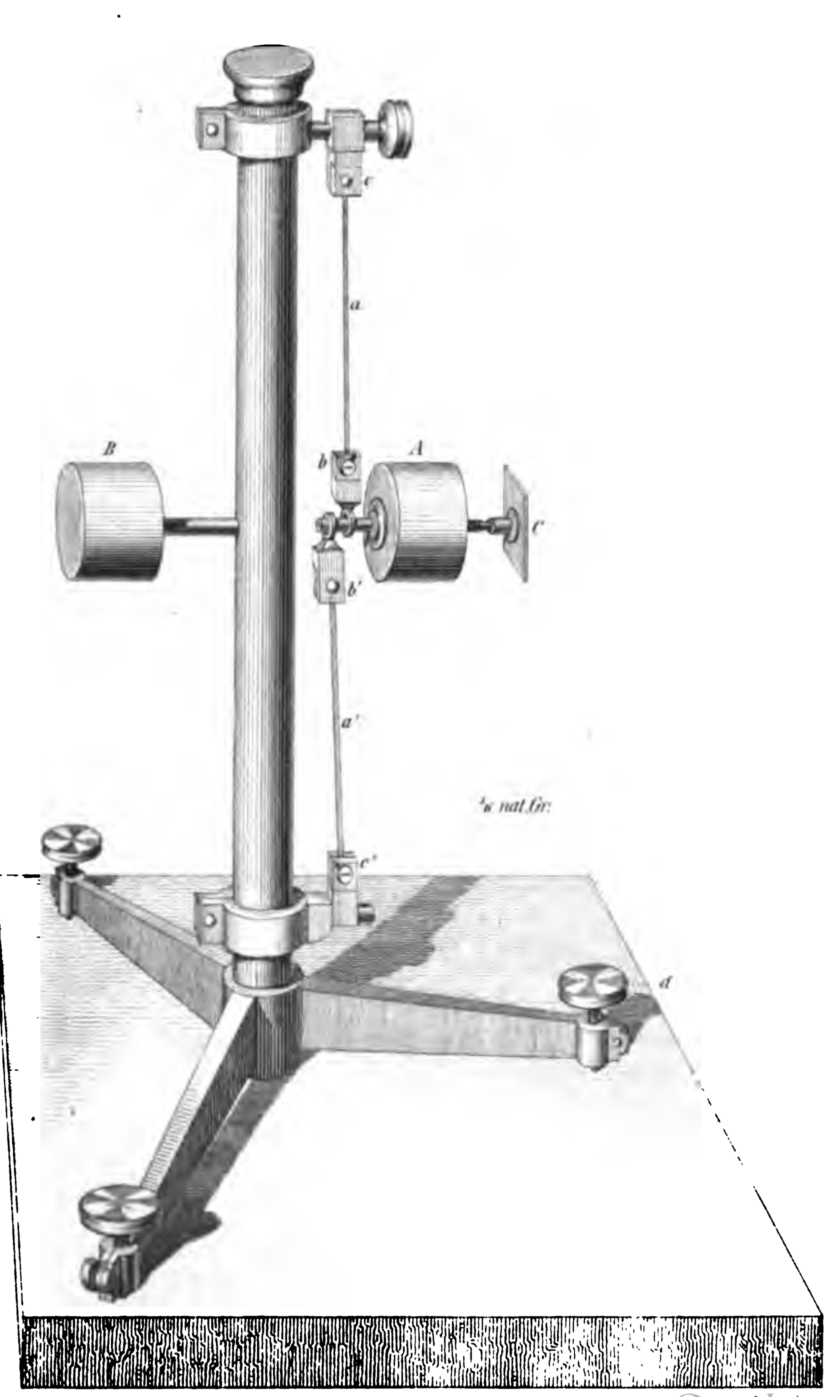
Ich vermuthe, dass die Ursache dieser Ströme dieselbe ist wie bei den Quincke'schen Diaphragmenströmen. Wenn daher Quincke in seiner ersten Abhandlung „über eine neue Art electrischer Ströme" [illegible] bemerkt:

»Wurde die Röhre des Apparates ohne Diaphragma [illegible] Wasser [illegible], so war keine Ablenkung am Multiplicator zu bemerken. Man sieht also, dass die Diaphragmen zur Erzeugung des electrischen Stromes nothwendig sind«,

so beruht dieses Resultat des Versuches [illegible] auf einer zu schwachen Strömung und einer zu geringen [illegible] der eingeschalteten [illegible] Wasserstrecke.

[illegible]

[illegible]



Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandl. v. F. Zöllner.

W. Knop, *Chemischer Beitrag zur Physiologie der Flechten.*

In neuerer Zeit hat *Schwendener* den Flechten einen eigenthümlichen Platz im Systeme angewiesen. Nach seinem Urtheil sind die Flechten gewissermassen Doppelpflanzen, constante Combinationen von einer Alge und einem Pilz. Eine Alge macht die Nährpflanze aus, diese wird von den Hyphen eines Pilzes befallen, umsponnen und, bei Flechten mit freiem Thallus, schliesslich ganz und gar eingeschlossen.

In allen Flechten, denen mit freiem strauch- oder blattförmigem Thallus sowohl als denen mit krustenförmigem, findet man unter der Corticalschicht eine Zone von grünen Zellen, welche von den Lichenographen mit dem Namen »*Gonidien*« belegt wurden. Man weiss schon seit längerer Zeit, dass diese Gonidien unter Umständen die Flechte fortpflanzen und wesentliche Formelemente der Soredien ausmachen.

Die neueren Untersuchungen lehren nun, dass nur das mit Hyphen bereits umsponnene Gonidium die Flechte wiedererzeugt. Entschlüpft es frei von demselben dem Thallus, oder hat man es künstlich davon befreit, so durchläuft es in Wasser, oder auf feuchter Unterlage, den Cyclus eines Algenlebens. Der Pilz, der bei den heteromeren Flechten die Gestalt derselben bestimmt und den mit Augen sichtbaren Körper derselben ausmacht, ist an die Gegenwart der Alge nothwendig gebunden.

Bei einer so besonderen Stellung der Flechten im Systeme zeigen dieselben auch noch Eigenthümlichkeiten bei der Aufnahme ihrer mineralischen Nährstoffe und bei der Production und Verwendung einer ihnen eigenen Classe von Säuren, welche unter der Benennung »Flechtensäuren« zusammengefasst werden können.

Schon vor mehreren Jahren habe ich dargethan, dass die Flechten unter ihren Aschenbestandtheilen wesentlich auch Thonerde enthalten. Ein solches Vorkommen der Thonerde war bis dahin nur bei Lycopodiaceen bekannt.

Ramalinen, die auf Stein (Felsitporphyr) gewachsen, ebensowohl wie solche, die von Pappeln entnommen waren, enthielten Thonerde. Diese Species haften nur in einem Puncte an der Unterlage an. Die Pappelrinde, die höchstens Spuren von Thonerde enthalten kann, liefert diesen Thonerdegehalt gewiss nicht. Wird die Flechte aber nass, so nimmt ihr Thallus die Beschaffenheit an, dass der Staub, der vorher auf derselben sich abgelagert hat, fest auf der Oberfläche anhaftet. Wenn also die Flechte Säuren erzeugt, welche die Thonerde zu lösen vermögen, so ist der Weg angedeutet, auf welchem die Thonerde in die Flechte gelangt, ebenso wie wir von den Lycopodiaceen wissen, dass sie nichtflüchtige organische Säuren enthalten, welche, wenn sie die Zellen der Wurzeln bis zur äussersten Schicht durchdringen, und so mit dem Thon in Berührung kommen, in welchem die Wurzeln sich verzweigen, eine Aufnahme der Thonerde bewerkstelligen können.

Wir wissen nun, dass die Flechten häufig Oxalsäure enthalten. Wir kennen ferner Flechtensäuren, welche sich bei der Behandlung mit starken Basen: Kali oder Natron oder Baryt, in Kohlensäure oder Oxalsäure und neue organische nicht flüchtige Säuren spalten, und es liegt nahe, dass eben diese Flechtensäuren das Material ausmachen, aus welchem in der vegetirenden Flechte die Oxalsäure erzeugt wird.

Nun aber ist die Oxalsäure gerade eins der besten Lösungsmittel für Thonerde und Eisenoxyd, und somit sind wir im Stande, die Aufnahme dieser beiden Sesquioxyde durch den Thallus der Flechte auf thatsächlich bekannte Vorgänge zurückzuführen.

Eine Aufnahme von Mineralsubstanzen durch Blätter oder Zweige von Phanerogamen ist bisher nicht nachgewiesen, und im höchsten Grade ist es wahrscheinlich, dass sie bei im Boden wurzelnden Phanerogamen auch nicht vorkommt. Ob parasitische Phanerogamen davon eine Ausnahme machen, ist auch noch fraglich.

Die Körper, welche ich so eben als Flechtensäuren bezeichnet habe, sind in der Mehrzahl den Flechten eigenthümlich. Nur

die in der Parmelia parietina enthaltene Chrysophansäure ist bis jetzt auch in höher organisirten Pflanzen, in der Rhabarberwurzel und den Sennesblättern angetroffen.

Im Allgemeinen sind diese Säuren in Wasser kaum lösliche, oder ganz unlösliche Körper, die sich in ihren Löslichkeiten zu Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff, Benzol und ätherischen Oelen ähnlich verhalten wie Harze.

Wie ich früher nachgewiesen habe, oxydiren sich ihre Kali- Natron- und Ammoniaksalze schnell an der Luft, dabei entstehen gelbe, rothe, blaue und endlich braune Farbstoffe, deren Ton oft völlig mit dem übereinstimmt, den die betreffende Flechte in den Färbungen der Fruchtscheiben und stellenweise oder ganz in denen des Thallus zeigt. Ich habe früher ferner schon dargethan, dass die Salze solcher Säuren mit Eisenoxyd und Manganoxydul lebhafte Farben besitzen (eine blutrothe bei der Cetrarsäure), und dass die gleiche Farbe sich nicht selten an Stellen des Thallus vorfindet, so blutrothe Flecken unten am Thallus der Cetraria islandica.

Bei dieser Flechte gerade liess sich auch bestimmt nachweisen, dass diejenigen Stellen des Thallus, welche weiss aussehen, gelb werden, wenn man die Flechte dem Ammoniakgase aussetzt, dass die weisse Farbe der Flechte also von einer Ablagerung der Cetrarsäure herrührt, welche selbst eine weisse Farbe hat, deren Ammoniaksalz aber eine rein citronengelbe Farbe besitzt. Die braunen Färbungen dagegen rühren von humusähnlichen Oxydationsproducten her, welche die cetrarsauren Alkalien liefern, wenn sie der Luft längere Zeit ausgesetzt werden. Der olivenfarbene Ton, den die isländische Flechte bekommt, wenn sie in Wasser gelegt, oder frisch bei Regen aufgenommen wird, kommt dadurch zu Stande, dass das Grün der Gonidienschicht in diesem Zustande durchschimmert. Bei allen von mir in dieser Beziehung geprüften Flechten liegen die Flechtensäuren in dem Hyphengewebe, das zwischen der Gonidienschicht und der äussersten Rinde sich befindet, niemals in der Mitte der Flechte, die hier meistens ein ganz farbloses Hyphengewebe führt. Niemals habe ich Spuren von diesen Säuren in den Gonidien durch die Reactionen, welche manche jener Säuren sehr leicht kenntlich machen, nachweisen können.

Schon früher habe ich eine grössere Anzahl von Flechten bezeichnet, in welchen sich besondere Flechtensäuren vorfinden,

so die *Lecanora Haematomma*, *Lecanora cruenta*, *Sticta pulmonacea* und noch andere. Aus der *Parmelia conspersa* habe ich kürzlich eine Säure erhalten, welche im Ansehen und im Verhalten zu Alkalien mit der Usninsäure übereinstimmt. Es ist aber schwer, ein hinreichendes Material zur Untersuchung von Flechten sich zu verschaffen. Die *Parmelia saxatilis*, eine grossblättrige Flechte, welche auf Granitfelsen nicht selten eine dunkele, violettbraune Färbung annimmt, ist eine in subalpinen Regionen sehr verbreitete Flechte, allein man trifft sie selten rein an, meist ist sie mit anderen Flechten und Moosen, wie *Trichostomum lanuginosum* und anderen Kryptogamen durchwachsen.

Im Herbst dieses Jahres traf ich im Fichtelgebirge (an der Louisenburg) die dunkle Varietät: *Parmelia saxatilis*, *β phaeotropa Wallroth*, *Lobaria adusta Hoffmann* in grosser Menge und fast ganz frei von Einmischungen anderer Flechten an, so dass sich hier die Gelegenheit bot hinreichendes Material für eine Untersuchung derselben auf eine etwa darin vorkommende Flechtensäure zu sammeln. Ich habe sie untersucht und gefunden, dass diese Flechte in der That eine Säure der Gattung enthält, die in Zusammensetzung und Eigenschaften von den bis jetzt bekannten Flechtensäuren bestimmt verschieden ist. Da die meisten Säuren dieser Ordnung mit Namen belegt sind, welche an das Vorkommen in Flechten erinnern, so habe ich ihr den von dem älteren Synonym abgeleiteten Namen Lobarsäure gegeben.

Die Lobarsäure $C_{17}\ H_{16}\ O_5$ zieht man aus der Flechte mit Aether aus. Der Aetherauszug enthält neben der Säure noch Flechtengrün, ein penetrant, wie junge Birkenblätter riechendes Harz, und unbestimmbare amorphe dunkel gefärbte Körper. Man reinigt die Säure verhältnissmässig leicht, indem man den grössten Theil des Aethers abdestillirt, den Rest an der Luft verdunsten lässt, und den Rückstand in siedendem absoluten Alkohol löst, welcher Lösung man eine mässige Menge Benzol beimischt. Man lässt den Alkohol verdunsten, worauf die Säure in warzenförmigen Conglomeraten, welche durchaus aus dünnen Krystallblättchen zusammengesetzt sind, anschiesst. Die Neigung in dieser Form sich auszuscheiden, ist bei dieser Säure so gross, dass sie zur Wiedererkennung derselben dienen kann. Durch mehrmalige Wiederholung derselben Operation

dicke entzündliche Dämpfe aus, der schwarze Rückstand fliesst längere Zeit ölartig auf der heissen Unterlage herum, und erträgt eine ziemlich hohe Temperatur, bis er endlich einen starken Rest schwarzer Glanzkohle hinterlässt.

Im Röhrchen erhitzt verhält sich die Säure ähnlich. Die Dämpfe, welche die Säure ausstösst, sind dicht, stellenweise weiss, doch habe ich keine Krystalle beim Erkalten sich bilden sehen, was übrigens lediglich daher rühren kann, dass ich zu solchen Versuchen nur sehr geringe Mengen der Säure verwenden konnte. Das Röhrchen bedeckt sich beim Erkalten mit einem gelbbraunen Theer.

Was nun speciell diese braune Varietät der *Parmelia saxatilis* anbetrifft, so rührt ihre Farbe sicherlich von den Oxydationsproducten des Kalisalzes der Lobarsäure her. Sie wächst auf Granit. Der Granit liefert bei der Verwitterung das Kali dazu.

Die Färbung erstreckt sich von der Ober- und Unterseite der Flechte nur auf die Corticalschicht derselben; das Mark ist ein vollkommen weisses Hyphengewebe.

Im Allgemeinen können wir jetzt bezüglich dieser merkwürdigen Pflanzenfamilie aussagen, dass die Flechtensäuren sich in der Corticalschicht des Pilzes abgelagert vorfinden. Die Alge ist frei davon. Auch ist bis jetzt in keiner Alge ein mit den Flechtensäuren verwandter Körper angetroffen worden.

Bei dem Umstande, dass die Alge, die Gonidienschicht, bei vielen Flechten schliesslich ganz von dem Pilz eingeschlossen wird, ist die Frage von Interesse, wie die Alge, die sich den Beobachtungen zufolge in der Flechte auf gewöhnliche Weise vermehrt, sich ernährt. Sie kann ihren Bedarf an Nährstoffen doch nur von dem Pilz bekommen, dessen Nährpflanze sie selbst ist.

Doch ist es nicht schwer nachzuweisen, dass die doppelte Relation zwischen beiderlei Pflanzen möglich ist, denn es ist wohl als sicher anzusehen, dass die grüne einzellige Alge, ebenso wie die höher organisirte Pflanze nichts weiter als die nun bekannten vier Säuren, vier Basen und Wasser zur Ernährung bedarf.

Wenn nun der Pilz durch Regen angefeuchtet ist, und von der Unterlage aus, falls die Flechte auf Stein aufliegt, durch

Verwitterung desselben diese Salze in sein Gewebe aufsaugt, oder falls die Flechte auf Baumrinde oder Holz aufsitzt, die erforderlichen Mineralbestandtheile aus diesen Unterlagen entnimmt, so bedarf es nur der Berührung der Alge mit einer Hyphe, um die Alge mit allem Material, dessen sie bedarf, zu versorgen. Es ist dabei nicht nöthig, dass die Flechte durch und durch mit Wasser sich anfülle; wenn in den Wänden der Hyphen nur die Mineralsalzlösung sich verbreitet, so genügt dieses offenbar schon, um einem Gonidium das erforderliche Quantum an mineralischen Nährstoffen zuzuführen, das nun unter Hinzuziehung der atmosphärischen Kohlensäure, oder der im Pilzgewebe selbst entstandenen, wachsen und sich vermehren kann.

Wenn es sich nun zeigt, dass der Pilz nicht ohne die Alge zu einer Flechte sich ausbilden kann, so muss man daraus schliessen, dass die Alge, eine Zeit lang wenigstens, Stoffe bereitet, die der Pilz zu seinem Wachsthum nothwendig braucht. Da er für sich keine Kohlensäure zersetzen kann, so ist seine Existenz eine Zeit lang, und bei der auf Stein wachsenden Flechte für immer, jedenfalls von der Mitwirkung einer grünen Pflanze abhängig. Es bleibt bei alledem aber doch die Frage noch offen, ob der Pilz nicht später auch mehr oder weniger von den Fäulnissproducten der Organe höherer und niederer Pflanzen mit ernährt wird. Diejenigen Flechten, welche ein ansehnliches Körpergewicht bekommen, wie z. B. die *Usnea*- und *Alectoria*-Arten, finden sich üppig vorzugsweise an kranken Bäumen.

Schliesslich mache ich noch darauf aufmerksam, dass das Vorkommen einer bestimmten Flechtensäure in den Soredien der Flechten jedenfalls mit dazu dienen kann, die Zusammengehörigkeit derselben mit der Flechte, von der sie stammen, ausfindig zu machen.

Die *Lepraria flava* ist ein Anflug von gelben Soredien, der sich an manchen Orten, an Baumstämmen und Felsen, oft weit ausbreitet.

Man hat diese Form unter anderen auch für einen Abkömmling von der *Parmelia parietina* gehalten. Nun aber ist die färbende Säure dieser Flechte die Chrysophansäure, während jene Lepraform Vulpinsäure enthält. Es ist daher doch gewiss wahrscheinlicher, dass die *Lepraria flava* von einer vulpinsäurehaltigen Flechte stammt, als von einer chrysophan-

säurehaltigen. Man gelangt durch eine solche Betrachtung wenigstens zu der bestimmten Fragestellung: ist die Mutterpflanze nicht die *Parmelia vulpina?*

Möglich ist es allerdings, dass die Vulpinsäure, ebenso wie es von der Usninsäure bereits bekannt ist, in mehreren Flechten vorkommt, so dass bei dieser Frage noch andere Flechtenspecies mit in Betracht zu ziehen sind.

Nawrocki, *Beitrag zur Frage der sensiblen Leitung im Rückenmarke.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig*.

Mit einer Tafel.

Miescher (Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. Jahrgang 1870 p. 172) ist durch seine Versuche zu dem Schlusse gelangt, dass: die Fasern der *nn. ischiadici*, welche auf reflectorischem Wege eine Steigerung des Blutdrucks hervorrufen können nach ihrem Eintritt in die *medulla spinalis* innerhalb der weissen Seitenstränge verlaufen. Diese Thatsache knüpft an die unbeachtet gebliebenen Erfahrungen von *Türck* an, welcher schon vor vielen Jahren die Anwesenheit sensibler Fasern in den Seitensträngen des Markes behauptet hatte.

Nach den Beobachtungen von *Miescher* blieb es jedoch unentschieden ob nicht auch ein Theil der sensiblen, auf die Gefässmuskeln wirkenden Bahnen längs der grauen Massen des Markes verlaufe. Herr Prof. *C. Ludwig* forderte mich auf, diese Lücke, welche mein Vorgänger gelassen durch neue Versuche auszufüllen. In der That ist es mir nun durch eine Modification des von *Miescher* beschriebenen Verfahrens geglückt, die verlangte Ergänzung zu liefern, so dass ich behaupten darf: alle Fasern der *nn. ischiadici*, welche auf reflectorischem Wege eine Steigerung des Blutdrucks erzeugen ziehen innerhalb der obern Abschnitte des Lendenmarks durch die weissen Seitenstränge hindurch nach aufwärts.

Bei meinen Versuchen bediente ich mich der von *Miescher* ausführlich beschriebenen Hilfsmittel. Die einzige Veränderung die ich an der von ihm benutzten Methode anbrachte bezog sich auf das Verfahren der Markdurchschneidung. Während er um die beiden Seitenstränge isolirt zu durchschneiden ohne zugleich die weissen Hinter- und Vorderstränge und die graue Masse zu beschädigen, zwei kleine Schutzmesserchen nacheinander in die

Seitenfurchen des Markes einsenkte habe ich an die zuletzt genannten Orte die beiden Schutzmesserchen zu gleicher Zeit eingeführt, indem ich dieselben zu einem Doppelinstrument vereinigte. Dieses Verfahren sichert und vereinfacht die Operation sehr wesentlich.

Die Darstellungsweise meiner Versuche habe ich möglichst genau nach dem Vorbilde *Mieschers* gewählt, so dass die Kenner seiner Arbeit die folgenden Zahlen und die Figuren der beigefügten Abbildung ohne Mühe verstehen werden.

Versuchsprotocolle.

I. 4/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Doppelmesserchen in die Seitenfurchen eingestochen.					
N. ischi. dexter gereizt . . .	18	5	58	128	3
- - sinister - . . .	18	8	54	104	4
Durchschneidung des rechten Seitenstranges.					
N. ischi. dexter gereizt . . .	18	10	66	138	12
- - sinister gereizt . .	18	15	86	114	5
Durchschneidung des linken Seitenstranges	—	—	92	140—150	
N. ischi. dexter gereizt . . .	18	12	92	100	5
- - sinister - . . .	18	12	84	80	
N. ischi. dexter - . . .	16	14	80	86	5
- - sinister - . .	16	24	76	78	
- - dexter - . . .	12	19	80	84	
- - sinister - . . .	12	20	80	78	

Durchschneidung rechts und links vollständig 6mm oberhalb der 1ten Lendenwurzel. — Siehe Fig. 1.

II. 6/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Doppelmesserchen in die Seitenfurchen des Markes eingestoch.	—	—	90	190	
Isch. dext. mechanisch gereizt	—	—	64	116	
- dexter gereizt	18	8	100	142	15
- sinister -	18	10	72	112	4

II. 6/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Der linke Seitenstrang durchschnitten	—	—	60	104	
Isch. dexter gereizt	18	16	80	88	5
- sinister -	18	15	66	70	5
Durchschneidung des rechten Seitenstranges	—	—	62	78	
Isch. dexter (neue Nervenstelle) gereizt	16	21	62	68	6
Isch. sinister (neue Nervenstelle) gereizt	16	21	54	62	12
Beim Ausspülen des Gerinnsels	—	–	—	132	
Isch. dexter gereizt	16	27	72	78	7
- sinister -	16	25	68	70	
- dexter (ein anderer Nervenzweig) gereizt	14	22	62	66	4
Zerrung des Isch. sinister . .	—	—	52	58	
Isch. sinister (ein anderer Nervenzweig) gereizt	14	21	58	68	4
- dexter -	12	21	60	64	5
- sinister -	12	21	52	62	5

Durchschneidung rechts und links vollständig, 4mm oberhalb der 1ten Lendenwurzel. — Siehe Fig. 2.

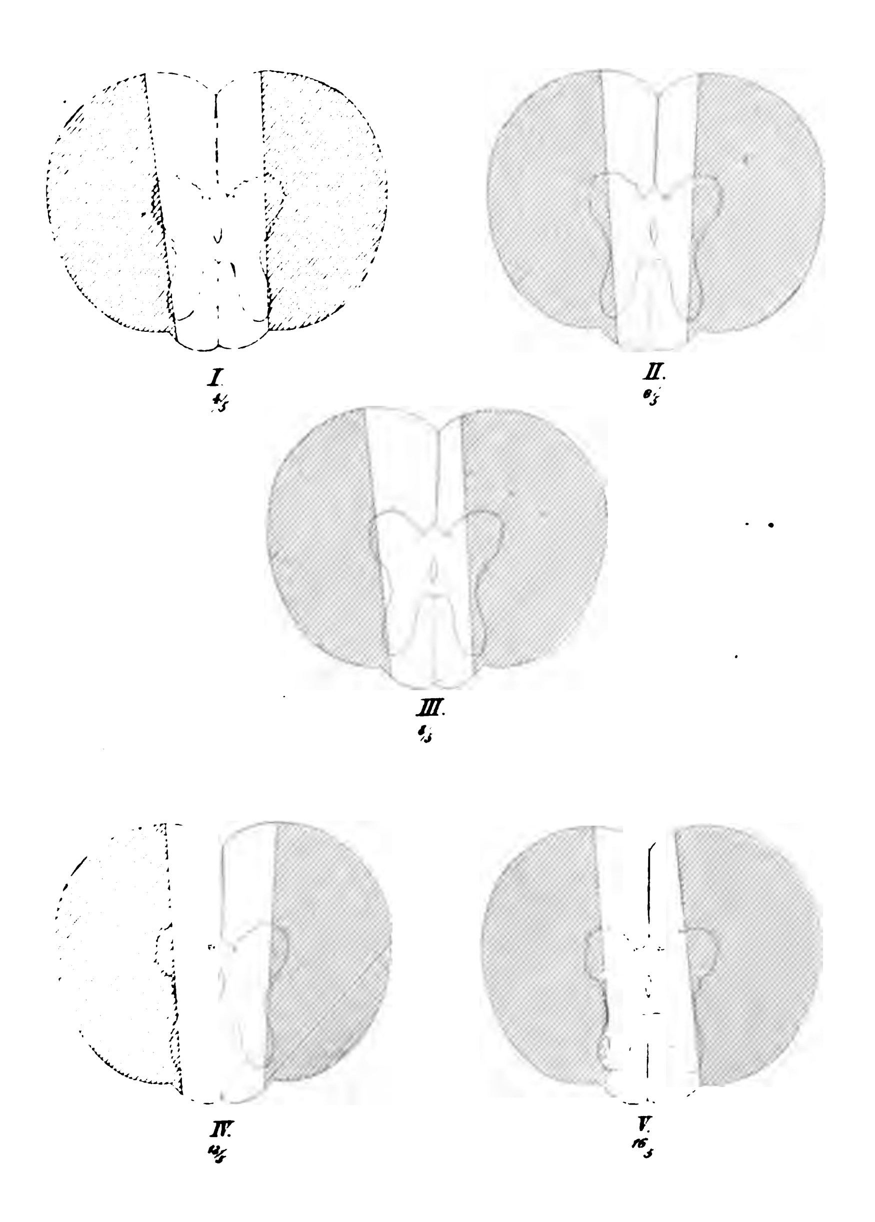
III. 8/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Doppelmesserchen in die Seitenfurchen des Markes eingestoch.					
Isch. dexter gereizt	18	10	94	140	6
sinister -	18	10	96	138	5
Durchschneidung des rechten Seitenstranges	—	-	96	114	—
Isch. dexter gereizt	18	11	98	138	5
- sinister -	18	12	102	120	5
- dexter -	16	11	102	138	5
- sinister -	16	12	102	114	4

III. 8/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Durchschneidung des linken Seitenstranges	—	—	96	140	—
Isch. dexter (neue Nervenstelle, gereizt	18	15	90	90	—
Isch. sinister (neue Nervenstelle) gereizt	18	13	90	96	5
Isch. dexter gereizt	14	13	86	88	—
- sinister -	14	20	88	92	—
- dexter -	12	20	90	90	—
- sinister -	12	22	88	88	—

Durchschneidung rechts und links vollständig, 3mm oberhalb der 2ten Lendenwurzel. Siehe Fig. 3.

IV. 13/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Doppelmesserchen in die Seitenfurchen des Markes eingestoch.					
Isch. dexter gereizt	18	6	80	137	4
- sinister -	18	10	85	149	9
Durchschneidung des rechten Seitenstranges	—	—	94	141	
Isch. dexter gereizt	18	15	93	123	16
- sinister -	18	13	98	116 120	4 11
- dexter -	16	15	94	100	3
- sinister -	16	15	91	101	4
- dexter -	14	15	88	97 104	4 14
- dexter (frischer Nervenzweig)	16	15	83	89	4
Durchschneidung des linken Seitenstranges	—	—	81	91	
Isch. dexter gereizt	14	20	84	84	
- sinister -	14	18	84	89	4
- sinister -	14	20	82	82	
Auricularis anterior sinister gereizt	16	20	81	107 114	4 10

Durchschneidung 4mm oberhalb der 2ten Lendenwurzel, rechts vollständig, links blieb eine äusserst schmale Brücke an der äussern Seite des Seitenstranges. — Siehe Fig. 4.



Berichte d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandl. v. Dr. Nawrocki.

V. 16/5. 71.	R. A. in Cent.	D. R. in Sec.	Drucksteigerung von Millm.	auf Millm.	in Sec.
Doppelmesserchen in die Seitenstränge eingestochen.					
Isch. dexter gereizt	18	7	72	107	6
- sinister -	18	8	92	113	2
Durchschneidung des rechten Seitenstranges	—	—	69	97	
Isch. dexter gereizt	18	14	67	81	8
- sinister -	18	13	61	80	6
- dexter -	16	18	60	72	5
- sinister -	16	18	54	69	3
Durchschneidung des linken Seitenstranges	—	—	54	88	
Isch. dexter gereizt	16	18	75	81	8
- sinister -	16	17	87	88	
- dexter (frischer Nervenzweig) gereizt	16	20	94	92	
- sinister (frischer Nervenzweig) gereizt	16	14	88	88	
- dexter gereizt	12	22	84	85	
- sinister -	12	22	78	78	
Auricularis anterior sinister gereizt	16	11	75	95	5

Durchschneidung (links vollständig, rechts bis auf eine sehr schmale Brücke der äussern Partie des Seitenstranges) 4,5mm oberhalb der 2ten Lendenwurzel. — Siehe Fig. 5.

K. A. Lesser, *Eine Methode um grosse Lymphmengen vom lebenden Hunde zu gewinnen.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig*.

Wenn man die Bedingungen unter denen sich die Menge und die chemische Zusammensetzung der entstehenden Lymphe abändert genauer als es bisher möglich gewesen ergründen wollte, so musste man in der Lage sein ihre Absonderung sicher einleiten und unterhalten zu können. Da die Erfahrungen, welche Dr. *Genersich* im vorigen Jahrgange dieser Berichte niedergelegt hat, zu dieser nothwendigen Vorarbeit einen neuen Weg eröffneten, so habe ich denselben unter gütiger Mitwirkung des Herrn Prof. *Ludwig*, und zwar wie ich glaube mit Erfolg, eingeschlagen.[1])

Um zu dem vorgesteckten Ziele zu gelangen, lähmte ich starke und womöglich junge Hunde mit Curare unter Anwendung der von Dr. *Ustimowitsch* angegebenen Vorsichtsmaassregeln, welche darauf hinausgehen die Thiere während mehrerer Stunden in einem Grade von Vergiftung zu erhalten, in dem die Muskeln zwar vollständig gelähmt sind, ohne dass jedoch ein allzugrosser Ueberschuss von Curare einverleibt wurde. Den Thieren war, wenn nicht das Gegentheil bemerkt wird, seit mindestens 24 Stunden vor dem Beginn des Versuches die Nahrung entzogen worden, so dass sich, wie dieses die nachfolgende Section ergab,

1) Die einzige Angabe, die ich über den Abfluss von Lymphe aus dem ductus thoracicus des fastenden Hundes gefunden habe, ist die von *Magendie* (Handbuch d. Physiolog. übers. von *C. F. Heusinger* 1836. II. 174). Er sagt: »Die Lymphe, welche man von einem einzigen Thiere sammeln kann ist gering, sie beträgt von einem grossen Hunde kaum anderthalb Unzen ihre Menge schien mir zuzunehmen je länger das Fasten dauerte, auch glaube ich beobachtet zu haben, dass ihre Farbe röther wird, wenn das Thier lange Zeit der Nahrung beraubt ist.«

der Magen und die dünnen Gedärme vollkommen frei von Speiseresten befanden. Nachdem die Thiere vergiftet waren, wurde die künstliche Athmung eingeleitet, für welche, bei kühler Temperatur der Atmosphäre, die zugeführte Luft vermittelst eines in warmes Wasser getauchten Schlangenrohres erwärmt wurde. Das Gefäss aus welchem ich die Lymphe sammelte, war der ductus thoracicus. Dieser wurde mit aller Sorgfalt an seiner Einmündung in die Jugularvene aufgesucht und mit einer Glascanüle versehen. Die ausfliessende Lymphe ward durch einen Schlauch aus Rothgummi in kleine Maasscylinder übergeführt und die Zeit während des Ausfliessens bestimmt, so dass die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Lymphe abgeleitet werden konnte. Die einzige Störung, welche den Gang eines gut vorbereiteten Versuches zu trüben vermag, wird durch die Gerinnung des Faserstoffs herbeigeführt. Der Nachtheil, der hieraus erwächst ist so lange gering, als sich die Gerinsel nicht über die Canüle hinaus erstrecken, da sie sich wegen ihrer Weichheit aus dem zusammendrückbaren Kautschukrohre leicht entfernen lassen. Misslicher ist es, wenn die Gerinnung bis in den Brustgang gediehen ist, da unter dieser Voraussetzung der Weg nur dann wieder eröffnet werden kann, wenn der von untenher dringende Strom stark genug ist um die Gerinsel auszuspülen. Die Wirkung desselben kann man wesentlich durch einen feinen Draht unterstützen, den man durch die Glascanüle in das Gefäss in der Absicht hineingeführt hat um das Gerinsel herauszuziehen, beziehungsweise um es zu zertrümmern. In der Regel gerinnt jedoch die Lymphe nicht so rasch, dass bei einer auch nur mässigen Geschwindigkeit des Stromes eine Verstopfung der Abflussröhre zu fürchten wäre.

Mit dem Präparat, welches auf die eben beschriebene Weise hergestellt war, habe ich mehrere Versuchsreihen angestellt. In derjenigen, welche ich zunächst beschreiben will, wurden die Thiere sich vollkommen selbst überlassen, so dass sie ausser den Bewegungen, welche der Brustkasten in Folge des Einblasens von Luft ausführte, durchaus regungslos da lagen. Selbstverständlich wurde bei mehrstündiger Dauer des Versuches die Einspritzung des Curare in kleinen Gaben, und zwar so oft wiederholt, als sich die ersten Spuren des Nachlassens der Vergiftung darboten. Unerwarteter Weise flossen aus dem Brustgang dieser Thiere, deren Gliedmaassen vollkommen gelähmt, deren Magen und Dünndarm

durchaus frei von Speisen waren, sehr häufig bedeutende Mengen von Lymphe in sehr anhaltendem Strome aus. Die tabellarische Uebersicht, welche ich hier folgen lasse, gibt Auskunft von den Resultaten, die ich in dieser Reihe gewonnen habe. Durch die Ausführlichkeit der Ueberschriften, welche die Tabellenstäbe tragen, wird dem aufmerksamen Leser der Gang der Versuche auch ohne weitere Bemerkungen verständlich sein.

Versuch X den 24. Jan. 187[illegible]

Körpergew. 23860 gr. — hypothetische Blutmenge[1] 1835 gr. — nüchtern seit dem 22sten Mittags.

9 Uhr V.M mit 0,018 gr. Curare narkotisirt — Narkose zwar vollständig, aber schwach — Lymphe klar und hell — Einfluss der Respiration auf den Lymphausfluss sehr deutlich.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C.C.	Lymphmenge in 10m. C.C.	Blutdruck Hg m. m		Bemerkungen
1.	?		25		—		Ruhe. Lymphe fast farblos, [illegible] hält sehr wenig Fibrin
2.	7 Min.	7	15	21,4	—	-	
3.	15 -	8	15	18,8	—	-	Spur mehr Fibrin.
4.	26 -	11	15	13,6	—	-	
5.	32 Min. 15 Sec.	6,25	10	16	—	-	Lymphe etwas gelber [illegible] bisher.
6.	41 -	8,75	16	11,4	57	-	
7.	49 -	8	10	12,5	—	-	
8.	61 -	12	15	12,5	—	-	
9.	71 -	10	15	15	—	-	Einige Muskelzuckungen. Kaum Spuren von F[illegible]
10.	79 Min. 30 Sec.	8,5	15	17,65	—	-	2 U. 50 M. 0,006 gr. Cu[illegible] inj. Kaum Spuren [illegible] Fibrin.
11.	87 -	7,5	10	13,3	—	-	Kaum Spuren v. Fibr[illegible]
12.	97 Min. 30 Sec.	10,5	15	14,3	—	-	
13.	108 Min.	10,5	15	14,3	—	-	
14.	119 Min. 30 Sec.	11,5	15	13	—	-	
15.	129 - 10 -	9,7	15	15,5	—	-	
16.	139 -	9,8	15	15,3	—	-	Lymphe gelb opalisirend
17.	148 - 45 -	9,75	15	15,4	—	-	Blutiger Ausfluss a[illegible] Nasenlöchern.
18.	159 - 30 -	10,75	15	13,9	72,2	-	
19.	177 -	17,5	15	8,6	—	-	
20.	194 -	17	15	8,8	—	-	
21.	219 -	25	20	8	—		3 St. 14 M. bis 3 St. 20 M. [illegible] Beg. d. LAusfl. Druck auf [illegible] Unterleib. L. wird stark [illegible] haltig.
22.	246 -	27	15	5,6	—		Ruhe. L. noch blutiger, so d[illegible] Messung 21 u. 22 zur chem. Analyse nicht brauchbar sind. N[illegible] Verlust von ca. 310—320 c[illegible] Lymphe stirbt das Thier gegen ½5 Uhr N.M. (4 St. n. B. d. L[illegible]

1) Die Blutmenge zu 7,7 % des Körpergew. veranschlagt.

Sectionsbefund: Am Dünndarm sind drei 1 cm. lange Einstülpungen vorhanden, welche jedoch als Folgenerscheinung des Todes aufgefasst werden müssen, denn hätten dieselben längere Zeit zuvor bestanden, so würden Zeichen von Darmentzündung vorhanden gewesen sein. Diese Annahme ist auch darum nicht zulässig, weil, trotzdem das Thier bis zum 22. Jan. Futter erhalten hatte, in dem oberen und mittleren Theil des Darmkanales keine Futterreste vorhanden sind und nur im Rectum sich geringe Mengen Kothes vorfinden. Der Darmkanal ist jedoch etwas hyperämisch.

Versuch XIV den 9. Febr. 1871.

Lebd. Gew. 24750 gr. hypothet. Blutmenge 1904 gr. — nüchtern seit dem 7ten Mittags.

1/2 11 Uhr V.M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	10m C. C.	Blut-druck Hg. m.m.	Bemerkungen:
1.	27 Min.	27	12	—	117,8	Ruhe. Lymphe gelblich - weiss, opalisirend u. sehr schnell gerinnend.
2.	72 -	45	15	—	—	- Lymphe gelblich opalisirend — am Fibrin Blutkörperchen. Muskelzuckungen. Lage des Ausflussrohres verändert.
3.	78 -	6	15	—	—	- 0,006 gr. Curare inj.
4.	94 -	16	15	9,4	—	-
5.	111 -	17	15	8,8	—	- /
6.	127 Min. 30 Sec.	16,5	15	9,1	—	- Einige Reflexbewegungen der Muskeln.
7.	147 -	19,5	15	7,7	—	- 0,006 gr. Curare inj.
8.	165 -	18	15	8,3	—	- Lymphe enthält wenig Fibrin.
9.	181 -	16	15	9,4	—	-
10.	196 -	15	15	10	—	-
11.	211 -	15	15	10	—	- Narkose lässt nach 0,006 gr. Curare inj.
12.	226 -	15	15	10	—	-
13.	243 -	17	15	8,8	117.8	-
14.	259 Min. 30 Sec.	16,5	15	9,1	—	-
15.	277 -	17,5	15	8,6	—	-
16.	297 -	20	15	7,5	—	-
17.	318 -	21	15	7,1	—	- Die Lymphe gerinnt noch schneller als früher.
18.	340 -	22	15	6,8	—	- Der Puls wird schwächer.
19.	364 -	24	15	6,25	—	-
20.	387 -	23	14	6	29,5	- 5 Uhr 57 M. Blutdruck bestimmt.
	Nach Verlust von 296 C. C. L. stirbt das Thier gegen 6 Uhr.					
21.	398 Min.	11	40	36,4	—	Vom todten Thiere durch passive Bewegung der abdominalen Gliedmaassen erhalten.

Versuch XV den 13. Febr. 1871.

Lebd. Gew. 22600 gr. hypothetische Blutmenge 1738 gr. nüchtern seit dem 11ten Mittags.

9 Uhr V.M. mit 0,024 gr. Curare narkotisirt.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	10m C. C.	Bemerkungen:
1.	?	1	15	—	Ruhe.
2.	63 Min.	63	24	3,8	- Während dieser Zeit ist das Thier gestorben.
3.	74 -	11	6	5,4	- Am todten Thier — die künstliche Respiration weiter unterhalten.
4.	101 -	27	6	2,2	-

Versuch XVI den 7. März 1871.

Lebd. Gew. 11000 gr. — hypothetische Blutmenge 846 gr. — nüchtern seit dem 5ten Mittags.

9 Uhr V.M. mit 0,009 gr. Curare narkotisirt. — An der Spina iliaca eingehend wurden beide Ureteren (extraperitoneal) unterbunden, hierauf wie bisher die Lymphe aus dem ductus thor. aufgefangen.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C.C.	10m C. C.	Bemerkungen:
1.	63 Min.	63	6	—	Lymphe gelblich, gerinnt nach 2ʰ nicht.
2.	107 -	44	2	—	Bulbus oculi reagirt auf mechanische Reize.
	124 Min. 30 Sec.	17,5	0	—	Der Ausfluss ist in Folge schlechter Lage d. Canüle bis jetzt nicht normal.
3.	144 - 30 -	20	6	3	Es treten Muskelzuckungen auf, doch ist das Thier nicht im Stande selbstständig zu athmen.
4.	176 -	31,5	7	2,2	
5.	189 - 30 -	13,5	5	3,7	
6.	219 -	29,5	10	3,4	Diese Lymphe gerinnt schneller

Sectionsbefund: Nieren ödematös — Darm leer, hyperämisch.

Versuch XVIII den 9. März 1871.

Lebd. Gew. 11500 gr. — hypothetische Blutmenge 885 gr. — nüchtern seit dem 7ten Mittags.

9 Uhr V. M. mit 0,009 gr. Curare narkotisirt — Lymphe ganz wenig weisslich opalisirend. Fibrin weiss.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lyphmenge in C. C.	Lyphmenge in 10 m C. C.	Blutdruck Hg. m. m.	Bemerkungen:	
1.	9 Min. 30 Sec.	9,5	15	15,8	—	Ruhe. Puls klein 120 pr.″	
2.	26 - 30 -	17	15	8,8	—	-	
3.	47 -	20,5	15	7,3	—	-	
4.	67 -	20	15	7,5	—	-	Die Lymphe gerinnt schneller.
5.	87 -	20	15	7,5	—	-	
6.	110 -	23	15	6,5	—	-	Narkose lässt nach. Gerinnung noch schneller. 0,003 gr. Curare inj.
7.	133 -	23	15	6,5	67,5	-	
8.	168 -	30	15	5	—	-	
	185 -	22	15	6,8	—	-	Gerinnung langsamer.
9.	195 -	10	—	—	—	-	(Lymphe durch Versehen verschüttet.)
10.	230 -	35	15	4,3	129,2	-	0,003 gr. Curare inj.
11.	262 -	32	15	4,7	—	-	Puls 68 pr.″
12.	294 -	29	15	5,2	—	-	
13.	329 -	38	15	3,9	—	-	
14.	380 -	51	15	3	153,9	-	
15.	436 -	56	15	2,7	112,1	-	Schluss d. Versuches. — Das Thier noch in vollkommener Narkose befindlich.

Versuch XXI den 16. März 1871.

Lebd. Gew. 21500 gr. — hypothetische Blutmenge 1654 gr. — nüchtern seit dem 13ten Abends.

9 Uhr V. M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt. — Narkose vollständig.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C.C.	Lymphmenge in 10m C. C.	Blutdruck Hg m. m.	Bemerkungen:	
1.	?	—	15	—	—	Ruhe.	Die Lymphe ist stark blutig.
2.	32 Min.	32	15	4,7	—	-	
3.	58 -	26	15	5,8	60,8	-	Lymphe bedeutend weniger Blut enthaltend. Blutkörperchen bleiben am Fibrin.
4.	72 -	14	15	10,7	—	-	
5.	88 -	16	15	9,4	—	-	
6.	107 -	19	15	7,9	—	-	
7.	121 -	14	15	10,7	—	-	
8.	141 -	20	15	7,5	—	-	
9.	169 -	28	15	5,4	—	-	Das Thier stirbt.
10.	195 -	26	10	3,8	—	-	Die künstl. Respiration wird nach d. Tode fortgesetzt.
11.	238 -	43	9	2,1	—	-	

Sectionsbefund: Magen und Darm leer, stark zusammengefallen. Canüle richtig eingebunden.

Versuch XXII den 17. März 1871.

Lebd. Gew. 15200 gr. — hypothetische Blutmenge 1169 gr. — nüchtern seit dem 15ten Mittags.

$9^1/_2$ Uhr V.M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt — Lymphe weisslich, schnell gerinnend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	Lymphmenge in 10m C. C.	Blutdruck Hg. m. m.	Bemerkungen
1.	20 Min.	20	10	5	123,5	Ruhe. Lymphe weisslich als wenn Chylus beigemengt wäre
2.	51 -	31	15	4,8	—	- Lymphe weisslich gelb.
3.	76 -	25	15	6,0	—	- Lymphe weingelb opalisirend.
4.	89 -	13	15	11,5	—	- } Lymphe weingelb, opalisirend, gerinnt langsam, Puls ist bis 120 per Min.
5.	103 -	14	15	10,7	—	-
6.	114 -	11	15	13,6	—	-
7.	124 -	10	15	15	100,7	- } Einige Reflexbeweg. der Halsmuskel.
8.	135 -	11	15	13,6	—	-
9.	146 Min. 30 Sec.	11,5	15	13	—	-
10.	161 -	14,5	15	10,3	—	- 1 U. 30 M. 0,006 gr. Curare inj.
11.	178 Min. 30 Sec.	17,5	15	8,6	—	-
12.	196 -	17,5	15	8,6	—	-
13.	214 -	18	15	8,3	—	-
14.	235 -	21	15	7,1	—	-
15.	260 -	25	15	6,0	—	-
16.	283 -	23	15	6,5	112,1	-
17.	295 -	16	15	9,4	—	-
18.	310 -	11	11	10	—	-

Nach Verlust von 261 C. C. Lymphe stirbt das Thier (5 St. 10 M. n. B. d. L.-A.)

Versuch XXIII den 18. März 1871.

Lebd. Gew. 17000 gr. — hypothetische Blutmenge 1308 gr. — nüchtern seit dem 16ten Abends.

8 Uhr früh mit 0,012 gr. Curare narkotisirt. — Lymphe weiss wie Chylus.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	Lymphmenge in 10m C. C.	Blutdruck Hg. m. m.	Bemerkungen
1.	45 Min.	45	15	3,3	—	9 Uhr 30 M. — 0,003 gr. Cur. [illegible] Muskelzuckungen und [illegible] Darmbeweg. 10 Uhr 26 M. — 0,006 gr. Cur. [illegible] Muskelzuckgn. Die Lymphe verliert etwas ihre [illegible] Farbe.
2.	97 Min. 30 Sec.	52,5	15	2,9	127,3	
3.	166 -	68,5	15	2,2		11 Uhr 30 M. — 0,003 gr. Cur. [illegible] Muskelzuckungen. 12¼ Uhr Tabackklystir gegeben. 12 Uhr 27 M. — 0,003 gr. Cur. [illegible] Lymphe wird klarer.
4.	225 -	59	15	2,5	138,0	12 Uhr 50 M. — 0,003 gr. Cur. [illegible] Lymphe fast wasserhell [illegible] opalisirend.
5.	278 -	53	15	2,8		1 Uhr 26 M. — 0,003 gr. Cur. [illegible]
6.	324 -	46	15	3,3	—	2 Uhr — M. — 0,003 gr. Cur. [illegible]
7.	?	—	15	—	—	Der Versuch wird unterbrochen

Versuch XXIV den 19. März 1871.

Lebd. Gew. 23110 gr. — hypothetische Blutmenge 1778 gr. — nüchtern seit dem 17ten Mittags.

9 Uhr V.M. mit 0,021 gr. Curare narkotisirt —
10—12 Uhr gar kein Lymphausfluss — das Thier wird verblutet.

Sectionsbefund: Verdauungskanal leer. — Canüle richtig eingebunden.

Versuch XXV den 20. März 1871.

Lebd. Gew. 18600 gr. — hypothetische Blutmenge 1431 gr. — nüchtern seit dem 18ten Mittags.

$8^3/_4$ Uhr V.M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt. — Lymphe weisslich gelb, schnell gerinnend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C.C.	Lymphmenge in 10m C.C.	Blutdruck Hg. m.m.	Bemerkungen:
1.	16 Min.	16	15	9,4	—	Ruhe.
2.	39 -	23	15	6,5	—	-
3.	61 -	22	15	6,8	77,9	- 0,003 gr. Curare inj. um 10 Uhr 3 M.
4.	82 -	21	15	7,1	—	-
5.	99 -	17	15	8,8	—	-
6.	119 -	20	15	7,5	—	-
7.	134 -	(15)	7	—	—	- (Der grösste Theil der in dieser Zeit ausgeflossenen Lymphe verschüttet.)
8.	151 -	17	15	8,8	104,5	- $11^1/_2$ Uhr 0,003 gr. Cur. inj.
9.	171 -	20	15	7,5	—	- Die Lymphe gerinnt langsamer.
10.	188 -	17	15	8,8	—	- $12^3/_4$ Uhr 0,003 gr. Curare inj.
11.	211 -	23	15	6,5	—	-
12.	233 -	22	15	6,8	—	-
13.	257 -	24	15	6,25	—	- 1 Uhr 40 M. 0,003 gr. Cur. inj.
14.	268 -	11	15	13,6	—	-
15.	283 -	15	15	10	—	-
16.	298 -	15	15	10	—	-
17.	310 -	12	15	12,5	—	-
18.	329 -	19	15	7,9	—	-
19.	350 -	21	15	7,1	90,2	-
20.	376 -	26	15	5,8	—	-
21.	410 -	34	15	4,4	—	-
22.	454 -	44	15	3,4	114,0	- 4 Uhr 50 M. 0,003 gr. Cur. inj. (Blutdruck $^1/_2$5 Uhr best.)
23.	? -	—	5	—	—	-

Nach Verlust von ca. 327 C.C. Lymphe stirbt das Thier einige Minuten nach 5 Uhr.

Versuch XXVI. den 2. Mai 1871.

Lebd. Gew. 15970 gr. — hypothetische Blutmenge 1228 gr. — — 31. April nüchtern, 1. Mai früh 175 gr. Fleisch erhalten. $8^1/_2$ Uhr V.M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt. — Narkose vollständig.

Von $9^1/_2$—$12^3/_4$ Uhr gar kein Lymphausfluss.

$12^3/_4$ lässt die Narkose nach, einige Tropfen werden abgesondert — gegen 1 Uhr wird das Thier verblutet.

Das Thier hat während des Versuches Diarrhöe und Darmgeräusche sind hörbar.

Sectionsbefund: Verdauungskanal enthält keine Futtermassen — Lymphbahnen gefüllt. — Ductus thoracicus vor der Canüle krampfhaft contrahirt.

Wenn man aus den vorstehenden Zahlen die mittlere Geschwindigkeit des Lymphstroms für die ganze Versuchsdauer je einer Beobachtung ableitet, so ergiebt sich, dass dieselbe von Fall zu Fall sehr verschieden ist, wie folgende Tabelle zeigt:

Versuch Nr.	Während der Zeit von	Erhalten an Lymphe	Die mittlere Ausflussmenge beträgt somit pr. Min.
10.	246 Min.	306 C. C.	1,24 C. C.
14.	387 -	296 -	0,76 -
15.	24 -	4 -	0,12 -
16.	119 -	12 -	0,10 -
18.	436 -	285 -	0,65 -
21.	170 -	135 -	0,79 -
22.	310 -	261 -	0,84 -
23.	324 -	90 -	0,28 -
25.	454 -	322 -	0,71 -
24.	120 -	0 -	0 -
26.	195 -	0 -	0 -

Unter diesen 11 Versuchen floss also 9 mal d. h. in 82 Procent aller Fälle die Lymphe ab, und hiervon 6 mal d. h. in 55 Proc., ergossen sich über 0,6 Cub.C. dieser Flüssigkeit in der Minute.

Betrachtet man die Beobachtungen, in welchen ein Abfluss von Lymphe stattfand etwas eingehender, so bemerkt man ausnahmslos, dass die Geschwindigkeit während der Dauer einer jeden Beobachtungsreihe auf- und abschwankt. Durch diese

Variation wird jedoch eine gewisse Gesetzmässigkeit der Strömung nicht verdeckt, die in einzelnen Fällen darin besteht, dass vom Beginn der Beobachtung an bis zum Ende derselben die Geschwindigkeit allmälich abnimmt, während in anderen die in gleichen Zeiträumen ausgeflossenen Mengen anfänglich kleiner sind, dann mit der wachsenden Zeit allmälich grösser werden, und endlich gegen den Schluss des Versuches wieder abnehmen; in diesen geht also die Ausflussgeschwindigkeit von einem ursprünglich geringeren Werthe durch ein Maximum hindurch zu einem zweiten Minimum über. Von dem Bestehen der soeben ausgesprochenen einen oder andern Regelmässigkeit kann man sich am besten dadurch überzeugen, dass man die längeren Beobachtungsreihen in mehrere, etwa je eine Stunde umfassende Abschnitte zerlegt, und für sie die mittlere Geschwindigkeit sucht. Als Beispiel hierfür mögen die folgenden, approximativ berechneten, Zahlen dienen:

Versuchsnummern	Lymphmengen in *C. C.*						
	1 St.	2 St.	3 St.	4 St.	5 St.	6 St.	7 St.
10.	95.	86.	78.	49.	—	—	—
11.	24.	65.	51.	58.	51.	45.	—
16.	6.	—	26.	—	—	—	—
18.	57.	43.	48.	—	45.	—	15.
21.	30.	59.	—	—	—	—	—
22.	29.	62.	55.	45.	15.	—	—
25.	15.	46.	45.	47.	59.	57.	—

Wenn es gestattet wäre anzunehmen, dass sich die an verschiedenen Thieren beobachteten Erscheinungen in der Art ergänzten, dass aus ihnen ein Bild für die Lymphabscheidung erwüchse, welches ein nüchternes ruhendes Thier zu verschiedenen Zeiten darböte, so würde man dieses letztere in folgender Art entwerfen können. Zu gewissen Zeiten ruht die Lymphabsonderung vollständig, allmälich aber erwacht sie, und steigt unter mannigfachen Schwankungen auf ihren Höhepunct, von dem sie in ähnlicher Weise wie sie empor gestiegen, auch wieder absinkt. Die Steilheit der ab- und aufsteigenden Curven, und ebenso der absolute Werth des Maximums, verhalten sich dabei sehr verschieden.

Unverkennbar ist jedoch die Deutung, welche ich hiermit meinen Beobachtungen gebe, eine gewagte, da eine jede Bürg-

[illegible] ob nicht vielmehr die Eigenart des Thieres daran Schuld sei, dass der Strom der Lymphe bald rascher bald langsamer floss oder gar stockte.

F. Bidder hat bekanntlich schon vor vielen Jahren gefunden, dass nach dem Erlöschen des Herzschlags der Ausfluss der Lymphe aus dem Brustgang noch fortdaure. Da sich aber seine Beobachtungen nur über höchstens 8 Minuten erstreckten, und da er vor dem Eintritt des Herztodes den Milchbrustgang nicht eröffnet hatte, so liess diese Beobachtungsweise den Verdacht aufkommen, dass die, im günstigsten Fall, nur wenige Gramme betragende Ausflussmenge schon vor dem Tode in den grossen Lymphstämmen aufgehäuft gewesen sei. Demnach erschien es mir von Interesse diese Frage unter günstigen Verhältnissen wieder aufzunehmen. Aus den Zahlen die am Schlusse der Versuchsdaten XV. (pag. 594.), und XXI. (pag. 595.), aufgeführt sind, ergiebt sich in der That, dass bis zu 69 Minuten nach dem Herztode die Lymphe noch annähernd mit derselben Geschwindigkeit ausfliesst, mit welcher sie kurz vor demselben entströmt war. Da in diesen beiden Fällen keine Anhäufung von Flüssigkeit innerhalb der Stämme vor dem Tode stattgefunden haben konnte, so bleibt nur die Annahme übrig, dass die Flüssigkeit aus den Geweben in die Gefässe nachgedrungen sei. Durch welche Hülfsmittel diese postmortale Aufsaugung möglich geworden ist, weiss ich nicht mit Sicherheit anzugeben. Höchst wahrscheinlich hat jedoch der wechselnde Druck, den die künstliche Athmung auf den Unterleib übte, denselben Dienst geleistet, den bei der postmortalen Lymphbewegung in den Gliedmaassen die künstliche Streckung und Beugung der Gelenke verrichtet.

Eine zweite Versuchsreihe, welche ich an den lebenden, mit der früher beschriebenen Vorbereitung versehenen, Hunden unternahm, unterschied sich von den soeben geschilderten dadurch, dass ich an dem nüchternen Thiere auch noch passive Bewegungen der hintern Gliedmaassen ausführte. Da diese letztern darin bestanden, dass ich, in derselben Weise wie es *Genersich* gethan, die Gelenke streckte und beugte, so will ich nach seinem Vorgang diese Bewegungen als pumpende bezeichnen. Die Resultate, welche ich hierbei erhielt, sind in den folgenden Tabellen niedergelegt. Da dieselben einen vollständigen Auszug aus meinem Tagebuch enthalten, so werden sie dem Leser ohne weitere Zusätze verständlich sein.

Versuch II den 2. Nov. 1870.

Nüchtern seit dem 1. Nov. Mittags.

Um 9 Uhr V. M. mit 0,018 gr. Curare narkotisirt — Lymphe gelblich opalisirend, ziemlich schnell gerinnend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10m C. C.	Bemerkungen:
1.	10 Minuten	10	1,2	1,2	Ruhe.
2.	18 -	8	0	0	Kein Ausfluss.
3.	22 -	4	—	—	Passive Bewegung.
	32 -	10	1,9	1,9	Ruhe.
4.	42 -	10	1,3	1,3	-
	48 -	6	—	—	Unterbr. (wegen Coagulation im
5.	58 -	10	1,8	1,8	Ruhe. (Rohre).
	78 -	20	—	—	Unterbr. (wegen Coagulation im
6.	83 -	5	—	—	Pass. Bewg. (Rohre).
	88 -	5	4,2	8,4	- -
7.	92 -	4	5,9	14,75	- -
8.	97 -	5	1,0	2,0	Ruhe.
9.	102 -	5	1,3	2,6	-
10.	107 -	5	1,0	2,0	-
11.	112 -	5	3,6	7,2	Pass. Bewg.
	117 -	5	—	—	Unterbr. wegen Gerinnung.
12.	127 -	10	3,7	3,4	Ruhe.
13.	133 -	6	4,8	8,0	Pass. Bewg.

Versuch III den 9. Nov. 1870.

Lebd. Gew. 26770 gr. hypothetische Blutmenge 2059 gr. — erhielt 4ten, 5ten u. 6ten Nov. pr. Tag 1000 gr. mageres, 7ten u. 8ten à 1000 gr. und am 9ten früh 7 Uhr 500 gr. fettes (Pferde-) Fleisch.

Um 9½ Uhr V. M. mit 0,030 gr. Curare narkotisirt — Narkose vollständig — Lymphe(+Chylus) milchartig, von beigemengtem Blute etwas röthlich gefärbt, neutral, langsam coagulirend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10m C. C.	Bemerkungen:
1.	15 Min.	15	16	10,7	Noch einige Zuckungen der Gliedmassenmuskeln.
2.	30 -	15	10,5	7	Ruhe.
3.	36 - 50 Sec.	6,8	23,8	35	Pass. Bewg.
4.	38 - 50 -	2	10	50	- -
5.	40 - 50 -	2	10	50	- -
6.	42 -	1,2	10	83,3	- -
7.	53 - 50 -	11,8	8,6	7,3	Ruhe.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10m C. C.	Bemerkungen:
8.	60 Min.	6,2	17,3	27,9	Pass. Beweg. Narkose lässt nach 0,009 gr. Curare inj. um 12 Uhr.
9.	71 -	11	4	3,6	Ruhe.
	79 -	8	—	—	Unterbr. wegen Gerinnung.
10.	84 -	5	6	12	- (Wahrscheinlich durch die Gerinnung im Ausflussrohre die Cysterne stark angefüllt gewesen.)
11.	94 -	10	21	21	Pass. Bewg.
12.	110 -	16	6,5	4,1	Ruhe.
13.	119 -	9	10	11,1	Druck auf den Bauch mit flacher Hand (Passive Darmbewegung).
14.	134 -	15	5,5	3,7	Ruhe. 12 Uhr 50 M. 0,004 gr. Curare inj. — die rothe Färbung der Lymphe nimmt ab. —
	139 -	5	—	—	Unterbr. wegen Gerinnung
15.	146 -	7	10	14,3	Pass. Darmbewg.
16.	154 -	8	4,5	5,6	Ruhe.
	221 -	67	—	—	- Unterbr. 1 St. 7 Min. Curare 0,004 gr. inj. um 1/2 2 Uhr.
17.	231 -	10	13,4	13,4	- Lymphe (+ Chylus) weniger milchig, gelblich.
18.	237 - 30 Sec.	6,5	30	46,1	Pass. Darmbewg.
19.	245 -	7,5	9,2	12,3	Ruhe. Lymphe ist noch durchsichtiger als bisher.
20.	253 -	8	4,2	5,25	-
	257 -	4	—	—	Unterbr. wegen Coagulation.
21.	257 - 30 Sec.	0,5	—	—	Pass. Darmbewg. Lymphe klar, nicht mehr weisslich gefärbt und schneller gerinnend.
	266 -	8,5	10	11,8	
22.	284 -	18	5,2	2,9	Ruhe.
23.	294 -	10	10	10	Pass. Beweg.
24.	301 -	7	1,1	1,6	Ruhe.
25.	305 -	4	3,8	9,5	Pass. Darmbewg.
	306 -	1	—	—	Unterbr. wegen Coagulation.
26.	310 -	4	1,7	4,25	Ruhe.
					Schluss des Versuches bei vollkommener Narkose des Thieres.

Ich erhielt lt. diesem Versuche während:

2 St. 16,3 M. Ruhe . . . . 80,4 C.C. Lymphe + Chylus od. in 10″ 6,2 C.C.
— - 38,8 - Pass. Bewegung. 102,1 - - - - - 26,2 -
— - 35,0 - - Darmbewg. 63,8 - - - - - 18,0 -
— - 15,0 - Muskelcontraction 16,0 - - - - - 10,7 -

Zu bemerken ist ferner, dass obgleich aus der Färbung und Beschaffenheit der gegen Ende des Versuches (Messungen 23—26) ausgeflossenen Flüssigkeit (Lymphe + Chylus) vermuthet werden konnte dass die Verdauung beendet war, also nur klare Lymphe aus dem Ductus thor. ausfloss, doch bei der Section noch eine beträchtliche Menge Fleisch im Magen vorgefunden wurde und auch im Darmkanal Chymusmassen enthalten waren.

Versuch IV den 21. Dec. 1870.

Lebd. Gew. 17100 gr. — hypothetische Blutmenge 1315 gr. wurde 19ten Mittags zum letzten Male (mit gemischter Kost) gefüttert.

$9^3/_4$ Uhr V. M. mit 0,021 gr. Curare narkotisirt — Lymphe weingelb.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10m C. C.	Bemerkungen:
1.	21 Min.	21	18	8,6	Anfangs noch einige Muskelzuckungen dhr. noch 0,006 gr. Curare (um 12 U. 45 M.) inj.
2.	38 - 30 Sec.	17,5	12	6,9	Ruhe.
3	72 - 30 -	34	5,2	—	Gerinnung im Ausflussrohre hinderte den normalen Ausfluss.
4.	81 -	8,5	10	—	Ruhe.
5.	96 -	15	10	6,7	-
6.	110 -	14	10	7,1	-
7.	126 -	16	10	5,6	-
8.	130 -	4	10	25	Pass. Beweg. (70—80 Bewegungen pro Min.)
9.	134 -	4	10	25	- - Die Lymphe hat bedeutend hellere Färbung angenommen, sie ist dünnflüssiger geworden u. gerinnt langsamer als bisher
10.	139 -	5	10	20	- -
11.	144 -	5	10	20	- -
12.	150 -	6	10	16,7	- -
13.	156 -	6	10	16,7	- -
14.	165 -	9	10	11,1	- -
15.	172 - 30 -	7,5	8	10,7	- -
16.	178 -	5,5	3	5,5	Ruhe.
17.	186 -	8	4,5	5,6	- Die Lymphe behält die Eigenschaften der Bewegungslymphe.
18.	191 -	5	3	6	-
19.	203 - 30 -	12,5	6	4,8	-
20.	210 -	6,5	4	6,1	-
21.	234 -	24	15,0	6,25	-
					Schluss des Versuches das Thier befindet sich noch in vollkommener Narkose

Versuch V

[illegible]

[illegible] — [illegible] = 12[illegible] gr — [illegible]

[illegible] — [illegible]

	Zeit vom Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in ccm		Bemerkungen
1	36 Min.	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	66 – 30 Sec.	[illegible]	–	[illegible]	[illegible]
3	[illegible] –	[illegible]	6	[illegible]	– –
	[illegible] –	[illegible]	—	—	[illegible]
4	[illegible] –	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible] –	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	[illegible] –	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7	236 –	[illegible]	[illegible]	[illegible]	– [illegible]
8	[illegible] –	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9	250 –	22	5	[illegible]	– –
					[illegible]

Sectionsbefund: [illegible] Wasser im Magen [illegible] Futtermassen vorhanden, [illegible] Magensaft, der Dünndarm Galle.

Versuch VI

den 9. Jan. 1871.

Lebd. Gew. 16450 gr. — hypothetische Blutmenge 1626 gr. — nüchtern seit dem 7ten Mittags.

Das Thier verfiel gleich nach der Einbindung der Respirationscanüle in Ohnmacht, weshalb schon vor der Narkose künstliche Respiration unterhalten werden musste. — $9^1/_2$ Uhr mit 0,015 gr. Curare narkotisirt — Narkose schwach — Lymphe gelblich-weiss, opalisirend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10m C. C.	Bemerkungen:
1.	?	—	15	—	Ruhe, doch treten trotz der Unempfindlichkeit des Bulbus oculi krampfhafte Reflexbewegungen der Muskeln auf.
2.	27 Min.	27	15	5,6	-
3.	78 -	51	11	2,2	- Gerinsel im Ausflussrohre. 1/41 Uhr 0,006 gr. Curare inj.
4.	99 -	21	15	7,1	- Lymphe verliert die weissliche Färbung - wird gelblich, opalisirend und gerinnt langsamer.
5.	127 -	28	15	5,4	-
6.	159 -	32	15	4,7	- 1 Uhr 10 M. 0,005 gr. Curare 1 - 36 - 0,005 - - am Oberschenkel subcutan inj.
7.	172 -	13	10	7,7	- 1 Uhr 46 M. 0,005 gr. Curare auf dem Thorax subcutan inj.
8.	193 -	21	2,5	1,2	- vollständig.
	198 -	5	—	—	- Unterbrechung wegen Gerinnung.
9.	215 -	17	13	7,6	-
10	222 -	7	15	21,4	Pass. Beweg.
11.	236 -	14	15	10,7	- -
12.	257 -	21	15	7,1	- -
13.	274 -	17	15	8,8	- -
14.	300 -	26	15	5,8	- -
15.	320 -	20	15	7,5	- -
16.	352 -	32	15	4,7	- -
17.	382 -	30	11	3,7	- - Das Thier erwacht aus der Narkose, und während es nun aus der Carotis verblutet wird, treten krampfhafte Zuckungen der Gliedmaassen ein, wobei starker Lymphausfluss stattfindet — Lymphe sehr schnell gerinnend.
18.	?	—	6	—	

Versuch VII den 16. Jan. 1870

Leibd. Gew. 16550 gr. — hypothetische Blutmenge 1273 gr. — nüchtern seit dem 15ten Abends, wo er gegen 7 Uhr 250 gr Fleisch erhielt.

10 Uhr V.M. mit 0,009 gr. Curare narkotisirt.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C.C.	Lymphmenge in 10m C.C	Blutdruck Hg. m.m.	Bemerkungen
1.	29 Min.	29	24	8,3	101,7	Ruhe. Lymphe weingelb, opalescirend.
2.	41 -	12	15	12,5	—	-
3.	66 -	25	15	6	—	-
4.	90 -	24	15	6,25	—	- 0,003 gr. Curare inj. um 12 Uhr 37 Min.
5.	113 -	23	15	6,5	—	-
6.	124 -	11	7	6,4	124,9	-
7.	156 -	32	15	4,7		-
8.	161 -	5	15	30	—	Pass. Beweg. Lymphe heller dünnflüssiger.
9.	169 -	8	15	18,8	—	Pass. Beweg. Lymphe ohne Blutkörp., fast wasserklar
10.	178 -	9	15	16,7	—	Pass. Beweg. Lymphe fast ohne Fibrin, ebenso hell wie bei Messg. 9
11.	186 -	8	15	18,8	—	
12	191 Min. 30 Sec.	5,5	15	27,3	—	und Pass. Darmbeweg. zugleich Lymphe wird gelb.
13	200 - 30 -	9	6	6,7	—	Pass. Beweg. Lymphe bleibt gelb, am Fibrin zeigen sich wieder geringe Mengen v. Blutkörperchen.
14.	209 -	8,5	15	17,6	—	- -
15.	219 Min. 30 Sec.	10,5	15	14,3	—	- -
16.	230 -	10,5	15	14,3	—	- -
17.	245 -	15	15	10	—	- -
18.	259 -	14	15	10,7	—	Ruhe. Narkose lässt nach.
19.	275 -	16	13,4	8,4	140,6	- 4 Uhr 10 M. 0,006 gr Curare inj. Lymphe milchiger, nicht so gelb wie in den Messungen 1-7
20.	311 -	36	6	1,7	—	-
21.	341 -	30	15	5	—	-
22.	?		7	—	127,3	- ½6 Uhr den Blutdruck bestimmt, worauf das Thier verblutet wird.

Sectionsbefund: Magen und Darmkanal enthalten keine Futtermassen, im Dünndarm Galle.

Versuch XI den 30. Jan. 1871.

Lebd. Gew. 11400 gr. — hypothetische Blutmenge 877 gr. — nüchtern seit dem 28ten N. Mittags 2 Uhr.

$10^1/_4$ Uhr V.M. mit 0,015 gr. Curare narkotisirt. — Lymphe fast opalisirend, sonst farblos, leicht gerinnend.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	Lymphmenge in 10m C. C.	Blutdruck Hg m. m.	Bemerkungen:
1.	80 Min.	80	15	1,9	*110,2	Ruhe. Lymphe wasserhell.
2.	94 -	14	6	4,3	104,7	Einige Muskelzuckungen.
3.	105 -	11	15	13,6	—	Pass. Beweg. Lymphe gelblich, langsamer gerinnend.
4.	120 Min. 30 Sec.	15,5	15	9,7	—	Pass. Beweg. $11^1/_4$ Uhr 0,006 gr. Curare inj.
5.	141 -	20,5	6	2,9	—	Ruhe.
6.	158 Min. 30 Sec.	18,5	15	8,1	—	Pass. Beweg. } Lymphe leicht gerinnend, nicht opalisirend, von röthl. Schein.
7.	180 -	21,5	15	7	—	- -
8.	201 -	21	15	7,1	—	- -
9.	225 -	24	15	6,25	—	- -
10.	254 -	29	15	5,19	—	- - 3 Uhr 22 Min.
11.	282 Min. 30 Sec.	28,5	15	5,2	—	- - 0,007 gr. Cur. inj.
12.	318 -	35,5	15	4,2	—	- -
13.	?	—	5	—	144,4	Um $^1/_4$6 N.M. wurde das Thier aus der Carotis verblutet. Narkose lässt nach.

* Dieser Blutdruck ist vor der Narkose ($^1/_4$11 Uhr) bestimmt worden.

Versuch XIII den 8. Febr. 1871.

Lebd. Gew. 16178 gr. — hypothetische Blutmenge 1244 gr. — nüchtern seit dem 6ten Mittags.

$9^1/_2$ Uhr V. M. mit 0,012 gr. Curare narkotisirt.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge in C. C.	Lymphmenge in 10m C. C.	Bemerkungen.
1.	?	—	4	—	Ruhe.
2.	10 Min.	10	15	15	Pass. Beweg. } Lymphe röthlich — am Fibrin haften die rothen Blutkörperchen — sie gerinnt rasch.
3.	23 -	13	15	11,5	- -
4.	35 -	12	10	8,3	- -
5.	52 -	17	10	5,9	- -
6.	? -	—	7	—	Ruhe. ca. $1^1/_2$ St. nach Beginn des Lymphausflusses starb das Thier.

Versuch XIX den 13. März 1871.

Lebd. Gew. 12800 gr. — hypothetische Blutmenge 985 gr. — nüchtern seit dem 11ten Mittags.

Nachdem die Trachea aufgesucht und die Respirationscanüle in dieselbe eingebunden worden war, wurde der Blutdruck bestimmt, welcher 123,5 m.m. *Hg* betrug, hierauf 9 U. V. M. das Thier mit 0,009 gr. Curare narkotisirt — Narkose vollständig. Lymphe stark blutig.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10^m C. C.	Blutdruck *Hg* m. m.	Bemerkungen
1.	20 Min.	20	9	4,5	—	Pass. Beweg.
2.	59 -	39	0	—	115,9	Ruhe.
						Das Thier wurde verblutet

Sectionsbefund: Canüle richtig eingebunden — Ductus vor derselben wie krampfhaft eingeschnürt.

Versuch XXVII den 4. Mai 1871.

Lebd. Gew. 12700 gr. — hypothetische Blutmenge 977 gr. — erhielt den 3ten früh 7 Uhr das letzte Futter.

8 Uhr früh mit 0,015 gr. Curare narkotisirt. Lymphe weisslichgelb, opalisirend und schnell gerinnend. Von Zeit zu Zeit ward der Unterleib gedrückt.

	Zeit seit Beginn des Lymphausflusses	Dauer in Min.	Lymphmenge C. C.	in 10^m C. C.	Bemerkungen:
1.	42 Min.	42	15	3,6	
2.	79 -	37	15	4,0	Die Lymphe verliert die weissliche Färbung.
3.	117 -	38	15	3,9	
4.	157 -	40	15	3,75	
5.	190 -	33	15	4,5	12 U. 10 M. 0,003 gr. Curare inj
6.	240 -	50	15	3,0	
7.	280 -	40	15	3,75	1 - 3 - 0,003 gr. - -
8.	355 -	75	15	2,0	2 - 22 - 0,003 gr. - -
9.	412 -	57	9	1,6	
10.	462 -	50	6	1,02	4 - 5 - 0,003 gr. - -

Nach den Beobachtungen von *Genersich* war mit Sicherheit zu erwarten, dass durch die Einführung der pumpenden Bewegungen die Menge der zu gewinnenden Lymphe sich mehren

würde, weil zu der Flüssigkeit, welche während der Ruhe entstanden, noch diejenige hinzukommen musste, deren Abscheidung durch die Gliederbewegung veranlasst worden war. Diese Voraussetzung hat sich denn auch ausnahmslos bestätigt. Vergleicht man in den einzelnen Beobachtungen die Perioden, in welchen der Ausfluss während der Ruhe stattfand mit denjenigen, in welchen passive Bewegungen eingeleitet wurden, so wird man bemerken, dass während der letztern die Lymphströmung jedesmal bedeutend rascher war, als während der ersteren Zeit. Wenn wir aus den vorstehenden Beobachtungen die zum Vergleiche brauchbaren Zahlen ausziehen, so kommen wir zu folgenden Zahlen:

Versuche	Während der Ruhe	Während d. pass. Bewegung	Verhältniss d. Lymphmeng. in d. Zeiteinh.
2.	in 65M. = 12,9 C. C. Ly.	in 20 M. = 18,5 C. C. Ly.	1 : 4,66
3.	- 136 - = 80,4 - -	- 38,8 - = 102,1 - -	1 : 4,2
4.	- 145 - = 95 - -	- 46,5 - = 78 - -	1 : 2,5
5.	- 65 - = 30 - -	- 54. = 30 - -	1 : 1,2
6.	- 172 - = 81 - -	- 43,7 - = 105 - -	1 : 1,7
7.	255 - = 155 - -	- 89 - = 141 - -	1 : 2,5
11.	- 94 - = 21 - -	- 16 - = 20 - -	1 : 5,7
ditto	- 205 - = 6 - -	- 160 - = 105 - -	1 : 2,2
19.	- 39 - = 00 - -	- 20 - = 9 - -	1 : ∞

Ausser diesem, die Versuche von *Genersich* bestätigenden, Ergebniss ward aber noch ein anderes unerwartetes gewonnen, welches sich auf die Qualität der ausgeflossenen Flüssigkeit bezog. Die Lymphe, welche während der Ruhe hervorströmte, zeigte in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle ein opalescirendes Ansehen, welches von der Anwesenheit weisslicher, und wie sich später zeigte fetthaltiger Flöckchen herrührte. Die Lymphe dagegen, welche während der pumpenden Bewegung gewonnen wurde, zeigte die milchigte Trübung entweder gar nicht, oder zum mindesten in einem viel schwächern Grade als die an demselben Thiere in der Ruhe ausgeflossene.

Im Hinblick auf diesen Unterschied lag die Frage nahe, ob derselbe bedingt sei durch die Aenderung der Bedingungen unter welchen, oder des Ortes an dem, die Absonderung stattge-



funden. Wenn ich alles das in Ueberlegung ziehe, was mir meine Erfahrungen zur Entscheidung dieser Alternative an die Hand geben, so muss ich es für höchst wahrscheinlich halten, dass die erpumpte durchsichtige Lymphe aus den untern Gliedmaassen stamme, die freiwillig fliessende, in der Regel opalescirende, dagegen in den Unterleibseingeweiden entsprungen sei. Für diese meine Ansicht bringe ich zuerst die bekannte Thatsache vor, dass während der Vergiftung mit Curare aus den Lymphgefässen der Extremitäten so lange keine Flüssigkeit zu gewinnen ist, als sich dieselben in Ruhe befinden; darum wird es von vornherein unwahrscheinlich, dass die grossen Mengen von Flüssigkeit, welche in den vorliegenden Versuchen während der vollkommenen Muskelruhe aus dem Brustgange hervorgingen, in den untern Gliedmaassen entsprungen sein sollten; — andererseits ist es aber gewiss, dass die erpumpte Lymphe zum grossen Theil aus den Gliedmaassen gewonnen wurde; eine Behauptung, für die ich, nach den neueren Erfahrungen, keine weiteren Beweise vorzubringen nöthig habe. Diesem Ursprungsorte entspricht denn auch die Durchsichtigkeit, welche sie darbietet; beim Hunde ist nämlich die Lymphe, welche aus dem Kopf und den Gliedmaassen hervorgeht, unter allen Umständen vollkommen durchsichtig.

Um die Zahl der Entscheidungsgründe zu vermehren, hielt ich es für gerathen die Bestimmung des Blutdruckes vorzunehmen, wobei ich von der Ueberlegung ausging, dass die starke Lymphabsonderung, die während der Curarevergiftung eintritt, mit der Erniedrigung des Blutdruckes im Zusammenhang stehe, welche während der genannten Giftwirkung bei Hunden so häufig beobachtet wird. Bestätigte sich diese Vermuthung, so würde der weitere Schluss erlaubt gewesen sein, dass beides, der beschleunigte Lymphstrom und die Erniedrigung des Blutdruckes, von einer Congestion zu den Unterleibseingeweiden abhängig gewesen sei. Meine Beobachtungen haben an den ruhenden Thieren die nachstehenden Ergebnisse geliefert:

Versuch.	Höhe des Blutdrucks in d. art. carotis mm Hg.	Mittlere Geschwindigkeit d. Lymphstroms während 1 Minute. (C. C.)	Bemerkung.
10.	57,1	1,1	
	72	1,4	
14.	117	0,9	
	29,5	0,6	Eintritt d. Todes
18.	67,5	0,7	
	129	0,43	
	153	0,39	
	112	0,27	
21.	61	0,58	
22.	123	0,75	
	100	1,5	
	112	0,65	
23.	127	0,29	
	138	0,25	
25.	78	0,68	
	104	0,88	
	90	0,71	
	114	0,34	
7.	102	0,83	
	135	0,64	
	141	0,84	
11.	102	0,43	
	144	0,42	

Diese Zahlen sprechen entschieden mehr zu Gunsten, als zu Ungunsten meiner Hypothese; zunächst durch die Werthe des Blutdruckes im Allgemeinen, die für die grossen und kräftigen Hunde, deren ich mich bediente, niedrige sind, und ferner deshalb, weil fast durchweg die grössten Lymphmengen da zum Vorschein kamen, wo die niedrigsten Werthe des Blutdruckes gefunden wurden. Dieses Zusammentreffen ist besonders beachtenswerth, wenn es, wie im Versuch 18, 22 und theilweise auch 25, an demselben Thiere stattfindet. Da sich jedoch zuweilen das entgegengesetzte von dem was soeben ausgesprochen wurde gewahren lässt, so halte ich die vorliegenden Beobachtungen noch für keinen vollgültigen Beweis des von mir behaupteten Zusammenhangs der Erscheinungen, jedenfalls sind sie jedoch genügend, um zu einer weiteren Verfolgung des Sachverhaltes einzuladen, und zwar um so mehr, als es vom höchsten Belange ist darüber ins Klare zu kommen, ob die nüchternen Eingeweide einen Lymphstrom von ähnlicher Stärke auszusenden vermögen, wie

sie ihn, wenn sie in voller Verdauung begriffen sind, zu entleeren pflegen. Um den Leser davon zu überzeugen, dass der Strom der aus dem ductus thoracicus des nüchternen Thieres ausfliesst nicht weniger mächtig ist, als der des gefütterten Hundes, erlaube ich mir ihn auf den Versuch III auf pag. 601 zu verweisen, in welchem ein gefüttertes Thier der Beobachtung unterworfen wurde. Während der Ruhe war, wie man sieht, die Geschwindigkeit des Stromes nicht so mächtig, als bei anderen Thieren, welche nüchtern geblieben waren. Sollten später Versuche darlegen, dass auch das unvergiftete Thier, bei vollkommener Leere des Magens und des Dünndarmes, so viel Lymphe aussendete, als das curarisirte, und sollte der Nachweis gelingen, dass der Ursprung der ergossenen Flüssigkeit in den Unterleibseingeweiden zu suchen sei, so würde dieses für die Functionen der letzteren von um so grösserer Bedeutung sein, weil damit zugleich ausgesprochen wäre, dass die Zusammensetzung der Unterleibslymphe des nüchternen Thieres anders beschaffen sei, als die der Gliederlymphe.

Eine weitere Erscheinung, die hervorgehoben zu werden verdient, besteht darin, dass die ruhenden nüchternen Thiere, nachdem ihnen grössere Quantitäten von Lymphe abgezapft worden waren, meist dem Tode verfallen, ohne dass sich hierfür ein besonderer Grund angeben liesse. Als Beispiele für dieses Ereigniss hebe ich aus der ersten Versuchsreihe folgende Angaben hervor:

Versuch	Körpergewicht d. Thieres	Hypothetische Blutmenge zu 7,7% d. Körpergewichts	Eintritt des Todes nach Verlust an Lymphe	
			in C. C.	in Procenten d. Blutmenge
10.	23850 G.R.	1835 Gr.	315	17,1
14.	24750 - -	1904 -	296	15,4
21.	21500 - -	1654 -	135	8,1
22.	15200 - -	1169 -	261	23,2
25.	18600 - -	1431 -	327	22,8

Nach den Regeln der Statistik würde man aus diesem Vorkommen zu schliessen haben, dass mit einem Verlust an Lymphe, welcher ein Viertel bis ein Siebentel der Blutmenge betrage, der Eintritt des Todes verknüpft sei. Sollte sich die Richtigkeit dieses Satzes bestätigen, so würde daraus zu schliessen sein, dass

ein Verlust an Lymphe früher zum Tode führe, als ein solcher des Blutes, denn es ist allgemein bekannt, dass Hunde von dem Gewichte der obengenannten mehr als 350 C. C. Blut verlieren können ohne zu sterben. Immerhin ist jedoch eine weitere Bestätigung dieser Erfahrungen abzuwarten, eine Vorsicht, die um so mehr geboten erscheint, als in meiner Versuchsreihe mit nüchternen ruhenden Thieren ein Fall (Vers. 18.) vorkommt, in welchem ein Thier von 11500 Gr. Körpergewicht (welches nach der früheren Berechnungsweise eine Blutmenge von 885 Gr. besessen hätte) den Verlust von 225 C.C. Lymphe, also von 26 Procent der Blutmenge erlitten hatte, ohne dass der Tod eingetreten wäre. Diese Beobachtung führt demnach mindestens zu dem Schlusse, dass die Grenze des tödtlichen Lymphverlustes über ein Viertel der Blutmenge hinausliegen kann.

Sollte in den bis dahin vorgeführten Beobachtungen der Grund des Todes in dem Verluste an Lymphe liegen, so würde dem Antheile dieser letzteren Flüssigkeit, welche während der vollkommenen Ruhe des Thieres abgeschieden wurde, eine andere Bedeutung zukommen, als demjenigen, welcher mit Hülfe der passiven Gliederbewegung entleert worden ist.

In den Beobachtungsreihen, in welchen unter Anwendung des letztgenannten Verfahrens die Lymphe aufgesammelt wurde, trat keinmal der Tod ein, trotzdem dass sehr bedeutende Lymphmengen abgezapft worden waren; so floss beispielsweise im Versuch 6 eine Lymphmenge aus, welche 19 Procent, und im Versuch 7 eine solche, welche 23 Procent der hypothetischen Blutmenge betrug, und dennoch blieb beiden Thieren das Leben erhalten.

Wenn man das Glück hat so grosse Quantitäten von Lymphe zu gewinnen, wie dieses in den beschriebenen Versuchsreihen der Fall war, so entsteht natürlicherweise der Wunsch mit Hilfe desselben neue Aufschlüsse über diese noch so wenig bekannte Flüssigkeit zu gewinnen. Zur Befriedigung desselben habe ich einige Versuche unternommen, deren Resultate ich hier mittheilen werde, trotz mannigfacher Unvollkommenheit, die denselben anhaftet.

Zunächst warf ich mir die Frage auf, ob durch den Verlust so grosser Lymphmengen die Zusammensetzung des Blutes nicht verändert werde, namentlich aber, ob das Verhältniss, in welchem das Plasma zu den Blutscheiben steht, durch den Austritt der

lymphatischen Flüssigkeiten nicht geändert werde. Um hierüber Aufschluss zu erhalten, entleerte ich vor der beginnenden Aufsammlung der Lymphe eine Blutprobe, und führte dasselbe nach einem grösseren Verlust von Lymphe aus. An beiden Proben ward die Färbekraft mit aller Sorgfalt bestimmt. In den vier Prüfungen, die ich auf diese Weise vornahm, fand sich jedesmal in dem Blute, welches nach dem Verlust der Lymphe gewonnen war, die Färbekraft bedeutend grösser, als in den vorher entnommenen. Die Unterschiede, welche sich herausstellten waren die folgenden:

In Versuch 7, in welchem Ruhe und Bewegung mit einander wechselten, verlor das 16550 Gr. schwere Thier 303 C.C. Lymphe welche 23,9 Procent seiner hypothetischen Blutmenge repräsentiren. Die Färbekraft des Blutes war nach diesem Verlust gegen dasjenige vor demselben um 9,6 Procent gewachsen.

In Versuch 11, welcher unter gleichen Bedingungen wie der eben erwähnte angestellt war, verlor das 11400 Gr. schwere Thier 167 C. C. Lymphe, welche 19 Procent der hypothetischen Blutmenge ausmachten. Die Färbekraft des Blutes war nach diesem Verlust gegen dasjenige vor demselben um 30 Proc. gewachsen.

In den beiden folgenden Beobachtungen wurde die Lymphe dem ruhenden Thiere abgezapft. In dem Versuch 10 verlor das 23850 Gr. schwere Thier 315 C.C. Lymphe welche 17 Proc. seiner hypothetischen Blutmenge repräsentiren. Durch diesen Verlust war die Färbekraft des Blutes um 15,2 Procent gestiegen.

In Versuch 14 verlor das 24750 Gr. schwere Thier 296 C.C. Lymphe welche 15,4 Procent seiner hypothetischen Blutmenge darstellen. Durch diesen Verlust war die Färbekraft des Blutes um 13,6 Procent gestiegen.

Dieses Resultat ist von Dr. *Hammarsten* späterhin noch dadurch bestätigt worden, dass er in dem Blute eines Thieres, welches nach einem grossen Verlust von Lymphe aufgefangen und darauf mit Sauerstoff gesättigt worden war, den ungewöhnlich hohen Sauerstoffgehalt von 24 Procenten antraf.

Mit der Thatsache, dass die Absonderung der Lymphe das normale Verhältniss der Blutbestandtheile zu ändern vermag, tritt sie, soweit ich sehe einigen andern Secreten gegenüber in eine eigenthümliche Stellung. Schweiss und Harn stören niemals, wenn sie auch noch so reichlich ausgeschieden werden, die nor-

male Zusammensetzung des Blutes, weil diese Ausscheidungen nur so lange andauern, bis aus dem Blute die Wasser-, Salz- und Harnstoffmengen in dem Maasse wieder ausgeführt sind, in welchem sie ihm zugefügt wurden. Wenn sich nun die Lymphe in dieser Beziehung anders verhält, so scheint daraus hervorzugehen, dass die Ursache wesshalb sie ausgeschieden wird nicht in der Zusammensetzung des Blutes, sondern in andern treibenden Kräften gelegen ist. — Von diesem Gesichtspunkt aus ist es nicht unwahrscheinlich, dass auch der Speichel, wenn er in grossen Massen dem nüchternen Thiere entzogen wird zu denselben Folgen wie die Absonderung der Lymphe führen möchte; von der Galle hat *Lehmann* bekanntlich schon Ähnliches behauptet.[1])

Um einen genauern Aufschluss über die Veränderungen zu erhalten, welche das Blut durch den Lymphverlust erlitten hat, schien es mir zunächst am zweckmässigsten eine Vergleichung zwischen dem Serum zweier Blutproben desselben Thieres vorzunehmen, deren eine vor, und die andere nach dem Abzapfen der Lymphe gewonnen war. — Das Thier welches ich zu diesem Versuche verwendete ist dasselbe welches unter XI (auf pag. 607) angeführt ist. Aus den beiden Blutproben ward das Serum vollkommen klar auf den Centrifuge abgeschieden. Die erste vor dem Lymphverlust gewonnene Portion enthielt in 100 Theilen 92,88 Wasser, 6,29 verbrennliche und 0,83 unverbrennliche Bestandtheile. Das Serum des Blutes dagegen, welches nach dem Verluste von 167 C.C. Lymphe gewonnen war, wodurch, wie schon vorhin angegeben, sich die Färbekraft des Blutes um 30 Procent vermehrt hatte, enthielt in 100 Theilen 92,62 Wasser, 6,70 verbrennliche und 0,68 unverbrennliche Bestandtheile. — Wenn ich diese einzige Bestimmung mittheile, so geschieht dieses nur in der Absicht um darzuthun, dass sich die Vergleichung des Serums wirklich ausführen lässt. Abgesehen davon dass ein einziger Versuch keine Basis zu weitergehenden Schlüssen bietet, musste, um eine solche zu gewinnen, auch noch die mittlere Zusammensetzung der ausgeführten Lymphe bekannt sein. Wären diese Daten in genügender Anzahl gegeben, so würden sich hieraus mancherlei werthvolle Ableitungen ohne weitere Mühe ergeben.

1) Journ. für pract. Chemie. Bd. 67.

Durch die Nachricht, dass der Verlust an Lymphe die Zusammensetzung und dem entsprechend auch die Masse des Blutes ändert, empfangen die Bestimmungen des Blutdruckes, die im Verlaufe eines Versuches ausgeführt wurden eine neue Bedeutung. Wenn die indirecte Entziehung der Flüssigkeit durch den ductus thoracicus ähnlich wie die directe aus einem Blutgefäss wirkte, so hätte man erwarten sollen dass mit dem steigenden Verlust der Blutdruck im Abnehmen begriffen wäre. Unter den acht zu dem vorstehenden Zwecke brauchbaren Beobachtungen finden sich aber die folgenden:

X.	Nach dem Verlust von	96 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	57mm
	- - - -	256 - - - - - -	72 -
XVIII.	Nach dem Verlust von	105 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	68 -
	- - - -	150 - - - - - -	129 -
	- - - -	210 - - - - - -	154 -
	- - - -	225 - - - - - -	112 -
XXIII.	Nach dem Verlust von	30 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	127mm
	- - - -	60 - - - - - -	133 -
XXV.	Nach dem Verlust von	45 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	75mm
	- - - -	112 - - - - - -	104 -
	- - - -	277 - - - - - -	114 -
VII.	Nach dem Verlust von	0 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	101mm
	- - - -	91 - - - - - -	135 -
	- - - -	252 - - - - - -	161 -
	- - - -	293 - - - - - -	127 -
XI.	Nach dem Verlust von	15 C. c. Ly. stand der Blutdruck auf	102mm
	- - - -	177 - - - - - -	166 -

In diesen sechs Fällen tritt also das Gegentheil von dem ein was man nach Analogie einer Blutung hätte erwarten sollen und in den zwei noch übrigen fand sich zu mindesten kein Sinken des Blutdruckes trotzdem dass ein Verlust an Lymphe von 192 bez. von 235 C. c. eingetreten war. Nur einmal, als der Blutdruck in der Agone gemessen worden war, hatte sich derselbe sehr erniedrigt.

Ohne gegen die Beobachtung zu verstossen wird man demnach sagen dürfen, dass mit der Entziehung der Lymphe der Blutdruck zu steigen pflege. Ob dieses aber desshalb geschieht, weil das an Körperchen reichere Blut in den Capillaren mehr Widerstand findet, oder weil dasselbe kraft seiner veränderten Zusammensetzung die erregbaren Theile der Gefässwand reizt, müssen Versuche lehren.



Dr. **O. Hammarsten**, *Über die Gase der Hundelymphe.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig.*

Die Gase der Lymphe sind meines Wissens nur einmal untersucht worden. Bei dieser, von *Hensen*[1]) ausgeführten, Analyse war jedoch die untersuchte Flüssigkeit unter pathologischen Verhältnissen abgesondert worden und es konnten wegen mangelnder Hülfsmittel nicht sämmtliche Gase sondern nur die Kohlensäure, und selbst diese nicht nach den vollkommensten Methoden, bestimmt werden. Unter solchen Umständen war es von Interesse neue Untersuchungen anzustellen, um so mehr als diese für die Respirationslehre von Bedeutung werden konnten. Hierdurch bewogen habe ich unter Leitung des Herrn Prof. *Ludwig* einige Beobachtungen unternommen.

Die erste Aufgabe, die gelöst werden musste, bestand darin eine für die Untersuchung genügende Menge möglichst chylusfreier Lymphe aufzufangen; zu dem Ende wurden grosse Hunde, die während 36 bis 48 Stunden gehungert hatten, zu den Versuchen genommen. Nachdem die Thiere mit Curare gelähmt waren, wurde entweder der ductus thoracicus am Halse, nahe an der Einmündungsstelle in die Vene, aufgesucht, isolirt und geöffnet, dann eine Glascanüle eingebunden und die ausströmende Lymphe unter Luftabschluss über Quecksilber aufgefangen. Die Lymphe strömte bei den verschiedenen Thieren mit einer sehr ungleichen Geschwindigkeit heraus, so dass die Dauer des Auffangens eine sehr wechselnde ward; als die Extreme kann ich anführen, dass ich einmal in anderthalb Stunde 160 Cc. erhielt, während in einem andern Falle ein fast ebenso grosser Hund in

1) *Virchows* Archiv. Bd. 37.

2 [illegible] Stunden nur [illegible] CC. lieferte. Zuweilen [illegible] die Canüle in den grossen Stamm, welcher die Lymphe aus [illegible] sammelt und dem ductus thoracicus zuführt. Da die [illegible] Leichenuntersuchung ergab, dass die Canüle während des Lebens am gewünschten Orte gesessen hatte, so [illegible] in diesen beiden Fällen die gewonnene Flüssigkeit als reine [illegible] zu betrachten; in den übrigen dagegen musste sie als ein Gemisch von Darm- und [illegible]-Lymphe angesehen werden. In diesem Gemische waren jedoch die beiden Arten von Lymphe vermuthlich nicht immer in denselben Verhältnisse vorhanden. [illegible] man die in der [illegible] Abhandlung von *Lesser* ausgesprochene Annahme, so müsste das eine Mal die [illegible], ein anderes Mal die Darmlymphe vorherrschend sein, je nach den Bedingungen die man nach Belieben hervorgerufen hatte. Für das Auffangen von überwiegend Glieder-lymphe wurde nämlich das von *Genersich*[1] für die Darmlymphe dagegen das von *Lesser* geübte Verfahren in Anwendung gebracht. Die aufgesammelte Lymphe hatte bisweilen eine schwach-röthliche Farbe, in den meisten Fällen dagegen war sie vollkommen blutfrei, gelblich gefärbt, klar oder opalescirend. Das jedesmalige Verhalten habe ich auch unten in der Tabelle angegeben.

Die Lymphe wurde sogleich nach dem Auffangen durch Schütteln mit Quecksilber defibrinirt und dann in der Quecksilberpumpe evacuirt. Hierbei zeigten sich dieselben Eigenthümlichkeiten, die man schon beim Auspumpen von Bicarbonatlösungen, Serum und Drüsen-Secreten beobachtet hatte, dass nämlich das Auspumpen Stunden- ja vielleicht Tage lang fortgesetzt werden konnte, ohne dass die Gasentwickelung vollständig sistirte. Aus diesem Grunde wurde durch Zusatz einer fixen Säure die Gasentwickelung alsdann beschleunigt, wenn man mit Sicherheit annehmen konnte, dass sämmtlicher Sauerstoff entfernt worden war.

Die Analysen sind nach *Bunsens* Methoden ausgeführt. Das zuletzt, nach Zusatz von einer fixen Säure, erhaltene Gas bestand ausschliesslich aus Kohlensäure, deren Bestimmung in der Weise ausgeführt wurde, dass nach der ersten Ablesung und vor dem Einbringen von Kalikugeln eine gemessene Menge atmosphärischer Luft (in den 2 ersten Analysen) oder reinen

[1] Diese Berichte, Jahrgang 5. 1870.

Wasserstoffs (in den übrigen) eingebracht wurde. Alle Zahlen sind auf 100 Theile Flüssigkeit berechnet; die Gasvolumina sind auf 0° und 1 Mtr. Quecksilberdruck zurückgeführt.

Tabelle I.

No.	Gesammte Gase	N.	O.	CO_2 erhalt. ohne Säurezusatz	CO_2 erhalt. n. Zusatz ein. Säure	Gesammte CO_2.	Bemerkungen
1.	42,38	1,63	0,43	17,06	23,26	40,32	Die Lymphe, überwiegend aus dem Darmkanale, enthielt ein wenig Blut, das grösstentheils in den Coagulis eingeschlossen wurde.
2.	41,73	1,25	0,12	21,71	18,65	40,36	Lymphe von derselben Beschaffenheit wie die vorige. Die Blutkörperchen werden vollständig in den Coagulis eingeschlossen.
3.	33,38	1,20	0,16	21,75	10,27	32,02	Äusserst schwach röthlich gefärbte Lymphe, überwiegend aus dem Darmkanal.
4.	32,69	0,85	0,00	21,52	10,32	31,84	Vollkommen blutfreie Lymphe von dem linken Vorderbeine.
5.	37,10	1,20	0,08	18,22	17,60	35,82	Reine Gliederlymphe wie bei 4.
6.	34,42	0,93	0,00	18,37	15,12	33,49	Überwiegend Gliederlymphe, klar und blutfrei.
7.	29,86	1,24	0,08			28,54	Blutfreies Gemisch von Darm- und Gliederlymphe.
8.	29,92	1,38	0,04			28,50	dito.
9.	30,48	0,90	0,03			29,55	Das Gemisch von Darm- und Gliederlymphe enthielt Spuren von Blut-Farbstoff.

Aus dieser Tabelle geht also unzweifelhaft hervor, dass die Lymphe eine kohlensäurereichere aber [illegible] sauerstoffärmere [illegible] [illegible] Sauerstoff [illegible] Flüssigkeit ist. Um jedoch die erhaltenen Zahlen richtig beurtheilen zu können, scheint es mir am besten ein jedes der gefundenen Gase einzeln für sich zu betrachten.

Wir wenden uns also zuerst zu

Der Kohlensäure. Vergleicht man die von *Hensen* für die menschliche Lymphe gefundenen Kohlensäurewerthe mit den von mir für die Hundelymphe erhaltenen, so zeigt sich ein sehr grosser Unterschied. Während nämlich der höchste Kohlensäurewerth der Tabelle [illegible], beträgt [illegible] *Hensen* [illegible], deren Kohlensäure [illegible] und [illegible], fast gebundene Kohlensäure. Der Grund dieser grossen Differenz ist nicht mit Sicherheit anzugeben; jedenfalls scheint mir der Unterschied zwischen unseren Zahlen zu gross, als dass er durch die Verschiedenheit der angewandten Methoden zu erklären wäre. Es ist darum abgesehen von der Möglichkeit, dass zwischen menschlicher Lymphe und Hundelymphe ein wesentlicher Unterschied vorhanden sei, auch daran zu erinnern, dass die menschliche Lymphe in dem angeführten Falle unter pathologischen Verhältnissen abgesondert wurde und [illegible] einen abnormen Gasgehalt besitzen könnte.

Um den niedrigen Werth meiner Zahlen aus einer Abnormität abzuleiten, könnte man anführen, dass die Hunde mit Curare vergiftet wurden, und die curarisirten Thiere stark zu speicheln pflegen. Da der Speichel aber eine sehr kohlensäurereiche Flüssigkeit ist, so könnte man einwenden wollen, dass auf diesem Wege eine grössere Menge Kohlensäure aus dem Blute, respective der Lymphe, entfernt worden sei. Ein solches Speicheln wurde auch in der That [illegible], aber nicht immer beobachtet; es ist also möglich, dass hierdurch in einzelnen Fällen der Kohlensäuregehalt der Lymphe etwas herabgesetzt wurde, aber sicher ist, dass dies nicht immer geschah, da einige meiner Beobachtungs-Thiere gar nicht speichelten und dennoch eine verhältnissmässig kohlensäurearme Lymphe lieferten. Von einem solchen Falle rührt unter anderen die Analyse No. 9 her, wo das Thier beinahe gar nicht speichelte und der Kohlensäuregehalt dennoch nur [illegible], betrug. Einen andern Grund dafür, dass die Lymphe der curarisirten Thiere ärmer

an CO_2 sein müsse als die der unvergifteten könnte man daraus entnehmen wollen, dass die Lungen der ersteren von einem ausgiebigen künstlichen Luftwechsel durchblasen wurden, obwohl sie wegen der bestehenden Vergiftung nur wenig CO_2 bildeten. Diesem Einwande stellen sich jedoch die Zahlen entgegen, welche ich von der Serumkohlensäure curarisirter Hunde erhielt (siehe die folgenden Blätter). Diese weichen nämlich nicht aus den von *Preyer*[1]) und *Alex. Schmidt*[2]) für unvergiftete Thiere gefundenen Grenzen. Demnach dürfte dasselbe auch von der Lymphkohlensäure gelten, so dass die hier angegebenen Schwankungen des CO_2-Gehaltes der Lymphe auf individuelle Verschiedenheiten zurückzuführen sein dürften. Jedenfalls bestehen die Lymphgase wesentlich aus Kohlensäure, und bei der grossen Bedeutung, die diesem Gase als Endgliede der Zersetzungsproducte in den Geweben zuerkannt wird, ist es von Interesse die Mengen dieses Gases in der Lymphe und in den Secreten zu vergleichen. Die Lymphe ist nämlich vorzugsweise dazu geeignet Aufschlüsse über den Gaswechsel in den Geweben, insbesondere im Bindegewebe und Muskel im Gegensatz zu den Drüsen zu geben. Bei einem solchen Vergleiche wird es jedoch nöthig zwischen sauren und alkalischen Secreten zu unterscheiden, indem beide ganz andere Anhaltspunkte für einen Vergleich mit der Lymphe darbieten. Aus den bisher bekannten Analysen geht nämlich hervor, dass die sauren Secrete nur eine geringe Menge Kohlensäure enthalten, während dieselben Secrete bei alkalischer Reaction sehr reich daran sind. So fand *Schöffer*[3]) im sauren Harne höchstens 5,82 im alkalischen dagegen 38,21 $\%$ CO_2. *Pflüger*[4]) fand in alkalischen Secreten 49,2 bis 64,75 $\%$, in neutralen oder sauren 5 bis 14,9 $\%$ CO_2. Die Kohlensäuremenge einer Flüssigkeit wird also wesentlich durch deren Reaction bedingt. Während ein saures Secret, wie der Harn, nur freie oder vielleicht nur ein weniges locker gebundener (*Pflüger*) Kohlensäure enthält, ist wahrscheinlich sämmtliche in einer alkalischen Flüssigkeit vorhandene CO_2 che-

1) Zusammenstellung der Untersuchungen über Blutgase etc. von *C. Ludwig*. Zeitschrift der Gesellschaft der Aerzte in Wien. 1865.

2) Über die Kohlensäure in den Blutkörperchen. Diese Berichte, Jahrgang 2.

3) Wiener Sitzungs-Berichte. Bd. 41.

4) Archiv für die gesammte Physiologie. 2. Jahrgang. 2. u. 3. Heft.

misch gebunden und demnach ihre Menge durch den Gehalt derselben an Kohlensäure bindenden Substanzen bedingt. Wenn also die Kohlensäure in den sauren Flüssigkeiten in ganz anderer Weise als in den alkalischen vorhanden ist, so folgt hieraus, dass nur alkalische Secrete mit der alkalischen Lymphe direkt verglichen werden können.

Wenden wir uns demnach an diese, so finden wir für alkalischen Hundeharn 38.21 % CO_2 (Schöffer), für den Speichel 19.2 bis 64.7 und für die Galle 56.1 % CO_2 (Pflüger). Im Harne sehen wir also einen Werth, der mit meinen für die Hundelymphe gefundenen Zahlen sehr gut übereinstimmt, während der CO_2-Gehalt der Galle und des Speichels ein weit grösserer ist. Diese grosse CO_2-Menge in den Secreten gegenüber der kleineren in der Lymphe ist eine auffallende Erscheinung, die ein noch grösseres Interesse gewinnt, wenn man sich erinnert, dass, während Blut und Lymphe hinsichtlich des CO_2-Gehaltes auf ungefähr derselben Stufe sich befinden, die grossen CO_2-Werthe der obengenannten Secrete niemals im Serum oder Blute selbst gefunden worden sind. Es geht hieraus als Mittel aus meinen Zahlen für die Lymphe der Werth [illegible] % CO_2 hervor, während für das arterielle Blutserum aus 15 von Schöffer[1], Pflüger[2] und A. Schmidt[3] ausgeführten Analysen der Mittelwerth [illegible] % sich berechnen lässt. Stellt man einen Vergleich mit dem Blute selbst an, so zeigt es sich, dass auch der bisher höchste, im Erstickungsblute gefundene Werth 52.6 % ([illegible]) von den in den alkalischen Secreten gefundenen Zahlen bedeutend übertroffen wird. Der Grund dieses Verhaltens ist [illegible]; man könnte [illegible] annehmen, dass die Drüsen auf eine specifische Weise die Ausscheidung der Alkalien des Blutes bedingen, oder dass in ihnen chemische Processe von ganz besonderer Intensität vor sich gehen; jedenfalls zeigt aber der oben angestellte Vergleich, dass hinsichtlich des Gasgehaltes ein wesentlicher Unterschied zwischen Lymphe und Secreten besteht. Da diese Flüssigkeiten sämmtlich aus dem Blute hervorgehen, so liegt hierin ein neuer Beweis, dass die Secrete nach ganz anderen Gesetzen als die Lymphe gebildet werden.

[illegible]

In welcher Weise ist nun die CO_2 in der Lymphe enthalten; ist sie dort einfach absorbirt, oder chemisch gebunden? Was zunächst die absorbirte CO_2 betrifft, so muss ich in Übereinstimmung mit *Preyer*[1]) das Vorkommen von solcher in einer alkalischen Flüssigkeit überhaupt und demnach auch in der Lymphe als höchst unwahrscheinlich bezeichnen.

In der alkalischen Lymphe kann also ebensowenig wie im Serum einfach absorbirte CO_2 vorhanden sein, und die durch Auspumpung, ohne Säurezusatz, erhaltene CO_2 sehe ich demnach als eine nur locker gebundene im Gegensatz zu der durch Säure austreibbaren an.

Der Sauerstoff. Um die Frage, ob die Lymphe sauerstofffrei oder sauerstoffhaltig sei, zu beantworten, müssen wir von den 3 ersten Versuchen, in denen die Lymphe etwas Blut enthielt, absehen und nur die übrigen 6 in Betracht ziehen. Unter diesen finden wir dann zunächst 2, in denen gar kein Sauerstoff gefunden wurde, und in den übrigen war die Sauerstoffmenge 0,03 bis 0,08%. Um diese kleinen Sauerstoffwerthe richtig beurtheilen zu können, müssen wir die Genauigkeitsgrenzen für die Sauerstoffbestimmung etwas näher erörtern. Gehen wir von dem höchsten Werthe, 0,08/% aus, so entspricht dieser, da die untersuchte Lymphmenge 25,79 Cc. war, 0,02 Cc. Sauerstoff bei 0° und 1 Mtr. Druck berechnet und, bei dem während der Ablesungen herrschenden Drucke und Wärmegrade, ungefähr 0,04 Cc. Nun entspricht der Raum zwischen je 2 Strichen auf den in m. m. getheilten Eudiometerröhren 0,17 bis 0,20 Cc. und 0,04 Cc. Gas entsprechen also etwa 0,2 m.m. Die niedrigsten Sauerstoffwerthe 0,03 bis 0,04% entsprechen also 0,1 m.m., ein Werth der gar nicht mit Sicherheit abzulesen ist, und auch die höheren, 0,08%, liegen, wie ersichtlich, innerhalb der Fehlergrenzen, so dass es vielleicht besser gewesen wäre von den quantitativen Bestimmungen ganz abzustehen und nur die qualitativen mit Pyrogallussäure zu versuchen, wenn nicht die Schwierigkeit, bei der CO_2-Absorption mittelst Kali, den Luftzutritt völlig zu verhindern auch diese etwas unsicher machte. Aus allem geht jedoch so viel hervor, dass die Lymphe keinen Sauerstoff oder äussersten Falls nur Spuren davon enthält. In dieser Hinsicht zeigt die Lymphe eine gewisse Übereinstimmung

1) Centralblatt für die medicinischen Wissenschaften. 1866. pag. 321.

mit den Secreten, welche, wenn auch nicht in dem Maasse als die Lymphe, sämmtlich, mit Ausnahme des Speichels, sehr sauerstoffarm sind.

Die 3 ersten Versuche, in denen die Lymphe etwas Blut enthielt, sind, wie oben gesagt, für die Frage nach dem Sauerstoffgehalte nicht direct verwerthbar, da sie aber für eine andere, später zu erörternde, Frage von Wichtigkeit sein können, wollen wir hier nachsehen, ob der in ihnen gefundene Sauerstoff ursprünglich in der Lymphe enthalten oder erst später während der Analyse eingedrungen sei. Wäre das letztere der Fall, rührte also der Sauerstoff von der atmosphärischen Luft her, so müsste man ja auch einen entsprechenden Stickgasüberschuss darin gefunden haben. In der ersten Analyse, wo das Verhältniss zwischen Stickstoff und Sauerstoff dasselbe wie in der Luft oder 4 : 1 ist, muss, obgleich in diesem Falle doch wahrscheinlich etwas Luft eingedrungen ist, wenigstens ein Theil des Sauerstoffs ursprünglich in der Lymphe vorhanden gewesen sein, weil diese sonst gar keinen Stickstoff enthalten hätte. In den 2 übrigen Analysen könnte der Sauerstoff möglicherweise von der atmosphärischen Luft herrühren, nach Abzug von der entsprechenden Stickstoffmenge wäre dann aber der Stickgasgehalt der Lymphe nur 0,7 bis [illegible]. Ein so niedriger Stickstoffgehalt wäre [illegible] für die Lymphe gefundenen [illegible] sind, [illegible] die aber [illegible] diesen 2 Analysen gefundenen Stickstoffzahlen zu [illegible] glaube ich [illegible] als die gefundenen Sauerstoffwerthe sehr gut mit den im Blutserum gefundenen übereinstimmen; [illegible] aus diesen Analysen, besonders aus der [illegible], dass in der Lymphe Sauerstoff vorhanden sein kann [illegible] werden.

Der Stickstoff. Als [illegible] aus den Analysen geht für den Stickstoff die Zahl 1,17 [illegible] der zwischen den für das Blut und die Serum [illegible]. Für das Blut lässt sich nämlich aus [illegible] Zahl von Analysen der Werth 1,12 [illegible] berechnen [illegible] Serum [illegible] bekanntlich 1 bis 0,3 [illegible] Verhältnissen in der Stick[illegible]

lytischen Fehlern theils von individuellen Verschiedenheiten herrühren. Eine nähere Betrachtung der Tabelle namentlich aber ein Vergleich zwischen den Analysen 8 und 9 zeigen jedoch, dass individuelle Verschiedenheiten wirklich hier vorkommen, was um so weniger befremden darf als man bekanntlich im Blute noch grössere Schwankungen gefunden hat.

Frägt man nach den Ursachen, auf die ein Gasgehalt in der Lymphe überhaupt zurückzuführen sei, so erweisen sich zunächst folgende Möglichkeiten.

Es können die Gase, im Blute gebildet, mit der aus demselben filtrirten Flüssigkeit oder auch durch Diffusion in die Gewebe übergegangen sein, oder sie können in der Weise entstehen, dass aus dem Blute solche Stoffe, welche vorzugsweise Gase binden, abgeschieden werden, also z. B. dadurch, dass kohlensaure Alkalien in unverhältnissmässig grosser Menge ausgeschieden werden.

Weiter könnte ein Gasgehalt in der Lymphe dadurch bedingt sein, dass in den Geweben neue Gase sich bildeten, in welchem Falle die Lymphgase, wenn ein Theil derselben in das Blut überginge, als die Differenz der gebildeten und in das Blut getretenen zu betrachten wären; und zuletzt, wenn eine Gasbewegung nach beiden Richtungen stattfände, wären die Lymphgase als das Resultat dieser beiden Vorgänge zu betrachten.

Wenn wir diese Möglichkeiten etwas näher ins Auge fassen, so finden wir, dass sie sich sämmtlich um die Frage drehen, ob die Hauptmasse der Gase aus dem Blute in die Gewebe oder in entgegengesetzter Richtung sich bewege. Wäre es möglich dies experimentell zu entscheiden, so könnte man daraus wichtige Aufschlüsse gewinnen, nicht nur über den Ursprung der Lymphgase, sondern auch über die Frage, ob die Oxydationsprocesse schon innerhalb des Blutes, oder erst in den Geweben vor sich gehen, und aus diesen Gründen schien es angemessen einige vergleichende Untersuchungen von Serum und Lymphe desselben Thieres anzustellen.

Da das Auffangen grösserer Mengen von Lymphe immer eine gewisse Zeit erfordert, während welcher das Blut, das erst am Ende des Versuches aufgesammelt werden kann, fortwährend sich verändert, so folgt hieraus, dass, selbst wenn man das

Blut und die Lymphe aus demselben Gefässgebiete aufsammelte, es doch nicht möglich war, ein mit der Lymphe völlig vergleichbares Blut zu erhalten. Da aber die Lymphe durch ihren Sauerstoffmangel und Kohlensäurereichthum eine gewisse Übereinstimmung mit dem Erstickungsblutserum zeigt, und da weiter die Kohlensäurebildung in den Geweben a fortiori bewiesen wäre, wenn bei einem Vergleiche zwischen Erstickungsblutserum und Lymphe die letztere Flüssigkeit als die kohlensäurereichere sich erwiese, so schien es zweckmässig den Gasgehalt des Erstickungsblutserums und der Lymphe desselben Thieres zu vergleichen. In der folgenden Tabelle sind zwei solcher Vergleichsanalysen enthalten und daneben habe ich auch eine Analyse von Lymphe und arteriellem Blutserum angeführt.

Tabelle II.

No.	Gesammte Gase	N.	O.	CO_2	Bemerkungen
1. a	33,38	1,20	0,16	32,02	Lymphe.
b	40,20	1,89	0,36	37,95	Erstickungsblutserum.
2. a	34,42.	0,93.	0,00.	33,49.	Lymphe.
b	41,18.	0,89.	0,00.	40,29.	Erstickungsblutserum.
3. a	37,10.	1,20.	0,08.	35,82.	Lymphe.
b	32,45.	0,91.	0,15.	31,39.	Arterielles Blutserum.

In der ersten dieser Analysen hat sich wahrscheinlich bei der Sauerstoffbestimmung ein Fehler eingeschlichen, indem der Werth 0,36% für das Erstickungsblutserum nicht ganz richtig sein kann. Wenn wir aber von diesem Fehler, welcher übrigens gar keinen Einfluss auf die Hauptresultate übt, absehen, so finden wir, dass hinsichtlich der CO_2-Menge die Resultate der beiden ersten Analysen so evident und in so guter Übereinstimmung mit einander sind, dass es nicht nöthig war noch mehrere anzustellen. In beiden Fällen finden wir nämlich einen sehr bedeutenden CO_2-Überschuss in dem Erstickungsblute, ein Überschuss, welcher in der ersten Analyse 5,93 in der zweiten

6,80% beträgt. Bei einer oberflächlichen Betrachtung dieser Resultate könnte es also den Anschein haben, als wäre die Hauptmasse der CO_2 nicht in den Geweben sondern im Blute selbst gebildet; in Wahrheit ist jedoch ein solcher Schluss nicht berechtigt, da, wie wir sehen werden, diese Analysen weder für die eine noch für die andere Ansicht entscheidend sind.

Bei der Beurtheilung dieser Resultate muss man nämlich von der Thatsache ausgehen, dass nicht das Blut allein, sondern auch die Gewebssäfte eine alkalische Reaction besitzen, dass wir es also hier mit einem Gasaustausche zwischen zwei alkalischen Flüssigkeiten zu thun haben. In einer alkalischen Flüssigkeit kann man nun, wie schon oben gesagt wurde, kaum einen Antheil freier CO_2 annehmen, aber, selbst wenn diese Behauptung unrichtig wäre, stimmt doch alles darin überein, dass die Menge wirklich freier CO_2 im Blute, und demnach auch in der Lymphe, eine sehr geringe ist. Es muss also die Hauptmasse der CO_2 in den Geweben ebenso wie im Blute in irgend einer Weise, sei es an Alkalien, phosphorsaure Salze, alkalische Eiweissverbindungen oder andere unbekannte Körper locker- oder festchemisch gebunden sein, und es folgt hieraus, dass der CO_2-Gehalt dieser Flüssigkeiten hauptsächlich durch deren Gehalt an CO_2 bindenden Substanzen bedingt wird, dass also, wenn das Blut an solchen reicher als die Lymphe wäre, es auch einen grösseren CO_2-Gehalt besitzen müsste. Nun hat man in der That auch angegeben, dass die Lymphe ärmer an Alkali als das Blut sei;[1]) wenn diese Angabe richtig ist, so muss das Blut ja auch nach der Erstickung mehr CO_2 als die Lymphe enthalten, unabhängig davon ob diese CO_2 im Blute oder in den Geweben gebildet wäre. — Eine andere Möglichkeit, wodurch der CO_2-Überschuss im Blutserum erklärt werden könnte, ist die von *Lesser*[2]) gefundene Thatsache, für die wir auch unten einen neuen Beweis geben werden, dass durch das Abfliessen der Lymphe das Blut concentrirter wird. Durch diese Concentration könnte möglicherweise eine relative Vermehrung der CO_2 bindenden Substanzen des Blutes herbeigeführt werden und in diesem Falle müsste ja die CO_2-Differenz beider Flüssig-

1) *E. Hardy:* Principes de Chimie biologique. Paris 1871. pag. 264.
2) l. c.

keiten noch grösser ausfallen und das CO_2-Übergewicht im Erstickungsblutserum noch weniger auffallend erscheinen. Da nun der CO_2-Gehalt beider Flüssigkeiten jedenfalls hauptsächlich durch deren Gehalt an Alkali oder anderen CO_2 bindenden Substanzen bedingt wird, so ist es klar, dass ein Vergleich zwischen dem CO_2-Gehalte des Erstickungsblutserums und der Lymphe über die Bildungsstätte der CO_2 und den Ursprung der Lymphgase keinen bestimmten Aufschluss geben kann.

Ein Vergleich mit arteriellem Blutserum (Analyse 3) zeigt allerdings, dass dieses ärmer an CO_2 als die Lymphe ist, dieser Umstand berechtigt aber natürlich zu gar keinen Schlüssen auf eine CO_2 - Bildung in den Geweben. Da es also wegen der alkalischen Reaction beider Flüssigkeiten nicht möglich war durch einen Vergleich zwischen Serum und Lymphe die oben discutirten Fragen ins Klare zu bringen, so stand ich von weiteren ähnlichen Versuchen ab und ging zu anderen über.

In der nächsten Beziehung zu den oben erörterten steht eine andere, für die respiratorischen Vorgänge im Blute und den Geweben äusserst wichtige Frage, die nämlich, ob leicht oxydable Substanzen in der Lymphe enthalten sind. Bekanntlich ist es durch *A. Schmidts*[1]) Untersuchungen bewiesen, dass solche Stoffe im Erstickungsblute vorkommen, und es liegt sonach die Frage nahe, ob diese Stoffe innerhalb der Capillaren im Blute selbst entstehen oder, in den Geweben gebildet, in das Blut hinein diffundiren. Über diese fundamentale Frage Aufschlüsse zu geben, dazu schien die Lymphe vorzugsweise geeignet, indem diese sauerstoffzehrende Substanzen, wenn sie in den Geweben entstehen, doch wohl in der Lymphe gefunden werden müssten. Erinnern wir uns nun, dass in den drei ersten Analysen der Tabelle I die Lymphe sauerstoffhaltig war, so könnte es den Anschein haben, als hätte diese Frage schon dadurch ihre Antwort gefunden. Da aber in diesen Fällen die Blutkörperchen grösstentheils oder vollständig in den Coagulis eingeschlossen waren und der gefundene Sauerstoff also beinahe ausschliesslich im Serum enthalten war, so könnte man zweifeln, ob dieser Sauerstoff auch activ wäre, und es konnte somit die Frage durch diese Versuche nicht als erledigt

1) Die Athmung innerhalb des Blutes. Diese Berichte, Jahrgang 2. 1867.

angesehen werden, während umgekehrt, wenn die Anwesenheit reducirender Stoffe in der Lymphe einmal bewiesen war, aus diesen drei Versuchen geschlossen werden könnte, dass der im Plasma enthaltene Sauerstoff nicht der active sei. Es war also nöthig, besondere Versuche anzustellen und diese wurden nach folgenden Principien ausgeführt.

Zum Nachweise von leicht oxydablen Substanzen in der Lymphe schien es am einfachsten, diese und sauerstoffreiches Blut, beide von bekanntem Gasgehalte, in bestimmten Mengen mit einander zu vermischen und dann den Gasgehalt des Gemisches nach einiger Zeit zu untersuchen. Wenn nämlich die Lymphe reducirende Stoffe enthielt, so hatte man in dem Gemische einen geringeren Sauerstoff- und grösseren Kohlensäure-Gehalt zu erwarten, als aus den im Blute und der Lymphe gefundenen Zahlen für dasselbe Gemisch zu berechnen wären. Aus diesen Gründen wurde folgendes Verfahren eingeschlagen.

Nachdem eine genügende Menge Lymphe aufgesammelt war, wurde das Thier durch Verblutung aus der Carotis getödtet, das Blut durch Schlagen in einem offenen Gefässe defibrinirt und gleichzeitig mit Luft geschüttelt, dann durch Leinwand filtrirt und zuletzt in einem Gefäss über Quecksilber luftfrei aufgefangen. Eine gemessene Menge dieses Blutes wurde mit einer ebenfalls gemessenen Menge Lymphe bei vollkommen verhindertem Luftzutritt über Quecksilber aufgesammelt und vermittelst des übrig gebliebenen Quecksilbers möglichst genau vermischt. Bei dem Zusammenbringen von Blut und Lymphe zeigte es sich immer, dass das vorher sehr dunkle Blut nach Zutritt der Lymphe sehr schön hellroth wurde, was wohl in diesen Fällen, wo ein sehr concentrirtes und sauerstoffreiches Blut benutzt wurde, aus der eingetretenen Verdünnung erklärt werden muss. Wenn das Blut und die Lymphe nach Verlauf von etwa einer Viertelstunde vollständig vermischt waren, wurde dieses Gemisch sammt den noch übrigen Quantitäten Blut und Lymphe in Eis aufbewahrt, bis die Auspumpung unternommen werden konnte.

Von dem Blute und der Lymphe wurde, wenn möglich immer so viel aufgesammelt, dass eine Doppelanalyse von einer jeden der drei Flüssigkeiten, Blut, Lymphe und Gemisch ausgeführt werden konnte. Die Reihenfolge der Auspumpungen

war die folgende. Am ersten Tage wurde zuerst das Gemisch, dann die Lymphe und zuletzt das Blut ausgepumpt, am anderen, nachdem alles in Eis aufbewahrt gewesen war, folgten die 3 Controlportionen in derselben Reihenfolge. Bei der Wichtigkeit dieser Untersuchung und der Kleinheit der beobachteten Änderungen im Gasgehalte scheint es mir angemessen, nicht die berechneten Mittelwerthe allein, sondern die Doppelanalysen selbst anzuführen.

A.	O.	N.	CO_2	Bemerkungen
a	23,31%	1,36%	10,47%	Blut mit Luft geschüttelt.
b	23,12%	1,57%	10,54%	Blut 24 Stunden später ausgepumpt.
a	0,08%	1,24%	28,54%	Lymphe, Darm- u. Glieder-Lymphe.
b	0,04%	1,38%	28,50%	dito, 24 Stunden später ausgepumpt.
a	11,86%	1,39%	19,65%	Gemisch von Blut und Lymphe (103,68 Cc.)
b	11,64%	1,42%	19,74%	dito, 24 Stunden später ausgepumpt (98,5 Cc.)

Zu dieser Analyse wurden 105,68 Cc. Blut mit 98,5 Cc. Lymphe vermischt und demnach eine sehr bedeutende Flüssigkeits-Menge für die Auspumpung gewonnen. Aus dem gefundenen mittleren Gasgehalte des Blutes und der Lymphe lässt sich der mittlere Gehalt in der Mischung berechnen. Folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung des für das Gemisch berechneten und in demselben wirklich gefundenen Gasgehaltes.

B	O.	N.	CO_2	Bemerkungen
	12,04	1,38	19,12	Berechnet für 100 Theile des Gemisches
	11,88	1,25	19,69	Gefunden in 100 Theilen des Gemisches
	— 0,16	— 0,13	+ 0,57	

Für die folgende Analyse konnten nicht mehr als 70 Cc. Lymphe erhalten werden, die nur für eine Lymphanalyse ausreichten; das Gemisch enthielt 32,6 Cc. Lymphe und 33,7 Cc. Blut.

A_1	O.	N.	CO_2	Bemerkungen
a	20,24%	1,41%	9,54%	Blut mit Luft geschüttelt.
b	20,12%	1,32%	9,75%	dito, 24 Stunden später ausgepumpt.
a	0,03%	0,90%	29,55%	Darm-und Gliederlymphe.
a	10,20%	1,12%	19,66%	Gemisch von Blut und Lymphe (32,6 Cc.).
b	10,09%	1,03%	19,68%	dito, 24 Stunden später ausgepumpt (31,2 Cc.).

Die Tabelle B_1 ist nach denselben Grundsätzen wie die Tabelle B zusammengestellt.

B O.	N.	CO_2	Bemerkungen
10,25%	1,13	19,43	Berechnet für 100 Theile.
10,14	1,08	19,67	Gefunden in 100 Theilen.
— 0,11	— 0,05	+ 0,24	

Bevor wir die Hauptresultate dieser Analysen etwas näher ins Auge fassen, wollen wir der aussergewöhnlich hohen Sauerstoffwerthe des Blutes gedenken. Der Werth 23,31% der ersten Analyse ist, so weit mir bekannt, der höchste bisher gefundene, während die Zahl 20,24%, wenn sie auch den von *Worm-Müller* [1]) gefundenen Werth 21,76% nicht erreicht, dennoch den mittleren Sauerstoffgehalt des arteriellen Blutes bei weitem übertrifft. Dieser ungewöhnlich grosse Sauerstoffgehalt, der vielleicht durch ein mehr anhaltendes Schütteln des Blutes noch grösser gefunden wäre, muss seinen Grund in der während der Lymphabsonderung eintretenden Concentration des Blutes mit

1) Diese Berichte, 3ter Jahrgang. 1870.

entsprechender, relativer Vermehrung der rothen Blutkörperchen haben. Umgekehrt wird auch dieses Anwachsen der Concentration des Blutes, welches übrigens in anderer Weise von *Lesser*[1]) gezeigt wurde, durch diese hohen Sauerstoffwerthe schlagend dargethan und in diesen Analysen finden wir also einen neuen Beweis — sollte es übrigens eines solchen noch bedürfen? — dafür, dass die Lymphe ein Transsudat aus dem Blute ist.

Wenden wir uns dann an die Hauptresultate selbst, so finden wir in beiden Versuchen eine Änderung des Gasgehaltes in derselben Richtung, nämlich eine Verminderung des Sauerstoffs und eine Vermehrung der Kohlensäure. Diese Änderungen sind indessen in beiden Analysen so gering, dass sie erstens innerhalb der analytischen Fehlergrenzen liegen und zweitens nicht grösser als diejenigen sind, welche während der Aufbewahrung des Blutes innerhalb desselben stattfinden. Wir können also den Schluss ziehen, dass keine nennenswerthe Menge reducirender Substanzen in der untersuchten Lymphe vorhanden war, und dieser Schluss wird nicht im geringsten erschüttert, sondern im Gegentheil vielleicht noch mehr erhärtet, durch den einzigen Einwurf, welcher dagegen gemacht werden könnte.

In dem zweiten Versuche enthielt nämlich die Lymphe ein durch Oxyhaemoglobin schwach röthlich gefärbtes Fibrin-Coagulum und man könnte vielleicht denken, dass der darin vorhandene Sauerstoff die sauerstoffzehrenden Substanzen oxydirt hätte. Aber abgesehen davon, dass es sich hier bei der schwach röthlichen Färbung des Coagulums nur um Spuren von Sauerstoff handelte, die wohl kaum eine merkbare Menge reducirender Substanzen oxydiren könnten, spricht entschieden gegen eine solche Annahme die Beobachtung, dass dieses Coagulum während der ganzen Dauer der Lymphabsonderung, 2½ Stunden, seine hellrothe Farbe nicht änderte. Diese Abwesenheit aller Farbenveränderung ist nicht mit der Annahme reducirender Substanzen und deren Oxydation in der Lymphe zu vereinbaren, im Gegentheil liefert sie einen neuen Beweis dafür, dass keine leicht oxydablen Stoffe darin enthalten sind.

Wenn also die Abwesenheit reducirender Substanzen in der hier untersuchten Lymphe kaum zu bezweifeln ist, so fragt

1) l. c.

es sich demnächst, in wie weit dieses Resultat auf Lymphe überhaupt anwendbar sei. Zu dem Ende müssen wir die Quelle unserer Lymphe ins Auge fassen, denn ebenso wie das Blut verschiedener Gefässprovinzen eine ungleiche, das Nierenvenenblut eine grosse, das Lebervenenblut eine äusserst geringe, Menge reducirender Substanzen besitzt, ebenso könnte auch die Lymphe der entsprechenden Organe ein ähnliches Verhalten zeigen. Wir müssen also darauf aufmerksam machen, dass die unsere ein Gemisch von Darm- und Glieder-Lymphe war, und, wenn nun möglicherweise die erstere, entsprechend dem Lebervenenblute, gar keine reducirenden Stoffe enthält, muss doch die aus Bindegewebe und Muskeln stammende Gliederlymphe, gleich dem entsprechenden Blute, verhältnissmässig reich daran sein; es könnten also jedenfalls in unserer Lymphe diese Stoffe nicht vollständig fehlen. Wenn aber die Darmlymphe in unverhältnissmässig grosser Menge in dem Gemische vorhanden war, könnte die Menge dieser Stoffe eine sehr geringe sein, und ich will darum angeben, dass in beiden Versuchen die Absonderung der Lymphe dadurch beschleunigt wurde, dass während des Versuches mit nur kurzen Unterbrechungen passive Bewegungen mit den Hinterbeinen ausgeführt wurden. Die aufgesammelte Flüssigkeit enthielt also gewiss eine bedeutende Menge Gliederlymphe und hieraus geht hervor, dass, wenn auch möglicherweise die Lymphe eines besonderen Organes sich anders verhalten kann, doch die Hauptmasse der Körperlymphe keine reducirenden Stoffe enthält.

Wenn aber die Lymphe keine oxydablen Substanzen enthält, so fragt es sich, ob diese Stoffe nicht in den Geweben sondern in dem Blute selbst gebildet werden. Über diese Fragen können wir freilich nichts Bestimmtes sagen, nach unseren Analysen scheint aber die letztere Annahme die wahrscheinlichste zu sein. Wären nämlich diese Stoffe in den Geweben gebildet, während man sie in der Lymphe vermisste, so müssten sie entweder durch den aus dem Blute in die Gewebe übertretenden Sauerstoff sogleich vollständig verbrannt werden, oder mit einer ausserordentlich grossen Geschwindigkeit vollständig in das Blut hinein diffundiren. Eine Diffusion aus den Gewebssäften, so vollständig, dass in der Lymphe nichts von den diffundirenden Stoffen übrig bliebe, lässt sich kaum denken, insbesondere da diese Stoffe wahrscheinlich unaufhörlich neugebildet werden,

und was die Verbrennung durch den Sauerstoff betrifft, so spricht dagegen unter Anderem auch der von *Worm-Müller* gelieferte Nachweis, dass die Menge freien Sauerstoffs, welcher in die Gewebe übertritt, nur eine geringe sein kann, so dass sie für eine Verbrennung in grösserem Maasse nicht als hinreichend anzusehen ist. Jedenfalls könnten diese beiden Momente, die Diffusion und die Verbrennung, zusammenwirken, aber sogar in diesem Falle wäre es auffallend, wenn die reducirenden Stoffe so vollständig und in der Weise entfernt würden, dass weder von ihnen, noch von dem Sauerstoff ein Rest in der Lymphe bliebe, und es ist also wahrscheinlicher, dass die oxydablen Substanzen innerhalb der Gefässe selbst, vielleicht durch einen von den Gefässwandungen eingeleiteten Zersetzungsprocess entstehen. Es fragt sich dann weiter, ob diese Stoffe, wie man gewöhnlich annimmt, lösliche, im Plasma enthaltene Substanzen sind, oder ob sie vielleicht den Blutkörperchen selbst angehören, und es wären vielleicht durch eine weitere Prüfung dieser Fragen wichtige Aufschlüsse über die Chemie des Blutes und den Herd der Oxydationsprocesse zu erwarten.

ÖFFENTLICHE GESAMMTSITZUNG

AM 12. DECEMBER 1871

ZUR FEIER DES GEBURTSTAGES SEINER MAJESTÄT DES KÖNIGS.

H. C. Vogel, *Resultate spectralanalytischer Untersuchungen an Gestirnen.* Vorgelegt von *F. Zöllner*.

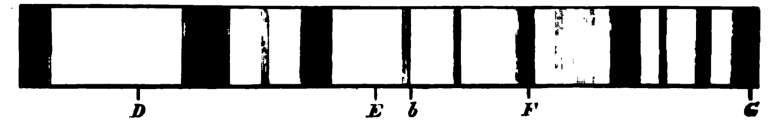
In den astronomischen Nachrichten Nr. 1864, habe ich eine Zusammenstellung der wichtigsten spectralanalytischen Untersuchungen gegeben, die auf der Sternwarte des Kammerherrn *von Bülow* in Bothkamp bei Kiel im Laufe dieses Jahres von mir angestellt wurden. Die zahlreichen Beobachtungen und genauen Messungen der Linien in den Spectren mehrerer Fixsterne, konnten damals noch nicht mit aufgenommen werden, weil bei einigen Sternen die Beobachtungen noch nicht abgeschlossen waren, bei anderen aber die Reductionen der Beobachtungen Schwierigkeiten verursachten und desshalb nicht so schnell vollendet werden konnten.

Ich erlaube mir nun im Folgenden die wichtigsten Resultate, dieser Untersuchungen an Fixsternen, so wie auch die Beobachtungen der höchst interessanten Spectra der Planeten Uranus und Neptun mitzutheilen.

1. *Spectra der Planeten Uranus und Neptun.*

Die Spectra der meisten grösseren Planeten sind, wie zu erwarten stand, nur wenig von dem Spectrum der Sonne verschieden gefunden worden, ganz abweichend, durch eigenthümliche Absorptionsbänder ausgezeichnet, sind aber die Spectra der beiden äussersten Planeten unseres Sonnensystems Uranus

und Neptun. Das Spectrum des Ersteren wurde im Anfang dieses Jahres an mehreren Abenden genauer untersucht und die Lage der dunklen Streifen mit möglichster Sorgfalt bestimmt.



Beistehende Abbildung giebt ein getreues Bild dieses interessanten Spectrums; die Resultate der Messungen sind folgende:

Wellenlänge Millientel Millimeter	Bemerkungen
Von 578 bis 565	Breiter Streifen, bei 573.9 Mill. Mill. dunkelste Stelle.
557 : :	Sehr matter Streifen.
von 546.3 bis 538.6	Sehr dunkler Streifen, in der Mitte am intensivsten.
520 : :	Sehr matter Streifen.
507.2	Matte Linie.
486.2	Dunkelste Stelle, oder dunkle Linie in einem breiten Streifen (von 490 bis 484 Mill. Mill.)
von 480 : bis 470 :	Schwacher breiter Streifen.
460.1	Dunkelste Stelle eines breiten, matten Bandes (von 465 bis 457 Mill. Mill.).
452 : :	Breiter schwacher Streifen.
443.6	Dunkler Streifen.
von 435 : bis 428 :	Dunkles Band.

Während das Spectrum sich am violetten Ende bis zur *Fraunhofer*'schen Linie *G* verfolgen liess, war am andern Ende nur der erste Anfang des Roth zu erkennen und erstreckte sich das Spectrum bis etwa zur Mitte zwischen *D* und *C*.

Nur mit grosser Anstrengung gelang es übrigens, die oben angeführten Messungen auszuführen, da das Spectrum überaus lichtschwach war; doch sind die drei dunkelsten Streifen, bei 573.9, 542.5 und 486.2 Milliontel Millimeter Wellenlänge, mit verhältnissmässig grosser Genauigkeit bestimmt.

Der Letzte dieser drei Streifen, an der Grenze des Blau,

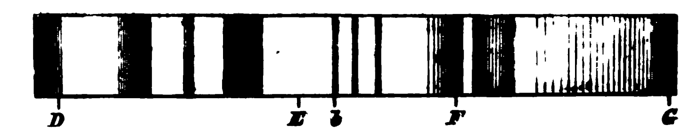
fällt sehr genau mit der Linie *F* des Sonnenspectrums zusammen, auch wurde die Lage dieser dunklen Linie im Spectrum des Uranus nicht nur durch Messung, sondern auch durch directe Vergleichung mit der hellen Linie $H\beta$ des Wasserstoffspectrums bestimmt. So weit wie bei der Schwäche des Spectrums eine Coïncidenz mit Sicherheit nachgewiesen werden kann, war es hier der Fall.

Der erste breite Streifen von 578 bis 565 Mill. Mill. Wellenlänge, fällt recht genau mit einem durch unsere Atmosphäre hervorgebrachten Absorptionsstreifen zusammen. Ebenso ist der breite schwache Streifen hinter *F*, dessen Mitte die Wellenlänge 475 Mill. Mill. hat, zusammenfallend mit einem dunklen Bande, welches im Spectrum der Sonne bei tiefem Stande der Letzteren auftritt. Die Möglichkeit, dass in der Atmosphäre des Uranus niedere Sauerstoff-Verbindungen des Stickstoffs existiren könnten, veranlasste mich, die Lage der Absorptionsstreifen, welche in den Spectren derartiger Verbindungen auftreten, etwas genauer zu bestimmen, doch zeigte sich keine genügende Uebereinstimmung, da der stärkste im Spectrum des Uranus auftretende dunkle Streifen, dessen Mitte die Wellenlänge 543 Mill. Mill. zukommt, in keinem der beobachteten Spectra wiederzufinden war und nur einige Streifen mit den schwächsten im Uranusspectrum zusammenfielen.

Noch schwieriger, wegen Lichtschwäche, sind die Beobachtungen des Neptunspectrums. Es wurde im September an mehreren Abenden genauer untersucht. Schon der erste Anblick liess mich nicht an einer Uebereinstimmung des Spectrums dieses Planeten mit dem des Uranus zweifeln; es wurde diese Vermuthung durch die später ausgeführten Messungen bestätigt. Die Resultate der Beobachtungen sind folgende:

Wellenlänge Milliontel Millimeter	Bemerkungen
565.7	Ende eines breiten dunklen Bandes.
556 : :	Sehr matter Streifen.
540.2	Mitte des dunkelsten Streifens.
518	Matter Streifen.
513	Schwacher Streifen
507	Matter Streifen.
485.8	Dunkle etwas verwaschene Linie.
477 :	Mitte eines breiten dunklen Bandes (von 481 : bis 473 :).

Das Spectrum erstreckt sich von *D* bis *G*, Roth war nicht zu erkennen. Die Genauigkeit der einzelnen Angaben ist hier noch geringer, als es bei dem helleren Uranusspectrum der Fall war, doch halte ich die Messungen für sicher genug, um eine Uebereinstimmung der Spectra beider Planeten annehmen zu dürfen.



Meine Beobachtungen sind hier in Widerspruch mit den von *Secchi* über die Spectra dieser beiden Planeten angestellten Untersuchungen. *Secchi* findet die beiden Spectra wohl ähnlich, die Lagen der dunklen Bänder jedoch verschieden. Auch sagt *Secchi* ausdrücklich beim Spectrum des Uranus, dass der eine dunkle Streifen nicht mit *F* coïncidire, während meine Beobachtungen mit grosser Sicherheit ein Zusammenfallen des fraglichen Streifens mit *F* ergaben.

2. *Resultate aus spectroskopischen Beobachtungen einiger Fixsterne.*

Die Sterne auf welche sich die hier angestellten genaueren Untersuchungen erstreckt haben, sind zunächst rothe Sterne gewesen, deren Spectra dadurch characterisirt sind, dass sie breite, dunkle, einseitig (nach dem Violett) scharf begrenzte Absorptionsbänder zeigen. Sorgfältige Beobachtungen und Messungen sind bis jetzt an folgenden rothen Sternen ausgeführt worden: α Orionis, α Herculis, ϱ Persei und *R* Leonis minoris.

Die Spectra dieser Sterne unter einander verglichen, zeigten eine ganz auffallende Uebereinstimmung. Um dies darzuthun führe ich hier nur die Wellenlängen der Mitten oder der Endpunkte, der am stärksten hervortretenden dunklen Bänder in dem Spectrum der verschiedenen Sterne auf.

α Orionis	α Herculis	ρ Persei	R Leonis minoris	Bemerkungen.
622	624	622	. . .	Mitte eines dunklen Streifens.
589.2	589.0	589	589	Dunkelste Stelle eines zweiten Streifens.
545.5	545.5	546.4	546	Ende eines Streifens.
546.6	547.4	546.9	546.9	Ende eines sehr dunklen Streifens.
495.8	496.0	496.4	496.4	Ende eines sehr dunklen Streifens.
477.2	476.7	476.4	477	Ende eines Streifens.

Da die vorläufigen Messungen, welche an den Sternen α Scorpii und β Pegasi gemacht wurden, ebenfalls ein genaues Zusammenfallen der Lagen der intensivsten Absorptionsstreifen darthun, möchte die Vermuthung *Secchi's*, dass die Streifen in den Spectren der Sterne seines dritten Typus stets an derselben Stelle liegen, hierdurch eine Bestätigung finden.

Zahlreiche Linien konnten besonders im Spectrum von α Orionis (Beteigeuze) gemessen werden und da diesen Messungen ein nicht unbeträchtlicher Grad von Genauigkeit gegeben werden konnte, habe ich eine Vergleichung mit Spectrallinien irdischer Stoffe, mit Zugrundelegung des *Ångström*'schen Atlas des Sonnenspectrums und der Beobachtungen der Spectra einiger Metalle von *Huggins* (Phil. Trans. Vol. 454 Part. II. pg. 439), vorgenommen.

Mit grosser Wahrscheinlichkeit konnte so die Anwesenheit einiger im Stern befindlicher Stoffe nachgewiesen werden, es waren dies die Folgenden:

Natrium
Calcium
Magnesium
Eisen
Wismuth.

Das Vorhandensein von Wasserstoff ist zweifelhaft, da an der Stelle von $H\beta$ im Spectrum des Sterns nur ein matter Streifen beobachtet wurde, $H\alpha$ und $H\gamma$ aber nicht gesehen werden konnten.

Auch im Spectrum von α Herculis liessen sich mehrere Linien erkennen und genau messen und konnte damit das Vorhandensein von:

Natrium
Magnesium
Eisen

als sehr sicher nachgewiesen, das von Calcium und Zinn als wahrscheinlich angenommen werden.

Ganz abweichend von den soeben beschriebenen Spectren der rothen Sterne, ist das Spectrum von α Bootis (Arctur). Hier treten eine Menge feiner, scharfer Linien auf, die eine recht genaue Messung zulassen, von Absorptionsstreifen ist aber nichts vorhanden. Das Spectrum kommt dem der Sonne am nächsten, doch unterscheidet es sich von diesem durch einige Linien zwischen *D* und *b* die in dem Sonnenspectrum fehlen, besonders aber durch den Mangel an Linien im Roth und Blau. Nur mit Anstrengung gelang es die Wasserstofflinien $H\alpha$ und $H\beta$ zu erkennen, $H\gamma$ konnte nicht gesehen werden, nur in der Gegend von *G*, wurde ein matter dunkler Streifen beobachtet.

Die Vergleichung mit irdischen Stoffen konnte hier, wegen der beträchtlichen Anzahl von Linien und der Schärfe, mit welcher dieselben zu messen waren, mit viel grösserer Genauigkeit ausgeführt werden, als es bei α Orionis der Fall war.

Als sehr sicher ergab sich das Vorhandensein von:

Wasserstoff	Magnesium
Natrium	Eisen
Calcium	Chrom.

Ferner sind wahrscheinlich vorhanden: Barium, Mangan, Silber.

In dem sehr glänzenden Spectrum des Sirius fallen vorzugsweise die Wasserstofflinien, die sehr breit und stark erscheinen, auf. Ganz ausserordentlich schwache Liniensysteme sind bei günstigem Luftzustande noch im Spectrum zu erkennen, doch war es nicht möglich ihre Lage einigermassen genau zu bestimmen. Mit Sicherheit konnten aber noch die beiden Natronlinien (*D*) und die Magnesiumlinien (*b*) erkannt werden.

Einen ganz eigenthümlichen Anblick bietet das Spectrum des veränderlichen Sterns β Lyrae, da hier auf continuirlichem Grunde helle anstatt dunkler Linien auftreten.

Vor allem sind **drei** Linien auffallend. Die eine in der Nähe der *D*-Linien ist die intensivste, eine zweite ist an der Grenze des Blau, die dritte endlich kurz vor *G* gelegen. Diese drei Linien lassen sehr scharfe Messungen zu und ergeben sich für die Wellenlängen folgende Werthe:

587.5	Milliontel	Millimeter
485.9	–	–
434.0	–	–

deren Unsicherheit höchstens 0.2 Milliontel Millimeter beträgt.

Die erste Linie ist etwas brechbarer als *D* und fällt mit einer, zuerst in den Protuberanzen aufgefundenen Linie zusammen, die gewöhnlich mit D_3 bezeichnet wird. Die beiden anderen Linien gehören dem Wasserstoff an.

Ausser diesen Linien wurden noch einige **schwächere**, aber ebenfalls **helle** Linien vermuthet. Eine davon ist zwischen *D* und *C*, jedoch mehr nach *D* hin gelegen, die anderen sind wahrscheinlich mit den Linien *b* des Sonnenspectrums (Magnesium) zusammenfallend.

Beobachtungen des Encke'schen und Tuttle'schen Cometen.

(Mit einer Tafel.)

Der *Encke*'sche Comet, der Mitte October als grosse, schwache Nebelmasse, von kreisrunder Gestalt, mit geringer etwas excentrisch liegender Verdichtung erschien, war in den ersten Tagen des November schon hell genug geworden, um eine spectralanalytische Beobachtung zuzulassen; auch zeigte sich in dem fast ganz rund erscheinenden Nebel ein deutlicher Kern, von welchem drei hellere Streifen ausgingen. Bei der vorigen Erscheinung dieses Cometen im August 1868, hatte ich — damals mit dem 12füssigen Aequatoreal der Leipziger Sternwarte — ähnliche Beobachtungen gemacht[1], und war es mir

[1] Astr. Nachr. Nr. 1722, pg. 282 u. 284. Woselbst auch zwei Abbildungen des Cometen vom 13. u. 20. August zu finden sind.



daher von besonderem Interesse die Beobachtungen mit dem hiesigen, mächtigeren Instrumente[1]) bestätigen und vervollständigen zu können.

Wenn auch nur wenige Beobachtungen gelangen, erlaube ich mir doch dieselben im Folgenden mitzutheilen, indem ich hoffe, dass sie zur Ergründung der physischen Beschaffenheit dieses, in vieler Hinsicht so interessanten Himmelskörpers, beitragen können.

Encke's Comet.

November 3, 7^h 5^m Mittlere Zeit, Bothkamp. Comet kreisrund, recht hell mit kernartiger Verdichtung, welche excentrisch nach dem folgenden Rande der Nebelscheibe hin, gelegen ist. Durchmesser 5′ bis 6′. Die hellste, etwa 30″ im Durchmesser haltende Stelle, liegt um $\frac{1}{4}$ des Durchmessers des ganzen Objects vom folgenden Rande entfernt; von ihr gingen drei lichtere Streifen aus, deren Positionswinkel wie folgt bestimmt wurden: 205°, 260° und 345°. Der mittlere Streifen ist geradlinig, die beiden andern sind etwas gekrümmt (s. Fig. 1 auf beiliegender Tafel). Obgleich die Luft recht durchsichtig war, konnte mit Vortheil nur noch eine 90fache Vergrösserung angewandt werden, da bei stärkeren Vergrösserungen das feine Detail verloren ging.

Fadenbeleuchtung war bei der Schwäche des Objects nicht zulässig, um aber dennoch die Positionswinkel genauer, als durch Schätzung, zu finden, wurde im Brennpunkt des Fernrohrs ein starker Draht ausgespannt, welcher bei dunklem Gesichtsfelde sich gut vom Himmelsgrund abhob, und mit dessen Hülfe die Positi[illegible]winkel sich wenigstens bis auf wenige Grade genau he[illegible]en. Das Spectrum, mit einem grösseren [illegible] untersucht, schien aus einer einzigen Linie [illegible] einem lichten, im Grün gelegenen Streifen zu [illegible]lcher nach dem rothen Ende des Spectrums hin

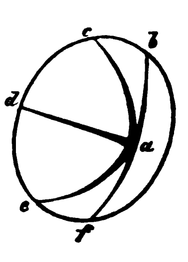
[1]) Das grosse Aequatoreal von *Schröder* in Hamburg hat 492cm. Brenn-[illegible]llvöffnung.

etwas heller erschien, nach dem violetten Ende aber sehr verwaschen war.

Die wegen grosser Lichtschwäche sehr erschwerten Beobachtungen, ergaben für die Wellenlänge der hellsten Stelle dieses lichten Streifens im Mittel aus drei Einstellungen: 511.3 Milliontel Millimeter.

Mit einem kleinen *Browning*'schen Spectroskop konnte noch ein zweites, mehr nach dem Roth gelegenes Lichtband, erkannt werden.

Nov. 6, 6^h 55^m M.Zt. Der Comet hatte merklich an Helligkeit zugenommen und sein Aussehen in der Weise verändert, dass noch zwei allerdings sehr schwache, von dem recht hellen Kern ausgehende lichte Streifen, sichtbar geworden waren. (Um Verwechselungen zu vermeiden, bediene ich mich der beistehenden Figur. Der gegen die anfänglich runde, später elliptische Form des Cometen excentrisch liegende Kern ist mit *a* bezeichnet, von diesem gehen die fünf Streifen *ab*, *ac*, *ad*, *ae* und *af* aus.)



Die Gestalt des Cometen war fast kreisrund, etwa 6′ im Durchmesser, der Kern lag $\frac{1}{5}$ des Durchmessers vom folgenden Rande entfernt. Bei Anwendung stärkerer Vergrösserungen als 90fach, war nur der hellere, durch die Linien *ac* und *ae* begrenzte Theil des Cometen sichtbar; der Comet erschien dann als eine von dem 20″ bis 30″ grossen Kern sich fächerartig ausbreitende Nebelmasse. Die Messungen der lichten Streifen ergaben:

ab	Pos. W.	170°
ac	– –	200°
ad	– –	260°
ae	– –	320°
af	– –	345°

Mit dem Spectroskop untersucht, liessen sich zwei Linien bestimmt sehen und messen, eine dritte, sehr schwache Linie wurde vermuthet.

Die Messungen ergaben für die Wellenlängen dieser Linien:

1. 559.8 (Mittel aus 3 Einstellungen, wegen Lichtschwäche sehr unsicher).

2. 542.8 (Mittel aus 4 Einstellungen).

Nov. 9, $7^h\ 48^m$ M. Zt. Beobachtungen oft durch Wolken unterbrochen, Luft zuweilen sehr durchsichtig. Die Form des Cometen war entschieden elliptisch, Pos. Wink. der grossen Axe 160°. Die fünf, von dem heute nicht sonderlich markirten Kerne ausgehenden, Streifen waren gut zu sehen; *ac* kürzer als *ae*, das Verhältniss war etwa 2 : 3. In der Nähe des Kerns erschien bei Anwendung stärkerer Vergrösserung der Nebel eigenthümlich granulirt. Schwächer, als an den vorhergehenden Tagen, schien mir der den Raum *a b f a* (s. d. Fig.) ausfüllende Nebel zu sein.

ab	Pos.	Wink.	165°
ac	–	–	195°
ad	–	–	275°
ae	–	–	340°
af	–	–	335°

Die Untersuchung mit einem empfindlichen Polariskop[1], ergab keine bemerkbare Polarisation des vom Cometen kommenden Lichtes.

1) Ich erlaube mir bei dieser Gelegenheit auf ein Polariskop aufmerksam zu machen, welches sehr geringe Spuren polarisirten Lichtes erkennen lässt. Dasselbe besteht aus einem Nicolprisma in Verbindung mit einer senkrecht zur optischen Axe geschnittenen Kalkspath- oder Bergkrystallplatte, welche dicht hinter dem Nicol angebracht ist doch so, dass sie einige Grade gegen die Längs-Axe des Prismas hin und her geneigt werden kann. Sieht man mit dieser Vorrichtung nach einem Gegenstand hin, der polarisirtes Licht aussendet, so wird man — wenn die Bergkrystallplatte senkrecht zur Längs-Axe des Nicols steht — den centralen Theil des bekannten farbigen Ringsystems wahrnehmen, bewegt man aber die Platte vor dem Nicol hin und her, so werden abwechselnd andere Theile der Beugungsfigur erscheinen.

Bei starkem Lichte wird man beim Hin- und Herbewegen der Platte eine schnelle Farbenfolge (Theile der farbigen Ringe), bei sehr schwachem Lichte aber nur ein Abwechseln von Hell und Dunkel erkennen, die Ringe ziehen wie schwache Schatten am Object vorüber; es ist nun dieses schnelle Wechseln der Intensität ein sehr empfindliches Mittel polarisirtes Licht nachzuweisen und noch anwendbar, wenn wegen Lichtschwäche die ungleiche Färbung einer *Soleil*'schen Doppelplatte oder die Färbung eines dünnen Gypsblättchen nicht mehr zu erkennen ist.

Das Spectrum bestand aus drei lichten Streifen, von denen jedoch nur die ersten gemessen werden konnten.

1. Wellenlänge 553.4 Mill. Mill. (Mittel aus 4 Einstellungen).
2. - 510.9 - - (- - 6 -).

Mit dem kleinen *Browning*'schen Spectroskop, in welchem die drei Streifen heller erschienen, konnte durch Schätzung der gegenseitigen Abstände die Wellenlänge des dritten Streifens zu 471 Mill. Mill. bestimmt werden.

Nov. 11, 9^h 30^m M. Zt. Luft ganz besonders günstig.

Mit 70- und 90facher Vergrösserung erschien die Gestalt des Cometen elliptisch, Pos. Wink. der grossen Axe 170° bis 180°. Die grösste Verdichtung, etwa 20″ im Durchmesser, lag excentrisch, etwa $\frac{1}{8}$ des Durchmessers vom folgenden Rande der Nebelscheibe entfernt. Auffallend war die ganz besondere Schwäche des Streifens *af*. Bei den früheren Beobachtungen waren die Streifen *ab* und *af* beide schwach, aber gleich hell gewesen, heute schien *ab* viel heller als *af* zu sein. Bei Anwendung 190facher und besonders bei 250facher Vergrösserung, verschwand der schwächere, vom Kern aus nördlich folgende Theil des Nebels ganz, und es war nur das von *ab* und *ae* begrenzte Stück *aeba* zu sehen.

Auf beiliegender Tafel (Fig. 2) ist eine möglichst getreue Abbildung des Cometen, wie er im astronomischen Fernrohr erschien, zu geben versucht worden. Die untere Begrenzungslinie des Vierecks ist der Richtung der täglichen Bewegung parallel; der Durchmesser des Cometen ist 5′ bis 6′; die Lage der hellen Streifen wurde wie folgt bestimmt:

ab	Pos.	Wink.	170°
ac	-	-	200°
ad	-	-	260°
ae	-	-	310°
af	-	-	345°

Spuren von polarisirtem Lichte schienen vom Cometen auszugehen.

Mit Hülfe des grösseren Spectralapparates waren die drei, das Spectrum bildenden Linien, zu messen. Bei weit geöffnetem Spalte, besonders aber in dem kleinen *Browning*'schen Spectroskop, waren Andeutungen eines schwachen continuirlichen Spectrums gegeben.

1. Wellenlänge 555.7 Mill. Mill. (Mittel aus 3 Einstellungen).
2. – 512.5 – – (– – 6 –).
3. – 474.3 – – (– – 3 –).

Die dritte Linie ist die schwächste, nur wenig heller ist die erste Linie. Alle drei Linien oder Streifen erscheinen in der Mitte etwas verbreitert, nach beiden Seiten (Roth und Violett) verschwommen, doch vorzugsweise nach dem Violett hin.

Nov. 13, $9^h\ 0^m$ M. Zt. Die Form des Cometen ist elliptisch, Dimensionen 6′ resp. 7′.

Die kernartige, excentrisch liegende Verdichtung ist 30″ bis 40″ gross, oval, die grosse Axe im Parallel gelegen. Streifen *ac* schwächer und breiter als *ae*, besonders schwach *ab*, *af* heute entschieden heller als *ab*. 70fache Vergrösserung.

ab	Pos. Wink.	163°
ac	– –	185°
ad	– –	273°
ae	– –	307°
af	– –	340°

Spuren von polarisirtem Lichte waren vorhanden.

Spectralanalytisch untersucht, zeigten sich wieder drei helle Linien, in *Browning's* Spectroskop ausserdem Spuren von continuirlichem Spectrum. Im Mittel aus zwei sehr gut übereinstimmenden Einstellungen, ergab sich:

1. Wellenlänge 553.6 Mill. Mill.
2. – 511.1 – –
3. – 472.9 – –

Nov. 17, $9^h\ 26^m$ M. Zt. Comet im Pos. Wink. 160° verlängert, nach dem folgenden Ende stark verdichtet, die hellste Stelle 0.5 bis 1′ gross, unregelmässig rund, granulirt. Die Streifen *ac* und *ae* breiten sich schnell aus und sind nicht mehr so gut markirt als früher, der Mittelstreifen *ad* fehlt ganz. Von *ab* zeitweilig eine schwache Andeutung, von *af* nichts mehr zu sehen, überhaupt das ganze Object an den Rändern, besonders am nördlichen Rande viel verwaschener und unregelmässiger geformt als früher. Dimensionen 4′ resp. 6′.

ab	Pos. Wink.	160°:
ac	– –	225°
ae	– –	320°

Mit dem *Browning*'schen Spectroskop untersucht, erschien das Spectrum wie früher aus drei hellen Linien bestehend.

Nov. 18, $8^h 12^m$. Das Aussehen des Cometen war von dem gestrigen wenig verschieden. Der Comet war sehr langgestreckt, im Pos. Wink. 165° etwa 7′ lang, 3.′5 bis 4′ breit. Nur der von *ac* und *ae* begrenzte Raum war hell, die Verlängerung nach Süd und Nord äusserst schwach. Es war kein eigentlicher Kern mehr zu unterscheiden, sondern nur eine etwa 1′ grosse helle Stelle, die nach der folgenden Seite schärfer begrenzt, nach der vorausgehenden verwaschen ist. Eine Andeutung von *ab* war vorhanden. Pos. Wink. von *ac* 220°, von *ae* 315°. Der Winkel zwischen *ac* und *ae* war sichtlich kleiner geworden. (Luft sehr gut, aber der Mond, noch über dem Horizonte, störte.)

Dec. 1, $5^h 58^m$ M. Zt. Der Comet hatte auffallend an Helligkeit zugenommen, seine Form war elliptisch, grosse Axe im Pos. Wink. 145° gelegen, Dimensionen 7′ resp. 5′. Die kernartige Verdichtung war sehr stark, die hellste Stelle von etwa 45″ Durchmesser, lag excentrisch nach der nördlich folgenden Seite, ihre Entfernung von der Mitte des Objects betrug höchstens 2′ und hatte sich demnach die Excentricität gegen früher sehr verringert.

Von den früher beobachteten Ausstrahlungen des Kerns war nichts Bestimmtes mehr zu erkennen, dagegen war im Pos. Wink. 51°5 vom Kern aus gerechnet, ein etwa 15′ langer, schwacher, geradliniger Schweif zu bemerken, dessen Breite den Durchmesser des Kerns nur wenig übertraf und auf 50″ bis 60″ geschätzt wurde.

Eine Abbildung des Cometen ist auf beiliegender Tafel (Fig. 3) zu finden.

Die drei Streifen im Spectrum waren sehr hell und breiter als früher. Die Verbreiterung war in der Nähe des Kerns am stärksten; am Rande des Cometen waren die Streifen schmäler, aber ihre Lage und relative Helligkeit blieb ungeändert. Von dem Spectrum wie es in der Nähe des Kerns erscheint, ist ebenfalls eine Abbildung gegeben.

1.	Wellenlänge	555.7 Mill. Mill.		
2.	–	515.1 – –	Anfang	Mittel aus 4 Einstellungen.
	–	513.5 – –	Hellste Stelle.	
	–	500: : – –	Ende	
3.	–	471.2 – –		

Dec. 6, 5^h 30^m. Der Comet ist langgestreckt im Pos. Wink. 145° etwa 7′ lang, 3′ bis 4′ breit. Die Verdichtung ist sehr stark. Der etwa 2° lange Schweif ist breiter als am 1. December, aber immer noch sehr schmal im Vergleich zum Kopf des Cometen. Die südliche Begrenzung des Schweifes schien schärfer zu sein als die nördliche. Für die Richtung des Schweifs ergab sich im Mittel aus 4 Einstellungen der Pos. Wink. 35°9. (Der Comet stand sehr tief und die Luft war dunstig.)

In den Beobachtungen sind Veränderungen der hellen, vom Kern ausgehenden Streifen unverkennbar ausgesprochen, ich hebe davon die auffallendsten hervor. Der Kürze halber bezeichne ich den Winkel *c a d* mit α, den Winkel *d a e* mit β, so war:

Nov.	3;	$\alpha = 55°$;	$\beta = 55°$;	$\alpha + \beta = 110°$
-	6	60	60	120
-	9	80	35	115
-	11	60	50	110
-	13	88	34	122
-	17	—	—	95
-	18	—	—	95

Wenn selbst die Pos. Wink. nur bis auf 5° genau angenommen würden, wären die Veränderungen der Lage des Mittelstreifens gegen die beiden anderen Streifen, als sicher zu betrachten. Es scheint ferner die Summe der Winkel $\alpha + \beta$, die vom 3. bis 13. November nahe constant war, mit dem Verschwinden des mittleren Streifens beträchtlich kleiner geworden zu sein. In Bezug auf Helligkeit waren die Streifen *ab* und *af* starken Veränderungen unterworfen, wie das direct bei den Beobachtungen an den verschiedenen Abenden ausgesprochen wurde.

Noch scheint mir erwähnenswerth, dass die Richtung der vom Kerne ausgehenden Streifen mehr der Sonne zugewandt, als abgewandt war, eine Wahrnehmung die schon die früher von mir angestellten Beobachtungen über den *Encke*'schen Cometen ergeben haben. Der am 1. und 6. December beobachtete Schweif war von der Sonne abgewandt.

Die aus den Messungen abgeleiteten Wellenlängen der drei lichten Streifen im Spectrum des Cometen, stelle ich nochmals zusammen.

1. Streifen	2. Streifen	3. Streifen
559.8 (Gew. ½)	511.3 (Gew. ½)	474.3
553.4	512.8	472.9
555.7	510.9	471.21
553.6	512.5	Mittel 472.8
555.7	511.1	
Mittel 555.2	513.5	
	Mittel 512.1	

Die Einstellungen beziehen sich auf die hellsten Stellen der einzelnen Streifen.

Streng genommen sind diese Werthe noch etwas zu vergrössern, da der Comet sich der Erde näherte und dadurch eine Verschiebung der Spectrallinien nach dem Violett erfolgt sein musste. Da aber die Geschwindigkeit, mit der sich der Comet nach der Erde hin bewegte, am 3. November etwas über 1 Meile in der Secunde, am 11. aber kaum 0.5 Meilen betrug, kann die daraus resultirende Verschiebung der Linien, deren Grösse noch nicht 0.5 Mill. Mill. erreicht, vernachlässigt werden.

Für die mittelste, hellste Linie ist der mittlere Fehler der an einem Abend gefundenen Wellenlänge ± 1.07 Mill. Mill., der mittlere Fehler des Mittels aber ± 0.44 Mill. Mill.

Eine Uebereinstimmung zwischen dem Cometenspectrum und dem Spectrum welches flüchtige Kohlenwasserstoffe zeigen, wenn sie durch den elektrischen Funken glühend gemacht werden, scheint nach den von mir angestellten Untersuchungen nicht stattzuhaben. Schon eine oberflächliche Betrachtung zeigt eine Verschiedenheit zwischen dem Gasspectrum und dem des Cometen, die darin besteht, dass bei ersterem die hellen Streifen einseitig (nach dem rothen Ende des Spectrums hin), durch eine scharfe Linie begrenzt sind, während die lichten Streifen des Cometenspectrums auch nach dem Roth verwaschen erscheinen und die grösste Intensität nicht am Ende, sondern mehr nach der Mitte des Lichtbandes gelegen ist. Auch ist, wenigstens beim Spectrum des Benzins, ein fernerer Unterschied in den relativen Intensitäten der drei Lichtstreifen zu finden, indem beim Spectrum des Benzins der erste, weniger brechbare Lichtstreifen, im Cometenspectrum dagegen der dritte, im Blau gelegene, der schwächste ist.

Im Spectrum des Benzins habe ich die drei hellen, die

Lichtbänder einseitig begrenzenden, Linien gemessen und dafür folgende Wellenlängen abgeleitet:

563.2 Mill. Mill.
516.4 – –
474.2 – –
} Wahrsch. Fehler ± 0.15 Mill. Mill.

Diese Beobachtungen wurden bei engem Spalt gemacht. Bei etwas weiterer Spaltöffnung, wie sie zur Beobachtung eines lichtschwachen Cometen nothwendig wird, erschienen die beiden ersten Streifen des Benzinspectrums wie bei engem Spalte, nach dem Roth scharf begrenzt; bei dem lichten Streifen im Blau dagegen war das nicht der Fall, hier war die grösste Helligkeit mehr in der Mitte des Streifens gelegen. Die Messungen ergaben folgende Wellenlängen:

563.3 Mill. Mill. Anfang und hellste Stelle.
516.4 – – – – – –
471.2 – – Mitte, – –

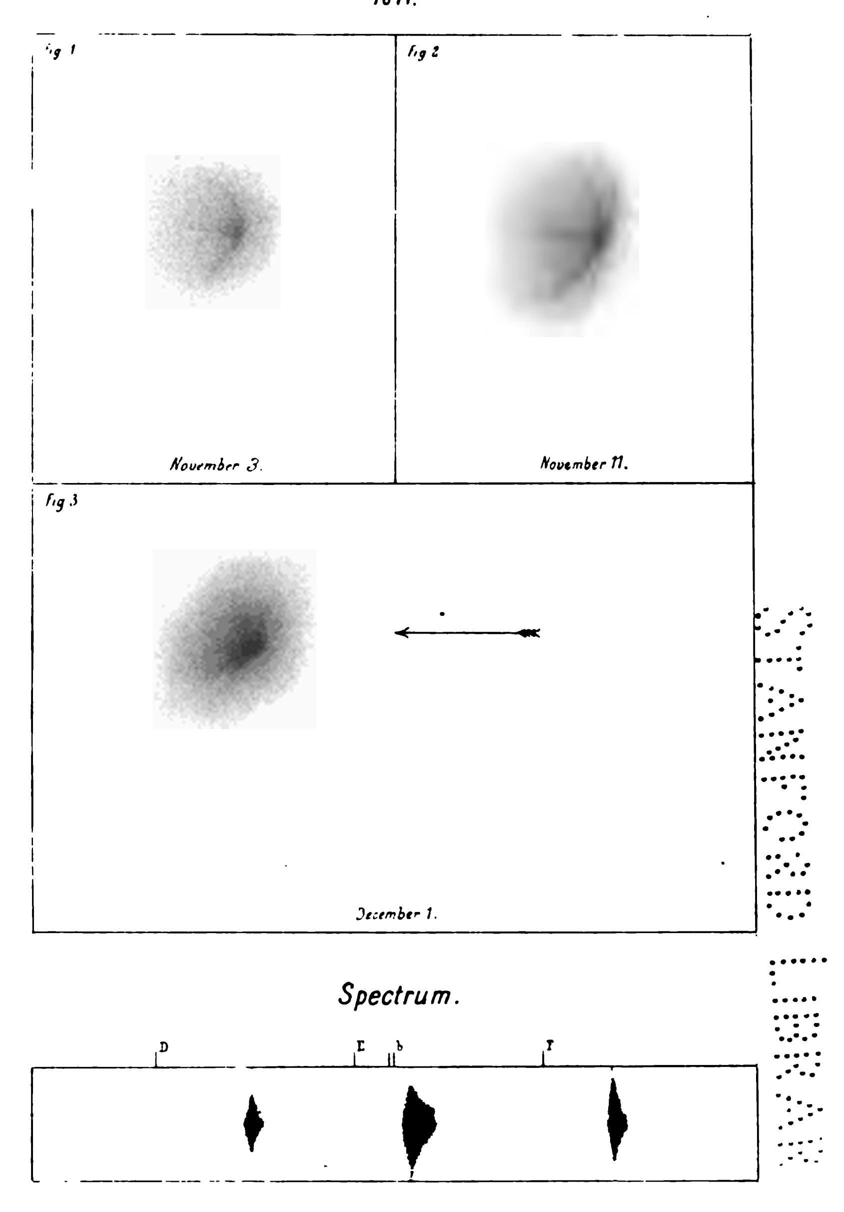
Mit dem Cometenspectrum verglichen, stimmt der erste Streifen am wenigsten mit dem Spectrum des Benzins überein. Die Begrenzung nach dem rothen Ende bei dem zweiten, hellsten Streifen des Cometenspectrums, wurde am 1. December bei 515 Mill. Mill. Wellenlänge gefunden, die grösste Intensität dieses Lichtbandes liegt aber bei 512 Mill. Mill. Wellenlänge, während dieselbe beim Spectrum des Benzins am Anfang des Streifens bei 516 Mill. Mill. gelegen ist. Nur der dritte Streifen des Cometenspectrums stimmt innerhalb der Genauigkeitsgrenzen mit dem des Benzinspectrums überein.

Tuttle's Comet.

Nov. 11, $16^h 58^m$ M. Zt. Der Comet erschien als eine 3' bis 3'.5 grosse, runde Nebelmasse mit starker centraler Verdichtung und einem sternartigen Kern. Ein sehr schwacher Nebelansatz im Pos. Wink. 310° wurde vermuthet. Der mittlere hellste Theil des Cometen, der einen Durchmesser von ca. 30" hatte, erschien mit starker Vergrösserung granulirt.

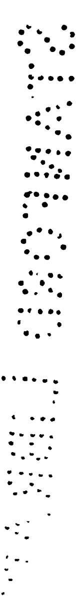
Das Spectrum des Cometen bestand aus drei lichten Streifen:

1. Wellenlänge 558.4
2. – 512.6
3. – 473.7
} Mittel aus 3 Einstellungen.



Berichte d K.S.Ges.d Wiss math.phis.Cl. 1871.
zur Abhandl. v. Dr Vogel.

Lith Anst. v. J.G. Bach Leipzig.



Ausserdem war noch ein schwaches continuirliches Spectrum wahrzunehmen. Deutlicher als bei dem *Encke*'schen Cometen, konnten Spuren polarisirten Lichtes bemerkt werden.

Nov. 13, 16^h 10^m M. Zt. Der Comet war rund, 4′ Durchmesser, plötzlich verdichtet mit sternartigem Kern (= * 11^m). Der mittlere hellere Theil ist nahe 1′ gross.

Die Messung der Spectrallinien ergab:

1.	Wellenlänge	555.7	Mittel aus	2	Einstellungen.	(Gew. ½).
2.	–	513.0	– –	3	–	
3.	–	469.4	– –	2	–	

Der Luftzustand war nicht so günstig als am 11. November, daher konnte die letzte Linie nur mit Anstrengung gesehen werden.

Die hellen Streifen im Spectrum dieses Cometen erschienen in der Mitte sehr stark verbreitert, genau so wie beim *Encke*'schen Cometen. Im Mittel ergab sich für die Wellenlänge der drei Streifen resp. 557.1, 512.8, 472.3 Mill. Mill., dieselben scheinen also ebenfalls nicht mit Linien im Spectrum des Kohlenwasserstoffs zusammen zu fallen, stimmen aber ziemlich gut mit dem Streifen im Spectrum des *Encke*'schen Cometen, sowie des Cometen I 1871, welchen ich früher untersucht habe [1]) überein. In dem Spectrum des letztgenannten Cometen konnten nur die beiden ersten Linien erkannt werden und wurde deren Wellenlänge zu 557 resp. 511 Mill. Mill. bestimmt.

1) Astr. Nachr. Nr. 1842 pg. 285 u. 286.

Dr. H. P. Bowditch, *Über die Eigenthümlichkeiten der Reizbarkeit, welche die Muskelfasern des Herzens zeigen.* **Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede** *C. Ludwig.*

(Mit 22 Holzschnitten.)

Das ausgeschnittene Froschherz, welches mit Flüssigkeiten verschiedener Zusammensetzung zu füllen und mittelst des Manometers auf die Zahl und den Umfang seiner Schläge zu prüfen war, erschien mir sehr geeignet zum Studium der Bedingungen, unter welchen sich die reizbaren und reizenden Stücke des Herzens ermüden und wieder erholen. Während der Ausführung dieses Vorhabens zeigte es sich jedoch bald, dass wenn für die Erfüllung meiner ursprünglichen Absicht eine Hoffnung vorhanden sei, diese sich erst dann verwirklichen könne, wenn die Eigenthümlichkeiten des ermüdenden und sich erholenden Herzmuskels genauer erkannt seien. Auf die Lösung dieser beschränkten Aufgabe, bei welcher mir die gütige Unterstützung des Herrn Prof. *C. Ludwig* zu Theil geworden, war demnach zunächst meine Aufmerksamkeit gerichtet.

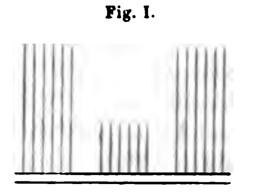
Das zu meinen Versuchen nöthige Praeparat verschaffte ich mir dadurch, dass ich von dem Vorhof des ausgeschnittenen Froschherzens aus eine Glascanüle in die Höhle des Ventrikels schob und etwa an der Grenze seines obern Drittels die Wand desselben auf dem Röhrchen festband. Auf diese Weise waren die Muskeln der untern zwei Drittel der Kammer, die ich kurzweg die Herzspitze nennen will, aus ihrem lebendigen Zusammenhang mit dem Vorhof und mit dem an die Atrioventricularfurche grenzenden Ring des Ventrikels gelöst, und darum, wie bekannt, der Herrschaft der innern Herz-Reize entzogen. Weil aber der Hohlraum des restirenden Ventrikelstückes von der Canüle aus mit Flüssigkeit zu erfüllen und mit dem Manometer

in Verbindung zu setzen war, so konnte der Umfang seiner Contraction auf dieselbe Weise, wie am unversehrten Herzen durch die Flüssigkeitsmenge gemessen werden, welche dieselbe in das Manometer überführte. Indem man von den grossen Vorzügen Gebrauch macht, die diese empfindliche Bestimmungsweise der Zuckung gewährt, darf man nicht vergessen, dass sie auch an Mängeln leidet und nicht frei von besondern Schwierigkeiten ist. Ihr erster Mangel liegt darin, dass uns über das Verhältniss, in welchem die lineare Verkürzung der Muskeln zu dem Volum der ausgeworfenen Flüssigkeit steht nichts anderes bekannt ist, als dass den Regeln der Cubizirung gemäss, die Curve der ausgetriebenen Volumina aufgetragen auf die Abscisse der zunehmenden Verkürzung der Muskelfasern ihre Concavität gegen die Abscisse wendet.

Bei diesem Stand unserer Einsicht sind wir gezwungen, alle Zuckungen der Herzspitze, welche wir bezüglich ihres Umfanges vergleichen wollen, von genau derselben Füllung ihrer Höhle ausgehn zu lassen, weil nur unter dieser Voraussetzung der höhere Manometerstand das Uebergewicht der ihn erzeugenden Zuckung beweist.

Einen anderen Uebelstand führt das Manometer dadurch ein, dass sich mit der fortschreitenden Zuckung und dem hiervon abhängigen Ansteigen der Flüssigkeit im Manometerschenkel das vom Herzen zu hebende Gewicht ändert; somit ist die Ausführung aller Versuchsreihen ausgeschlossen, für welche die Unveränderlichkeit des Gewichtes eine Nothwendigkeit ist. Wie gross der Einfluss des letztern auf den Umfang der Herzzuckung ist, geht daraus hervor, dass dasselbe Praeparat, trotzdem dass es auf denselben Füllungsgrad gebracht und auf vollkommen gleiche Weise gereizt ward, doch ganz ungleiche Volumina auswarf, wenn sich das specifische Gewicht der Flüssigkeit änderte mit welcher das Manometer gefüllt war.

Fig. I.



Wasser- Quecks.-Wasser.-Man.

In der nebenstehenden Copie der vom Praeparate gelieferten Zeichnungen ist die Excursion im Wassermanometer (= 17 M. M.) mehr als doppelt so gross, wie die in dem Quecksilbermanometer (= 7 M. M.) und dieses offenbar nur desshalb, weil der Druckzuwachs, den im letz-

tern Falle die über die Gleichgewichtslage emporgehobene Quecksilbersäule hervorbringt, mehr als zehnfach so gross ist, (=2×7×13,6) wie der im Wassermanometer vorhandene. Da der vorstehende Versuch zeigt, dass die Schwierigkeiten nicht unüberwindlich sind, welche der Anwendung des registrirenden Wassermanometers von etwa 2 M. M. lichten Durchmessers entgegenstehn, und da die Drücke, welche er mit sich bringt, gegen die Herzkräfte schwerlich in Betracht kommen, so würden allerdings durch seinen Gebrauch die Mängel beseitigt sein, welche dem Quecksilbermanometer anhaften. Wenn ich trotzdem dem letztern den Vorzug gab, so geschah es, weil er leichter zu handhaben ist, und weil es in den folgenden Versuchsreihen nicht darauf ankam die Abhängigkeit der Hubhöhe von dem getragenen Gewichte zu ermitteln.

Da meine Versuche die Aenderungen in der Reizbarkeit der Herzmuskeln darlegen sollten, welche in Folge der ausgeführten Zuckungen selbst herbeigeführt waren, so war es geboten der Herzspitze leicht abstufbare Reize in beliebigen aber regelmässigen Zeitabständen zuzuführen. Hiezu diente mir ein Apparat, der nach dem Muster desjenigen gebaut war, welchen *H. Kronecker* zusammengestellt und so erfolgreich verwendet hat. Nach allem diesen musste also meine Instrumentalhilfe aus folgenden Stücken bestehen:

1. Aus einem registrirenden Manometer, der mit leichtflüssiger Dinte (Lösung von Anilinblau) seine veränderlichen Stände auf
2. das Papier einer rotirenden Trommel schrieb. Zur leichtern Uebersicht der Beobachtungen und zur Ersparniss des Papiers hielt den Windflügel des Uhrwerks nach jeder halben Umdrehung ein Electromagnet fest, so dass die Trommel während der Zuckung selbst feststand, aber nach Vollendung derselben um etwa 2 M. M. weiter rückte.
3. Eine kleine *Mariotte*'sche Flasche, welche die Füllung der Herzspitze während der Dauer des Versuchs unveränderlich erhielt. In das Rohr, welches den Hohlraum der Flasche mit dem der Herzspitze verband, war
4. ein Glashahn eingeschaltet der mit Hilfe eines Electromagneten während der Zuckung geschlossen und dann wieder geöffnet wurde.
5. Unpolarisirbare Electroden, die aus einem

6. Schlittenapparate nur die Oeffnungsschläge[1]) zum Ventrikel führten.
7. Ein Zahnrad auf einem Uhrwerk, das den electrischen Strom, der durch die primäre Spirale des Inductors ging in regelmässigen aber beliebig zu ändernden Intervallen unterbrach.
8. Ein Relais, um den Hauptstrom vom Contacte des Uhrwerks unabhängig zu machen.

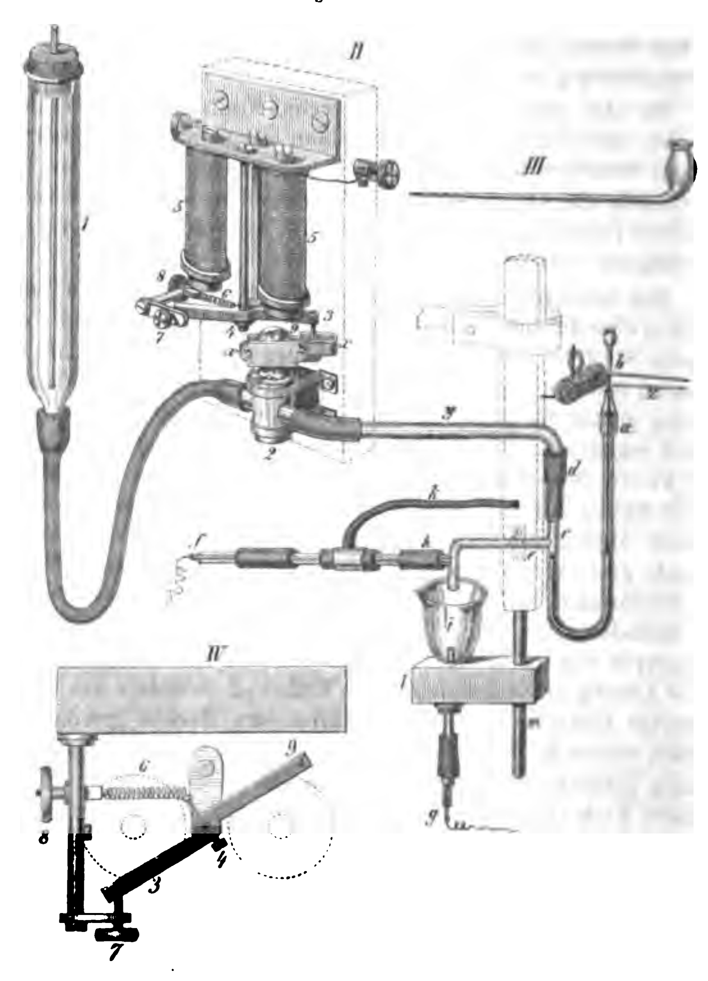
Da die unter den ersten sechs Nummern aufgezählten Stücke, den electromagnetischen Hahn ausgenommen, schon in diesen Berichten beschrieben sind, so kann ich mich darauf beschränken die Anordnung, die ich demselben für meine Zwecke gegeben durch die Holzschnitte (II, III, IV) und eine kurze Erklärung zu verdeutlichen.

Das bekannte Froschmanometer (Fig. II) trug an seinem freien Ende *a* eine durchbohrte Glaskappe zur Führung des leichten, aus feinem Stroh hergestellten Schwimmers; auf das obere Ende des letztern war die sehr feine Glasfeder *b* aufgelackt, die mit Anilinlösung gefüllt auf das glatte Papier der Trommel den Manometerstand registrirte. Fig. III giebt die Feder in natürlicher Grösse. — Der zweite Schenkel des Manometers öffnete sich bei *c* und bei *d*. Die Oeffnung *c* führte in das rechtwinklig gebogene Rohr *e*, an dessen absteigenden Schenkel mittelst eines Gummirohres die Canüle gesteckt wurde die in den Ventrikel eingebunden war. — Die Electroden, welche den Inductionsschlag zum Herzen führten mündeten bei *f* u. *g* in den Apparat; diese bestanden der Vorschrift von *du Bois* gemäss aus Glasröhren, in welchen von einer Lösung aus schwefelsaurem Zinkoxyd umgeben ein amalgamirter Zinkstab steckte. An ihren zum Herzen gewendeten Enden waren die Röhrchen durch einen in halbprozentige NaCl-lösung getauchten Pfropf von Baumwolle verschlossen, an ihrem andern Ende dagegen durch eine auf den Zinkstab gebundene

1) Anfänglich wendete ich die bequeme Einrichtung von *Pflüger* zum Abblenden der Schliessungsschläge an. Im Verlauf der Versuche aber fand sich, dass dieses Verfahren bei meinem mittelgrossen Inductor von 10500 Windungen auf der secundären Rolle nicht mehr anwendbar war, wenn die secundäre nahezu über die primäre Rolle geschoben ist. Bei dieser Stellung der letztern inducirt der Anker, wenn er an die Magnete herangezogen wird durch Verstärkung ihres Magnetismus einen Strom, der selbst eine Zuckung auszulösen vermag. Bei starken Strömen musste mir desshalb das Uhrwerk, welches die Trommel trieb die Nebenschliessung besorgen.

Kautschukröhre. Die Electrode *f* stand mit dem flüssigen Inhalt der Herzspitze durch das Röhrchen *h* in Verbindung das an den absteigenden Schenkel des rechtwinkligen Rohres angeblasen

Fig. II. III. IV.



war. Die Electrode *g* lief in das Glasglöckchen *i* aus; dieses letztere war während des Versuchs soweit mit Serum gefüllt, dass dasselbe bis zu dem kleinen Schnabel am obern Rande des

Glöckchens reichte. Hierdurch war es möglich, den Spiegel des Serums immer auf gleicher Höhe zu halten, da jeder durch die Herzwand filtrirte Tropfen durch den Schnabel ablief. Die Electrode *f* wurde in ihrer Lage durch den Draht *k* erhalten; das Glöckchen *i* ruhte auf dem durchbohrten Korkprisma *l*, welches in einer zweiten Durchbohrung auf dem Stabe *m* verschiebbar war. Die Abtheilung des Apparates, welche den Ventrikel vor dem Beginn seiner Zusammenziehung auf einen immer gleichen Füllungsgrad bringen sollte, bestand zunächst aus der kleinen *Mariotte*'schen Flasche 1, welche mit Hilfe eines in der Zeichnung nicht wieder gegebenen Halters auf die gewünschte Höhe gebracht werden konnte; das untere Ende der Flasche stand durch ein Kautschukrohr mit dem Glashahne 2 in Verbindung, der mit Hilfe einer kleinen Spiralfeder und eines Electromagneten geöffnet und geschlossen werden konnte. Die Zeit, in der das eine und das andere geschah war so gewählt, dass die Druckflasche von dem Ventrikel abgeschlossen war, wenn sich der letztere zusammenzog, dass dagegen zwischen beiden die freie Communication bestand wenn der Ventrikel schlaff geworden. Die hiezu nöthige Führung des Hahnkegels ward durch den Anker 3 bewirkt der in Fig. II in der Seitenansicht, in Fig. IV in der Flächenansicht gezeichnet ist. Dieser stabförmige Anker 3 drehte sich in einer horizontalen Ebene um die senkrechte Achse 4. War der Magnetismus in den Eisenkernen 5.5. entwickelt, so legte er sich parallel der Linie, welche die Mittelpunkte der Basen beider Eisenkerne mit einander verband. War dagegen der Magnetismus in den letztern verschwunden, so wurde der Stab 3 durch die Spiralfeder 6 (Fig. IV) in die Lage gezogen die er in dieser Figur einnimmt. Die Excursion, welche der Stab durch den Zug der Feder erreichen konnte, war begrenzt durch die Schraube 7, die in einem kleinen Querbalken einer Messingsäule lief, an welcher auch die Schraube 8 sass (Fig. IV), die zur Spannung der Spiralfeder diente. Die Bewegung, welche der Anker 3 ausführte übertrug er mittelst eines kurzen Zapfens 9 auf die Klammer *x*, welche den Conus des Glashahns 2 umgriff. Der Zapfen 9 hatte in der Klammer *x* selbstverständlich einen Spielraum für seine Bewegungen, den man in Fig. II erkennt. Jenseits des Hahnes setzte sich ein Röhrchen *y* fort, welches nach rechtwinkliger Biegung in die Mündung *d* des zweiten Manometerrohres auslief.

Zum Markiren der Gleichgewichtslage des Quecksilbers im

Manometer diente die Glasfeder *z*, welche mit einem Korke an den Träger des Manometers befestigt war. Da sie vor dem Anstecken des Ventrikels auf die Höhe gebracht wurde, welche die auf dem Quecksilber schwimmende Feder bei der Gleichgewichtslage desselben eingenommen hatte und da sie während des ganzen Trommelumgangs diese Lage behauptete, so konnte man an jeder beliebigen Stelle der Herzcurve die Höhe finden, um welche sich diese über die Gleichgewichtslage des Quecksilbers erhoben hatte.

Das unter 7 meines Instrumentalverzeichnisses aufgezählte Unterbrechungsrad war durch ein gewöhnliches, mit einem Centrifugalpendel versehenes Uhrwerk getrieben. Der Unterbrecher sollte in regelmässig wiederkehrenden Intervallen einen electrischen Strom öffnen und schliessen und zwar sollte man nach Belieben unter den Zeiträumen von 1. 2. 3. 4. 5. 10. 15. 20. 30. 60 Secd. wählen können. Ausserdem aber wünschte man den Strom nach seiner Schliessung entweder alsbald wieder geöffnet zu sehn, oder ihn während eines längern Zeitabschnittes geschlossen zu halten. Der Unterbrecher, der dieses leistete war von dem Herrn Uhrmacher *B. Zachariae* in Leipzig construirt und ausgeführt; er bestand aus einem von dem Uhrwerk geführten Rad, an dessen Rand mehrfache Reihen von Zähnen ausgeschnitten waren, und aus einem verstellbaren Winkelhebel, von dessen Armen der eine am Zahnrad ging, während der andere gegen einen Platinknopf den Contact bewirken konnte. Siehe die Fig. V u. VI. — Die genauere Beschreibung des Apparates mag mit der des Winkelhebels beginnen; seine beiden unter einem spitzen Winkel geneigten Arme *a* u. *b* (Fig. VI in d. Aufsicht) sind um eine senkrechte Achse drehbar. Der Arm *a* war nach dem Zahnrade *A* hingekehrt, auf dessen Rand er schleifen konnte, der Arm *b* war mit einer Spiralfeder verknüpft, die ihn an das Knöpfchen *c* drückte, vorausgesetzt dass der Arm *b* nicht durch eine grössere Gewalt festgehalten wurde. Da der eine Pol der Batterie in dem Knöpfchen *c* der andere in dem Hebelarm *b* endete, so war der Schluss des Stromes von der Berührung beider abhängig. So lange also ein Zahn des Rades *A* den Arm *a* vor sich her trieb, und in Folge dessen auch den Arm *b* nachzog war der Strom unterbrochen; wenn aber vor dem fortschreitenden Zahn der Arm *a* abglitt, so trieb die Spiralfeder den Arm *b* in entgegengesetzter Richtung bis zum Anschlagen an das Knöpf-

Fig. V. VI.

chen c· zurück. — Um den Zeitraum zwischen zwei aufeinander folgenden Stromschlüssen verändern zu können, sind auf dem Umfang des Rades *A* das in einer Minute einmal umläuft, 4 Reihen von Zähnen (zu 60, 30, 20 und 15 Stück) übereinander eingeschnitten und ausserdem auf die obere Fläche des Rades *A* zwölf Stiftchen eingesteckt. Je nachdem der Arm *a* einer der genannten Stift- oder Zahnreihen gegenüberstand, kehrte die Oeffnung des Stromes nach 1, 2, 3, 4 oder 5 Secunden wieder; wenn man das Intervall noch über diese Zeit hinaus verlängern wollte, so wurden aus der Reihe der Stifte 6, 8, 9, 10 oder 11 derselben entfernt, wodurch die Intervalle von 12, 15, 20, 30, 60 Secunden möglich wurden. Um nun aber den Arm *a* nach Belieben einer der genannten Reihen gegenüberstellen zu können sassen alle Stücke, die den Contact besorgten auf dem Schlitten *B*, der durch die Schraube *e* und die Führung *d* emporzuheben war. — Die Erfüllung der zweiten Forderung, eine beliebige Vertheilung der gesammten Zeit eines Intervalls zwischen die Dauer der Oeffnung und der Schliessung des Stromes zu bewirken, wurde an dem vorliegenden Apparate dadurch möglich, dass der Arm *a* von dem Zahn der ihn ergriffen verschieden lange festgehalten wurde. Geschah dieses so lange bis der Arm, wenn er abgeglitten, augenblicklich wieder von einem neuen Zahn aufgenommen ward, so sank die Dauer des Schlusses zu einem Minimum herab, während im andern Fall, wo der ergriffene Zahn auch wieder augenblicklich losgelassen ward die Oeffnungsdauer zu einem Minimum ward. Dieser Gedanke ist nun dadurch verwirklicht worden, dass die Vorrichtung zum Contact innerhalb des Schlittens *B* auf die Scheibe *f* gesetzt ist, die mit ihrem gezähnelten Rande in die Schraube *g* eingreift. Durch die Benutzung der letztern ändert sich also die Richtung, welche der Arm *a* zum Umfang des Rades *A* einnimmt, und diess bewirkt, dass der erstere auf kürzeren oder längeren Strecken von dem Zahn mitgenommen wird. Weil aber nur von der Stellung der Scheibe *f* der Antheil des Intervalls abhing, während deren die Schliessung oder Oeffnung des Stromes bestand, so war es bequem durch einen Zeiger *h* auf dem Zifferblatt *i i* den Stand des Armes *a* zu markiren, der einer bestimmten Oeffnungsdauer entsprach. So konnte sie jederzeit leicht und sicher hergestellt werden.

Der electrische Strom, für welchen dieser Unterbrecher bestimmt war, sollte den reizenden Inductionsstrom erzeugen und

ausserdem noch zwei Paar Eisenkerne, am Glashahn und am Windflügel des Trommelwerkes, magnetisiren. Da hiezu ein starker Strom aus mehreren Groves nöthig war, den man nicht durch den Contact des Unterbrechers leiten mochte, so stellte sich das Bedürfniss eines Relais heraus. Durch dieses war der Hauptstrom geschlossen, während der Strom des Relais durch den Unterbrecher geöffnet wurde; den letztern aber stellte ich in der Regel so, dass die Oeffnungsdauer 0.5 Sec. betrug. —

Der Aufstellung meines Apparates gemäss wurde, wenn der Hauptstrom geschlossen war, der Windflügel des Trommelwerkes losgelassen, der electromagnetische Hahn geöffnet und ein durch seine Abblendung unwirksam gemachter Schliessungsinductionsschlag erzeugt. Da, wie erwähnt, dieser Zeitraum etwa 0.5 Sec. dauerte, so genügte die Zeit, um den Herzinhalt auf den Druck der Füllungsflasche zu bringen und die Trommel eine Bewegung vollführen zu lassen, die zu einer Verschiebung des Papiers von etwa 1 bis 2 M. M. führte. Wenn dann der Hauptstrom sich öffnete, so ward der Windflügel festgehalten, der Hahn geschlossen, und ein Oeffnungsinductionsschlag durch das Herz geschickt, der wegen der langen latenten Reizung desselben eine Zuckung erst auslöste, nachdem schon der Hahn geschlossen war.

Zum Verständniss der Versuche und zur vollen Beurtheilung des Apparats dürften noch einige Bemerkungen dienen. Die Anwendung der Dinte erleichtert den Versuch ungemein und ihr Gebrauch führt zu der vollen Genauigkeit des Russes, wenn eine leicht fliessende Lösung auf glattes, englisches Papier schreibt. — Der Schlittenapparat, der im Gebrauche stand, war nach den Vorschriften von *A. Fick* [1]) graduirt. Die Angaben, über Reizstärken in der folgenden Abhandlung bezeichnen demnach nicht die Rollenabstände, sondern die Grösse der Inductionsintensität, wobei das Maximum der vom Apparate erreichbaren Stärke zu 1000 angenommen ist.

Die Schläge welche zur Herzspitze geleitet wurden fanden auf ihrem Wege die Wand des Ventrikels; sonach müssen die Reize jedenfalls auch die Muskeln und nicht bloss die Nerven getroffen haben. — Da die Electrode, welche in die Serumglocke

1) Unters. aus dem phys. Laborator. der Züricher Hochschule. Wien 1869. p. 38.

reichte senkrecht steht, so bedarf es besonderer Vorsicht, um die Ansammlung kleiner Luftbläschen unter dem Baumwollenpfropf zu vermeiden; ich halte es nicht für unnütz darauf hinzuweisen, dass ich auf diese Fehlerquelle aufmerksam war. Die Beschreibung meiner Versuche beginne ich mit dem Abschnitt 1, der über *das Zahlenverhältniss zwischen den Reizen und den Herzcontractionen* handelt. —

Wenn die Herzspitze in regelmässigen Intervallen von immer gleich starken Inductionsschlägen getroffen wird, so zieht sie sich entweder nach jedem derselben zusammen, oder die Zahl der Zuckungen ist kleiner oder grösser als die der Reize. Diese drei verschiedenen Arten des Vorkommens sollen bezeichnet werden mit den Namen der regelmässigen, der überzähligen und der aussetzenden Puls- oder Schlagfolge.

Die überzählige Pulsfolge trat in meinen Versuchen nur selten ein und meist nur dann, wenn der Ventrikel nicht tief genug abgebunden war. Da demnach dieser Fall für meine Versuchsreihe eigentlich nur als ein Fehler erscheint, so werde ich auf seine Betrachtung nicht weiter eingehen, womit selbstverständlich nicht gesagt sein soll, dass die überzählige Pulsfolge einer besondern Beachtung unwerth sei; ich glaube sogar, dass die Beziehungen zwischen ihr und den in dieser Abhandlung besprochenen Thatsachen sehr enge sind. — Wenn der Ventrikel tief genug abgebunden ist, so können die aussetzende und die regelmässige Pulsfolge nach Belieben erzeugt werden durch blosse Aenderungen in der Stärke oder Reihenfolge der Inductionsschläge.

Zuerst werde ich über die Abhängigkeit der Pulsfolge von der Stärke des Inductionsschlages sprechen. — Wenn man von niederen Werthen aus die Stärke der Inductionsschläge allmälig wachsen lässt, so erreicht man alsbald einen Punkt, bei welchem der Reiz eine Zuckung auslöst. Bleibt man bei dieser Stärke stehen und lässt nun in regelmässigen Intervallen die Inductionsstösse aufeinanderfolgen, so tritt nicht mit jedem derselben eine Zuckung ein, wodurch es geschieht dass die Zahl der Reize diejenige der Pulse um ein bedeutendes übertrifft. Lässt man dann aber die Stärke der Inductionsschläge weiter und weiter steigen, so mehrt sich die Zahl der Contractionen, ohne dass sie zunächst demjenigen der Reize gleich käme; allmälig aber gelangt man zu einem Werth derselben, bei welchem die Pulsfolge eine regel-

mässige d. h. also eine solche wird, in welcher auf jeden Reiz eine Zusammenziehung folgt. Zuweilen ereignete es sich auch, dass trotz einer grossen Intensität der Inductionsströme keine regelmässige Pulsfolge erzielt werden konnte, aber auch da, wo dieses eintrat näherte sich die Verhältnisszahl zwischen den Contractionen und den Reizen mit der wachsenden Stärke der letzteren mehr und mehr der Einheit. — Zum Beleg für die gemachten Mittheilungen gebe ich einige Beispiele.

Intervalle zwischen zwei Reizen = 6 Secunden.

Stärke der Reize	100.	105.	110.	120.	130.	140.
$\frac{\text{Zahl der Zuckungen}}{\text{Zahl der Reize}}$ =	0,0.	0,07.	0,10.	0,20.	0,66.	1,00.

Intervalle zwischen zwei Reizen = 4 Secunden.

Stärke der Reize	100.	110.	90.	80.	90.	110.	130.	150.
$\frac{\text{Zahl der Zuckungen}}{\text{Zahl der Reize}}$	0,94.	1,0.	0,17.	0,30.	0,88.	0,77.	0,82.	1,0.

Intervall zwischen zwei Reizen = 6 Secunden.

Stärke der Reize	200.	207.	215.	222.	230.	237.
$\frac{\text{Zahl der Zuckungen}}{\text{Zahl der Reize}}$	0,0.	0,07.	0,14.	0,24.	0,59.	0,87.

Die aussetzende Pulsfolge wird aber nicht allein durch die wachsende Intensität des Inductionsstromes, sie kann auch dadurch in eine regelmässige umgewandelt werden, dass bei unveränderter Stärke des Reizes das Intervall zwischen zweien derselben vergrössert wird. Als Beispiele für dieses nicht seltene Vorkommen mögen die beiden folgenden Versuche dienen, in welchen mit dem Intervall in auf- und absteigender Ordnung gewechselt ward.

Stärke des Reizes = 140.

Intervall in Secunden	4.	6.	4.
$\frac{\text{Zahl der Contract.}}{\text{Zahl der Reize}}$	0,58.	1,00.	0,57.

Stärke des Reizes = 150.

Intervall in Secunden	5.	10.	5.	4.	3.	4.	5.	10.
$\frac{\text{Zahl der Contr.}}{\text{Zahl der Reize}}$	0,74.	0,97.	0,87.	0,71.	0,73.	0,80.	0,95.	1,0.

Anstatt für eine gegebene Intensität des Inductionsstromes die Länge des Intervalls zu suchen, welche die regelmässige Pulsfolge hervorbringt, kann man auch umgekehrt vorgehn, das heisst man kann für verschieden lange Intervalle die Grenzen der Stromstärke ermitteln, bei welcher sich die Pulse eben noch regelmässig einstellen. Bei der Ausführung dieser Versuche sollte man nun erwarten, dass mit der wachsenden Länge des Intervalls die Intensität des Reizes merklich abnehmen könnte, bevor die regelmässige in eine aussetzende Pulsfolge umschlüge. Nun bemerkt man allerdings öfter, dass sich die Reize ihrer Stärke nach in dem bezeichneten Sinne ändern dürfen, aber selbst da, wo es erlaubt ist, darf es doch nur in sehr beschränkter Weise geschehen. Man wird demgemäss schliessen, dass grosse Unterschiede des Intervalls durch kleine der Reizstärken compensirt werden. — Einige Beispiele mögen zur Veranschaulichung des Gesagten dienen. Für das Verständniss derselben hat man zu beachten, dass bei den hinter der Rubrik »Reizstärke« aufgeführten Intensitäten des Inductionsstromes die Pulsfolge zur regelmässigen ward, vorausgesetzt dass die Inductionsschläge in den über ihnen stehenden Intervallen aufeinander folgten.

Intervall	10 Sec.	3 Sec.	4 Sec.	4 Sec.	3 Sec.
Reizstärke	42	43	41	45	46

und an einer andern Herzspitze

Intervall	3 Sec.	4 Sec.	3 Sec.	5 Sec.
Reizstärke	80	74	74	68

Sollte man sich auch durch diese und ähnliche Versuchsreihen nicht veranlasst finden, die oben ausgesprochene Vermuthung als eine begründete Thatsache zu betrachten, so würde man sich doch davor zu hüten haben, in der unvollkommenen Bestätigung eine Widerlegung zu sehn. In den Eigenschaften des Herzens selbst liegen nämlich Gründe, welche das Erbringen des Beweises sehr erschweren, ja oft unmöglich machen.

Dem Herzmuskel kommt nämlich die beachtenswerthe Eigenthümlichkeit zu, seine Empfänglichkeit für die Reize durch die Zuckungen, die er ausgeführt hat zu ändern und dieses sehr häufig dahin, dass nach einer längern Zuckungsreihe ein schwächerer Reiz, als vor derselben zur Auslösung einer regelmässigen Pulsfolge genügt.

Auf diesen Einfluss, den die vorhergehenden Zuckungen üben, wird man zunächst hingewiesen, wenn man denselben Reiz in demselben Intervall vielmals hintereinander anwendet. Geschieht dieses, so ereignet es sich oft, dass der Quotient aus der Zahl der Reize in die der Zuckungen allmälig an Grösse zunimmt, oder gar der Einheit gleich wird, so dass ein Reiz, dessen Stärke ursprünglich nicht genügte, um eine regelmässige Pulsfolge hervorzurufen, allmälig zur Erzeugung dieser letzteren ausreicht. Beispielsweise führe ich folgende Beobachtungen an: Als eine Herzspitze durch eine Intensität des Inductionsschlages von 52, in Intervallen von 6 Secunden 100 mal hintereinander gereizt wurde, zuckte dieselbe in Folge des 1. bis 10. Reizes 2mal, des 11. bis 20. R. 2mal, des 21. bis 30. R. 2mal, des 31. bis 40. R. 6mal, des 41. bis 50. R. 7mal, des 51. bis 60. R. 6mal, des 61. bis 70. R. 5mal, des 71. bis 80. R. 9mal, des 81. bis 90. R. 10mal, des 91. bis 100 R. 10mal. Somit war die Verhältnisszahl der Zuckungen durch den Reiz mit mancherlei Schwankungen von 0,2 auf 1,0 gestiegen.

In einem andern Falle, in welchem die Reizstärke ebenfalls 52 und das Intervall 6 Secunden betragen hatte, wuchs während einer Zahl von 40 Reizen für je 10 derselben die Verhältnisszahl von 0,2 auf 0,4, auf 0,8 und gelangte dann auf 1,0. Nicht minder deutlich prägt sich die wachsende Empfänglichkeit, welche die Herzspitze in Folge vieler unmittelbar hintereinander ausgeführter Zuckungen gewinnt dadurch aus, dass die zur Erzeugung einer regelmässigen Pulsfolge nöthige Intensität des Inductionsstromes abnehmen darf, wenn die Spitze im Verlaufe einer längeren Versuchsreihe schon zahlreiche Contractionen ausgeführt hat. Als Beispiele für dieses Verhalten mögen die folgenden Angaben dienen.

Intervall 5 Secunden.

Reizstärken	200.	300.	200.	150.	100.	110.	115.
$\frac{\text{Zahl der Zuckungen}}{\text{Zahl der Reize}}$	0,0.	1,0.	1,0.	1,0.	0,27.	0,8.	0,9.

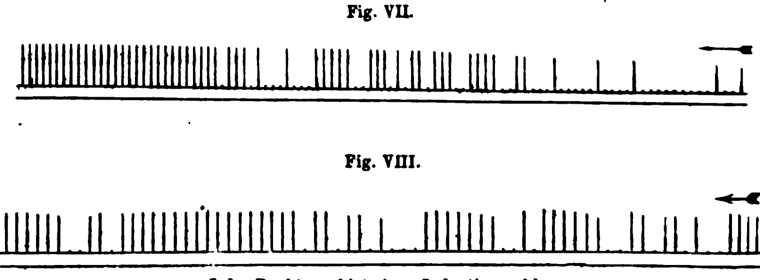
Als darauf dieselbe Herzspitze in Intervallen von je 10 Sec. gereizt wurde, entsprachen sich die Reizstärken und das Verhältniss zwischen Reiz- und Zuckungszahlen in der Art, wie es die folgenden Zahlenreihen darlegen. In der obersten Reihe

stehen die Reizstärken und in der zweiten die entsprechenden Verhältnisszahlen. —

115.	90.	110.	115.	110.	105.	100.	90.	80.	70.	65.	70.	68.	66.	60.	55.	50.	46.	42.	38.	42.	40.	42.
1.0	0.0	0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.0	0.9	0.2	0.7.

Beobachtungen wie die vorliegende sprechen ganz besonders dafür, dass die Empfänglichkeit der Herzspitze durch die ausgeführten Zuckungen gesteigert wird, da dieselbe Reizstärke wechselnd bald zu einer aussetzenden und bald zu einer regelmässigen Pulsfolge führt, je nachdem sie auf einen andern Reiz folgte, der entweder den ersten oder den zweiten der genannten Effecte hervorrief.

Obwohl der Leser aus den bis dahin gemachten Mittheilungen schon ersehen kann, dass in den aussetzenden Pulsreihen die Zuckungen, ohne einer bestimmten Regel zu folgen, erscheinen und ausbleiben, so halte ich es doch für nöthig, dieses Verhalten besonders zu betonen und es durch die Wiedergabe einiger autographirten Reihen zu veranschaulichen. —



Jeder Punkt markirt einen Inductionsschlag.

Nach der Betrachtung dieser Figuren wird man erkennen wie schwierig es ist, ihren Inhalt durch das Wort streng richtig und doch übersichtlich darzustellen und dass der von mir hiezu gewählte Ausweg eines Quotienten nur ein Nothbehelf ist, dessen Anwendung nur desshalb Entschuldigung findet, weil es durch ihn allein möglich war, eine Reihe sehr eigenthümlicher Thatsachen dem Verständniss näher zu bringen.

Wenn man die Höhen ins Auge fasst, zu welchen die zuckende Herzspitze das Quecksilber zu treiben vermag, so fällt sogleich auf, dass der hierdurch ausgesprochene Umfang der

Zuckung in gar keiner Abhängigkeit zu dem Modus ihrer Wiederkehr steht. Denn es kann in beiden Reihen, der aussetzenden und der regelmässigen die Zuckung ebensowohl gleich als ungleich gross sein, und wenn das letztere eintritt, so kann die Zuckung in der aussetzenden Reihe ebensowohl grösser oder kleiner als in der regelmässigen sein. Aus diesem Verhalten darf man schliessen, dass der Reiz, welcher eine aussetzende Reihe veranlasst an und für sich ausreichend sei um das Maximum der Zuckungen hervorzulocken, dessen der Herzmuskel überhaupt fähig ist. Da er dieses aber nicht jedesmal bewirken kann, so sind wir gezwungen, ihn im Gegensatz zu demjenigen, welcher das Letztere vermag mit einem besondern Namen zu belegen. Ich werde denjenigen Reiz, welcher jedesmal eine Zuckung veranlasst, so oft er eintrifft, den unfehlbaren nennen, während der andere, welcher die maximale Zuckung nur zeitweilig hervorruft der hinreichende Reiz heissen mag.

Wenn man nach dem Grunde sucht, wesshalb der hinreichende Reiz kein unfehlbarer ist, so tritt uns sogleich die negative Bestimmung entgegen, dass derselbe keinenfalls in einer Ermüdung der Muskelmasse gelegen sei. Wäre eine solche Ermüdung vorhanden, so würde es unerklärlich sein, warum die Zuckung, wenn sie in einer aussetzenden Reihe eintritt nicht kleiner als in der regelmässigen ist, und noch weniger würde es mit dieser Unterstellung vereinbar sein, dass die häufige Wiederholung desselben Reizes in denselben zeitlichen Abständen den anfänglich nur zureichenden in einen unfehlbaren Reiz verwandeln kann.

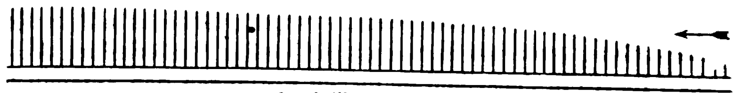
Sollte sich der Herzmuskel gegen die natürlichen Reize ähnlich verhalten wie gegen die Inductionsstösse, so würden wir damit einen neuen Grund für den aussetzenden Puls namentlich solcher Herzen gefunden haben, deren Hemmungsnerven ausser Wirksamkeit gesetzt sind. Wenn ich gegenwärtig noch Anstand nehme, die Erscheinungen welche die Herzspitze zeigt auf das unversehrte Herz zu übertragen, so liegt der Grund meines Bedenkens in der Anwesenheit der Ligatur die um das Muskelfleisch zur Befestigung der Canüle gelegt werden musste. Warum sollte diese Unterbindung des Ventrikels nicht ähnlich wie die des Vorhofs wirken? und wäre dieses der Fall, so würde mit ihr ein Hemmungs-Reiz gegeben sein, der dem unversehrten Herzen fehlte. Diese Hypothese empfängt gewissermassen eine Bestätigung durch eine Beobachtung, die ich beiläufig gemacht

aber leider nicht weiter verfolgt habe; sie besteht darin, dass die Stärke des Reizes, welche eine regelmässige Pulsfolge auslösen soll beträchtlich anwachsen muss, wenn man zu der schon vorhandenen Ligatur eine neue hinzufügt, wie dieses zuweilen geschehen muss, wenn die erste Unterbindung nicht dicht um die Canüle geschlossen hat.

Im entgegengesetzten Sinne wie die Ligatur wirkt zuweilen die Einführung frischen Serums in die Höhle der Herzspitze: öfter konnte man nach diesem Wechsel die Stärke des Reizes bedeutend herabmindern, ohne dass derselbe seine Unfehlbarkeit einbüsste.

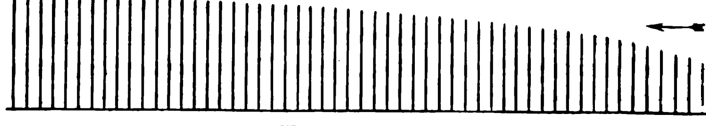
2. *Vom Umfang der Herzzuckung.* Für die Grösse, welche die Zuckung der Herzspitze erreichen kann, ist die Zeit, die zwischen ihr und einer vorhergehenden Contraction verstrich von einer solchen Bedeutung, dass es nothwendig ist ihre Wirkung vor allem zu betrachten. Hiebei wird immer vorausgesetzt, dass die Höhle der Herzspitze mit frischem röthlichen Serum des Kaninchenblutes gefüllt sei, und dass der in regelmässigen Intervallen wirksame Reiz nicht nur ein maximaler sei, sondern dass er auch die Stärke des unfehlbaren besitze.

Fig. IX.



Quecksilbermanometer.

Fig. X.



Wassermanometer.

War vor dem Beginn einer in etwa 4 bis 6 Secunden Intervall aufeinander folgenden Reihe von immer gleich intensiven Reizen die Herzspitze mehrere Minuten hindurch in vollkommener Ruhe gewesen, so löst diese eine Folge von Zuckungen aus, wie sie in den Holzschnitten IX u. X wiedergegeben ist. Die Autographen sind von zwei verschiedenen Herzen geschrieben; IX arbeitete in ein Quecksilber- X in ein Wassermanometer.

Die erste Zuckung, welche nach einer Pause von Minuten langer Dauer hervorgerufen wird ist also die kleinste, und jede folgende nimmt an Umfang zu, jedoch in der Weise, dass mit der steigenden Zahl der Zuckungen der Zuwachs kleiner und kleiner wird bis er endlich ganz verschwindet; von nun an besitzen die hintereinander auftretenden Zuckungen denselben Umfang. Wir wollen eine so beschaffene Reihe von Zuckungen unter dem Namen einer Treppe zusammenfassen. Da die Stufen verschiedener Treppen, die von demselben Herzen gewonnen wurden rücksichtlich ihrer minimalen und maximalen Grössen sowohl wie auch ihrer Zwischenglieder mancherlei Abweichungen von einander bieten, so wird es die nächste Aufgabe sein, die Bedingungen dieser Variation aufzusuchen, und insbesondere zu ermitteln, in wie weit dieselbe von der Stärke, der Richtung und dem Intervall des reizenden Inductionsstromes abhängig sei.

Bei der Ausführung der Versuchsreihen, welche durch diese Fragestellung vorgezeichnet sind ergiebt sich zunächst, dass die Gestalt, welche die Treppe annimmt von der Richtung und der Stärke des Inductionsstromes durchaus unabhängig ist. Obwohl dieses von vornherein erwartet werden konnte, da die angewendeten Reize sämmtlich maximale waren, so habe ich mich dennoch durch die sorgfältigsten Versuche davon überzeugt, dass der Umfang der ersten, der Zuwachs von einer zur andern und die Grösse der maximalen Zuckung von den genannten Eigenschaften des Reizes nicht beeinflusst werden.

Lässt man zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Reihen mindestens fünf Minuten vergehn, so sind alle Zuckungen klein und an Grösse entweder vollkommen gleich oder nur in den Fehlergrenzen der Messung voneinander abweichend, trotzdem, dass die Richtung der Ströme bald auf- und bald absteigend und die Intensitäten derselben sehr verschieden gewählt werden.

Auf gleiche Weise verhält es sich mit dem Zuwachs, der zwei rascher aufeinanderfolgende Zuckungen unterscheidet. Um eine Zahl von vergleichbaren Beobachtungen zu erhalten, liess ich die Herzspitze 5 Minuten ruhen und erregte sie dann durch zwei Reize von denen der zweite auf den ersten in einem Intervall von einigen Secunden folgte; alsdann ruhte die Herzspitze von Neuem 5 Minuten und abermals folgten sich in dem frühern Intervall ein Paar von Reizen u. s. f. Während so die Pausen und die Intervalle zwischen den Reizen sich gleich blieben, ward

die Intensität des Stroms mannigfach geändert. — Nach den vorstehenden Angaben sind die zwölf Paare von Zuckungen gewonnen, welche in der nachstehenden Tabelle stehn.

Pause zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Treppen = 5 Minuten. Intervall zwischen zwei Stufen = 6 Secunden.

Nummer d. Treppe.	Nummer der Zuckung	Höhe des Hubes in m.m. Hg.	Stärke d. Induct.-Schlages am graduirten Schlitten.	Unterschied d. Hubhöhen.	Richtg. d. Indcts.
I.	1.	11.0	90	1.4	Aufsteigend
	2.	12.4	90	.	-
II.	1.	11.0	90	1.4	-
	2.	12.4	100	.	-
III.	1.	11.0	90	1.4	-
	2.	12.4	90	.	-
IV.	1.	11.0	90	1.4	-
	2.	12.4	120	.	-
V.	1.	10.4	90	1.8	-
	2.	12.2	120	.	-
VI.	1.	10.2	90	1.2	-
	2.	11.4	130	.	-
VII.	1.	11.0	90	1.4	-
	2.	12.4	90	.	-
VIII.	1.	11.0	78	1.6	-
	2.	12.6	78	.	-
IX.	1.	11.0	90	1.8	-
	2.	12.8	90	.	-
X.	1.	11.0	90	1.8	-
	2.	12.8	150	.	-
XI.	1.	11.0	90	1.8	-
	2.	12.8	90	.	-
XII.	1.	11.0	90	1.8	-
	2.	12.8	90	.	Absteigend

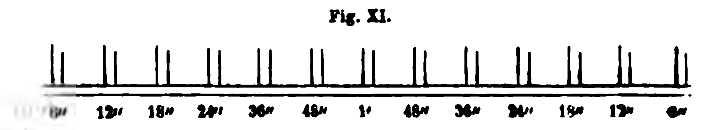
Um die Genauigkeit zu würdigen, mit welcher die vorstehenden Zahlen die Unabhängigkeit des Zuwachses der Zuckungen von den Eigenschaften des Reizes darthun, ist zu erwägen, dass die Hubhöhen wegen bekannter Eigenschaften des Manometers nur halb so gross aufgezeichnet werden als sie in Wirklichkeit ausgeführt werden. Da in der vorstehenden Tabelle die Zahlen selbstverständlich den vollen Werth der Hubhöhe wiedergeben, so ist auch der Fehler der Messung um das Doppelte vergrössert. Weil nun aber bei der Ausmessung von Strichen, die mit Dinte auf Papier gezeichnet werden, Grössen von 0,1 M. M. unzweifelhaft in das Bereich der Fehler fallen, so können bei der Combination zweier solcher Messungen Unterschiede von ±0,2 M.M. nicht als ein Ausdruck für Abweichungen gelten die thatsächlich begründet sind. Betrachtet man von diesem Gesichtspunkte aus die Zahlen der Tabelle, so wird man zu der Ueberzeugung kommen dass die Uebereinstimmung der Unterschiede welche die aufeinander folgenden Zuckungspaare aufweisen eine sehr grosse ist. Wollte man aber daran einen Anstoss nehmen dass die 4 obern Paare zwar unter sich gleich aber einen um 0,4 M. M. geringern Unterschied darbieten als die 4 letzten ebenfalls unter sich gleichen Differenzen, so wäre zu erwägen dass in einer stundenlangen Beobachtungsreihe, wie die vorliegende die Muskelmasse der Herzspitze merkliche Aenderungen ihrer Eigenschaften erfahren konnte. Dieses vorausgesetzt würden also nur die Beobachtungen unter einander vergleichbar sein welche in Zeiten gewonnen sind, die nicht allzuweit von einander abstehen. Führt man aber diese wohl begründete Annahme in die Beurtheilung der vorstehenden Zahlen ein, so lässt ihre Beweiskraft für den ausgesprochenen Grundsatz nichts zu wünschen übrig. Alle Versuche die ich nach demselben Plane anstellte, haben dasselbe Resultat ergeben.

Nachdem wir gesehen haben, dass die Minima der Hubhöhen und der Zuwachs, um den sich zwei in gleichen Intervallen aufeinanderfolgende unterscheiden, von der Stärke und Richtung der Reize unabhängig sind, würde uns derselbe Nachweis nur noch für das Maximum der Zuckung übrig bleiben. Für dieses ist er aber schon geführt in der ausgedehnten Reihe von Beobachtungen, die über den zureichenden und unfehlbaren Reiz angestellt wurden, wie dieses auch auf p. 667 erwähnt ist.

Die Erfolge gestalten sich jedoch ganz anders, wenn man statt der Intensität des Inductionsschlages den Zeitraum variirt, welcher zwei aufeinanderfolgende von einander trennt. Dieses Intervall gewinnt den bedeutendsten Einfluss, vorausgesetzt jedoch, dass die Reize auch wirklich Zuckungen auslösen. Da sie ohne dieses als vollkommen ungeschehen anzusehen sind, so würde es richtiger sein von einem Intervall der Zuckungen statt von einem solchen der Reize zu sprechen. Eine Vertauschung des Ausdrucks lässt sich desshalb nur so lange rechtfertigen, als man unter Reizen unfehlbare versteht. Um die Abhängigkeit des Umfangs der Zuckung vom Intervall der Reize darzulegen kann man auf verschiedene Weise verfahren.

a. Man lasse nachdem eine Pause von zwei bis fünf Minuten vorausgegangen zwei Zuckungen auf einander folgen. Das Intervall welches die Zuckungen eines Paares von einander trennt wähle man nach einer bestimmten Regel veränderlich also z. B. so, dass dasselbe zwischen dem ersten Paar 4 Secunden, zwischen dem zweiten Paar 6 Secunden und so fort bis zu einer Min. und mehr betrage, alsdann lasse man absteigend das Intervall wieder bis zu 4 Secunden sinken. Ein Versuch, der auf diese Weise durchgeführt ist, zeigt, dass die ersten Zuckungen aller Paare nahezu, wenn nicht vollkommen, gleich gross sind. Die zweiten Zuckungen der Paare sind dagegen ungleich gross; und im Allgemeinen grösser als die ersten Zuckungen. Der Werth, um welchen sie die erste Zuckungshöhe übertreffen, wird jedoch um so kleiner, je länger das Intervall dauerte welches die beiden zu einem Paare gehörigen Zuckungen von einander trennte. Das Bild zu welchem eine derartige Beobachtungsreihe führt ist in dem nachstehenden Holzschnitt wiedergegeben.

Fig. XI.



b. Wie hiernach der Zuwachs zweier aufeinanderfolgender Schläge, so wird auch die höchste Stufe, welche die Treppe erlangen kann durch das Intervall der Reize bestimmt. Dieser Satz lässt sich leicht folgendermassen beweisen; man schicke unfehlbare Reize in einem gegebenen Intervall so vielmal hinter-

einander durch die Herzspitze, bis die Hubhöhe nicht mehr weiter steigt. Von nun an ändere man das Intervall und fahre dann abermals mit den Reizen so lange fort bis wiederum die einander folgenden Zuckungen gleich gross sind u. s. w. Auch hier empfiehlt es sich nach einer bestimmten Regel die Dauer der Intervalle zu ändern und sie in auf- und absteigender Reihe anzuwenden. Als Beispiele für diese Art der Beobachtung hebe ich aus meinen Versuchen folgende beide hervor, die an zwei verschiedenen Herzspitzen gewonnen sind. In den obern Zahlenreihen stehen die Intervalle in Secunden, in der untern die Maxima der Hubhöhen; sie sind so geordnet dass unter jedem Intervall die grösste Hubhöhe verzeichnet ist welche bei seiner Anwendung zu erlangen war. —

I.

60.	30.	15.	10.	5.	4.	3.	2.	4.	5.	15.	60	Sec.
$12.^{0}$	$14.^{0}$	$16.^{6}$	$17.^{0}$	$18.^{0}$	$18.^{0}$	$16.^{4}$	$14.^{4}$	$15.^{2}$	$15.^{2}$	$14.^{4}$	$10.^{0}$	m.m.

II.

5.	60.	30.	20.	5	Sec.
$24.^{4}$	$10.^{6}$	$15.^{4}$	$17.^{6}$	$23.^{0}$	m.m.

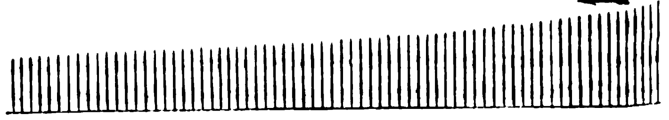
Aus diesen Reihen ist zu ersehen, dass der höchste Hub, welchen die mit reinem Serum erfüllte Herzspitze vollführen kann bei einem Intervall zwischen 4 und 5 Secunden zum Vorschein kommt; verlängert sich dasselbe, so nimmt die Hubhöhe fortwährend ab, bis sie, je nach der Individualität des Herzens, bei einer Pause bis fünf Minuten auf einem Minimum anlangt, unter das sie auch längere Ruhe nicht herabdrückt. Und nicht minder sinkt der Umfang der Zuckungen, wenn man das Intervall von vier Secunden bis auf zwei verkürzt. Unter eine geringere Dauer desselben bin ich selten herabgegangen, weil sich von nun an entweder die Zuckungen zum Tetanus summiren, oder nicht häufiger werden, als bei einem Zeitintervall von zwei Secunden. Das Verhalten der Herzmuskeln gegen rasch aufeinanderfolgende Reize bedarf einer besondern Untersuchung, die namentlich unter Berücksichtigung der mit der Jahreszeit wechselnden Reizbarkeit zu führen ist.

Mit dem Schlüssel, welchen die entwickelten Gesetzmässigkeiten an die Hand geben fällt es nicht mehr schwer, anzugeben ob eine Zuckung der Herzspitze grösser oder kleiner als eine vorhergehende oder eine spätere sein wird, wenn über die Auf-

einanderfolge der Reize disponirt ist. Dabei ist jedoch vorausgesetzt, dass die beiden zu vergleichenden Zuckungen nicht durch eine grössere Zahl in der Mitte liegender getrennt sind, weil unter dieser Bedingung neue Einflüsse zur Geltung kommen.

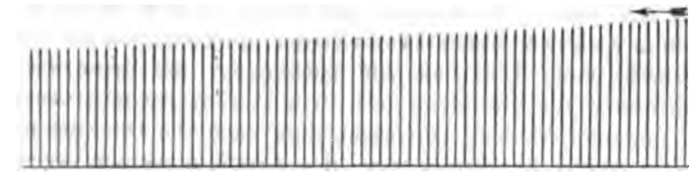
Denn die Abhängigkeit, in welcher der Umfang von der Zahl der ausgeführten Zuckungen und ihrer zeitlichen Folge steht, erschöpft sich nicht mit dem Ausdruck, den sie in der Treppe empfängt; dieses ist selbstverständlich, da die Herzspitze, wie jeder andere Muskel, in Folge der Arbeit an Leistungsfähigkeit verliert; schickt man also durch die Herzspitze eine grosse Zahl von unfehlbaren Reizen, so nehmen die Hubhöhen gradatim bis zum endlichen Verschwinden ab. Ueber den Gang nach welchem diese Ermüdung geschieht kann ich das Folgende aussagen. Wenn man nach den Vorschriften von *H. Kronecker* die obern Enden der in gleichen Abständen über dieselbe Abscisse geschriebenen Hubhöhen durch eine Linie, »die Ermüdungscurve« miteinander verbindet, so sieht man, dass dieselbe entweder geradlinig oder mit einer gegen die Abscisse gerichteten Convexität zu dieser herabsteigt. Veränderte sich mit der wachsenden Zahl der Contractionen der Umfang der Verkürzung, den die einzelne Muskelfaser erleidet, am Herzen in derselben Weise wie an den Schenkelmuskeln, so würde die Curve der Ermüdung ihre Concavität nach der Abscisse gerichtet haben, so dass der Abfall der Zuckungen während der Ermüdung das Gegenbild ihres Aufsteigens in der Treppe gewesen wäre. Ueber den Grund der Erscheinung, die dem Herzmuskel den Anschein giebt, als ob die Grösse seiner Ermüdung mit der wachsenden Zahl der Zuckungen abnähme, wage ich aus Mangel an Versuchen keine Aeusserung. Auf die Steilheit, in welcher die Ermüdungscurve abfällt übt einen sichtbaren Einfluss das Intervall der Reize. Auch über diesen Punkt muss ich vorerst das Ausführlichere schuldig bleiben und mich nur auf die Vorlage zweier (Fig. XII u. XIII) aus meinen hier einschlagenden Beobachtungen beschränken.

Fig. XII.



Intervall von 2 Secunden.

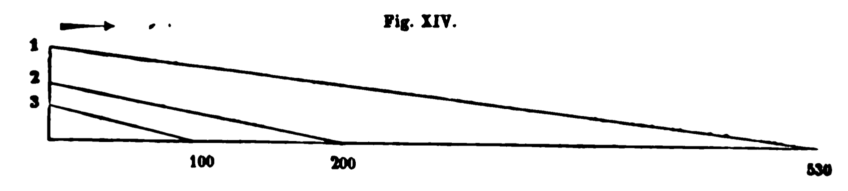
Fig. XIII.



Intervall von 4 Secunden.

Wenn die Zuckungen der Herzspitze in Folge der Ermüdung endlich zu schwach geworden sind, um das Quecksilber noch sichtlich zu heben, so kann man dieselben, ähnlich wie die des ermüdeten Sceletmuskels, wieder dadurch anfachen, dass man das Serum mit welchem der Ventrikel bisher gearbeitet durch neues ersetzt. — Die Arbeitsfähigkeit, die das Herz durch diesen Wechsel gewinnt ist in der Regel nicht unbedeutend, aber sie ist bei weitem nicht so gross als die, welche ursprünglich vorhanden war. Ist die Herzspitze zum zweitenmal durch die ausgeführten Zuckungen ermüdet, so kann sie sich durch eine erneute Veränderung des Serums noch einmal erholen, aber die Leistungsfähigkeit, welche jetzt erzielt wird ist noch geringer als die durch den ersten Serumwechsel hervorgerufene. Fährt man in dieser Weise mit der Ermüdung und dem Wechsel des Serums fort, so gelangt man allmählig an einen Punkt in welchem der Zusatz neuen Serums unwirksam wird. Als ein Beispiel für dieses in verschiedener Richtung beachtenswerthe Verhalten mag der folgende Holzschnitt dienen. Um ihn zu verstehn ist zu

Fig. XIV.



beachten, dass statt der autographirten Zuckungen nur der Abfall der Ermüdungslinie gezogen ist, und die Abscisse, über die sie läuft verkürzt ist. Ihre Länge ist der Zahl der Zuckungen proportional genommen, welche vom Maximum bis zum Verschwinden derselben ausgeführt werden.

Die oberste der drei Linien stellt den Abfall der Ermüdung

der frischen Herzspitze dar; die Länge der Abscisse entspricht einer Zahl von 530 Zuckungen; die zweite Linie giebt die Ermüdung nach dem ersten Serumwechsel; die Länge der Abscisse entspricht einer Zahl von 200 Zuckungen; die dritte Linie endlich giebt die Ermüdung nach dem zweiten Serumwechsel; die Länge der Abscisse entspricht einer Zahl von 100 Zuckungen. — Durch die Vergleichung der Ermüdungslinien ergiebt sich also, dass bei jeder neuen Erholung nicht allein das Maximum der Zuckung kleiner wird, sondern dass auch die Steilheit ihres Absinkens zunimmt.

Ausser den an einem Sceletmuskel zu gewinnenden Aufschlüssen gewährt die Herzspitze noch einen neuen, der sich auf die Stellung bezieht, welche der in verschiedenen Graden ermüdete Muskel zu den Qualitäten des Serums einnimmt. Dieselbe Menge des ursprünglich immer gleich beschaffenen Serums machte zuerst 500, dann nur 200 und endlich nur 100 Zuckungen möglich. Also würde die weniger als halbe Zahl der Zuckungen, welche der Muskel nach der ersten Wiederherstellung gab entweder das Serum ebenso stark verändert haben, als die welche die frische Herzspitze vollführte, oder es muss, wenn dieses nicht der Fall, das Serum reicher an erholendem Stoffe sein, wenn es statt eines frischen den schon einmal ermüdeten Muskel wieder herstellen soll. Auch über diese wichtige Alternative müssen weitere Versuche entscheiden.

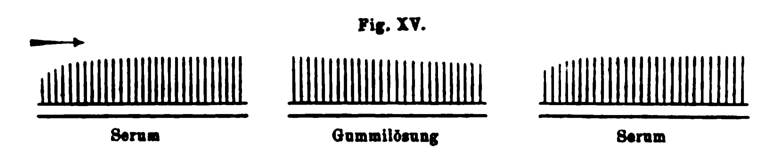
Abgesehen von der Ausdauer und der Grösse des Hubes unterscheidet sich der ermüdete Muskel nicht von dem frischen; namentlich ist ihm das treppenartige Anwachsen der Zuckungshöhen und die Abhängigkeit der letztern vom Reizintervall ebenfalls eigen.

Die Reizbarkeit des Herzens wird eine wesentlich andere wenn man seine Höhle statt mit reinem Serum, mit andern Flüssigkeiten füllt, beziehungsweise dem Serum Gifte zusetzt. Da die neuen Erscheinungen die bisher vorgetragenen wesentlich aufklären, so soll ihre Beschreibung sogleich folgen.

A. Eine Lösung von 0,5 gr. Na Cl. u. 4,0 gr. Gummi arab. in 100 Th. Wasser. Diese Flüssigkeit wendete ich ursprünglich in der Absicht an, um das nicht immer bereite Serum zu ersparen; bei ihrer Anwendung stellte sich aber

heraus, dass dieselbe dem Herzen mannigfach andere Eigenschaften ertheilt, so dass meine Erwartungen zwar nicht erfüllt, wohl aber übertroffen wurden. — Die auffallendste Abweichung zeigte das mit Gummilösung erfüllte Herz durch sein Verhalten nach einer längern Ruhezeit. Wenn nach ihrem Ablauf die regelmässige Folge der Reize wieder eingeleitet wurde, so fehlte das treppenförmige Ansteigen der aufeinanderfolgenden Zuckungen. Um mich davon zu überzeugen, dass dieser Ausfall nicht auf die Individualität des Herzens sondern auf die chemischen Eigenschaften der Flüssigkeit zu beziehen sei wurde dieselbe Herzspitze wechselnd erst mit Serum dann mit Gummilösung und schliesslich wieder mit Serum gefüllt, und jedesmal eine längere Zeit gewartet ehe die gleichstarken und in gleichem Intervall eintreffenden Inductionsschläge durch den Herzmuskel geleitet wurden. — Der Holzschnitt XV giebt das Resultat eines Versuches wieder.

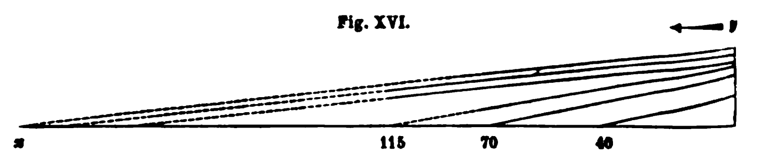
Fig. XV.



Der Ausfall des treppenförmigen Ansteigens der Zuckungen war übrigens nicht in allen Beobachtungsreihen so scharf ausgeprägt, wie in dem vorgelegten Autograph, aber auch da, wo es erschien, trug dasselbe insofern einen abortiven Charakter, als schon nach einer oder nach zwei Zuckungen das Maximum erreicht war. Im Allgemeinen schienen die Beobachtungen dafür zu sprechen, dass nach sehr langen Pausen von 10 Minuten und mehr diese abortiven Treppen häufiger als nach kurzen auftreten. — An die Stelle der Erscheinung, dass innerhalb gewisser Grenzen mit dem Wachsen der Ruhezeit die erste der auszulösenden Zuckungen abnahm, trat nun die entgegengesetzte Wirkung der Ruhe; es wuchs die erste der nach ihr ausgelösten Zuckungen mit der Dauer derselben, und zwar in einem nicht unbedeutenden Grade, wenn man die genannte Zeit 10 Minuten lang währen liess. Somit verhielt sich jetzt die Herzspitze wie jeder andere quergestreifte Muskel, aber, wie mir scheint, doch nur qualitativ, denn die Erholung war am Herzen eine viel mächtigere als an den Muskeln, welche ich in den Versuchen

meines Freundes *Kronecker* arbeiten sah. Ihr Anspruch auf eine grössere Erholung stützte sich nicht allein auf die viel grössere Hubhöhe, welche die Herzspitze unmittelbar nach jeder längern Ruhe ausführen konnte, sondern namentlich darauf, dass die in der Erholungszeit gewonnene Leistungsfähigkeit durchaus nicht so rasch wieder abfiel, wie dieses am gewöhnlichen Sceletmuskel zu geschehen pflegt. Als ein Beispiel dafür, was die Ruhe für das mit Gummilösung gefüllte Herz leisten kann, gebe ich statt schwierig zu übersehender Zahlen in dem folgenden Holzschnitt das Bild eines Versuches wieder. Auf y sind die Hubhöhen in der vom Schwimmer gezeichneten Grösse getragen, auf x dagegen sind die Längen den Zahlen der ausgeführten Schläge proportional. Jede der 6 Linien entspricht einer Reihe von Schlägen, die je 7 bis 10 Minuten nach Abschluss der vorhergehenden begann. Der ausgezogene Theil dieser Linie ist nach der Zahl der wirklich ausgeführten Schläge construirt, der getupfte unter der Voraussetzung weitergezogen, dass der Abfall der Hubhöhen in den nicht beobachteten Schlägen gerade so wie in den beobachteten stattgefunden. Die Zahlen unter der Abscisse bedeuten, wie viel Schläge bis zu dem Punkte, wo sie stehn von der Herzspitze ausgeführt sind.

Fig. XVI.



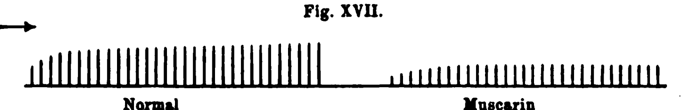
Nach diesen und ähnlichen Versuchen dürfte nicht allein der vorbin gethane Ausspruch über die Erholung durch Ruhe, sondern auch der Wunsch berechtigt sein, durch eine besondere Versuchsreihe den Gang der Erscheinungen weiter zu verfolgen, wobei nach meinen Beobachtungen namentlich auch die alternirende Füllung mit Serum nicht vernachlässigt werden dürfte.

Verhält sich bis dahin die mit Gummi gefüllte Herzspitze anders als die serumhaltige, so gleicht sie in allen übrigen Stücken dem letztern, indem Alles, was dort über den zureichenden und unfehlbaren Reiz gefunden ward, auch hier in voller Geltung steht.

B. Lösung von Muscarin in Kaninchenserum. Dieses durch die Untersuchungen von *Schmiedeberg* berühmt

gewordene Gift wurde dem Serum aus Kaninchenblute zugesetzt, das in die Höhle der Herzspitze gefüllt war, und um die Wirkung des Giftes unabhängig von den Eigenthümlichkeiten des dem Versuche ausgesetzten Herzens zu erkennen, ward dasselbe vor der Vergiftung einer Reihe von Reizen ausgesetzt. Hiebei zeigte sich nun (siehe den folgenden Holzschnitt), dass das treppen-

Fig. XVII.



artige Ansteigen der Zuckungen, welches durch eine Reihe unfehlbarer Reize nach einer längern Ruhe erzeugt wird, sich dahin verändert, dass die minimale und maximale Zuckung und ebenso der Zuwachs von einem zum andern Hube während der Vergiftung auffallend kleiner als vorher wurden. Hieraus folgt denn schon, dass bei Reizen von gleichen Intervallen das Zuckungsmaximum am unvergifteten Herzen sich immer grösser als am muscarinirten stellt. Diese Regel erleidet jedoch eine beachtenswerthe Abweichung bei Intervallen die kürzer als vier Sec. sind. Man wird sich erinnern, dass wenn das Intervall der Reize, die am unvergifteten Herzen wirkten bis zu einer Dauer von vier Secunden abgenommen hatte, die grösste Zuckung erhalten wurde, die überhaupt zu gewinnen war, dass aber, wenn sich die Reize noch schneller folgten z. B. nach je drei oder zwei Secunden die Zuckungshöhe absank. An der mit Muscarin vergifteten Herzspitze wächst dagegen die Zuckungshöhe fort und fort mit dem abnehmenden Intervall, so dass hier die grösste Hubhöhe erschien, als sich die Reize in je zwei Secunden folgten, und da bei diesem kurzen zeitlichen Abstand die Zuckungen der Herzspitze sehr bedeutend emporsteigen, so ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass das Zuckungsmaximum, das ein vergiftetes Herz bei 1 Secunde Intervall erreicht grösser ist, als das unter denselben Umständen vom unvergifteten Herzen gewonnene.

Die Wirkungen, welche soeben beschrieben sind treten nach der Muscarinvergiftung nicht momentan, sondern erst dann deutlich hervor, wenn seit dem Beginn derselben mindestens 10 Minuten verstrichen sind. Wird das vergiftete Herz zu zahlreichen Zuckungen veranlasst, so verschwindet die Wirkung des Mus-

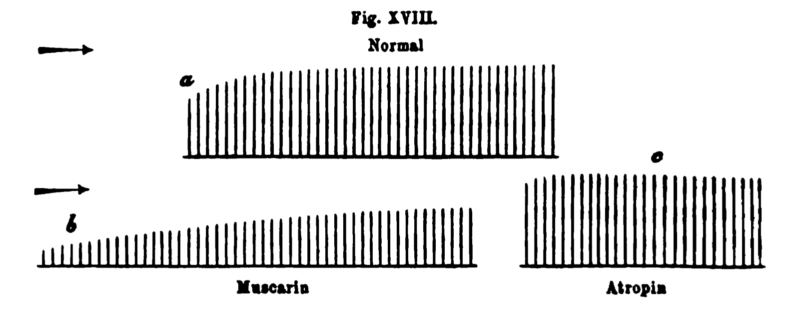
carins etwa im Verlauf von 1—2 Stunden allmählig; ist dieses geschehn, so kann die Herzspitze abermals durch eine neue Gabe des Muscarins vergiftet werden.

Da die Möglichkeit denkbar war dass das Muscarin den Elasticitätscoefficienten der Herzwand herabsetzte, und da, wäre dieses geschehn, der geringe Zuckungsumfang der Herzspitze aus einer verminderten elastischen Spannung der Wand abzuleiten gewesen wäre, so steigerte ich die letztere dadurch dass ich das ruhende Herz unter einem höhern Druck als gewöhnlich füllte. Diese Druckerhöhung zeigte sich jedoch für den Zuckungsumfang als durchaus unwirksam; der letztere blieb unverändert, gleichgiltig ob das ruhende Herz unter einer 30 oder einer 100 M. M. hohen Wassersäule stand.

Mit Ausnahme der erwähnten verhielt sich die mit Muscarin vergiftete Herzspitze in allen übrigen Punkten wie die unvergiftete.

C. Lösung von Atropin in Kaninchenserum. Nach den glücklichen Versuchen mit Muscarin lag es nahe auch die Wirkung seines Gegengiftes, des Atropins zu prüfen. Zunächst ward so verfahren, dass der Reihe nach dieselbe Herzspitze zuerst unvergiftet, dann mit Muscarin und endlich mit Atropin vergiftet nach vorausgegangener Ruhezeit einer Reihe unfehlbarer Reize ausgesetzt ward. In der That zeigte sich auch hier das Atropin als ein Antidotum des Muscarins. In den drei verschiedenen Zuständen wurden Zuckungsreihen erhalten, wie sie der folgende Holzschnitt wiedergiebt. — Vom unvergifteten Her-

Fig. XVIII.



zen ist *a*, vom muscarinirten *b*, vom atropinirten *c* geliefert.

Durch das Atropin wurde also das stufenartige Ansteigen der Zuckungen zum Verschwinden gebracht, während es durch das Muscarin in stärkerem Grade ausgeprägt worden war. —

An diese Thatsache reihten sich die folgenden andern. — Bei voller Vergiftung war die erste Zuckung nach einer längern Ruhe die grösste. Wurden hinter ihr her die Schläge wiederholt, so trat ein Absinken derselben ein, das um so steiler ward je kürzer die Zwischenzeiten der Reize gewählt wurden. Aendert sich also in einer längern Reihe aufeinanderfolgender Inductionsschläge das Intervall, so wird der Umfang der Zuckung mit der wachsenden Zwischenzeit zunehmen, so dass die höchste der erreichbaren Zuckungen nicht wie während der Muscarinvergiftung bei 2 Sec. oder bei dem mit Serum gefüllten unvergifteten Herzen bei 4 Secunden langem Intervalle, sondern weit ab gegen die langen Intervalle hin liegt. —

Die absoluten Grössen des Zuckungsumfanges, welche die Herzspitze erreichen kann sind im atropinirten Zustande bedeutender als im unvergifteten; wie gross der Unterschied zu werden vermag zeigt der nachstehende Abdruck zweier Autographien von denen *a* vor u. *b* nach der Atropinvergiftung gewonnen ist.

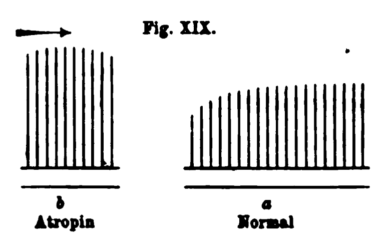


Fig. XIX.

Die Dosen des Atropins, welche nothwendig sind, um die bis dahin beschriebenen Wirkungen deutlich hervortreten zu lassen, sind im Verhältniss zu denjenigen, welche man nach *Schmiedeberg* am unversehrten Herzen behufs der Vergiftung anwenden muss, grosse zu nennen. Während dort unwägbare Spuren genügen, reichten hier erst 0,6 Milligrammen des Giftes die in die Höhle der Herzspitze gebracht wurden, aus. In allen andern als den erwähnten Beziehungen verhielt sich das atropinirte Herz wie das unvergiftete.

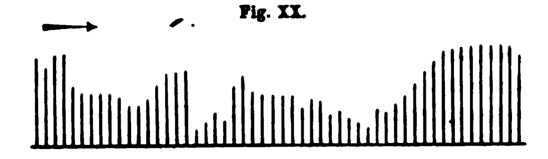
D. Lösung von Delphinin in Kaninchenserum. — Grössere Gaben dieses Giftes z. B. ein Milligramm zerstören die Reizbarkeit rasch; werden dagegen kleinere von z. B. 0,1 Milligramm dem Inhalt der Herzspitze zugesetzt, so erhält sich die Reizbarkeit derselben lange Zeit unter dem Auftreten sehr bemerkenswerther Erscheinungen. — Ein Inductionsstrom, welcher vor der Vergiftung stark genug war, um als unfehlbarer Reiz zu wirken, reicht nach der Vergiftung zu dem genannten Zwecke nicht mehr aus, so dass, um eine regelmässige Pulsfolge zu

erzielen die Stärke des Inductionsstroms nicht unbedeutend anwachsen muss. Oft genug hilft aber auch die mächtigste Verstärkung des Stromes zu dem beabsichtigten Zwecke nicht. Wenn aber nur die stärksten Reize Zuckungen auslösen und auch diese, trotzdem dass sie in regelmässigen Intervallen auftreten, nur dann und wann eine Zuckung hervorrufen, so wird der Annahme nichts entgegenstehn, dass die delphinirte Herzspitze nicht bloss weniger reizbar geworden, sondern dass sie ihre Fähigkeit, von den Inductionsschlägen erregt zu werden, zeitweilig ganz verloren habe.

Bei der Vergiftung mit Delphinin verschwindet ebenso wie bei der mit Atropin die Treppe.

Während der Vergiftung mit Delphinin treten aber auch ohne Zuthun äusserer Reize Zuckungen der Herzspitze auf, welche also von inneren Reizen ausgelöst sein müssen. Diese selbstständigen Zuckungen sind zwar an Umfang und an Arbeitskraft sehr verschieden, aber viele von ihnen stehen an Stärke den kräftigsten Contractionen der unvergifteten Herzspitze nicht nach und einzelne übertreffen dieselben sogar. Da der folgende Holzschnitt eine Anzahl von autographirten Eigenzuckungen der delphinirten Herzspitze in der Reihenfolge wiedergiebt in wel-

Fig. XX.



cher sie auftraten, so wird eine weitere Schilderung ihrer veränderlichen Grösse nicht nöthig sein. — Aus dem regelmässigen Abstand in welchem die Spitzenschläge in der vorstehenden Zeichnung aufeinander folgen, darf man nicht schliessen dass sie in zeitlicher Regelmässigkeit erschienen seien. Der Anschein entsteht in diesem Falle nur dadurch, dass die Trommel nach jeder Zuckung mit der Hand um eine halbe Windflügeldrehung weiter bewegt wurde. In der That waren die Zeiträume, welche zwischen zwei Schlägen verflossen an dieser wie an andern delphinirten Herzspitzen sehr ungleichmässig; bald betrugen sie 5 Secunden und bald auch mehr als zwei Minuten. Der gesammte Zeitraum, in welchem die delphinirte Herzspitze selbst-

ständig schlägt ist dabei kein nur kurz vorübergehender; ich sah ihn länger als 30 Minuten andauern. — Wenn man den Verlauf solcher Eigenzuckungen auf einer rasch rotirenden Trommel aufzeichnen lässt, so stellt sich derselbe als ein durchaus regelmässiger dar; vielleicht nur, dass der Gipfel der Curve etwas breiter als gewöhnlich ist. Zugleich aber finden sich nicht selten Doppelschläge, deren Gipfel jedoch deutlich von einander abgesetzt sind.

Wenn man in der Periode, in welcher die delphinirte Herzspitze Eigenzuckungen ausführt, eine Reihenfolge von Inductionsschlägen durch sie sendet, so treten zuweilen die Zuckungen in dem Intervall der Reize auf, zuweilen aber trifft es sich auch, dass die Spitze in der Zeit, die zwischen zwei Reizen liegt selbstständig zuckt. Geschieht dieses, so wird auch den Inductionsschlägen die Fähigkeit geraubt, gleich umfängliche Contractionen hervorzurufen; in diesem Fall gewinnt dann die Zuckungsreihe das unregelmässige Ansehn, welches der Holzschnitt XXI wie-

Fig. XXI.



dergiebt. Zuweilen kommt es sogar vor, dass die Eigenzuckungen noch fortdauern, wenn die Inductionsschläge der kräftigsten Art durchaus ohne Wirkung bleiben. Dass es sich dann um einen Zustand handelt, in welchem, wie es ja öfter in Muskeln vorkommt, nur der Inductionsschlag seine reizende Wirkung eingebüsst hat, geht daraus hervor, dass durch die Berührung der Ventrikeloberfläche noch Zuckungen auszulösen sind.

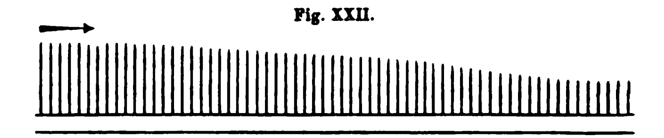
E. Aenderung der Temperatur. Durch frühere Versuche, insbesondere aber durch die von *Cyon* [1]) ist bekannt, dass mit der steigenden Temperatur Umfang und Arbeitskraft der Systole des Ventrikels eines unversehrten Herzens abnehmen. Ob dieses geschieht, weil sich die natürlichen Herzreize, oder die Reizbarkeit der Muskelsubstanz geändert haben, blieb natürlich unbekannt. Die Entscheidung hierüber konnte ich jetzt dadurch herbeiführen, dass ich prüfte, ob sich die Herzspitze bei Anwen-

1) Diese Berichte, 1866.

dung eines constanten und maximalen Reizes, unter ähnlichen Umständen ähnlich wie das unversehrte Herz verhielte. Hiemit war denn auch Gelegenheit gegeben, zu versuchen, ob die etwa eintretende Verminderung der Zuckung durch Atropin gehoben werden könnte.

Die erste dieser beiden Fragen wurde durch den Versuch dahin beantwortet, dass mit der steigenden Wärme trotz der maximalen Reize die Zuckung an Umfang verlor. Das Gesetz, nach welchem dieses letztere erfolgt gleicht demjenigen, nach welchem die Zunahme des Zuckungsumfangs bei der Treppe geschieht. Eine Linie, welche die obern Enden der aufeinanderfolgenden Zuckungen verbindet, stellt eine leicht gebogene Curve dar, welche ihre Concavität nach der Abscisse wendet.

Fig. XXII.



Die zweite der vorhin aufgestellten Fragen ward verneint. Während der Steigerung der Temperatur verhält sich das Herz, welches mit Atropin vergiftet war gerade so wie das unvergiftete. Ein Umstand, der die Messungen am erwärmten Herzen sehr erschwert ist dadurch gegeben, dass das Serum sehr bald seine erholende Eigenschaft einbüsst, so dass bei einer Versuchsreihe, die mit niederer Temperatur beginnt und durch eine höhere hindurch zu der letzteren zurückgeht nicht etwa zu dem Resultate führt, dass die Zuckung bei der Wiederabkühlung der Herzspitze zu demselben Umfang zurückkehrte, von dem sie vor Erwärmung ausgegangen war. Die Zuckung kommt erst dann auf ihre frühere Höhe wenn das alte Serum durch frisches ersetzt ward.

F. Ligatur des Vorhofes. Aus den Versuchen von *Coats* [1]) geht schon hervor, dass die electrische Reizung des Ventrikels während der bestehenden Erregung des n. vagus zu kleinern Zuckungen, als ohne dieselbe führte. Mit meinen verbesserten Hilfsmitteln erschien es mir von Interesse, zu prüfen, ob sich mittelst des regelmässig wiederkehrenden electrischen Reizes an einem Herzen, dessen Hemmungsnerven in Erregung

1) Diese Berichte, Jahrgang 1869.

standen die Erscheinung, welche wir die Treppe nannten hervorrufen lasse. Die selbstständigen Zuckungen des Herzens unterdrückte ich durch eine Ligatur um den Vorhof und reizte in regelmässigen Intervallen die Ventrikel. In der That konnte die Treppe in einer Vollkommenheit hervorgerufen werden, wie sie sonst nur an dem mit Muscarin vergifteten Herzen zum Verschein kommt. So bedurfte es z. B. in einem Falle 54 Schläge, welche in 2 Secunden Intervall aufeinander folgten, um von einer Anfangszuckung von 2 M. M. auf die maximale von 17 M. M. zu steigen. Diesen hoffnungsvollen Versuch konnte ich aus Mangel an Zeit nicht weiter verfolgen.

Inwiefern sind nun die vorgetragenen Thatsachen geeignet unsere Vorstellungen über die Vorgänge im Innern der Muskelröhren und insbesondere in denen des Herzens zu fördern?

1. Die Abhängigkeit, in welcher sich die Grösse einer Herzzuckung von der Zahl aller schon vorausgegangenen und dem Zeitraum befindet, der zwischen ihr und ihrer nächsten Vorgängerin verflossen, mit einem Worte die Erscheinung der Ermüdung durch Arbeit und der Erholung durch die Ruhezeit lassen sich auf die von andern Muskeln her bekannten Regeln zurückführen, wenn das Herz entweder mit kochsalzhaltiger Gummilösung gefüllt oder mit Atropin vergiftet ist. Demgemäss sind alsdann alle Erscheinungen zu erklären durch die Annahme, dass in dem überlebenden Muskel ein bestimmter Vorrath eines Stoffes vorhanden sei, von welchem in der Zeit zwischen je zwei Zuckungen ein begrenzter Antheil in einen solchen Zustand übergeführt werde, dass er durch den Reiz veranlasst eine Zuckung einzuleiten und ihre Arbeitskraft zu bestreiten vermöge. Sowohl die Geschwindigkeit mit welcher diese Aenderung der Masse als auch die Gewichtsgrenze bis zu welcher sie vor sich geht ist abhängig von dem Vorrath jenes verwandelbaren Stoffes, so dass mit der Zahl der schon ausgeführten Zuckungen nicht allein für gleiche Reizintervalle der Umfang der Zuckung abnimmt, sondern auch durch grössere Intervalle der ursprüngliche Zuckungsumfang nicht mehr zu erreichen ist.

Mit diesen Annahmen ist aber nicht mehr auszukommen, wenn es sich darum handelt die Thatsachen zu erklären, welche der mit Serum gefüllte oder der mit Muscarin vergiftete, oder der vom gereizten Vagus innervirte Ventrikel darbietet. Denn nun stellt sich die mit der eben versuchten Erklärung unvereinbare

Erscheinung ein, dass bis zu einer gewissen Grenze der Umfang der Zuckung mit der Dauer des Intervalls abnimmt. Da nun den zuerst erwähnten Thatsachen gemäss (Atropinvergiftung etc.) auch der Herzmuskel während der Ruhezeit an Zuckungsfähigkeit gewinnt, so muss man für die zuletzt erwähnten Zustände (Vagusreizung, Muscarinvergiftung u. s. w.) annehmen, dass während der Zuckungspause im Gegensatz zu den Bedingungen, welche den Umfang der Contraction vergrössern, auch noch andere entstehen, welche den Umfang derselben zu verkleinern trachten. Diese letztern dürften am besten mit der Reibung desshalb verglichen werden, weil durch ihr Auftreten der Eintritt der Zuckung nicht erschwert, sondern nur ihre Excursion herabgesetzt wird. Jede Zuckung würde demnach aus der Zusammensetzung zweier im entgegengesetzten Sinne gerichteter Antriebe resultiren, wir wollen sagen eines beschleunigenden und eines dämpfenden.

Ueber die Eigenschaften des Antriebes, welcher die Excursion der Zuckung herabsetzt empfangen wir durch die regelmässig wiederkehrenden Reizungen noch weitere Aufklärungen. — Durch eine vollführte Zuckung werden die dämpfend wirkenden Bedingungen theilweise zerstört, und in der Ruhezeit wieder hergestellt, so dass die Ermüdung und Erholung ebensogut für den dämpfenden als für den beschleunigenden Antrieb gilt, doch mit dem Unterschied, dass die Erholung des ersteren langsamer fortschreitet als die des letzteren, in Folge dessen der Zuckungsumfang mit dem abnehmenden Reizintervalle zunimmt. Die Stärke, mit der sich die Dämpfung geltend macht, wächst bedeutend unter Umständen, welche die Beihilfe einer Nervenreizung wahrscheinlich wenn nicht gewiss machen; sollte also auch sie, ähnlich wie die, welche zur Vergrösserung der Excursion führt, eine ausgelöste Bewegung sein? — Wenn die Bedingungen, welche eine Dämpfung erzeugen, während einer längern Ruhe stark entwickelt sind, so können sie erst durch eine Reihe von Zuckungen auf das Maass zurückgeführt werden, mit welchem sie sonst in dem gegebenen Intervall wirksam sind. Auch hierin liegt eine vollkommene Analogie mit der Zeiterholung des gewöhnlichen Muskels. — Wenn der Herzmuskel durch die fortwährend wachsende Zahl seiner Zuckungen dem Tode entgegengeht, so schwinden die beschleunigenden und die dämpfenden Bedingungen in gleichem Maasse, so dass auf jeder Stufe der Ermüdung durch die gleiche Aenderung der Intervalle auch

die Grösse der Zuckungen in demselben Sinne beeinflusst werden kann.

Da an den Muskeln des überlebenden Herzens die Entstehung dämpfender Bedingungen nur unter ganz bestimmten Umständen beobachtet wird, so bleibt es zweifelhaft, einerseits, ob auch das normale Herz dieselben entwickelt, und andererseits, ob nicht alle quergestreiften Muskeln sie unter ähnlichen Umständen zeigen. Andeutungen für ihre Anwesenheit liegen in der That vor, so z. B. in den Erscheinungen, welche *Wundt* [1]) als secundäre Modification beschrieben hat.

2. Der Inductionsstrom geringster Stärke, welcher eine Herzzuckung auslöst, ruft nicht die schwächste der möglichen Zuckungen hervor und es steigt auch nicht der Umfang der letztern bis zu einem unüberschreitbaren Maximum, wenn die Intensität des erregenden Stromes anwächst. An unserem Object bewirkt der Inductionsstrom entweder eine Zuckung oder er vermag dieses nicht; und vermag er das erstere, so ruft er auch gleich die umfangreichste Zuckung hervor welche der Inductionsstrom zur gegebenen Zeit überhaupt auslösen kann. Daraus folgt unmittelbar, dass der Grund wesshalb die Herzspitze in verschiedenem Umfang zuckt in den veränderlichen Eigenschaften ihrer Muskelfaser selbst zu suchen ist. Es wird kaum nöthig sein, auf die grosse praktische Bedeutung dieses Satzes hinzuweisen.

3. Wenn ein Inductionsstrom die sog. maximale Grenze überschritten hat, so erzeugt er in dem gewöhnlichen quergestreiften Muskel, so oft er denselben trifft auch eine Zuckung; am Herzen aber gelingt ihm dieses nur dann, wenn er über die untere Grenze des sog. maximalen Werthes noch bedeutend gewachsen ist. Man könnte sagen, es sei durch den Abstand der Intensitäten vom hinreichenden zum unfehlbaren Reize dem Herzen gleichsam ein Ersatz geboten für eine andere ihm fehlende Eigenschaft, für die nämlich, innerhalb gewisser Grenzen der Stromesstärke seine Zuckung von dem minimalen zum maximalen Umfange anschwellen zu lassen. Bei der Aufstellung einer solchen Analogie wäre aber zu beachten, dass das Gesetz, welches die Sicherheit der Wirkung eines Inductionsstromes bestimmt der unter der Grenze der unfehlbaren Intensität liegt

1) *Reichert* und *du Bois-Reymond's* Archiv 1859. 537 u. 1861. 781.



kein so einfaches ist, wie das, welches den Umfang der Zuckung bei untermaximalen Reizen regelt. Denn die Beobachtung lehrte, dass ein Reiz von nur hinreichender Stärke in Zeitabständen die sich nach Secunden bemessen, bald wirksam und bald unwirksam war, ohne dass man eine äussere Veranlassung für das eine oder das andere anzugeben wusste. Somit blieb uns nur die Annahme übrig, dass die Reizbarkeit des Herzens kein Gleichgewichtszustand, sondern ein rasch veränderlicher Vorgang sei, insofern als die Grade derselben, welche den schwächern Reizen zugänglich sind auftreten oder verschwinden, wie Wellen, die in unregelmässiger Folge über das constante Niveau des unfehlbaren Reizes emporsteigen. — Mit dieser Veränderlichkeit der höhern Empfänglichkeitsgrade contrastirt die Beständigkeit der Grenzen, welche durch den unfehlbaren Reiz gemessen werden; um eine sichere Wirkung zu erzielen, brauchte, wie wir sahen, die Intensität des Inductionsstromes nicht zu wachsen, wenn auch der Umfang der Zuckung durch Muscarinvergiftung, oder die Grösse der Ladung durch Ermüdung abgenommen hatte. Die einzige, fast regelmässig wiederkehrende Verschiebung, welche die Grenzen des unfehlbaren Reizes und zwar in der Richtung nach den niedern Stromstärken hin erfuhren, trat ein, wenn die Herzspitze eine grössere Zahl von Schlägen in gleichen Intervallen ausgeführt hatte. Durch eine längere Ruhe nahm also die Empfänglichkeit ab, während sie durch eine Reihe von Zuckungen erhöht wurde. Durch diesen Umstand wird denn noch die folgende Betrachtung angeregt.

Die Reizung des n. vagus, die Umbindung des Vorhofs und die Vergiftung durch Muscarin rufen am unversehrten Herzen zwei Reihen von Erscheinungen hervor: den Ausfall von Contractionen und die Erniedrigung des Umfangs der erschienenen. Sind die beiden Veränderungen welche sie erzeugen auf dieselbe Ursache zurückzuführen? Der Ausfall der Zuckungen lässt sich auf zwei verschiedene Weisen erklären; entweder dadurch, dass die Empfänglichkeit der Muskelfaser für den Reiz geringer wird, dass ein solcher, der bisher unfehlbar wirkte, auch ohne eine Schwächung zu erleiden, nun in das Bereich der nur hinreichenden tritt, oder dadurch dass der Reiz selbst an seiner Stärke einbüsste. Da während der Muscarinvergiftung der Inductionsstrom, um als Reiz unfehlbar zu bleiben, nicht verstärkt werden musste, so gewinnt es den Anschein, als ob damit

für die zweite der genannten Möglichkeiten entschieden wäre. Ohne damit die Bedeutung dieser Erfahrung beeinträchtigen zu wollen, geben wir doch zu bedenken, dass der Inductionsstrom als Reiz mancherlei Eigenthümlichkeiten bietet, die es unstatthaft erscheinen lassen, ihn in dieser Eigenschaft ohne Weiteres dem natürlichen Herzreize an die Seite zu stellen, und ferner, dass in meinen Versuchen die Abstufung der Reize noch lange nicht auf das erreichbare Maass gebracht wurde.

4. Da die normale Herzspitze aus innerem Antriebe nie zuckt, so ist man berechtigt die Einrichtungen, von denen die innern Herzreize ausgehn in den Vorhof und die nächste Umgebung der Atrioventricularfurche zu verlegen. — Am delphinirten Herzen dagegen zeigt die Spitze Eigenzuckungen, die nicht bloss nach Energie und zeitlichem Ablauf, sondern auch dadurch den normalen Herzschlägen vollkommen gleichen, dass sie lange Zeit hindurch in mehr oder weniger regelmässiger Folge auftreten. Somit gewinnt es den Anschein, als ob die Herzspitze durch die Einverleibung einer spurweisen Menge von Delphinin in ein volles Herz umgewandelt sei. — Ob nun in der That die innern Reize, welche die delphinirte Herzspitze bewegen und die normalen, vom Vorhof ausgehenden identisch oder nicht identisch sind lässt sich nicht entscheiden. Wohl aber zeigt sich von Neuem, dass der Herzmuskel von dem gewöhnlichen quergestreiften wesentlich abweicht, da dieser während der Delphininvergiftung[1]) auf momentane Reize in einen lang dauernden Tetanus verfällt, aber von Eigenzuckungen Nichts sehen lässt.

1) *Weyland.* In *Eckhard's* Beiträgen. V. Bd. 1870. p. 51 u. 68.

H. Kronecker, *Ueber die Ermüdung und Erholung der quergestreiften Muskeln.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Vorgelegt v. d. w. Mitgliede *C. Ludwig.*

Dem Blute war für die Muskelbewegung die höchste Bedeutung zuerkannt worden, lange bevor man vom Standpuncte der mechanischen Wärmetheorie aus die Nothwendigkeit eines Stoffverbrauches bei Arbeitsleistung der Organismen eingesehen hatte.

Nicht nur die Erhaltung der Lebenskraft im Allgemeinen, die Zufuhr plastischer, wie erregender Stoffe, erachtete man als seine Aufgabe, es sollte sogar den Act der Contraction durch Stauung in den Muskel-Gefässen unmittelbar verursachen (*Swammerdam*).

Seit dem *Swammerdam*-*Stenson*'schen Versuche wusste man, dass die von der Circulation ausgeschlossenen Glieder gelähmt werden. *Haller* [1]) zeigte, dass häufig in gleicher Weise die Muskeln paralytisch werden, wenn statt der Arterien die entsprechenden Venen unterbunden sind, und *Bichat* [2]) erweiterte den Satz dahin, dass auch circulirendes venöses Blut auf die Bewegungen des durchströmten Muskels schwächend, zuweilen momentan lähmend wirke.

Der gelähmte Muskel aber bleibt noch längere Zeit erregbar (*Lorry*, [3]) *Humboldt*, [4]) *Longet* [5]). Erst nach 7 Stunden erlöscht die Irritabilität abgebundener Kaninchenschenkel gänzlich. In diesem Stadium bewirkt die Rückkehr des Blutes keine Restitu-

1) Element. phys. 1762. S. 546.
2) Anat. génér. 1812. T. II. p. 279.
3) Récueil périod. 1757. T. VI. p. 15.
4) Gereizte Muskel und Nervenfaser. 1797. Bd. II. S. 88.
5) Traité de physiol. 1857. S. 35.

tion mehr, sondern beschleunigt die Fäulniss. Diesen letzten Effect hat die erneute Blutcirculation auch in früheren Stadien des Absterbens, obwohl sie da vorübergehend die Erregbarkeit wieder herstellt (*Kühne*[1]). Schon weniger als $2\frac{1}{2}$stündige Compression der Bauchaorta des Kaninchens genügt, die Hinterbeine dauernd zu lähmen, während jedoch die dem Willenseinfluss entzogenen Muskeln auf schwache directe und indirecte Reize reagiren (*Sczelkow*[2]). Oft währt es einen ganzen Tag, ehe die Lähmung, welche von $\frac{1}{2}$stündiger Aortencompression zurückgeblieben ist, durch die normale Circulation im Kaninchen gehoben wird (*Schiffer*[3]).

Aus dem Körper gelöste Hundemuskeln sterben, selbst unter übrigens günstigsten Bedingungen, trotz Durchleitung frischen arteriellen Blutes desselben Thieres binnen 20 Stunden, wenngleich während der ersten 4—8 Stunden die Reizbarkeit nicht merklich verändert erscheint (*C. Ludwig* und *A. Schmidt*[4]).

In Blut gebadete Hundemuskeln erhalten sich etwas kräftiger, als in feuchtem Raume aufbewahrte (*Kühne*[5]).

Froschschenkel sollen in frisches Blut getaucht stärkere Contractionen ausführen können, besonders wenn sie vorher mit schwacher Solution von Schwefelleber abgespült worden sind (*Humboldt*[6]); auch in gesättigte Schwefelleberlösung versenkte Muskeln sollen sich sehr lange erregbar erhalten (*Carlisle*[7]), und ursprünglich schwache Muskeln durch Transfusion von 0,7 procentiger Kochsalzlösung leistungsfähiger werden (*Ranke*[8]).

Weniger zahlreich sind die Angaben darüber, wie die Transfusion auf Muskeln wirkt, deren Erregbarkeit in Folge von Contractionen abgenommen hat. Die Wiederherstellung durch Reizung der Ischiadici geschwächter Froschschenkel geschieht schneller und vollkommener, wenn der Blutlauf in denselben

1) Arch. f. Anat. u. Physiol. von *Reichert* und *du Bois-Reymond*. 1859. S. 784.

2) Sitzungsber. d. math.-naturw. Classe d. Wien. k. Akad. d. Wissensch. Bd. 155. 1862. S. 179.

3) Centralblatt f. d. med. Wissensch. 1869. No. 38.

4) Ber. d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. math.-phys. Classe IV. 2. 1868. S. 30.

5) l. c. S. 782.

6) l. c. Bd. II. S. 86.

7) On muscular motion. Transact. I 1805. S. 26.

8) Tetanus 1865. S. 421.

erhalten bleibt (*Kilian*[1]). *Ranke* giebt an, dass abgebundene Froschschenkel wegen des in ihnen enthaltenen Blutes länger zuckungsfähig bleiben, als abgeschnittene.[2])

Andere Versuche lehrten ihn in der Transfusion von indifferenten Flüssigkeiten (verdünnten Kochsalzlösungen) Mittel zur Erholung kennen und leiteten ihn zu dem Satze, dass die Ermüdung des Muskels bedingt werde durch Stoffe, welche sich zufolge seiner Thätigkeit in ihm anhäufen, gehoben durch einfache Wegspülung dieser.

Die alte Erfahrung, dass die Leistungsfähigkeit der Muskeln, welche der Blutcirculation theilhaftig sind, weit grösser ist, als die vom Kreislaufe abgesperrter, ist unter Anderen auch von *Leber*[3]) bestätigt worden, aber zuerst im hiesigen Institute durch genaue Versuche an überlebenden Muskeln geprüft und in ihren Ursachen erkannt worden (*C. Ludwig* und *Alex. Schmidt*[4]). Der tetanisirte, von arteriellem Blute durchflossene Muskel (Semitendinosus eines Hundes) bewahrt danach seine Hubfähigkeit, mit abnehmender Energie, sehr viel länger, als der blutleere. Die Tetanuscurven späterer Contraction unterscheiden sich mehr noch durch einen steileren Abfall, als durch geringere Maximalhöhen von den Curven des frischen Muskels. Der Blutstrom vermag vollkommener die kleinen Hubdifferenzen eines ermüdeten, als die grossen Verluste eines kräftigen Muskels auszugleichen. In jedem Stadium des ermüdeten Muskels giebt es ein im Verlaufe seiner Thätigkeit abnehmendes Zuckungsmaximum, welches durch Ruhe und Blut erreicht, aber nicht überschritten wird. Völlig unreizbare Muskeln können durch 1 Kubikcentimeter Sauerstoff wieder schwach reizbar, durch etwa 4 Kubikcentimeter auf dieselbe Reizbarkeitstufe gebracht werden, welche sie vor einer 3stündigen Blutleere hatten. Hierdurch war der qualitative Nachweis geliefert, dass das sauerstoffhaltige Blut nicht nur die Erregbarkeit eines ruhenden, ausgeschnittenen Muskels, sondern auch dessen Hubfähigkeit in beschränktem Maasse wieder herzustellen

1) *F. M. Kilian*: Versuche über die Restitution der Nervenerregbarkeit nach dem Tode. Giessen 1847. S. 18.

2) l. c. S. 220.

3) Ueber d. Einfluss der Leistung mech. Arbeit auf d. Ermüdung d. Muskeln. Leipzig 1863.

4) l. c.

vermag. Die hiermit gewonnenen Anhaltspuncte liessen es lohnend erscheinen, die Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit des Muskels von dem ihm zugeführten Materiale eingehender zu prüfen.

Dem dahin zielenden Vorschlage des Herrn Professor *Ludwig* folgend habe ich diese Untersuchung im April 1868 im hiesigen physiologischen Institute begonnen und mit langen Unterbrechungen bis jetzt in demselben fortgeführt.

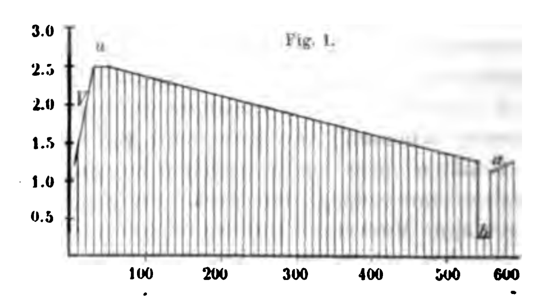
Bei den ersten Versuchen an Säugethiermuskeln erfreute ich mich der Hülfe meines hochverehrten Lehrers und auch bei den späteren hat mich sein gütiger Rath vielfach geleitet.

Die auffallendste Thatsache in der zuletzt besprochenen Abhandlung ist die Restitution der Muskelerregbarkeit durch Transfusion ausserordentlich kleiner Mengen sauerstoffhaltigen Blutes. Diese Erscheinung näher zu prüfen, war der Zweck der ersten Experimente, welche am Semitendinosus und Gastroknemius des Hundes und am Gastroknemius des Frosches angestellt worden sind. Um hierbei die 2 Variabeln, welche die Erholung zu beeinflussen scheinen, die Ruhe und die Circulation gesondert zu erhalten, liess ich in gleichen Zeitintervallen durch Schliessungsinductionsschläge den Muskel erregen. Der zur Beobachtung gewählte Muskel des Hundes ist jedesmal in der Weise vorbereitet worden wie es in der mehrfach erwähnten Arbeit [1]) beschrieben ist. Wie dort, zeigte sich auch bei dieser Versuchsmethode, trotz lebhafter Circulation von arteriellem, defibrinirtem Blute eine continuirliche Abnahme der Leistungsfähigkeit, welche bedeutend schneller sank, wenn der Blutlauf unterbrochen worden war, welche, wenn die Transfusion in einem vorgerückten Ermüdungsstadium wieder aufgenommen wurde, sich constant erhielt, oder selbst ein wenig hob, welche bedeutend und nachhaltig durch Ruhe bei fortgesetzter Blutdurchleitung gesteigert werden konnte, während Ruhe bei aufgehobener Circulation keinen günstigen, bei längerer Dauer mindernden Effect hatte. Es zeigten sich diese Erscheinungen sowohl bei maximalen, als bei submaximalen Reizen. Die Leistungsfähigkeit sank im Anfange des Versuches mit wachsender Arbeitszeit, bei verschiedenen Individuen sehr verschieden schnell, so dass sie in einem Falle schon nach 150 Zuckungen sehr kleine Werthe

1) Diese Berichte, 1868. S. 6ff.

hatte (bei schwächeren Reizen), in anderen erst nach 350, 500 und 600 Zuckungen mit 40—50 Grammen Belastung, während zur vollkommenen Erschöpfung bei fortgesetzter Circulation 1000—1500 Reize nicht hinreichten. Der Anfangstheil der ungestört verlaufenden Ermüdungscurve näherte sich in einzelnen Fällen sehr einer geraden Linie, in einem Versuche, dessen Resultate durch Figur 1 dargestellt werden, liegen alle Endpuncte der als Ordinaten auf die Abscisse der Zeit in gleichen Abständen aufgetragenen Mittelwerthe [1]) von je 10 Zuckungen in einer geraden Linie.

Die Reizungen des mit 40 Grammen belasteten Gastroknemius eines Hundes folgten in Intervallen von 4 Secunden, während Blut unter gleichmässigem Drucke von 35 Mm. Quecksilber den Muskel durchströmte.



V = Verstärkung der Reize, bis sie maximale Zuckungen auslösten. a = Belastung. b = Ueberlastung.

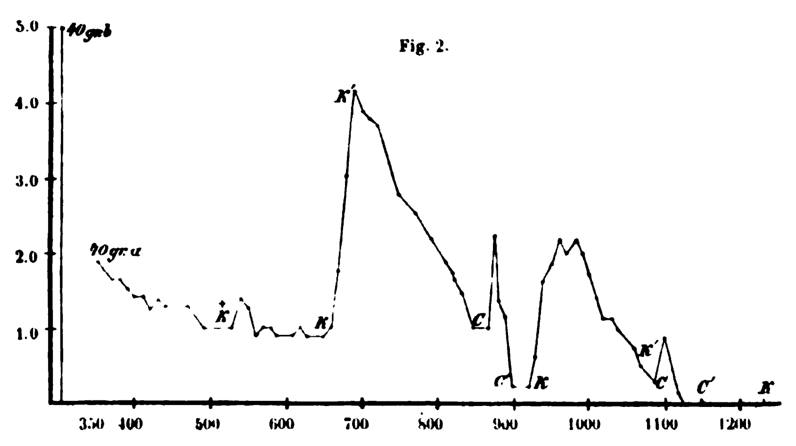
Die Ermüdungscurven der belasteten Muskeln endigen meist asymptotisch der Abscisse sich nähernd. Um zu prüfen, ob nur dem Ohaltigen Blute oder auch anderen, ozonisirten Sauerstoff enthaltenden Flüssigkeiten die Stärkung der Muskeln gelingt, injicirte ich einem Semitendinosus, nachdem derselbe mit 45 Gramm belastet durch nicht maximale Reize stark ermüdet worden war, eine wässrige Lösung von 1% Kochsalz und etwa 0,05% übermangansaurem Kali, welche, nachdem durch Kneten des Muskels die stockende Circulation in Gang gebracht worden, die Contraction bedeutend und nachhaltig steigerte. Zwei weitere

1) Diese sind bei den graphischen Darstellungen der Resultate, der Deutlichkeit wegen 10fach vergrössert, so dass die nebenstehenden Zahlen in Wahrheit Millimetern entsprechen.

Versuche an Hunde-Gastroknemien lehrten, dass eine 2procentige Lösung von zweibasisch-phosphorsaurem Natron die Muskelerregbarkeit nicht erhöht. Es hat also die Entfernung von freier Kohlensäure aus dem Muskel, oder die Ausspülung desselben mittels einer im Uebrigen unschädlichen Flüssigkeit, nicht den Erfolg, wie die Sauerstoffzufuhr. Aber auch der Sauerstoff, wenn er mit Hülfe des transfundirten übermangansauren Kalis dem Muskel abgegeben wird, ist keineswegs ein unfehlbares Mittel zur Restitution, während er, durch die Blutkörperchen übertragen, nur sehr selten seine Hülfe versagt.

Um nun die Differenzen in der Wirksamkeit verschiedener Sauerstoffträger eingehender zu studiren, wendete ich mich an die Froschmuskeln, weil diese, auch bei längerer Entziehung von Blut, arbeitsfähig bleiben.

Hier zeigten gleich die ersten, an den Gastroknemien des Frosches angestellten Ermüdungsversuche eine so prompte, bedeutende und nachhaltig belebende Wirkung erstaunlich kleiner, durch die Muskeln geleiteter Mengen von übermangansaurem Kali, dass mir dieses in Bezug auf Muskelrestitution völlig gleichwerthig mit arteriellem Blute erschien.



K = sehr mangelhaft e Circulation von Kali hypermang. Solution. *K* – *K'* = gute Circul.
C–*C'* = Circ. von Cl. Na Solut.

Figur 2 giebt eine Anschauung von der Art dieser Erholung. Die Längeneinheit (1 Centimeter) der Ordinaten entspricht 1 Millimeter Muskelverkürzung, die gleiche Längeneinheit der Abscisse umfasst 100 Contractionen.

Der maximalen Anfangszuckung des mit 40 Gr. überlasteten (40 gr. b.) Frosch-Gastroknemius folgten in Intervallen von 4 Secunden 350 hier nicht betrachtete Contractionen, an welche sich der durch vorstehende Curve repräsentirte Arbeitsverlauf des belasteten (40 gr. a) Muskels schloss. Hier genügten, um die volle Wirkung zur Geltung zu bringen, 10 Cubikcentimeter einer wässerigen Lösung von 0,5 Proc. Kochsalz und etwa 0,01 Proc. übermangansaurem Kali, welches noch röthlich, also nicht völlig zu Mangansuperoxyd reducirt aus der Vene drang. An das ganze Schenkelpräparat waren demnach höchstens 0,15 Milligramm = 0,1 Cubikcentimeter Sauerstoff abgegeben worden.[1]) Zwischen den einzelnen Injectionen von obengenannter Lösung wurden etwa gleiche Quantitäten 0,5procentige Kochsalzlösung transfundirt, welche eine so geringe erholende Wirksamkeit zeigt, dass man dieselbe den noch aus dem Zuflussröhrchen verdrängten Resten der übermangansauren Kalisolution zuschreiben könnte. In der That habe ich bei einer späteren Gelegenheit, vor einer höchst erfolgreichen Transfusion von übermangansaurem Kali, Circulation von Kochsalzlösung völlig indifferent gefunden. Ich will aber gleich hier erwähnen, dass manche Froschschenkel der eingespritzten Salzlösung eine freilich sehr geringe Hebung ihrer Kräfte verdankten, während sie für Lösung von übermangansaurem Kali nicht empfänglicher waren, sondern nur durch Ohaltiges Blut zu neuer Thätigkeit gestärkt werden konnten.

Nachdem ich obigen Versuch mehrmals mit gleichem Resultate wiederholt hatte, glaubte ich ihn für unfehlbar ansehen zu dürfen und beschäftigte mich während der nächsten 10 Tage mit anderen, naheliegenden Problemen. Als ich aber

---

1) Das transfundirte Froschpräparat, dessen Herrichtung weiter unten ausführlich beschrieben wird, besteht aus den beiden unversehrten Oberschenkeln, an denen die Gastroknemien hängen. 1 Gastroknemius enthält etwa $\frac{1}{8}$ der gesammten, durchströmten Muskelmasse beider Schenkel, es käme also im betrachteten Falle auf ihn, bei gleicher Vertheilung des abgegebenen O, höchstens $\frac{0,1}{8}$ Cbctm. = 0,012 Cbctm. O, welcher 190 vergrösserte Zuckungen des mit 40 gr. belasteten Muskels ermöglichte, entsprechend einer Mehrarbeit (im Vergleich zur Arbeit, die der undurchströmte Muskel während der gleichen Zeit voraussichtlich höchstens geleistet hätte) von 0,01176 Kilogrammmeter.

danach[1]) mit besseren Hülfsmitteln die erste Frage wieder aufnahm, konnte ich zu meiner Überraschung das erst gefundene, interessante Factum gar nicht, oder nur sehr unvollkommen bestätigen. Erst länger als ein Jahr später (im Juni 1869) glückte mir dieses oft vergeblich wiederholte Experiment, als ich es während eines mehrtägigen Aufenthaltes in Würzburg auf den Wunsch des Herrn Professor *Fick* improvisirte, an zwei auf einander folgenden Tagen in eclatanter Weise. Trotz vieler Bemühungen ist es mir nicht möglich gewesen, die Bedingungen ausfindig zu machen, welche das Gelingen des besprochenen Experimentes sichern. Wir machen hier wieder die Erfahrung, welche *du Bois-Reymond* in seinen »Untersuchungen über thierische Electricität« ausführlich besprochen hat,[2]) »dass die Jahreszeit ein Punct von grossem Belang beim Frosche ist, und zwar, allem Anscheine nach, nicht nur in Folge der verschiedenen Luftwärme, der die Gliedmassen nach dem Tode ausgesetzt sind, sondern zum Theile vermöge bestimmter Unterschiede, welche durch den typischen Kreislauf des individuellen Lebens bedingt werden, ihrerseits aber allerdings wieder unstreitig unter der Botmässigkeit der kosmischen und meteorologischen Einflüsse stehen. Im Frühlinge vor der Begattung ist die Reizbarkeit nach dem einstimmigen Zeugnisse aller Beobachter am grössten und am längsten ausdauernd; die heisse Sommerzeit ist am ungünstigsten.« Es war sonach nicht immer auf grob unterschiedene Resultate bei Versuchen über die Wirkungsart der erholenden Stoffe auf den Muskel zu rechnen, sondern es musste die Methode so vervollkommnet werden, dass auch feinere Differenzen in dem Ermüdungsverlaufe unter gegebenen Bedingungen erkennbar würden, und durch ihre Constanz beweiskräftig. Als ich zu diesem Behufe die experimentellen Hülfsmittel so weit verbessert hatte, dass die Apparate bei mehrstündigem Gebrauche keine Fehlerquellen mehr in die Versuche einführten, kamen so unerwartete Gesetze betreffs des Ermüdungsverlaufes zu Tage, dass ich das Studium derselben zur Hauptaufgabe der vorliegenden Arbeit machte. Alle Erscheinungen, welche unter dem Einflusse der wesentlichsten und natürlichsten Modificationen der Arbeits-Art, Grösse und Folge durch die Versuche fixirt

1) Im Mai bei einer Temperatur von 20—23° Cels.

2) Band II. S. 164.

[illegible] einfache Gesetze,
[illegible] an einem anderen Orte [illegible] bereits
[illegible]

[illegible] Einfluss auf den Gang der Er-
[illegible] zwischen den
[illegible] Dieser Punct
[illegible] Gebiete
[illegible] worden.
[illegible] Intensität
[illegible] erforscht
[illegible] dass die
[illegible] Muskel
[illegible] Stromesrichtung
[illegible] andere Varianten der
[illegible]

[illegible] graphisch
[illegible]
[illegible] genommen ist
[illegible] zu erhalten.
[illegible]
[illegible] zu beobachten.
[illegible]
[illegible] zu haben.
[illegible]
[illegible]

[illegible]
[illegible] starke
[illegible]
[illegible] Papier [illegible]
[illegible]
[illegible] Vorrichtungen
[illegible]

Beschreibung der Versuchsanordnung und der Apparate.

I. Die Strom zuführende Vorrichtung (Taf. I und III). Die primäre Spirale und der Magnet eines *du Bois-Reymond*'schen Schlitten-Induktoriums [1]) (Fig. 1. Taf. I.) stehen durch eine Leitung von dickem Kupferdrahte mit einer Kette von zwei grossen *Grove*'schen Elementen in Verbindung, welche, durch einen Schlüssel *A*, unterbrochen werden kann. Ausserdem ist in die Leitung vermittelst zweier Quecksilbernäpfchen ein Bügel von dickem Platindraht, *B*, eingeschaltet. Für den periodischen Schluss des Stromes durch Hebung und Senkung des Bügels

1) Zu den letzten Versuchen diente ein nach Stromeinheiten graduirter Schlittenapparat. Die *Fick*'sche Calibrirung (Unters. aus d. physiol. Laborat. d. Züricher Hochschule. Wien 1869. S. 38) lässt sich auch innerhalb der Grenzen hober Inductions-Stromstärken (bei übereinandergeschobenen Rollen) mit gleicher Genauigkeit wie bei geringen Intensitäten der Ströme durchführen, wenn man einen zweiten Inductionsapparat zu Hülfe nimmt. Lässt man die 2 primären Spiralen entgegengesetzt vom gleichen Strome durchfliessen, so kann man die 2 secundären Rollen so einstellen, dass die Wirkungen der inducirten Ströme auf das Galvanometer sich compensiren. Hat man nun den Ausschlag bestimmt, welcher einer, nach wenigen Proben für die Grösse des Apparates passend gewählten Stromeinheit entspricht, so kann man schrittweise die eine und andere Rolle fortrückend, die empirische Skale leicht construiren, besonders, wenn ein Galvanometer mit aperiodisch schwingendem Magneten (*du Bois-Reymond* Monatsber. d. K. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1870. S. 807 ff.) die Ablesungen fördert. Dies Compensationsverfahren schliesst auch bei einigermassen gleicher Grösse der 2 Apparate den störenden Einfluss der einzelnen primären Spirale aus, welche, so lange sie vom Strom durchflossen ist auf weite Entfernung den Magneten des Galvanometers ablenkt.

An den in solcher Weise graduirten Schlittenapparat habe ich dann in der Werkstatt des Herrn *Schortmann* eine »Einstellvorrichtung« anbringen lassen, welche die sonst während der Experimente unbequeme und zeitraubende Stromveränderung nach Einheiten, mittelst Einstellung des Schlittens auf Skalentheile sehr erleichtert. Im Principe besteht die Vorrichtung aus einem Metallbande, welches, zwischen den Gleisen der Schlittenbahn eingelassen, Löcher im Abstande der Skalentheilstriche enthält. In jedes dieser Löcher fällt ein mit der secundären Rolle verbundener Stift, so oft er dasselbe passirt, und hemmt so die weitere Verschiebung, bis er mittelst eines leicht beweglichen Keiles herausgehoben wird. Den Einstellvorrichtungen werden aus Herrn *Schortmann's* Atelier Markvorstifte mitgegeben, so dass für jede Schlittenskale an Ort und Stelle die zugehörigen Löcher markirt und gebohrt werden können.



sorgt ein *Maelzel*'scher Metronom, der ein Räderwerk zur Bezeichnung des guten Takttheils durch einen Glockenschlag enthält. Dieser Metronom ist durch ein fünftes Rad completirt worden, so dass nunmehr jeder zweite, dritte, vierte, sechste oder zwölfte Pendelschlag durch eine Bewegung des Glockenklöppels markirt werden kann, jenachdem man mittelst des aus dem Gehäuse hervorragenden Schiebers den Sperrhaken auf eines der fünf Räder stellt. Der Klöppel ist, wie auf Taf. I ersichtlich, mittelst eines Fadens mit einem Stäbchen verbunden, welches auf der Axe eines Rollenpaares steckt. Ueber die gekehlten Ränder der Rollen laufen zwei Fäden, welche um die Rollen geschlungen und befestigt, an ihren untern Enden den erwähnten Bügel *B* tragen. Dieser Bügel taucht in die Quecksilbernäpfchen, so lange der Klöppel in Ruhe ist, wird aber schnell herausgehoben, so oft ein Zahn des Metronoms den Sperrhaken löst.[1]

Die Pole der secundären Spirale stehen sowohl mit den Muskeln, als auch mit einer nach dem Principe der *Pflüger*'schen Abblendungs-Vorrichtung[2]) construirten Wippe *Nn* in Verbindung, welche letztere an beiden Enden *N*, *n* amalgamirte Kupferdrahtbügel trägt, von denen jeder (gewöhnlich der bei *N*) durch je einen auf dem wippenden Bälkchen geführten Draht mit der Klemmschraube *c* verbunden werden kann. Diese fasst den Leitungsdraht des einen Poles der secundären Spirale, während die Klemmschraube *D* den anderen Pol mit dem vordersten der zwei Quecksilbernäpfchen bei *N* vereinigt. Die Wippe spielt leicht beweglich um eine sie halbirende Axe, doch hat die bei *N* endigende Hälfte das Übergewicht, so dass bei völliger Unthätigkeit der Apparate der Kupferdrahtbügel *N* in seinen 2 Näpfchen ruht. Ein Holzstäbchen *H*, welches seitlich an den Anker des Schlitten-Induktoriums befestigt ist, drückt, sobald derselbe vom thätigen Magneten angezogen wird, auf die hintere Hälfte der Wippe, nahe der Axe, senkt damit den in der

---

1) Solche »Reizungs-Metronome« sind von Herrn *Schortmann*, Mechanikus in Lindenau bei Leipzig, gefertigt und bereits an verschiedene Institute geliefert worden.

2) *Pflüger* Untersuchungen über die Physiologie des Elektrotonus Berlin 1859. p. 130.

Zeichnung nicht sichtbaren Kupferdrahtbügel bei *n* in die zugehörigen 2 Quecksilbernäpfchen und hebt hierdurch die Verbindung bei *N* auf. Die freien Drähte *f*, *g* leiten den Induktionsstrom durch einen, nach neuem Principe von mir construirten Stromwender den Muskeln zu.

Der Stromwender, Taf. III., den wir Pendel-Commutator nennen wollen, hatte die Aufgabe, nach jedem Reize die Bahn des secundären Stromes in der Weise zu ändern, dass die Muskeln in jedesmal wechselnder Richtung durchflossen wurden. Der Apparat besteht im Wesentlichen aus zwei kreisförmig gebogenen Glasröhren, Fig. 2. *A*, von etwa 5 Mm. Lumen, deren vier Mündungen, etwas auswärts abgebogen, durch Korke geschlossen sind. In jeder Röhre befinden sich einige Tropfen reinen Quecksilbers, etwa so viel, dass ein Endstück bis zur Kreisbiegung damit gefüllt ist. Je zwei Platindrähte durchbohren jeden Korken und die acht hervorragenden sind in der Weise, wie es Fig. 2 schematisch darstellt, durch vier Kupferdrähte verbunden, welche ihrerseits in vier Quecksilbernäpfchen *a*, *b*, *c*, *d* tauchen. Bei der Stellung des Quecksilbers, wie sie in Fig. 2 angenommen ist, würde der elektrische Strom von dem positiven Pol einer Erregungsquelle *S* nach dem Quecksilbernäpfchen *a*, von dort durch die · — · —Bahn zum Quecksilber *e*, hierdurch zur + + + Bahn geleitet nach Näpfchen *c* fliessen, von da zum peripheren Ende des Muskels, durch diesen aufsteigend zum Näpfchen *d*, hierauf durch die .....Linie zum Quecksilber *f*, durch dieses zur —Bahn, welche ihn durch Quecksilbernäpfchen *b* zum negativen Pole der Stromquelle *S* zurückführen würde. Denkt man sich nun die Quecksilbertropfen von *e* und *f* nach *g* und *h*, den anderen Enden der Glasröhren übergeführt, so würde der Strom von *S* aus den Weg *S*, *a*, *g*, *d*, im Muskel absteigend nach *c*, *h*, *b*, *S* machen. Die Überführung des Quecksilbers von einem Ende jeder Röhre zum anderen besorgt die Schwingung des Pendels, Fig. 1. Dieses besteht aus einem geraden Holzkreuze, in dessen Längsbalken, oben und unten je ein Schlitz gesägt ist, in welchem je zwei schwere, bleierne Scheiben, die zugleich als Muttern für das auf der gemeinsamen Axe geschnittene Gewinde dienen, verschiebbar sind. Durch diesen Balken, dicht über der Kreuzungsstelle mit dem Querbalken, ist ein vierseitig prismatischer, flacher Stahlstab gestossen, durch dessen Enden zwei wohlgehärtete

Stahlschrauben geführt sind, deren stumpfwinklige Spitzen in den Centren von zwei flach konischen Stahllagern ruhen. Auf der einen Hälfte des Querbalkens liegt das Röhrensystem A und ein eiserner Anker zu dem Elektromagneten *i* gehörig, während die andere Hälfte an ihrem freien Ende eine Messingschraube trägt, auf deren Gängen eine Metallscheibe *k* laufen kann. Diese aequilibrirt das Röhrensystem bei frei ruhendem Pendel, so dass der Querbalken des Kreuzes horizontal steht. Die amalgamirten Enden der vier gut isolirten Kupferdrähte, welche die entsprechenden Platinleitungen aus den Glasröhren aufgenommen haben, tauchen in die Centren der Quecksilberkuppen in den Stahlnäpfchen *a*, *b*, *c*, *d*, welche paarweise, jederseits in der idealen Axe des Pendelkreuzes stehen. An diesen 4 Näpfchen sitzen 4 Stahlklemmschrauben, welche unterhalb des Holzgestells einerseits die Zuleitungsdrähte von der Inductionsrolle, andrerseits die Ableitungsdrähte zum Muskel aufnehmen.

Der Elektromagnet *i* hält das Pendel in der, Fig. 1., abgebildeten Stellung fest, bis der ihn umkreisende Strom eines grossen *Grove*'schen Elementes *e*, Taf. I. Fig. 2., durch die Wippe der Abblendungsvorrichtung unterbrochen wird. Dies geschieht, sobald nach Öffnung des primären Stromes der *Wagner*'sche Hammer vom Schlitteninductorium sich heben und die Wippe gegen *N* herabsinken kann. Jetzt wird das Pendel vom Magneten *i* freigelassen, das Quecksilber in dem Röhrensystem *A* rinnt herab, eilt vermöge seiner Trägheit in die andere Hälfte der Röhren hinüber, ehe das Pendel seine halbe Schwingung vollendet, und fällt den Enden *g* und *h* zu, während das Pendel in seine Anfangslage zurückkehrt, wo es von dem inzwischen wieder elektrisirten Magneten *i* aufgefangen wird, um nach einem vom Metronom abhängigen Intervalle sein Spiel aufs Neue zu beginnen. Die Bedingungen für die exakte, stundenlange Thätigkeit des Apparates, als: richtige Wahl des Ausschlagswinkels, mittels angemessener Entfernung des Magneten, der Schwingungszeit, durch passende Einstellung der Belastungsscheiben in den Schlitzen, sind empirisch leicht zu ermitteln.[1]) Für den

---

1) Derartige Pendel-Commutatoren werden in der mechanischen Werkstatt von *Schortmann* in Leipzig verfertigt.

In einfacherer Construction zum Handgebrauch ohne Elektro-Magnet werden ähnliche Stromwender nach meiner Angabe daselbst fabricirt. Bei

Gebrauch sei noch bemerkt, dass nach langer Ruhe des Pendels das Quecksilber anfänglich an den Röhrenwandungen zu haften pflegt und, in einzelne Tropfen zerfallend, die Schliessung unsicher macht. Einige Pendelschwingungen genügen dann, um es in leichteren Fluss zu bringen.

II. *Das Froschpräparat.*

Das Froschpräparat ist in folgender Weise hergerichtet worden. Es wurde das Thier decapitirt, unterhalb des Brustbeins durch einen breiten Querschnitt die Bauchhöhle geöffnet, durch zwei in den Axillarlinien bis nahe zum Becken geführten Scheerenschnitte ein breiter, alle Bauchdecken enthaltender Lappen gebildet und nach unten zurückgeschlagen, darauf eine Massen-Ligatur unterhalb der Nieren um das Rectum und alle dort verlaufenden Blutgefässe der Eingeweide, mit Ausschluss der Aorta abdominalis gelegt, oberhalb der Ligatur das Eingeweide-Bündel durchtrennt, mit Schonung der Aorta das Thier ausgeweidet und der Schultergürtel sammt vorderen Extremitäten und dem Thorax durch ein Paar Schnitte entfernt, so dass nur der Rücken, die Schenkel und der breite Bauch-Haut-Lappen in Zusammenhang blieben.

Die beiden Schenkel wurden in folgender Weise vorbereitet. Ein Längsschnitt in die Haut auf der Streckseite jedes Knies geführt, legte die Sehne des M. triceps femoris (Ecker) frei; diese wurde von der Tibia und den Nachbarsehnen lospräparirt und der gemeinsame Muskel-Bauch nach oben hin ein wenig von dem Femur gelöst. Eine Massenligatur um das Kniegelenkende des os femoris schnürte alle Weichgebilde, mit Aus-

Experimenten, die ein häufiges Wenden des elektrischen Stromes erfodern und zugleich anderweitig die Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen, wo also andere Gyrotropen, welche in jedes Mal entgegengesetztem Sinne gewendet werden müssen, nicht bequem wären, könnte dieser Commutator gute Dienste leisten.

schluss des M. triceps femoris, so dass nunmehr der Unterschenkel abgetrennt werden konnte, ohne dass bei bestehender Circulation Flüssigkeit in irgend erheblicher Menge an der Ligaturstelle austrat.

In die Aorta abdominalis wurde nun eine feine Glascanüle nach dem peripherischen Ende hin eingeführt und an die Wirbelsäule durch Fadenschlingen wohl befestigt. In die grosse Mittelvene des Bauchlappens wurde gleichfalls peripher gerichtet eine Glascanüle gebunden, nachdem zwei seitlich im Lappen verlaufende Venen unterbunden worden waren. In das Kautschuk-Ansatz-Rohr der Aorten-Canüle wurde hierauf eine 0,5—0,75%ge Kochsalzlösung enthaltende Spritze eingesetzt und bei geringem Drucke das Schenkelpaar ausgewaschen, so dass erst Blut und blutige Salzlösung, später wasserhelle Flüssigkeit tropfenweise aus der Venencanüle drang.

III. *Der Lagerungs-Apparat.* Taf. II, *k*.

Der Apparat *k*, Taf. II, auf welchen der hergerichtete Frosch gelagert wurde, besteht im Wesentlichen aus einer quadratischen, 1,5 cm. dicken Platte von Kammmasse, die sich mit Hülfe eines im Centrum befestigten Messingstabes, welcher in einem Messingrohre gleitet, höher oder tiefer stellen lässt. Auf dieser Platte liegt eine zweite, rechteckige, fast gleich dicke *h*, welche etwa zwei Drittheile der Oberfläche bedeckt und einen Vförmigen Fortsatz bis zur Mitte des vorderen Plattenrandes *l* schickt. Dort ist eine starke Messingklemme eingelassen, welche mit ihren Querriefen das Schambein des Froschpräparates zu fixiren hat. Gegenüber bei *n* sitzt eine andere entsprechend geformte Klemme, in einem Schlitze verschiebbar, dazu bestimmt, das Kopfende der Wirbelsäule fest zu halten.

Zwei in seitlichen Schlitzen der Lagerungsplatte schleifende Messingständer *h* und *i* halten Querarme mit Endhülsen. Hierin stecken, durch Stellschrauben fixirt, kleine Knochenzwingen, welche die unteren Gelenkenden der Oberschenkelknochen zu fassen und hieran die Schenkel zu spreizen geeignet sind. An

den zwei vorderen Ecken der Lagerungsplatte sind zwei Axenlager bei *k* u. *o* angeschraubt, in deren Kernlöchern zwei dünn ausgedrehte, horizontal gestellte Messingrollen mit stählernen Spitzen leicht beweglich ruhen. Ueber die tief gekehlten Ränder derselben sind sehr feste, feine, goldbesponnene Seidenfäden geführt, deren Enden einerseits Stahlhäkchen tragen, welche während des Experiments mittelst fester Schleifen von chinesischem Garn die aus den Hautschlitzen ragenden triceps-Sehnen fassen und diese mittelst eines Paares vertikal gestellter, an einer Messingsäule verschiebbarer Rollen *r*, *r* mit den Schreibhebeln verbinden. Die Drähte *f*, *g* der secundären Spirale des Schlitten-Inductoriums, einmal durch den Pendel-Commutator unterbrochen, nehmen den Gyrotropen *m* Taf. II in die Leitung auf und senken endlich ihre konisch geschliffenen starken Kupferpole in die entsprechenden Löcher der zwei Messing-Stative *h*, *i*. Die ganze Platte bedeckt ein passender Glaskasten, damit eventuell eine feuchte Kammer hergestellt werden kann.[1])

IV. *Der Schreibapparat* Taf. II.

Die zwei Schreibhebel, welche die Bestimmung haben, über einander die Zuckungen der zwei sich gleichzeitig contrahirenden Muskeln auf eine mit berusstem Glanzpapiere bespannte Kymographion-Trommel zu zeichnen, sind im Principe denen am *Helmholtz*'schen Myographion gleich, aber leichter gearbeitet, indem nur je ein flacher, auf der hohen Kante ruhender Messingbalken die in Stahlspitzen spielende Hauptaxe mit der kleineren, gleichfalls in Spitzen drehbaren Axe *v* des Schreibstift tragenden Stengels verbindet. Das Laufgewichtchen, welches am Myographion die zeichnende Spitze gegen den Cylinder drückt, ist hier durch ein Loth *w* ersetzt, dessen Faden dem Winkel einer am Zeichenarme angebrachten Drahtgabel sanft

1) Dieser Lagerungsapparat stammt aus der Werkstätte des Herrn *Sauerwald* in Berlin.

anliegt. In der Mitte jedes Hebelbalkens nimmt ein oberes Häkchen das Ende des über die Rolle r laufenden Fadens auf, ein unteres trägt das cylindrische Gewicht p.[1]) Dicht daneben unterstützt je eine Stellschraube x die Hebelstange. Jeder Hauptaxe sitzt noch in der Verlängerung der Hebel ein starker Draht auf, an welchem ein Laufgewicht das ganze System aequilibriren kann.

Damit die Hebel sich in ihrem Gange nicht stören, und die Zugfäden von den Rollen r, r parallel neben einander zu den Hebelangriffspuncten herablaufen können, ist die Stange des oberen Hebels nicht in die Mitte der Axe sondern näher dem Stative s zu, in dieselbe eingelassen, während der untere Hebelbalken nach dem anderen Ende der zugehörigen Axe excentrisch verschoben, angebracht ist. Der untere, zeichnende Stift ist dagegen in der Weise winklig abgebogen, dass er ziemlich genau vertikal unter dem oberen schreibt.

Die grosse Kymographion-Trommel K von 46 Cm. Umfang und 16 Cm. Höhe wird durch ein grosses Gewicht-Uhrwerk in Bewegung gesetzt.[2]) Um die Zuckungshöhen nahe neben einander gezeichnet zu erhalten, wurde der Trommel nach jedem Reize nur ein ganz kleines Stück Rotation gestattet, soviel, als einer halben Umdrehung des Windflügelpaares W entspricht. Dafür sorgt der elektromagnetische Sperrapparat S. Er besteht aus einem vertikal auf einem Brette errichteten Elektromagneten, der seine Pole nach oben kehrt, aus einem gleich hohen etwa 3 Cm. davon auf dem gleichen Brette stehenden Halter, der die Axe eines Doppelhebels trägt. Auf der einen Hälfte der Hebelstange sitzt der Anker des Elektromagneten und am Ende ein Zäpfchen y; mit dem Ende der anderen Seite steht ein dem »Zähler« dienendes Metallrad in Verbindung und eine Spiralfeder,

---

1) Die Schreibstifte zeichnen also die doppelte Höhe der Muskelcontraction auf den Cylinder. Die Abweichungen von diesem Verhältnisse sind selbst bei sehr starken Zusammenziehungen der Muskeln ganz unerheblich.

2) In der Abbildung erscheint die Trommel dicht auf dem Kasten des Uhrwerkes sitzend. In Wirklichkeit ist die Axe, auf welcher sie sich verschieben lässt um die Hälfte länger, als die Höhe des Cylinders. Der Ständer St, welcher mittelst eines Querbalkens das obere Axenlager der Trommel stützt, ist in der Figur abgebrochen gezeichnet, damit die wichtigen Theile sichtbar seien.

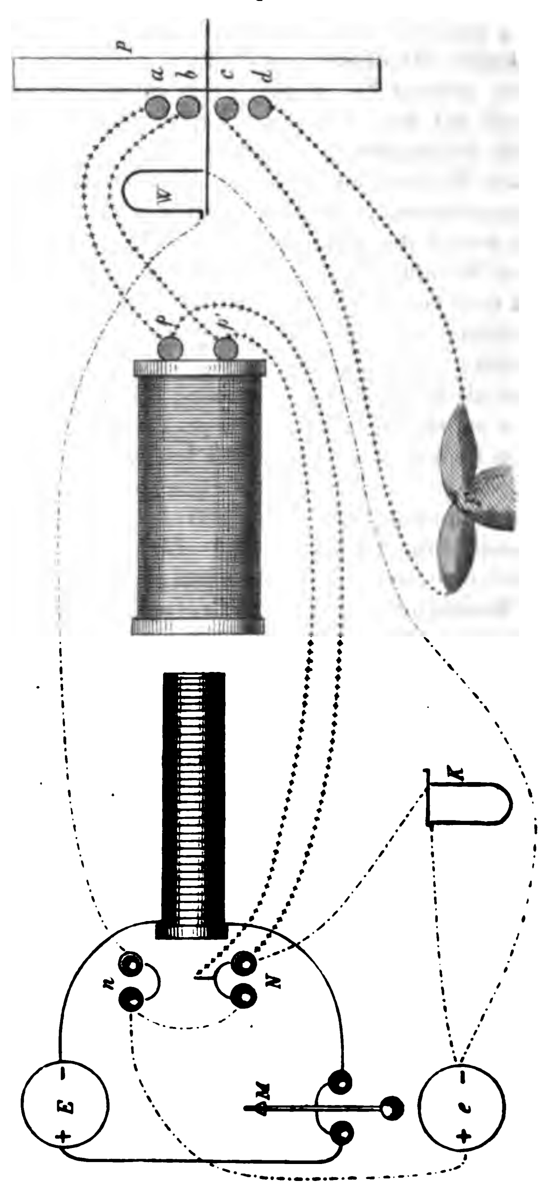
welche dem Zuge des Magneten entgegenwirkt. Mittelst des Zäpfchens y wird der in der Zeichnung durch punktirten Contour angedeutete Windflügel aufgehalten, bis die Wippe Taf. I, Fig. 1 (siehe Schema Fig. 2) bei N den Strom des Elementes e schliesst und mit dem Anker das Zäpfchen y herabzieht. Kurz nachdem die freigegebenen Windflügel in der durch die Pfeile angedeuteten Richtung ihre Rotation begonnen haben, lässt der indessen unwirksam gewordene Magnet den Hebel mit dem Zäpfchen y wieder der jenseits ziehenden Spiralfeder folgen und den zweiten Windflügel in seinem Laufe hemmen.

Damit nach einmal vollendetem Umlaufe des Kymographion-Cylinders dieser auf seiner Axe bequem, sicher und schnell herabgeschoben werden könne, habe ich ein Getriebe G an dem in der Figur als Bruchstück gezeichneten Querarme des Maschinengestelles anbringen lassen. Eine gezähnte Messingaxe ist an zwei flachen Köpfen in dem am Stativ festsitzenden Lager drehbar und greift in ein Paar Zahnstangen, deren untere Enden durch eine elliptische mit einem Ωförmigen Ausschnitte versehene Messingplatte verbunden sind. Diese Verbindungsplatte passt lose um eine flache, an den Mündungen mit breiten Rändern versehene Messinghülse, welche im Centrum der oberen Grundfläche des Cylinders befestigt ist, auf der Axe mit Reibung verschiebbar. Mit dem rotirenden Cylinder kreist die obere Randscheibe der Hülse ungehindert zwischen den Zahnstangen über der Verbindungsplatte. Wird das Zahnstangenpaar durch Drehung der gezähnten Axe aufwärts oder abwärts getrieben, so nimmt die Verbindungsplatte die obere oder untere Randscheibe der Hülse mit und verschiebt hierdurch an der Stahlaxe den Kymographion-Cylinder vertikal.[1]

---

1) Derartige Vorrichtungen werden jetzt in der Werkstätte von *Schortmann* in Lindenau mit kleinen Varianten allen dort gefertigten Cylinder-Kymographien beigegeben und sind leicht an jedem alten Apparate anzubringen.

Fig. 3.



Zur Erleichterung des Zählens der Zuckungshöhen diente ein mit den anderen Maschinen zusammenwirkender elektromagnetischer Markirapparat *Ma* und *Z*.[1])

Das Zusammenwirken der beschriebenen Apparate während eines Versuchs, wie es durch nebenstehendes Schema versinnlicht wird, geschieht folgendermassen. Das Secunden schlagende Pendel des Metronoms *M* hebt, gemäss der Einstellung, bei jeder zweiten, dritten, vierten, sechsten oder zwölften Schwingung den Bügel aus den zugehörigen Näpfchen, öffnet somit den von *E* aus die primäre Spirale und den Magneten des Schlittenapparates einfassenden —Stromkreis (*E*, *M*, *E*), während der bei *n* noch geschlossene - · - · - · Kreis des vom Element *e* ausgehenden Stromes den Magneten *W* am Pendel-Commutator wirksam hält. Der Oeffnungs-Inductions-Strom von *pp'* auf der + + + Bahn durch den Pendel-Commutator bei *a*, *b* ein-, bei *c*, *d* austretend, erregt das Muskelpaar bei *F*. Jetzt löst sich der Anker vom stromlosen Magneten des Schlitten-Inductoriums, lässt die Nebenschliessungs-Wippe frei, diese, sich nach *N* senkend, hebt die Verbindung bei *n*, wodurch der Pendel-Commutator von seinem Magneten losgelassen seine Schwingung beginnt; der Bügel *N* schliesst die Leitung *e*, *K*, *N*, *n*, *e*, wodurch der Sperrapparat *S*, Taf. II, den Kymographion-Windflügel freigiebt. Zugleich schliesst das rechte Bügel-Ende *N* die in das zugehörige Quecksilbernäpfchen mündende Abblendungs- + + + Bahn. Die nächste Secundenschwingung des Metronompendels schliesst den primären Strom *M E* wieder, der Schliessungs-Inductionsstrom fliesst durch die kurze Abblendungs- + + + Bahn *pNp'*, bald hebt sich der Bügel *N*, der Sperrapparat *K* kann wieder die Rotation der Kymographion-Trommel hemmen, Bügel *n* führt den *e* Strom wieder durch die - · - · Bahn zum Magneten *W*, dieser fängt das Pendel des Commutators wieder auf, und hält es, bis der nächste, Bügel hebende Secundenschlag des Metronompendels einen neuen Turnus einleitet.

---

1) Dieser Apparat ist durch einen besseren und einfacheren nach Angabe des Herrn Dr. Bowditch gebauten »Zähler« ersetzt worden.

V. *Der Transfusionsapparat.*

Nach dem Schema von in diesen Berichten schon wiederholt beschriebenen Vorrichtungen ist dem Apparate für meine Zwecke die im untenstehenden Holzschnitte Fig. 4 versinnlichte, handliche Gestalt gegeben worden.

Fig. 4.



Als Träger des Gefässsystems dient ein Eisengestell, an welchem die einzelnen Arme mit den daran fest geklammerten Glasgefässen und Röhren verdrehbar und verschiebbar sind.

Das eiförmige Gefäss *a* ist zum Theil mit Quecksilber gefüllt, welches durch einen Kautschukschlauch mit dem Quecksilber in dem tiefer stehenden Gefässe *b* communicirt und aus diesem die Luft unter einem Drucke, welchen der Quecksilberstand im Manometer anzeigt gegen das kleinere Eierpaar *c*, *d* hindrängt. Diese Gefässe *c* und *d* werden vor Beginn des Versuches mit 2 zur Transfusion bestimmten Flüssigkeiten (z. B. Blut und Kochsalzlösung) gefüllt.

Die Glashähne *e*, *f* sperren die eine oder andere Flüssigkeit von der Glascanüle *g* ab, welche in die Aorta des Froschpräparates mündet. Die unter einem mässigen Drucke (15 bis 40 Mm. Quecksilber) injicirten Flüssigkeiten werden aus der Bauchvene mittelst einer Glascanüle in einen graduirten Cylinder geleitet.

Tafel IV giebt das getreue Bild einer Originalzeichnung, welche mit Hülfe der beschriebenen Anordnung von den zwei Tricepsmuskelgruppen eines kurz zuvor gefangenen, grossen, männlichen Frosches im Juli 1870 construirt worden ist. Dem Triceps des rechten Schenkels (I) verdanken wir die 3 unteren Reihen, unter denen die in Abständen von je 6 Zuckungshöhen markirte Abscisse des Zählers verläuft; dem linken (II) die 3 oberen.

Der Anfangspunkt jeder Reihe liegt am rechten Rande der Tafel und an das linke Ende jeder horizontalen Linie schliesst sich das rechte der nächst höheren, weil die Trommel sich von links nach rechts dreht.

Das Intervall zwischen je zwei Zuckungen beträgt 4 Secunden. Als Reize dienten Oeffnungsinductionsschläge, welche das eine Mal in aufsteigender Richtung (↗) das andere Mal in absteigender (↘) den Muskel durchströmten. Die Anfangslastung jedes der beiden Muskeln ist 20 Gramm, welche zu 5 Gramm als Belastung (dehnend) [1], zu 15 Gramm als Ueberlastung (während der Muskelruhe unterstützt) angehängt waren.

1) Zur bequemeren Uebersicht habe ich den Belastungsgewichten die von Volkmann eingeführte Bezeichnung *a*, den Ueberlastungsgewichten *b* beigefügt. Der Muskel war, um den Verbindungsfäden die nöthige Spannung zu geben, bei jedem Versuche mit 5 Gramm belastet, dann unterstützt, bevor ihm die gewünschte Ueberlastung angehängt wurde. Der Kürze halber werde ich bei Bezeichnung von Ueberlastungsgrössen (*b*) gewöhnlich die ganze Last angeben; also z. B. statt $5a + 15b$, $20b$.

Das Experiment begann damit, dass die Entfernung der secundären Rolle von der primären ermittelt wurde, bei welcher minimale Zuckungen ausgelöst werden.

Nach je 2 Reizungen wechselnder Stromesrichtung wurde der Rollenabstand um je 1 Ctm. verkürzt, bis fernere Reizverstärkung die Zuckungen nicht mehr vergrösserte (in dem fixirten Beispiele bei 24 Ctm. Rollenabstand).

Der so behandelte Tricepsmuskel des rechten Schenkels (I) zeichnet von 24 R. ab noch 50 Zuckungen auf, welche bald ab-, bald zunehmen, im Mittel gleich bleiben.

Dies abnorme Verhalten deutet auf früher bereits erwähnte [1]) Unregelmässigkeiten der Reizbarkeit, die im Laufe der Thätigkeit verschwinden.

Die folgenden 430 Contractionen nehmen im Allgemeinen nach dem Gesetze einer arithmetischen Reihe mit der constanten Differenz 0,0466 Mm. (der gezeichneten, also 0,0233 Mm. der wirklichen Höhen) ab. Demgemäss ist die Linie, welche die oberen Endpunkte der in gleichem Abstande aufgeschriebenen Verkürzungen verbindet — die Ermüdungscurve — eine gerade.

Als der Muskel die Ueberlastung kaum mehr zu heben vermochte, wurde die Unterstützungsschraube gesenkt, so dass die 20 Gramm als Belastung an ihm hingen (20 *a*). Nun begann er wieder eine ansehnliche Reihe von Höhen aufzuschreiben, deren Differenz schon anfänglich viel kleiner ist (0,01 Mm.), als diejenige der mit Ueberlastung gezeichneten Höhen, weiterhin aber sich auf 0,008 mindert.

Als die Zuckungen des betrachteten Muskels den Zeichenstift nur noch um etwa 1 Mm. hoben (dritte Reihe), wurde dem Präparate Kochsalzlösung (0,7 %) unter einem Drucke von 30 Mm. Quecksilber transfundirt.

Der Beginn der Transfusion ist auf der Tafel mit 'C. 30m. bezeichnet. Nach Verlauf von 24 Zuckungen (48' Secund.) waren 5 Cbctm. aus der Vene abgetropft (5. c c.), nach weiteren 12 Zuckungen weitere 3 Cbctm. (in Summa 8 Cbctm.), nach abermals 12 Zuckungen fernere 2 Cbctm., so dass im Ganzen 10 Cbctm. durch das obere Schenkelpaar geströmt waren; da nunmehr trotz der Injection die anfänglich vergrösserten

1) Berichte der K. Akad. d. Wissenschaft. z. Berlin. 1870. S. 628.

Contractionen wieder abzunehmen begannen, so wurde der Durchfluss sistirt (|| 10 c c).[1])

Nach Verlauf von 33 Zuckungen erhielt (unter einem Drucke von 30 Mm.) eine Mischung von frischem, defibrinirtem Hundeblut und der erwähnten Kochsalzlösung (zu gleichen Theilen) Zutritt zu den wiederum stark ermüdeten Muskeln ('B + C). Nachdem die in den Zuflussröhren noch stagnirende, reine Salzlösung durch die neue Flüssigkeit verdrängt war, machte sich der Einfluss dieser sogleich durch beträchtliche Zunahme der Contractionen bemerklich. Dieselben erreichen nach einiger Zeit, während stets unter dem gleichen Drucke erhaltener Circulation ein Maximum, von welchem sie, ungeachtet des gleichmässig zugeführten Blutes, langsam absinken. Auch, als nunmehr die Blutzufuhr abgeschnitten worden ("B + C), nachdem 18 Cbctm. verdünnten Blutes dunkelfarbig aus der Vene ausgeflossen waren, behielt die Ermüdungscurve ihren gleichmässigen, geradlinigen Verlauf, welcher erst an einer späteren Stelle einem hyperbolischen Gange Platz machte. So sehen wir am Ende der 3ten Reihe den Muskel wieder auf ganz kleine Zusammenziehungen reducirt, welche durch nochmalige Blutzufuhr voraussichtlich etwas umfänglicher hätten gemacht werden können.

Der folgende Holzschnitt Fig. 5 erläutert die durch die eben erklärte Zeichnung gewonnenen Resultate übersichtlicher. In gleicher Weise wie bei den übrigen in dieser Arbeit angewendeten graphischen Darstellungen der Versuchsergebnisse sind die Ordinaten um das 10fache der wirklichen, also um das 5fache der gezeichneten Hubhöhen vergrössert, die mittle-

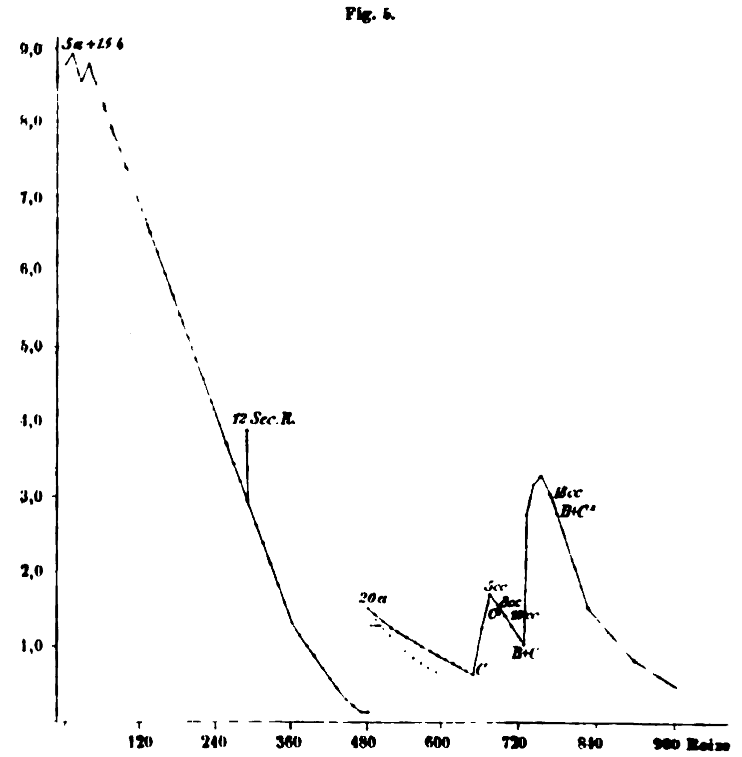
1) Die Geschwindigkeitsänderung des Blutflusses in den rhythmisch zuckenden Muskeln folgt im Allgemeinen den in der *Sadler*'schen Abhandlung (Ueber den Blutstrom in den Muskeln. — Arbeiten aus der physiol. Anstalt zu Leipzig 1869. S. 77 ff.) aufgestellten Gesetzen.

Anfangs wächst in den meisten Fällen der Blutstrom ein wenig, um bei fortgesetzter Durchleitung schnell abzunehmen. Will man den Strom constant erhalten, so muss man den Druck schnell wachsen lassen und erhält bald Oedem (vergl. *C. Ludwig* und *Alex. Schmidt* in den Arb. aus d. physiol. Anstalt zu Leipzig 1868 S. 17). Viel besser vertragen die Gefässe der Froschmuskeln ganz kurz dauernde, periodische Druckerhöhungen, selbst bis auf 100 Mm. Quecksilber. Kochsalzlösung rein, wie mit geringen Mengen Uebermangansaurem Kali vermengt, scheint schneller als Blut die Gefässe zu verengen. Zu manchen Zeiten bewirken kleine Quantitäten von Kali hypermang. obliterirenden Gefässkrampf.

ren Werthe von je 12 Zuckungen im horizontalen Abstande von 1 Mm. aufgetragen.

Die anfängliche Unregelmässigkeit der Ermüdungscurve prägt sich im zackigen Verlaufe aus. Hierauf folgt der geradlinige Abfall. Bei 12 *Sec. R.* ist die Höhe der ersten Zuckung nach der bei Beginn der zweiten Reihe (Taf. IV) gewährten Ruhe von 12 Secunden durch eine über die Ermüdungslinie aufsteigende Ordinate bezeichnet. An der Stelle der Curve, welche der 360. Zuckung entspricht, sehen wir einen Knick,

Fig. 5.



welcher einer kleinen Zunahme der wirklichen Hubhöhen über die gesetzmässigen entspricht. Diese hat vermuthlich ihren Grund in einem etwas verlangsamten Reiztempo des ablaufenden Metronomuhrwerkes. Der Anfangspunkt der Ermüdungscurve des durch 20 Gr. gedehnten Muskels liegt bei 20*a*, in einer Höhe von 15 Mm. über der neuen Abscisse, 2,5 Mm.

über der vorigen des überlasteten Muskels. Mithin entspricht die anfängliche Dehnungsgrösse des mit 20 Gr. belasteten, ruhenden Muskels 12,5 Mm. (d. h. in Wirklichkeit 1,25 Mm.). Diese ist durch einen kleinen Querstrich unter 20*a* markirt.

Von der Zuckungshöhe an, deren Grösse gleich ist der Dehnung (δ) des ruhenden Muskels durch das bei der Arbeit gehobene Gewicht, nehmen die Contractionen nicht mehr nach dem Gesetze einer arithmetischen Reihe, sondern, wie früher aus einander gesetzt worden ist [1]), im Allgemeinen so ab, dass die Zuckungswerthe (y) durch die Gleichung $y^2 + Dxy = \delta^2$, bestimmt werden, worin D die constante Differenz der Zuckungsreihe bei gleichen Intervallen der Reizungen des überlasteten Muskels bedeutet, x die Zuckungsanzahl, δ die Dehnungsgrösse. Diese Gleichung stellt eine Hyperbel dar, für welche die x-Axe eine der Asymptoten ist.

In einem späteren Abschnitte dieser Abhandlung werden wir die Voraussetzungen begründen, aus welchen obige Gleichung gefolgert ist.

Nehmen wir die wirksame Dehnungsgrösse δ zu 1,5 an [2]) und die constante Differenz (der mittleren Höhe von 2 benachbarten Zuckungs-Dutzenden) D zu 3 (rund gerechnet), so ergeben sich für die um je eine (12 Zuckungen entsprechende) Einheit (1 Mm. der graphischen Darstellung) wachsenden Abscissen x, deren Anfangspunkt bei 20*a* (Fig. V) gedacht ist, die Höhenwerthe von y, welche durch die einzelnen 10 Punkte angedeutet sind. Sie weichen, wie man sieht, von der empirisch gefundenen Ermüdungscurve ab. Legt man hingegen den Werth für D gleich 1,5 (rund gerechnet) zu Grunde, welcher von Zuckung 360 ab die Ermüdungsreihe bestimmt, so treffen die neuen Werthe von y fast ganz genau mit den durch den Versuch gefundenen überein.

1) Berichte der K. Akad. d. Wissenschaften zu Berlin 1870. S. 637.

2) *Wertheim*, *E. Weber*, *Helmholtz*, *Wundt* (Muskelbewegung S. 39 ff.) und Andere haben auf die elastische Nachwirkung bei Dehnung der Muskeln aufmerksam gemacht. Hiernach darf man keineswegs die durch Secundenlange Wirkung des Gewichtes verursachte Dehnung als die definitive ansehen. Der Ort, an welchem bei graphischer Darstellung der Zuckungswerthe die geradlinige Ermüdungscurve in die hyperbolische übergeht, entspricht dem Momente, in welchem die Contractionsgrössen kleiner, als die Dehnungsgrössen werden und bestimmt dieselben häufig sicherer, als die Messung der Länge des belasteten, ruhenden Muskels.



Nachdem die Transfusion von 10 Cbctm. Kochsalzlösung (C bis C') die Contractionen etwas umfänglicher gemacht, die Circulation von 8 Cbctm. verdünntem Blute ($B+C$ bis $B+C'$ die Zuckungswerthe beträchtlich vergrössert hat, fällt die Ermüdungscurve von $B+C'$ an unter dem Einflusse des ursprünglichen Reizrhythmus in der anfänglichen Steilheit (Differenz $D=3$) ab und nimmt von Höhe 1,5 an einen hyperbolischen Verlauf, welcher fast ganz genau mit dem durch die Rechnung gefundenen, durch die einzelnen Punkte unter 20a bezeichneten übereinstimmt.

Den Ermüdungsgang des *Musculus triceps femoris* (II) des linken Schenkels, dessen Zuckungen auf den oberen 3 Reihen von Tafel IV verzeichnet sind, können wir nach der vorausgeschickten, eingehenden Betrachtung der vom rechten Muskel gelieferten Zeichnung und der darnach construirten Ermüdungscurve leicht und schnell verfolgen.

Nach den Maximal-Probezuckungen mit 20 Gramm Ueberlastung verzeichnet der Muskel, mit 50 Gramm überlastet, (50 C) eine Höhen-Reihe, deren 200 erste Glieder die constante Differenz von 0,016 Mm. (also D der wirklichen Zuckungsreihe = 0,008 Mm.) haben, deren folgende 50 Glieder mit der Differenz von 0,032 Mm. abnehmen: vielleicht weil der Hebel und Muskel verbindende Faden etwas gelockert ist und nun bei jeder Zuckung sich ein wenig verlängert. Die sich anschliessende hyperbolische Ermüdungscurve verläuft steiler, als sie nach aufgestelltem Gesetze dürfte. Dieses Gesetz gilt eben nur unter der Voraussetzung vollkommener Elasticität des Muskels. Wie die in der 2ten Reihe (bei 50a) zur Anschauung gebrachte Nachdehnung beweist, vermag das Gewicht von 50 Gramm schon nach kurzer Zeit eine ansehnliche, bleibende Dehnung zu bewirken. [1])

Uebrigens sind ja, wie bereits erwähnt, Gewichte von 50 Gramm schon weit jenseits der im normalen Zustande vom Frosche zu überwindenden Widerstände. Ein ziemlich grosser

1) Die plötzliche Verschiebung der Abscisse bei 50 a in der zweiten Reihe rührt daher, dass an dieser Stelle die Unterstützungsschraube, welche den durch 50 Gramm gedehnten Muskel vor Ueberdehnungen durch das fallende Gewicht bewahrte, so weit zurückgestellt wurde, dass nun die Belastung frei hing.



Frosch wiegt bekanntlich nur 50 Gramm und diese Last wird doch in der Regel nur von einem Muskel-Paare bewegt.

Im Anfange der obersten Reihe ist die Entlastung des Muskels bis auf 20 Gramm (20 *a*) verzeichnet. Die geringe Hebung um 2,25 Mm. entspricht keineswegs der Erleichterung um 30 Gramm. Da die neue Abscisse des mit 20 Gramm belasteten Muskels nunmehr noch 5,25 Mm. unter der mit 5 Gramm Belastung gleich Anfangs gezeichneten Abscisse liegt, so würden, unter der Annahme, dass der Muskel keine bleibende Formveränderung erfahren hat, 15 Gramm denselben um 2,625 Mm. (= 5,25 in der Zeichnung) verlängern, während fernere 30 Gramm nur 1,125 Mm. zufügen.

Der weitere Arbeits-Verlust des, ein wenig durch Kochsalzlösung, dann beträchtlich durch verdünntes Blut (gleichzeitig mit dem ersten Schenkel) gestärkten Muskels scheint darauf hinzuweisen, dass mit der Contractilität gleichzeitig die Elasticität durch heilsame Transfusionen theilweise restituirt werden könne.

Obwohl der zuletzt betrachtete Muskel so bedeutende Abweichungen von dem gesetzmässigen Ermüdungsverlaufe zeigt und auch der erste Muskel an einigen Stellen eine nicht vollkommen musterhafte Zeichnung ausgeführt hat, so habe ich doch keinen Anstand genommen, gerade das vorliegende Blatt aus meiner sehr zahlreichen Sammlung für ein Facsimile auszuwählen, weil es mir ganz besonders instructiv erschien, um die Muskelermüdung unter dem Einflusse der Arbeit mit kleinen und grossen Ueberlastungen und Belastungen, sowie die in verschiedenem Grade erholende Wirkung von Kochsalzlösung und Blut paradigmatisch zu demonstriren.

Freilich gelingt auch nicht jeder Versuch in so vollkommen glatter Weise, dass er für ein nichtretouchirtes Abbild geeignet wäre. Von den Tausend und mehr Reizen, welche während eines Experimentes durch den complicirten Mechanismus dem Präparate zugeführt werden, versagt wohl hier und da einer, oder die Kymographion-Trommel läuft einmal, nicht rechtzeitig gehemmt, ohne dass hierdurch die Versuchsergebnisse im Mindesten getrübt würden.

Bei genauerem Vergleiche der von Muskel I und Muskel II (Taf. IV) entworfenen Zeichnungen würde es vielleicht Manchen befremden, dass beide Muskeln schliesslich unter gleichen Be-

dingungen fast die gleiche Arbeitskraft zeigen, obgleich schon anfangs der linke Muskel (II) schwächer erscheint, als der rechte (I) und darauf noch mit viel grösserem Gewichte, als dieser arbeiten muss.

Auf die hierdurch sich documentirende Unabhängigkeit der Arbeitsdauer von der Grösse der zeitweiligen Lastungen werden wir später unser Augenmerk richten.

Davon abgesehen, zeigen unsere beiden Muskeln eines Frosches mancherlei individuelle Unterschiede. So treten die Minimalzuckungen bei verschiedener Reizstärke ein, die Contractionen wachsen mit dem Reize in ungleichem Verhältnisse; (in anderen Fällen ist auch der Maximalreiz ein verschiedener) und die Ermüdungslinien der 2 Muskeln verlaufen unter gleichen Bedingungen verschieden geneigt zur Abscisse. [1])

(Für 2 analoge Muskeln desselben Thieres gilt bei gleichzeitiger Anwendung von Inductionsreizen wechselnder Richtung zuweilen ein verschiedenes Zuckungsgesetz, wie ich l. c. p. 712 schon erwähnt habe.)

I. *Die Ermüdungscurve des in gleichen Zeitintervallen, mit gleichstarken (maximalen) Inductionsschlägen gereizten, überlasteten Muskels ist eine gerade Linie.*

Es bedarf gut ausgebildeter Methoden und (wie erwähnt Beschränkung der Lastungsgewichte auf normale Grössen, um dieses Gesetz, welches durch den soeben beschriebenen Versuch erläutert worden ist, zum klaren Ausdruck zu bringen.

Daher haben die früheren Untersuchungen, welche nach ähnlichem Plane angestellt worden sind, abweichende Resultate [2]) ergeben.

1) Ausnahmsweise zeigten Muskeln von Winter-Fröschen ein ganz eigenthümliches Phänomen, welches mein Freund *Bowditch* als Regel bei seinen mit Serum gefüllten Froschherzventrikeln beobachtete. Nach Pausen von 2 bis 8 Minuten, im Anfange der Arbeitsreihe, war die erste Contraction kleiner (oft um 1 Mm.), als die letzte vor der Ruhe. Die nächsten, im früheren Rhythmus (von 4 Sec.) folgenden Zuckungen wuchsen allmählig, bis nach 6 oder 7 Reizen die gesetzmässige Höhe erreicht war.

2) *Volkmann*. Die Ermüdungsverhältnisse der Muskeln. Archiv für Physiologie von *Pflüger* 1870. S. 378 ff. u. a. — *O. Leber*. Ueber den Einfluss der Leistung mech. Arbeit auf d. Ermüdung d. Muskeln. Dissert. 1868. S. 16.

Auch die ersten dieser Arbeit zu Grunde liegenden Versuche (cf. Holzschnitt: Fig. 2), die mit noch mangelhaften Vorrichtungen angestellt sind, geben nicht die genauen Werthe der späteren Experimente.

Das Gesetz ist leicht erkennbar, so grossen qualitativen und quantitativen Schwankungen auch die Erregbarkeit der Frösche unterliegen mag. Nur bei Beginn der Arbeitsreihen drücken Anomalien der Reizbarkeit das Zuckungsmaximum zuweilen herab und stören so ein wenig den Verlauf der Ermüdungscurve.

Es nehmen in diesem Falle die Contractionen wieder ab, wenn die Reize nach erreichtem Zuckungsmaximum weiter verstärkt werden.[1] Die Anzahl der Zuckungen, welche ein mit 20 Gramm belasteter Froschmuskel (*Triceps femoris* von etwa 3 Ctm. Länge) bei maximalen Inductionsreizen und Intervallen von 4 bis 6 Sec. zu vollbringen vermag, variirt zwischen 250 (Januar) und 2700 (October).

Die grösste Contraction von 14,4 Mm. bei 20 Gramm Belastung (Gesammtzahl der Zuckungen 1000) habe ich im Juli beobachtet; die kleinste Zusammenziehung von 3,3 Mm. (bei maximalem Reize eines frischen mit 20 Gramm belasteten Muskels) traf mit der kleinsten Zuckungszahl 250 zusammen.

Die Höhendifferenz *D* der Ermüdungsreihe schwankt, selbst unter sonst gleichen Bedingungen, innerhalb weiter Grenzen, von 0,008 Mm. (Juli 1. Taf. IV. Muskel II) Arbeit mit 50 Gramm bei 4 Sec. Intervall bis zu 0,08 (Mai) mit 40 Gramm bei 4 Sec. Intervall. Am häufigsten liegt der Werth von *D* zwischen 0,015 und 0,025. Der Gastroknemius des Hundes, dessen Curve im Holzschnitt Fig. 1 dieser Abhandlung wiedergegeben ist, zeigt den auffallend kleinen Werth von 0,0025; doch ist dabei in Rücksicht zu ziehen, dass die Contractionen des grossen belasteten Muskels im Ganzen sehr wenig ausgiebig gewesen sind.

Da es wichtig erscheint, den ersten Grundsatz sicher zu stellen, dass die Ermüdung, der Zahl der zeitlich gleich distanten Zuckungen proportional fortschreitet, da Zahlentabellen aber nur als sehr lückenhafte Beweise dienen könnten; so lege ich noch ein facsimilirtes Versuchsblatt in extenso vor. Taf. V giebt das

1) Vergl. die Lehre von den übermaximalen Zuckungen bei *A. B. Meyer* in den Untersuchungen aus dem physiol. Institute der Züricher Hochschule. Wien 1869. p. 49.

Arbeitsbild eines grossen Winter-Frosches (Januar). Wie in Taf. IV sind die Zuckungen des linken Triceps vertikal 3 Reihen über denen des rechten gezeichnet worden.

Unter der Ruhelinie (Abscisse) des rechten Muskels verläuft die getheilte Linie des Zählers, deren Abschnitte je 5 Reizen entsprechen.

Von rechts beginnend steigt bei beiden Muskeln die Höhencurve, während nach je 2 Zuckungen um 10, resp. (von 100 ab, um 100 Einheiten wachsende Inductionsströme reizen, deren Richtung (in beiden Muskeln entgegengesetzt) während des Versuchs nicht geändert worden ist.

Wie man leicht bemerkt, hebt die Curve des linken (oberen) Muskels später an und steigt flacher und weniger hoch, als die des rechten (unteren).

Dieser hat bei 800 Einheiten das Maximum seiner Zuckung erreicht, welche bei stärkerem Reize (900 R) wieder abnimmt, und bei Schwächung auf 800 bis 700 wieder die frühere Höhe gewinnt. Der linke Muskel hingegen gelangt erst nach der zweiten Einstellung der secundären Spirale auf 700 allmählig auf sein Zuckungsmaximum. Seine Contractionen wachsen in gewissem Grade unabhängig von der Reizstärke mit der Anzahl der Erregungen, um dann in gesetzmässiger Ermüdungscurve ($D = 0,095$) abzusinken. Während dessen arbeitet der rechte Muskel mit 40 Gramm Ueberlastung ($5a + 35b$) und ermüdet ebenfalls in ganz regulärer Weise.[1]) — Durch 40 Gramm Belastung ($40a$) erfährt er eine bedeutende Dehnung, (2,6 Mm.) die eine so beträchtliche Nachwirkung hinterlässt, dass nach Entlastung um 20 Gramm ($20a$ in zweiter Reihe von unten) noch eine Verlängerung des Muskels um 2,15 Mm. zurückbleibt.

Dieser unvollkommenen Elasticität ist, wie später ausgeführt werden soll, das anfangs ungewöhnlich steile Absinken der Ermüdungscurve des stark belasteten Muskels zuzuschreiben.

Die Ermüdungscurve des inzwischen mit 20 Gramm belasteten, linken Muskels ($20a$, Zeile 2 von oben) nimmt einen, besonders anfänglich, ganz gesetzmässigen Verlauf (der Voraussetzung vollkommener Elasticität entsprechend); später verläuft sie etwas weniger flach, ungehindert durch inzwischen eingeleitete

1) Einige Zuckungen in dieser Reihe zeigen auf dem Facsimile kleine, gesetzwidrige Abweichungen, von denen die Originalcurve frei ist.

Transfusion von Kochsalzlösung (siehe *C* 25m Zeile 2 von unten beim rechten Muskel) und wurde nur schliesslich aufgehalten, sogar allmählig etwas nach oben abgelenkt, durch Blutcirculation (*B* + *C* 35$\bar{m}$ Zeile 2 des rechten Muskels).

Während diese im Gange ist, sind beide Muskeln gleich belastet; der obere (linke) erholt sich schneller, als der rechte. Nachdem Ruhe von 1 Minute den Rhythmus von 4 Sec. unterbrochen hat, ist der untere Muskel (rechte) für 2 bis 3 höhere Contractionen, der obere Muskel nachhaltig gestärkt worden. Fernere intercurrente Pausen von 1 Minute steigern (in ungleichem Maasse) die Kraft beider Muskeln, so lange die Transfusion von 8 Cbc. mit Kochsalzsolution verdünntem Hunde-Blute unter einem Drucke von 35 Mm. Quecksilber besteht ('*B* + *C* 35$\bar{m}$ bis "*B* + *C* 8 *cc* 35$\bar{m}$); dann schaffen eingeschobene Pausen (1 *M* 1 *M* etc.) von 1 Minute nur ganz vorübergehende Erholung, während die mittlere Zuckungshöhe sinkt. Von '*B*+*C* 35$\bar{m}$ (3. Reihe) ab steht die Curve wieder unter dem doppelten Einflusse von intercurrenten, grösseren Ruhepausen (1 Min., dann 2 Min.) und Blutzufuhr. Der untere Muskel erholt sich bei solcher Behandlung dieses Mal erheblich besser, als der obere. Nach aufgehobener Circulation ("*B*+*C* 8*c c*) macht trotz der ferneren, zeitweilig eingeschalteten Erholungszeiten von 2 Min. (2 M. 2 M. 2 M. u. s. w.) die mittlere Ermüdung weitere Fortschritte. Als beide Muskeln auf den Grad der Leistungsfähigkeit gesunken waren, welchen sie vor Beginn der Bluttransfusion hatten, wurde der Versuch unterbrochen. Wir sehen aus diesem Verlaufe, dass bald der eine, bald der andere Muskel an Leistungsfähigkeit überwiegt und auch dieser Versuch bestätigt wieder unsere Vermuthung, dass die Gesammtermüdung durch anfängliche, grössere Arbeitsleistungen nicht beschleunigt werde.

Zugleich hat dieses Experiment gezeigt, dass vereinzelte längere Ruhepausen, ohne Zufuhr von sauerstoffhaltigem Blute, nur ganz vorübergehende Erholung ermöglichen.

Vergleichen wir die Leistung eines Sommer-Frosches (Taf. IV) mit der eines Winter-Frosches (Taf. V), so finden wir nicht nur grössere und anhaltendere Arbeitskraft bei jenem, sondern auch nach der Ermüdung grössere Empfänglichkeit für erholende Stoffe, als bei diesem. Bei beiden sehen wir keinen nachhaltigen Einfluss zeitweiliger Arbeit mit grösseren Gewichten auf die Leistungsfähigkeit, hingegen für die Elasticität

des Muskelgewebes sehr schädliche Nachwirkung, wenn grössere Gewichte dauernd (Belastung) oder auch nur periodisch (Ueberlastung) die Muskeln gedehnt hatten.

Die von der Circulation ausgeschlossenen Muskeln verlieren ihre Leistungsfähigkeit bekanntlich nicht nur im erregten, sondern auch im ruhenden Zustande. Die Zeit des Absterbens bis zur völligen Erregungslosigkeit variirte bei meinen Experimenten zwischen 1 Stunde (ausnahmsweise) und mehr als 2 Tagen [1]) unter übrigens gleichen Bedingungen. Im Allgemeinen sind die Muskeln der Frösche im Sommer und Herbst dauerhafter als im Winter.

In den ersten Stunden nach dem Tode, während welcher die meisten meiner Experimente ablaufen, macht sich das Absterben der Muskeln selten bemerklich. Ermüdungscurven, welche bei Reizintervall von $^1/_2$ Min. u. m. gewonnen werden, sind jedoch bereits durch das Absterben beeinflusst. Daher habe ich bei den meisten Versuchen Intervalle von 2 bis 12 Sec. angewendet, nur intercurrent grössere Pausen eintreten lassen.

Die geradlinige Ermüdungscurve zeigt sich bei allen diesen Intervallen.

II. *Die Differenz D der Ermüdungsreihe nimmt ab, wenn die Reizintervalle wachsen.*

Es wäre vergebliche Mühe, wenn man versuchen wollte, durch Vergleichung zweier Muskeln diesen Satz zu beweisen. Die schon wiederholt hervorgehobenen, individuellen Verschiedenheiten selbst analoger Muskeln des gleichen Frosches machen es unmöglich, die verhältnissmässig kleinen Unterschiede der Ermüdung bei verschiedenen Reizintervallen zu erkennen.

Glücklicherweise setzt uns eine ganz überraschende Eigenschaft des Muskels in den Stand, auch bei vergleichenden Experimenten mit einem Präparate uns zu begnügen. Diese Eigenthümlichkeit besteht in einer schon oben angedeuteten Unabhängigkeit des Muskels von der Grösse der Leistung, welche

1) *du Bois-Reymond* (Untersuchungen über thier. Electricität Band 2, S. 164) hat nach 112 Stunden galvanische Präparate von Winter-Fröschen reizbar gefunden.

er vor dem Augenblicke, in welchem wir ihn beobachten, vollbracht hat.

Nur die Anzahl der Impulse, welche ihn in Erregungszustand versetzt haben, bestimmt die Höhe seiner gegenwärtigen Leistungsfähigkeit.

Es besitzt also jeder Muskel einen individuellen, während seiner Lebensfähigkeit unzerstörbaren Charakter, welcher sich vornehmlich in der Grösse der Ermüdungs-Differenz D ausprägt.

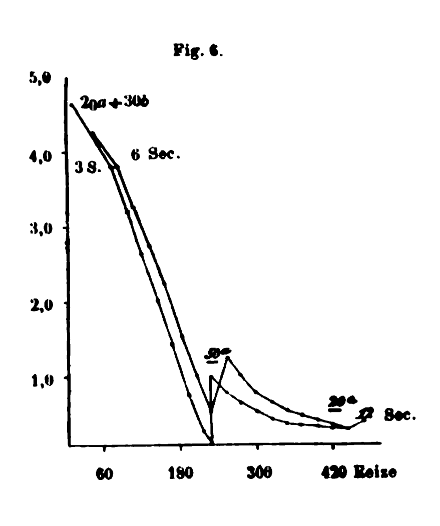
Demgemäss arbeitet der Muskel, so oft er auch seinen Zuckungsrhythmus hat wechseln müssen, in jedem Ermüdungsstadium, bei beliebigem Reizintervalle in derselben Weise weiter, als wenn er alle bis dahin ausgeführten Contractionen von Anfang an in dem gegenwärtigen Intervalle gemacht hätte.

Die Höhen gleicher Intervalle mit einander verbunden, ergeben Ermüdungscurven, welche von einem gemeinsamen Anfangspunkte im Allgemeinen geradlinig und divergent zur Abscisse abfallen, indem die Ermüdungs-Linie kleinster Intervalle den steilsten Verlauf nimmt.

Fig. 6 giebt eine Anschauung von dem Resultate, welches ein nach den oben mitgetheilten Principien angestellter Versuch ergeben hat.

In dem entsprechenden Experimente war der linke *Triceps femoris* eines Frosches, welcher erst mit $20a + 30b$, später mit $50a$, schliesslich mit $20a$ gelastet war, in periodischem Wechsel, je 12mal in 3secundigen Pausen, dann je 12mal in 6secundigen, gereizt worden.

Fig. 6.



Die mittleren Höhen von jeder Zuckungsperiode, um das zehnfache vergrössert, gaben die Richtpunkte der gezeichneten Ermüdungslinien.

Die Nummern an der Abscisse bezeichnen die Gesammtzahl der Zuckungen beider Intervalle.

Die Differenz D der Ermüdungsreihe des mit 20 Gr. be- und mit 30 Gr. über-lasteten Muskels bei 3 Sec. Intervall., D_3 ist $= 0,0229$ (wenn man den Haupttheil der Curve zur Berechnung verwendet), D_6 ist $= 0,0200$.

Als die kürzere Reihe (3 Sec. Intervall) auf 0 gesunken war. wurde der Muskel mit 50 Gr. belastet.

Die hyperbolischen Ermüdungscurven convergiren, ohne durch Minderung der Last (20a) wesentlich abgelenkt zu werden; Rhythmus von 12 Sec. lässt die Curve etwas steigen.

Diese scheinbar paradoxe Convergenz wird erklärt werden, wenn die charakteristischen Merkmale zur Sprache kommen werden, welche die Ueberlastung von der Belastung unterscheiden.

Der Horizontalstrich bei 50a giebt an, um welche Grösse der mit 50 Gr. belastete Muskel über die Länge, welche er in Folge der vorhergegangenen Dehnungen bleibend angenommen, sich gedehnt hatte. Der Strich unter 20a bezeichnet den Werth der bleibenden Dehnung.

Die Haupt-Resultate einiger anderer, nach ähnlichem Plane angestellten Experimente geben folgende Zahlen-Tabellen. In diesen bezeichnet R den rechten, L den linken *Triceps femoris*. Die Muskeln sind mit Ausnahme von 3) und 8) paarweise geordnet, a und b heisst Belastung, resp. Ueberlastung mit der bezifferten Anzahl von Grammen.

	1) *R.* 10*a*.	2) *L.* 10*a*+30*b*.	3) *R.* 20*a*.	4) *R.* 10*a*+10*b*.	5) *L.* 10*a*+30*b*
$D_3 =$	0,0186	0,0149	0,0244	0,0171	0,0151
$D_6 =$	0,0160	0,0128	0,0204	0,0155	0,0128

	6) *R.* 10*a*+10*b*.	7) *L.* 10*a*+40*b*.	8) *R.* 20*a*.	9) *R.* 20*a*.	10) *L.* 20*a*
$D_3 =$	0,0247	0,0208	0,0239	0,0235	0,0238
$D_6 =$	0,0208	0,0167	0,0218	0,0199	0,0208

	11) *R.* 5*a*+35*b*.	12) *L.* 20*a*+20*b*.
$D_3 =$	0,0113	0,0154
$D_6 =$	0,0079	0,0125

	13) *R.* 20*a*.	14) *L.* 20*a*+30*b*.	15) *R.* 5*a*+35*b*.	16 *L* 20*a*+20*b*.
$D_3 =$	0,0192	0,0164	0,0201	0,0178
$D_6 =$	0,0157	0,0139	0,0151	0,0096

	17) *R.* 5*a*+15*b*.	18) *L.* 5*a*+15*b*.
$D_3=$	0,0282	0,0177
$D_{12}=$	0,0229	0,0142

	19) *R.* 5*a*+15*b*.	20) *L.* 20*a*.	21) *R.* 5*a*+15*b*.	22) *L.* 20*a*.
$D_3=$	0,0318	0,0341	0,0303	0,0373
$D_6=$	0,0296	0,0312	0,0265	0,0322
$D_{12}=$	0,0266	0,0286	0,0239	0,0287.

Diese Zahlen beweisen, dass bei demselben Muskel mit kleineren Intervallen stets eine grössere Ermüdungs-Differenz auftritt, als bei Arbeitsleistung in grösseren Intervallen.

Weitere Schlüsse sind aus den Zahlen nicht zu ziehen. Die Unterschiede der *D* zweier Muskeln unter gleichen Verhältnissen, sind viel grösser, als die der Differenzen (*D*) sehr verschiedener Intervalle bei einem Muskel. (Vergl D_3 und D_{12} bei beiden Muskeln obiger Reihe (17 u. 18).

Die absolute Grösse der *D* beeinflusst das Verhältniss der Differenzen nicht. Nur im Allgemeinen kann man sagen, dass, wenn die Intervalle sehr bedeutend differiren, auch die Unterschiede der Ermüdungsdifferenzen sehr gross sind.

Bevor ich einige facsimilirte Stücke von Originalzeichnungen vorlege, welche prägnanter als Zahlen das oben belegte Gesetz erläutern, sei es gestattet, eine Erscheinung zu besprechen, deren eingehendes Studium mich zu dem obigen Gesetze geleitet hat. Bei längeren Versuchsreihen über Muskelarbeit, wird dieser specielle Fall sich häufig geltend machen.

Wenn nämlich aus irgend einem Grunde der Versuchsrhythmus im Beginne des Experimentes eine Weile unterbrochen wird, so bemerkt man, selbst nach langer Ruhe, keine Erhöhung der nun folgenden Zuckungen, auch wenn diese schon ganz sichtlich unter das Zuckungsmaximum gesunken sind.

Hat aber der Muskel eine grössere Reihe von Contractionen ausgeführt und wird auch nur etwas längerer Ruhe überlassen, als die bisherigen Rhythmen ihm gewährten, so sieht man beim nächsten Reize seine Zuckung sich weit über das Niveau der letzten Höhen erheben, nach 3 oder 4 Reizen im vorigen Tempo aber die Zusammenziehungen wieder auf ihren gesetzmässigen Werth sinken (vergl. Taf. IV Reihe 2 und 5 von unten bei »12 Sec. Ruhe«).



Auch *Marey* [1]) macht darauf aufmerksam, dass eine bestimmte Erholungszeit einen ausgesprocheneren Effect habe, wenn der Muskel durch vorgängige Arbeit ermüdet ist, als im frischen Zustande.

Meine Versuche, den Ort in den Ermüdungscurven zu finden, an welchem längere Ruhepausen ihren erholenden Einfluss geltend zu machen beginnen, zeigten mir das in Rede stehende Gesetz.

Die scheinbare Incongruenz der Effecte von Ruhepausen in verschiedenen Stadien der Muskelermüdung, erklärt sich leicht durch die gesonderte Summirung der für jedes Reizintervall verschieden grossen Ermüdungsdifferenzen.

Es wäre also z. B. die 10te Zuckung bei 3 Sec. Intervall, wenn $D_3 = 0{,}02$, kleiner als die 10te Zuckung bei 6 Secunden Intervall, wenn $D_6 = 0{,}01$,

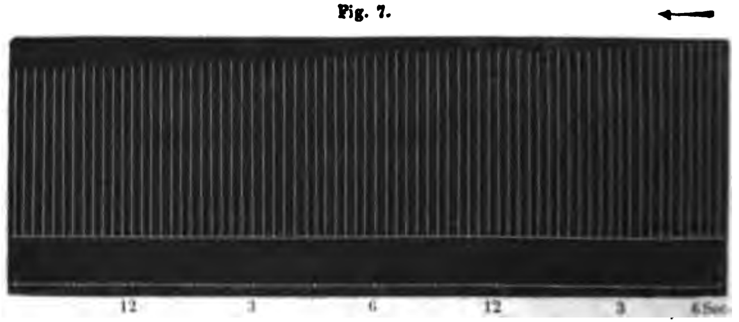
$$\text{um } 9.(0{,}02 - 0{,}01) = 0{,}09,$$

während die 100te Contraction bei 3 Sec. Intervall von der 100ten bei 6 Sec. Intervall sich unterscheiden würde:

$$\text{um } 99.(0{,}02 - 0{,}01) = 0{,}99.$$

Folgende Facsimilia mögen das bewiesene Gesetz versinnlichen.

Fig. 7.



Sehr wenig ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Ueberlastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 6, 3 und 12 Secunden.

Fig. 7 giebt die Höhen wieder, welche der frische *Triceps femoris dextri* eines grossen, unlängst gefangenen Frosches mit 20 Gramm Ueberlastung aufzeichnete, in Folge von Reizen, welche

---

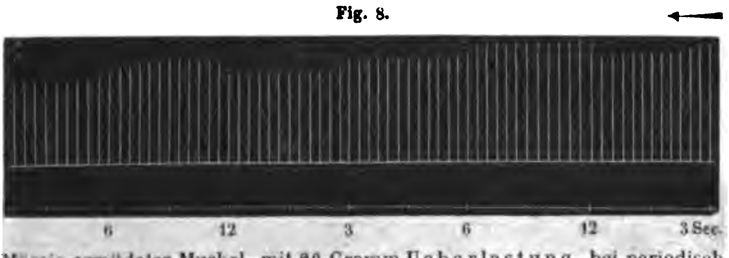
1) Du mouvement dans les fonctions de la vie. Paris 1868. S. 341

nach Pausen von 6, oder 3, oder 12 Sec. in regelmässigem Wechsel einander folgten.

Benachbarte Höhen, welche verschiedenen Intervallen entsprechen, differiren nur sehr wenig, selbst am Ende (links) dieser Zuckungsreihe, obwohl daselbst die Contractionsgrösse schon erheblich abgenommen hat.

120 fernere Zuckungen hatte der Muskel vollbracht, als er in das Ermüdungs-Stadium trat, in welchem er die in Fig. 8 dargestellten Zusammenziehungen aufschrieb.

Fig. 8.



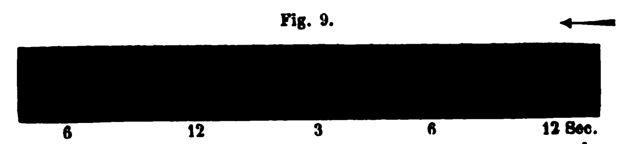
Mässig ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Ueberlastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 3, 12 und 6 Secunden.

Die Höhen stufen sich deutlich mit abnehmenden Intervallen ab.

Endlich geräth der Muskel in einen Ermüdungszustand, in welchem das kleinste Intervall (3 Sec.) keine genügende Erholung mehr für eine sichtbare Contraction zu Stande kommen lässt.

Fig. 9 giebt ein Bild von diesem Verhalten.

Fig. 9.



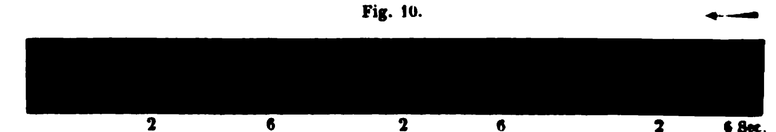
Stark ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Ueberlastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 12, 6 und 3 Secunden.

Während hier die Zuckungen bei 12 Sec. Intervall noch ganz beträchtlich sind, bei 6 auch noch recht merklich, verschwinden sie bei 3, nach 2 schwachen Erhebungen gänzlich, um beim langsamen Tempo von 5 Schlägen pro Minute (12) wieder in solcher Grösse aufzutreten, dass eine Verbindungs-

linie der Höhenendpunkte die Gipfel der vorhergehenden 12 Sec.-Höhen gleicher (absteigender) Stromesrichtung trifft. Ebenso ist die Linie, welche die höchsten Punkte der nach aufsteigenden Stromesreizen gezeichneten Zuckungen verbindet, eine gerade. Einige Abweichung zeigt stets die erste Höhe nach dem Wechsel des Tempos, in Zuckung förderndem, oder hemmendem Sinne, je nachdem zuvor langsameres oder schnelleres Tempo gegolten hatte.

Zur Illustration des merkwürdigen Gesetzes, dass Reize, welche wegen ihrer Häufigkeit beim ermüdeten Muskel geringe oder keine Zuckung mehr auslösen, doch den gleichen Ermüdungseffect haben, wie seltenere und darum höhere, diene ferner folgende Zeichnung.

Fig. 10.



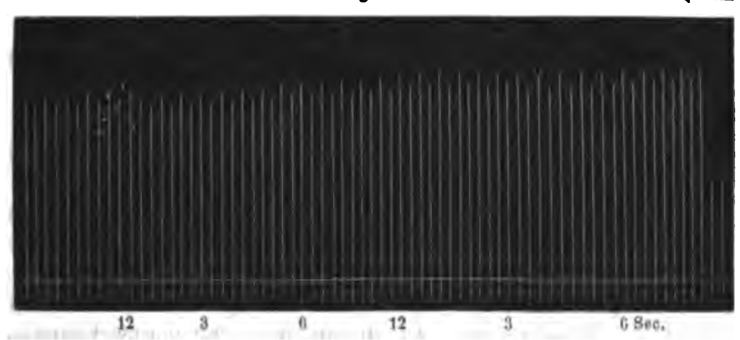
Stark ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Ueberlastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 6 und 2 Secunden.

Die Verbindungslinie der Zuckungsgipfel nach 6secundigen Pausen ist eine gerade, ebenso wie die der kleineren in 2secundigen Intervallen gezeichneten. Diese sinkt am Ende der Reihe in die Abscisse.

Die Contractionen sind bei Reizen aufsteigender wie absteigender Stromesrichtung gleich gross.

In analoger Weise, wie soeben ein überlasteter Muskel betrachtet worden ist, werden wir den Ermüdungsgang eines mit 20 Gramm belasteten Muskels verfolgen. Die Höhenreihen eines noch wenig ermüdeten Muskels (nach etwa 50 Reizungen von variabler Stärke, deren drei von gleicher Höhe zu späterer Besprechung an dem rechten Ende der Figur aufgezeichnet sind,) stellt folgende Figur dar.

Fig. 11.



Sehr wenig ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Belastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 6, 3 und 12 Secunden.

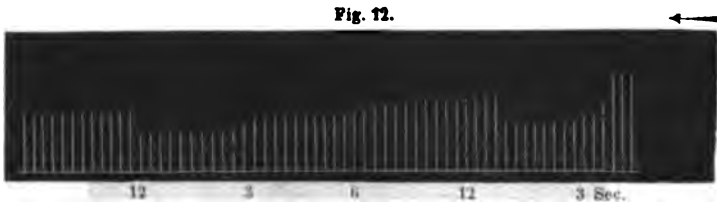
Die Differenzen der Höhen gleicher Stromesrichtung sind nur merklich beim Uebergang von 3 zu 12 Secunden Intervall; aber auch da sehr gering. Sie sind kleiner, als die Unterschiede benachbarter Zuckungen, die zwei verschiedenen Stromesrichtungen entsprechen.

Mit diesen wechselt hier der Effect, während in den meisten Fällen maximale Inductionsströme aufsteigender wie absteigender Richtung gleich wirksam sind.

Die Zuckungshöhen erscheinen nach unten über die Linie verlängert, welche der ruhende belastete Muskel auf die rotirende Trommel zeichnet. Die Bedeutung dieser Ueberdehnungen werden wir später darlegen.

Eine aus der späteren Fortsetzung derselben Arbeitszeichnung ausgeschnittene Partie folgt nachstehend:

Fig. 12.



Mässig ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Belastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 3, 12 und 6 Secunden.

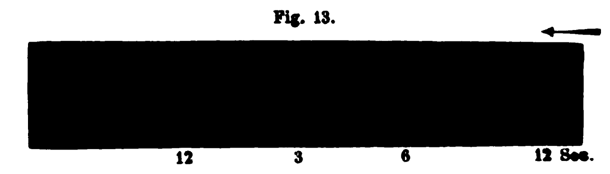
Auch hier sind, wie beim überlasteten Muskel die Höhen entsprechend den Intervallen abgestuft, die Ueberdehnungen sind nicht mehr bemerkbar, ebensowenig die Unterschiede der

Stromesrichtung. Die 3 grösseren Ordinaten zu Anfang der Reihe, benachbarten Zuckungen, einem etwas früheren Ermüdungsstadium zugehörig, sind für einen späteren Vergleich mit den 3 Anfangshöhen in Fig. 11 beigefügt.

Ein wesentlicher Unterschied in den Effecten des verschiedenen Reiztempos auf den überlasteten und belasteten Muskel fängt an, sich bemerklich zu machen, wenn die Zuckungshöhe des letzteren kleiner wird, als die Dehnung des ruhenden Muskels durch das angehängte Gewicht. Von da ab werden die Differenzen der Höhen verschiedener Intervalle mit zunehmender Ermüdung kleiner, wie wir aus Schema Fig. 6 ersehen können.

Demgemäss zeigt Fig. 13, die einem weiter vorgeschrittenen Ermüdungsstadium desjenigen Muskels entspricht, welcher Figuren 11 und 12 gezeichnet hat, erheblich mindere Differenzen der Contractionen verschiedener Intervalle, als Fig. 12.

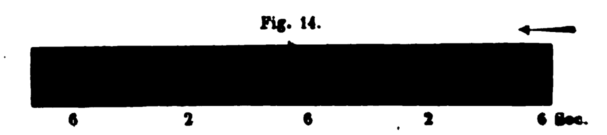
Fig. 13.



Sehr ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Belastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 12, 6 und 3 Secunden.

Wählen wir endlich ein Arbeitsstück aus, welches bei ganz geringer Leistungsfähigkeit eines belasteten Muskels vollbracht worden ist, so finden wir darin kaum noch merkliche Differenzen der Höhen bei Tempowechsel.

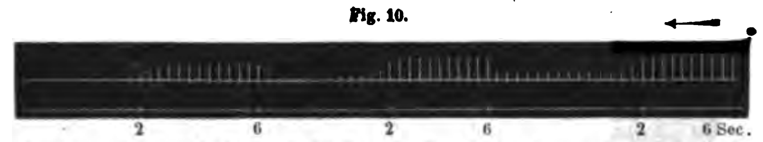
Fig. 14.



Muskel, mit 20 Gramm Belastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 6 und 2 Secunden, nahe dem Ende seiner Leistungsfähigkeit

Zum instructiven Vergleiche wollen wir Fig. 10 noch einmal betrachten.

Fig. 10.



Stark ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Ueberlastung, bei periodisch wechselnden Reizintervallen von 6 und 2 Secunden.

Derselbe Muskel, welcher, mit 20 Gramm belastet diese Zeichnung geliefert hat, war kurze Zeit vorher genöthigt, mit 20 Gramm Ueberlastung Fig. 11 zu construiren.

Hier finden wir die letzten Zuckungen bei 6 Secunden Intervall von ungefähr gleicher Höhe, wie die ersten der Fig. 11; aber in Figur 10 erscheint 2 Secunden Tempo bald völlig unwirksam, in Fig. 11 sehen wir, dass die häufigeren Reize nur wenig kleinere Contractionen auslösen, als die seltneren.

Später, wenn die Merkmale der belasteten und überlasteten Muskeln zur Sprache kommen werden, wird sich die Ursache ergeben, aus welcher schwachzuckende Muskeln mit der Art der Lastung ihre Empfindlichkeit gegen Tempowechsel ändern.

Nachdem wir nunmehr erkannt haben, dass mit wechselndem Intervalle der Neigungswinkel, welchen die Ermüdungslinie und die Abscisse einschliessen, abnimmt, drängt sich die Frage auf, bis zu welcher Grenze dieser Winkel verkleinert werden kann.

Es ist früher schon angegeben worden, dass bei den meisten Versuchen periodisch nur Reizintervalle von 2 bis 12 Secunden angewendet worden sind, weil bei sehr langer Dauer des Versuchs das Absterben des Muskels sich störend einmischt. Da jedoch einzelne, eingestreute, grosse Zuckungspausen die Gesammtzeit nicht störend verlängern, so können wir leicht Bestimmungspunkte für die Ermüdungslinie bei sehr grossen Reizintervallen finden, in der Voraussetzung, dass auch bei diesen unsere Linie eine gerade ist.

Aus solchen Versuchen ergab sich, als Intervall, welches maximale Erholung gestattet, das von 3 Minuten. Die maximale Erholung ist aber bei Weitem keine vollständige, wenn wir eben nur Muskeln todter Thiere in Betracht ziehen.

Die Zahl der Contractionen würde sich, wenn es selbst gelänge, die Todtenstarre gänzlich fernzuhalten, im besten Falle verdoppeln, während die gesammte Arbeit bei 3 Minuten Intervallen 30mal länger dauern würde, als bei 6secundigen Pausen.

Ein frischer Muskel zeigt, wie wir eben gesehen haben, kaum merkliche Differenzen seiner Zuckungshöhen bei verschiedenen Zuckungsintervallen, weil die Ermüdungslinien gegen den Anfangspunkt hin convergiren. Daher wird das Zuckungsmaximum im Anfange der Arbeitszeit schon bei sehr kleinen Intervallen nahezu erreicht, während am Schlusse einer Arbeitsreihe mit den Ruhezeiten die Zuckungshöhen beträchtlich wachsen.

Die folgende Figur zeigt das Endstück der Ermüdungsreihe eines mit 20 Gramm belasteten Muskels, welcher zuvor in periodisch wechselnden Intervallen von 6 und 2 Secunden gereizt worden war.

Fig. 15.

3 Sec. 6 S. VI. V. IV. III. II. I M. 54 48 42 36 30 24 18 12 6 Sec.

Sehr ermüdeter Muskel, mit 20 Gramm Belastung, bei gradatim wachsenden Reizintervallen von 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 Secunden. I, II, III, IV, V, VI Minuten, schliesslich auf 6 und 3 Secunden reducirten Ruhepausen. Die höhere Zuckung jedes Paares entspricht aufsteigendem, die niedere absteigendem Oeffnungsinductionsschlage.

Die Contractionen wachsen in diesem Beispiele schnell, bei Zunahme der Intervalle bis 30 Secunden, dann langsamer bis zu 54 Sec., ausnahmsweise beträchtlich bis 60 Secunden, darauf sehr langsam bis III Minuten, bleiben nahezu gleich, wenn die Ruhezeiten bis IV und V Minuten verlängert werden und mindern sich bei Pausen von VI Minuten, vermuthlich, weil nach der erschöpfenden Arbeit das Absterben schnell fortschreitet.[1])

Diese hier erörterte Erscheinung war im Allgemeinen den Physiologen

1) *Ed. Brücke.* Ueber die Ursache der Todtenstarre. *Müller's* Archiv f. Anatom., Physiol. und wissenschaftl. Med. 1842. S. 185.

längst aufgefallen, ohne dass sie dieselbe weiter verfolgt hatten. (*Marianini* [1837], *Valentin*, *E. Weber* u. A.)

Matteucci[1]) hat sogar eine Versuchsreihe mitgetheilt, in welcher er die Abhängigkeit der Kraftzunahme von der Dauer der Erholung bei kurzen Intervallen (2 bis 30 Secunden) bestimmte, und daraus geschlossen, dass die Ruhezeit, während welcher der Nerv seine möglichste Erregbarkeit (*toute l'excitabilité qu'il peut reprendre*) wiedererlangt, desto kürzer ist, je grösser seine Reizbarkeit.

Endlich haben neue Untersuchungen zu dem schon citirten Satze geführt: In jedem Stadium des ermüdeten Muskels giebt es ein im Verlaufe seiner Thätigkeit abnehmendes Zuckungsmaximum, welches durch Ruhe und Blut erreicht, aber nicht überschritten wird. (*C. Ludwig* und *Alex. Schmidt.*[2])

In dieser hier angezogenen Arbeit ist auch nachgewiesen worden, dass wie die Grösse der möglichen Leistungsfähigkeit eines Muskels (vom Warmblüter) abnimmt, bei jeder neuen tetanischen Contraction, in ähnlicher Weise die Widerstandsdauer gegen Blutleere sich mindert, bei jeder Unterbrechung der Circulation.[3])

Diese Thatsachen können zu bemerkenswerthen Folgerungen verwerthet werden, welche am Ende dieser Arbeit ihre Stelle finden mögen.

Es erübrigt nun zu sehen, bis zu welchem Werthe der Neigungswinkel der Ermüdungslinie vergrössert werden kann, dadurch, dass die Reizintervalle verkleinert werden.

Man kann das Zuckungstempo bis auf 4 in der Secunde beschleunigen, ohne wesentliche Abweichungen von der gesetzmässigen Ermüdungslinie zu erhalten, dieselbe fällt dann sehr steil ab. Steigert man die Frequenz der Reize bis auf 6 pro Secunde, so verschmelzen die anfänglich separaten Contractionen allmählig zu tetanischer Verkürzung, weil in Folge der Ermüdung die einfachen Zuckungen länger werden (vergl. Fig. 121 in dem erwähnten Buche von *Marey*).

---

1) Action physiologique du courant électrique. Ann. de Chim. et de Phys. 2e série, T. 19 (Janvier 1847) p. 66.

2) l. c. p. 37.

3) l. c. p. 35.

Damit wäre die Grenze der Beobachtung der Ermüdungsreihen gezogen. Manche Erscheinungen aber machen es wahrscheinlich, dass die Ermüdung in Folge von tetanisirenden Reizen ähnlich verläuft, wie die durch einfache Contractionen verursachte, natürlich modificirt durch die mit der Zuckungsdauer veränderliche Superposition der Zusammenziehungen. Es wäre dann ein Tetanus als eine Reihe von Zuckungen zu betrachten, welche mit der Geschwindigkeit der Einzelreize einander folgen. Diese hätten ähnlichen Ermüdungseffect, wie eine gleiche Reihe von Contractionen, die durch Intervalle geschieden sind, welche Erschlaffung gestatten. [1])

Während der frische Muskel lange auf der Höhe des Tetanus verharrt, sinkt der ermüdete schnell vom Maximum seiner Contraction herab, ohne dass darum dieses Maximum viel niedriger wäre, als das der vorhergehenden Zusammenziehung. Ja es kann bei hohen Ermüdungsgraden die Tetanuscurve auf eine Ordinate, die häufig noch ganz beträchtliche Länge hat, zusammenschrumpfen.

In der geringen Abnahme der Anfangshöhen und dem sehr schnellen Absinken der Tetanuscurven späterer Ermüdungsperioden erscheint eine auffallende Analogie mit den oben betrachteten, spitzen Erhebungen der Ermüdungscurve, welche man erhält, wenn man im späteren Verlaufe die gleichmässigen, kurzen Intervalle durch eine längere Pause unterbricht.

Sehr deutlich zeigt sich diese Analogie in den Curvenreihen, welche ich in früherer Zeit von 2 Gastroknemien eines Frosches hatte zeichnen lassen, um den Einfluss der Arbeit auf die Ermüdung zu eruiren. (Vergl. Taf. III Linie 1 und 3 meiner Dissertation. [2])

Es war in diesem Falle der eine Muskel beständig tetanisirt, der andere in Intervallen von beinahe 1 Secunde aus dem Stromkreise geschaltet. Während einer einzelnen Reizungsperiode hielt sich die kammförmige Curve des rhythmisch-contrahirten Muskels längere Zeit über der Abscisse, als die gleichmässig hügelige des tetanisirten, aber bei den folgenden (10—15 Secunden distanten) Perioden blieben nicht nur die Anfangs-

1) Vergl. *Bernstein* Untersuch. üb. d. Erregungsvorgang im Nerven- und Muskelsystem. Heidelberg 1871. S. 94.

2) de Ratione, qua musculorum defatigatio ex labore eorum pendeat. Dissert. Berolini 1863.

höhen der Kämme kleiner, wie diejenigen der Tetanushügel, sondern versagten auch früher gänzlich.

Ein anderes Experiment, in welchem die Reizperioden beider Muskeln nur 5 Secunden lang gewählt wurden, mit ebenso grossen Ruhepausen, lässt schon das allgemeine Ermüdungsgesetz erkennen. Die Anfangshöhen der Tetanuscurven ordnen sich nahezu in eine gerade Linie, ebenso die Anfangshöhen der Kämme, nur dass die letzteren viel früher gänzlich verschwinden als jene. Von den tetanischen Contractionen bleibt bald nur die erste Erhebung übrig, während die kammförmigen Curven auch bei geringer Höhe sämmtliche Zacken erscheinen lassen.

Hier verhalten sich also die aussetzenden Reize zu den tetanisirenden, wie die Reize grösserer Intervalle zu denen kleinerer.

Nach intercurrenten, längeren Ruhepausen erhebt sich die nächste Zuckung, oder auch wohl, in minderem Maasse, ein Paar folgender, weit über das Niveau der sehr frequenten Zuckungsreihe. Die Differenzen zwischen den Höhen nach 5secundiger Ruhe und den Zuckungen von 1 Secunde Intervall, sind natürlich kleiner, als die Anfangshöhen der nach 5secundigen Pausen einander folgenden Tetanuscurven, welche nur noch in einer Ordinate bestehen.

Da aber die tetanischen Anfangshöhen noch mehrere Male wiederkehren, nachdem auch die ersten Höhen der Kammperioden verschwunden sind, trotzdem die Gesammtzahl der passirten Einzelreize im ersten Falle grösser ist, als im zweiten, so muss man die weitere Annahme machen, dass schwache Reize, wenn sie unwirksam geworden sind, nicht mehr, oder wenigstens nicht mehr in dem vollen Maasse ermüdend wirken, wie es die effectlos gewordenen Maximalreize thun. Später aufzuführende Thatsachen werden zeigen, dass diese hier gebrauchte Unterstellung berechtigt ist.

Auch andere Befunde weisen darauf hin, dass die Tetanuscurven steiler abfallen, wenn die Zahl der sie constituirenden Reize wächst.[1] Aus *Engelmann's* Versuchen über die Wirkung von schnellfolgenden Stromstössen ergiebt sich, dass mit der Schnelligkeit ihrer Folge die Steilheit des tetanischen

---

1) *Wundt.* Die Lehre von der Muskelbewegung. 1858. S. 188.

Abfalles wächst, und zwar soweit, dass endlich, anstatt Tetanus einfache Zuckung erfolgt. (Taf. II. Fig. 1 bis 4.[1])

Diese Grenze »die Anfangszuckung« hat auch *Bernstein* bei Anwendung von Inductionsströmen gefunden.[2])

Aeltere dahin gehörige Angaben finden sich bei *Eckard* zusammengestellt.[3]) Aus diesen ist auch zu entnehmen, dass für stärkere Ströme eine grössere Zahl von Reizen nöthig ist, um den Tetanus zum Verschwinden zu bringen, als für schwächere (*Heidenhain*).

In einigen beiläufigen Versuchen habe ich meine Voraussetzung bestätigt gefunden, dass ein Tetanus geringerer Reizfrequenz länger anhält, als ein solcher, der aus grösserer Reizzahl constituirt wird, während die Anfangszuckungen der Perioden fast gleich gross sind.

Diesen Betrachtungen über Analogien der Ermüdung bei Tetanus und Einzelarbeit habe ich mehr Platz eingeräumt, als dem noch kaum experimentell begründeten, daher ausserhalb der festen Grenze meiner Arbeit stehenden Gebiete zukäme. Das hohe Interesse aber, welches der Tetanus als eigentlicher vitaler Contractionsmodus beansprucht, schien mir auch einen Hinweis auf noch nicht sicher gestellte Gesetze zu entschuldigen.

Die Grösse der Arbeit eines Muskels in der Zeiteinheit zu ändern, stehen uns zwei Mittel zu Gebote: Wir können 1. die Zuckungsfrequenz, 2. die Grösse der Lastung variiren.

Den Effect, welchen die ersterwähnte Aenderung auf die Ermüdung übt, haben wir bisher behandelt; wie die Ermüdung von der Grösse und Art der Lastung abhängt, bleibt uns in diesem Abschnitte zu ermitteln.

Alle mir bekannten Angaben über den Einfluss der Lastung auf die Ermüdung des arbeitenden Muskels stimmen

1) Beiträge zur allgemeinen Muskel- und Nerven-Physiologie. *Pflüger's* Archiv für die gesammte Physiologie. 1871. S. 3 ff.

2) l. c. S. 100 ff.

3) Experimental-Physiologie des Nervensystems. 1867. S. 107.

darin überein, dass mit den gehobenen Gewichten die Ermüdung zunehme. Daher habe ich mich erst nach vielen Versuchen entschlossen, das folgende Gesetz als gültig anzusehen:

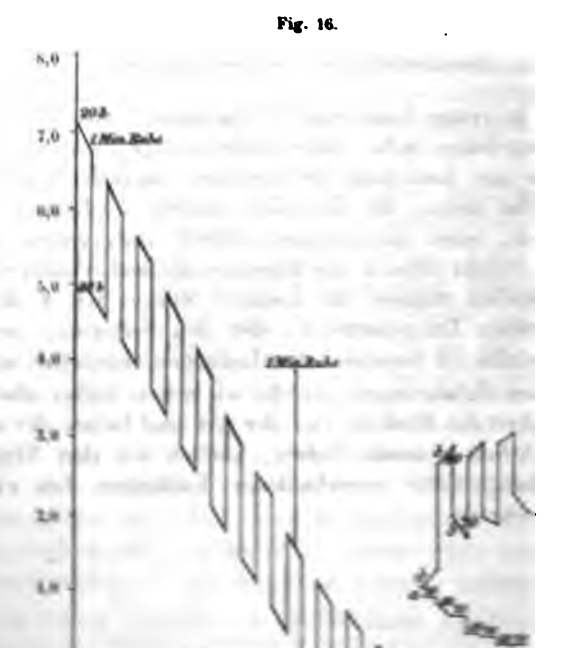
III. *Die Differenz D der Ermüdungsreihe bleibt bei unverändertem Reizintervalle gleich, wenn die Ueberlastungen des arbeitenden Muskels verändert werden.* Mit anderen Worten: *Wenn ein Muskel abwechselnd mit verschiedenen Gewichten überlastet, in stets gleichen Intervallen maximale Zuckungen macht, so liegen die Endpunkte aller Höhen, auf welche ein Gewicht successive gehoben worden ist, in einer geraden Linie, und alle diese Verbindungslinien sind einander parallel.*

Gleich in erster Linie will ich betonen, was ich früher schon hervorgehoben habe, dass dieses Gesetz, wie die zuvor aufgestellten nur innerhalb der Grenzen normaler Lastungen gültig ist, das heisst, für Gewichte, welche 50 Gramm nicht überschreiten, wenn der in dieser Arbeit vorzugsweise angewendete *m. triceps femoris* des Frosches als Beobachtungsobject dient. Natürlich würden für kleinere Muskel wie z. B. den viel gebrauchten Zungenmuskel, oder den Sartorius, viel geringere Gewichte als normale Grenzlastungen anzusehen sein.

Nach den Erfahrungen, welche wir schon früher über die Unabhängigkeit des Muskels von der Art und Grösse der überstandenen Arbeit gemacht haben, können wir den Vergleich der Ermüdungseffecte verschiedener Lastungen bei einem Muskel vornehmen.

Untenstehendes Schema (Fig. 16) stellt die Ermüdungscurve eines Muskels dar, welcher in periodischem Wechsel mit 20 Gr. (20*b*) und mit 40 Gramm (40*b*) überlastet, bei Reizintervallen von 4 Secunden seine Hubhöhen aufschrieb. Bei 20*b* beginnend, steigt die Curve von dem 20ten Zuckungsende (schwacher Ueberlastung) herab, zur ersten Höhe bei starker Ueberlastung (40*b*); von dem 20ten Hubende der 2ten Zuckungsdoppeldekade herauf zur 3ten und so weiter in gleichmässigem, dünnzackigem Verlaufe.

Fig. 16.



Die Verbindungslinie der oberen Zacken ergiebt die Ermüdungscurve bei 20 Gramm Ueberlastung, die der unteren Zacken die Ermüdungslinie für 40 Gramm. Beide Linien senken sich annähernd parallel gegen die Abscisse.

Das letzte Stück der oberen Linie vermindert seine Neigung gegen die Abscisse etwas, nachdem die dem grossen Gewichte entsprechende Ermüdungscurve ihr Ende gefunden hat. Diese

ein wenig verzögerte Ermüdung für kleinere Ueberlastung, nachdem die grössere nicht mehr von der Unterlage abgehoben werden kann, ist eine Erscheinung, welche häufig (jedoch nicht regelmässig) wiederkehrt, und hat wohl ihren Grund in elastischen Nachkürzungen, welche unten besprochen werden.

Der gegenwärtig nicht berücksichtigte 2te Theil der Figur vom 140sten Reize ab, welcher den Zustand der Elasticität und Contractilität des ermüdeten, belasteten Muskels characterisiren soll, wird bei Besprechung der Eigenheiten belasteter Muskeln, erklärt werden.

Das Versuchsergebniss, welches obige Figur versinnlicht, darf als gut übereinstimmend mit dem aufgestellten IIten Gesetze angesehen werden, wenn man im Auge behält, dass die Curve die Contractionsgrössen, also auch deren Differenzen um das 10fache vergrössert darstellt.

Zwei eingeschobene Ruhepausen von je 1 Minute Dauer, inmitten der 1. und der 8. Zuckungsdoppeldekade schwacher Ueberlastung, zeigen wieder den Unterschied der Ruhewirkung bei frischem und ermüdetem Muskel: im ersten Falle ist kaum eine Erhebung merklich, im zweiten steigt die erste Zuckung nach der Erholung bis nahezu 4,0 Mm. hoch, während die benachbarten 1,5 Mm. gross sind.

Die Convergenz der 2 Ermüdungslinien ist sehr unerheblich. Die mittlere Differenz D zweier benachbarter Zuckungshöhen des Muskels, bei 20 Gramm Ueberlastung, beträgt 0,0186, bei 40 Gramm 0,0163.

Die grössere Neigung kommt also hier der Ermüdungslinie zu, welche dem kleineren Gewichte entspricht und dieses Verhältniss macht sich durchweg bei analogen Experimenten bemerklich.

Es widerspricht dies geradezu der allgemeinen Annahme, dass Arbeit mit grösseren Gewichten, die Muskelermüdung beschleunigt.

Die Ursache dieser auffallenden Erschrinung ist in den durch die wechselnde Belastung eigenthümlich modificirten Dehnungsverhältnissen des Muskels zu suchen. Derselbe wird nämlich, während des Actes der Contraction von dem Gewichte, das in der Ruhe unterstützt worden, gedehnt, und diese Dehnung hinterlässt eine geringe Nachwirkung, die sich allmählig

während der Ruhe und (scheinbar schneller) während der Verkürzung mit leichteren Gewichten verliert.

In Folge dieser Nachwirkung ist der entlastete, ruhende Muskel etwas länger, als er ursprünglich gewesen, und macht (wenn ich mich so ausdrücken darf) während der Zusammenziehung etwas todten Gang. Der Zug am Gewichte erfolgt in etwas späterem Stadium der Contraction, die ganze Verkürzung wird ein wenig geringer.

Nach den Angaben von Helmholtz[1]) dauert nämlich die latente Reizung des mit 40 Gramm überlasteten Muskels, 0,02 Sec., in späterem Ermüdungsstadium 0,025 Sec.; die latente Reizung des mit 20 Gramm überlasteten Muskels währt 0,0151 bis 0,017 Sec. Die Gewichtsdifferenz von 20 Gramm entspricht also den Zeitunterschieden von 0,0049 bis 0,008 Sec. (nach grossen Ueberlastungen). — Wird also der mit 40 Gramm überlastete Muskel um 20 Gramm entlastet, (ohne dass man ihn aufs Neue auf seine nunmehrige, natürliche Länge einstellt) so wird er den Beginn des Hubes verspäten, und zwar um einen mit der Dauer der Nachwirkung wechselnden Bruchtheil der obigen Zeitdifferenz.[2]) Diese Verzögerung fällt aber ungefähr in denjenigen Theil der Zuckungscurve des unbelasteten Muskels, welcher nach Klünder's[3]) Bestimmungen der grössten Kraftentwickelung entspricht (in die 3. und 4. $^1/_{400}$ Sec.) und kann mithin schon einen merklichen Einfluss auf die Ausgiebigkeit der Zuckung haben.

Daraus erklärt sich die stärkere Neigung der für 20 Gramm Ueberlastung construirten Ermüdungslinie, im Vergleiche zu der 40 Gramm entsprechenden (Fig. 16).

Die Elemente der ersteren stehen unter der schwächenden Macht der Nachdehnung durch das grössere Gewicht, die Elemente der letzteren werden günstig beeinflusst durch die Rehabilitation der Elasticität, während der verminderten Reckung.

Später wird mit Hülfe des zweiten Theiles der Fig. 16 gezeigt werden, dass in der That die Nachdehnung so zu Stande kommt, wie es hier vorausgesetzt ist.

---

1) Messungen über den zeitlichen Verlauf der Zuckung etc. in *Müller's* Archiv für Anat. Physiol. und wissenschaftl. Medicin. 1850. S. 307.

2) Vergl. *Helmholtz* l. c. S. 312 u. S. 323 §. IV.

3) Voruntersuchungen über d. zeitlichen Verlauf der Muskelzuckung. Arbeiten aus dem Kieler physiol. Instit. 1869. S. 123.

Die schon erwähnte, verminderte Neigung des Endstückes der oberen Ermüdungslinie (für 20 Gramm), nachdem die untere (für 40 Gramm) in die Abscisse gesunken ist, wird nunmehr erklärlich. Nachdem der erschöpfte Muskel unfähig geworden, die Spannung von 40 Gramm zu überwinden, gelangt er bei den folgenden Reizen zu immer geringeren Spannungshöhen, welche von Zuckung zu Zuckung abnehmenden Gewichten entsprechen, daher verliert die Nachdehnung mehr und mehr an Umfang und lässt die Ermüdungscurve flacher abfallen.

Fig. 17.

Dem Verdachte zu begegnen, dass der regelmässige Wechsel der Lastung den gleichmässigen Ermüdungsabfall verschulde, möge noch ein Curvenstück hier Platz finden, das den Theil eines Versuchs darstellt, in welchem zwischen die regulären Perioden von je 10 Reizen solche von 20 und 40 Reizen eingeschaltet sind.

Die oberen Linienstücke zeichnen den Ermüdungsverlauf bei 20 Gramm, die unteren den bei 40 Gramm Ueberlastung.

Die mittlere Ermüdungsdifferenz der oberen Linie:
(für 20 Gramm) D_{20} ist $= 0{,}0211$,
diejenige der unteren Linie: $D_{40} = 0{,}0210$.

Bei den meisten derartigen Versuchen zeigten sich die Unterschiede der Ermüdungsdifferenzen zu Gunsten des grösseren Gewichtes:

1) $D_{20} = 0{,}0237$
$D_{40} = 0{,}0200$

2) $D_{20} = 0{,}0154$, $D_{40} = 0{,}0133$; 3) $D_{20} = 0{,}0160$, $D_{40} = 0{,}0140$	Untermaximale Reize.	
$D_{20} = 0{,}0178$, $D_{40} = 0{,}0171$; $D_{20} = 0{,}0116$, $D_{40} = 0{,}0100$	Maximale Reize.	

4) $D_{20} = 0{,}0351$
$D_{50} = 0{,}0300$

5) $D_{20} = 0{,}0281$
$D_{50} = 0{,}0208$

6) $D_{20} = 0{,}0223$
$D_{50} = 0{,}0200$

7) $D_{20} = 0{,}0154$
$D_{50} = 0{,}0100$

8) $D_{20} = 0{,}0198$
$D_{50} = 0{,}0133$

9) $D_{20} = 0{,}0121$
$D_{50} = 0{,}0156$

Freilich geben die Muskeln, bei denen 50 Gramm Ueberlastung, abwechselnd mit 20 Gramm angewendet worden, nicht immer für den ganzen Verlauf gerade Ermüdungslinien.

Zuweilen zeigt der Anfangstheil der 50 Gramm Curve eine nach oben convexe Krümmung, welche verzögerte Ermüdung andeutet, während die 20 Gramm entsprechende Curve häufig mit anfänglicher Beschleunigung der Abscisse zufällt.

Auch diese Abweichungen vom gesetzmässigen Ermüdungsgange werden nach dem, was vorher über den Einfluss der Nachdehnungen gesagt worden ist, verständlich sein.

Die Variationen der Länge, zumal des frischen, noch sehr beweglichen Muskels, wachsen mit der Grösse und der Differenz der Ueberlastungsgewichte.

»Es wird ein Theil der Ueberlastung zur Belastung« bei Uebergang vom leichteren zum schwereren Gewichte; wenn dem schweren das leichte folgt, wird dieses als Ueberlastung »mit Flucht«[1]) an den ganz schlaffen Muskel gehängt.

Ebenso, wie mit zwei Werthen der Ueberlastung, kann man mit mehreren unser Gesetz prüfen, indem man dem Muskel verschiedene Gewichte in beliebigem Wechsel zur Hebung übergiebt. Man wird auch dann noch die wesentlichen Merkmale der Gesetzmässigkeit erkennen, nur etwas getrübt durch die mannigfach sich kreuzenden Nachdehnungswellen.

Die Reihenfolge der Ueberlastungen bei derartigen Versuchen entsprach den von *Eduard Weber*[2]) gegebenen Regeln.

Die Resultate eines solchen Experimentes, welches, um seiner Ausführlichkeit willen, als Muster passen kann, wenn es auch an Gesetzmässigkeit anderen Curven ähnlicher Art nach-

1) *A. W. Volkmann*. Versuche u. Betrachtungen über Muskelcontractilität. *Müller's* Archiv für Anat., Physiol. etc. 1858. S. 240.

2) Muskelbewegung. Handwörterbuch der Physiologie. Bd. III. Abth. 2. S. 79.

steht, sind in der folgenden Figur nach den schon mitgetheilten Normen wiedergegeben.

Zu Beginn dieses, wie aller anderen Versuche, wurde bei 20 Gramm Ueberlastung der Maximalreiz aufgesucht. Bei dieser Gelegenheit erfuhr man auch die Hubhöhe des mit 20 Gramm überlasteten, frischen Muskels, welche in diesem Falle 7,0 Mm. betrug.

Dieser Punkt ist bei 7,0 in Fig. 18 bezeichnet. Die dicken Curvenstücke in derselben geben ferner in gleicher Weise, wie es bei den zwei vorhergehenden Figuren geschehen, die Zuckungsperioden wieder, welche hier, mit zwei Ausnahmen, aus je 24 Contractionen bestehen. Die an der Spitze jeder Periode stehende Ziffer bezeichnet die Zahl der Gramme, welche bis zum 360ten Reize als Ueberlastung, dann als Belastung dem Muskel angehängt waren. So folgen also nach der Anfangsüberlastung mit 20 Gramm, solche mit 30 Gr., 40, 50, 70, 50, 40, 30, (Doppelperiode, in deren Mitte, nach kurzer Ruhe, Tempowechsel von 6 zu 3 Sec., vorgenommen wurde), dann 20 Gr., 30, 40, 30, 20, 30, 20; hierauf die Belastungsgewichte: 20· Gr., 30, 30, 20, 20a, (Doppelperiode bei Intervallen von 6 Secunden).

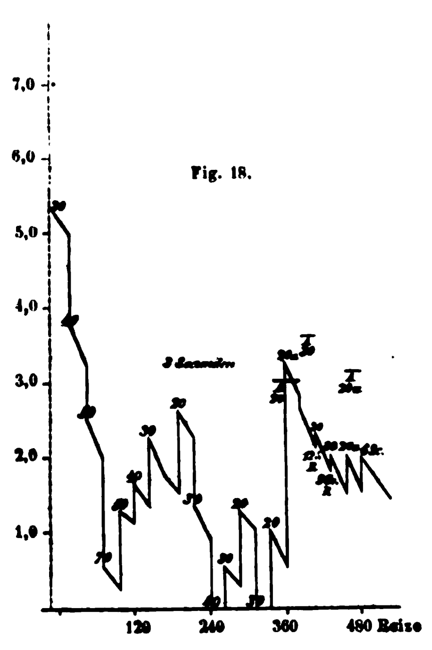


Fig. 18.

Die Horizontalstriche bei $\underset{20}{\wedge}$, $\underset{30}{\wedge}$, $\underset{20a}{\wedge}$ bezeichnen die Grösse der anfänglichen Dehnung durch resp. 20, 30, 20 Gramm.

Die Betrachtung der Curve zu erleichtern, wollen wir den Anfangspunkt der ersten Periode jeder Ueberlastung mit dem Endpunkte der letzten Periode gleicher Ueberlastung ver-

bunden denken. Der Punkt bei 7,0 gilt als Anfang der Ermüdungslinie für 20 Gramm.

Die 5 geraden Linien, welche hierdurch entstehen, den 5 angewandten Gewichten entsprechend, sind nahezu parallel. Die Ermüdungsdifferenz, welche die Neigung der so gefundenen Ermüdungslinie des mit 20 Gramm überlasteten Muskels bestimmen würde: D_{20} wäre = 0,0192, die nach solcher Methode gefundene Ermüdungsdifferenz für 30 Gr. Ueberlastung: D_{30} wäre = 0,0176, dem entsprechend D_{40} = 0,0189, D_{50} = 0,0183, D_{70} = 0,0112. Keine dieser Ermüdungslinien nimmt alle zugehörigen Curvenstücke vollständig auf.

Am weitesten bleiben wiederum die Grössen der mit 20 Gr. Ueberlastung gezeichneten Höhen (von den mittleren Ordinatenwerthen 2,5 und 1,3) unter den gesetzmässigen.

Der Muskel steht während dieser Zuckungsperioden unter dem schädlichen Einflusse der starken Dehnungen, welche er kurz zuvor von den grossen Ueberlastungsgewichten erfahren hatte. Und zwar ist bei der ersten der Effect bedeutender, als bei der zweiten, weil dieser geringere Gewichte vorausgehen. Bei der dritten, 20 Gr. angehörigen Periode endlich hat der Muskel, durch keine grössere Spannung (als höchstens 30 Gr.) mehr in seiner allmählichen Nachkürzung gestört, die normale Ermüdungslinie annähernd erreicht. Die Curvenstücke, welche 30 Gr. Ueberlastung entsprechen, zeigen ähnliches Verhalten. Das zweite (welches 4 Dutzend Zuckungen umfasst) ist in der Mitte geknickt, weil während kurzer Ruhe (des dann entlasteten Muskels) die Nachkürzung eine Beschleunigung erfahren hat, welche durch das schnellere Tempo nicht übercompensirt wird. Die späteren Curvenstücke für 30 Gr. fallen nahezu in die gesetzliche Ermüdungslinie. Die Anfangshöhe der zweiten Zuckungsperiode bei 40 Gr. Ueberlastung liegt der normalen Ermüdungslinie für 40 Gr., deren Richtung das erste Curvenstück angiebt, ferner, als die Endhöhe derselben. In erhöhtem Maasse zeigt sich bei dem zweiten Stück der 50 Gr. entsprechenden Curve diese Ablenkung; sie hat die Bedeutung einer während der Periode stark abnehmenden Nachdehnung. Für die Ermüdungslinie von 70 Gr. ist nur ein Bestimmungsstück da, welches absolut sehr niedrige Zuckungshöhen umfasst und vielleicht darum flacher abfällt.

Der zweite Theil der Figur, welcher die Ermüdungsverhältnisse bei wechselnder Belastung behandelt, wird später besprochen werden.

Die folgenden Zahlen-Tabellen führe ich noch an, um zu zeigen, dass die Abweichungen vom gesetzmässigen Ermüdungslaufe bei vielfachem Wechsel der Ueberlastungen nicht zufällige sind, sondern durch die Alteration der elastischen Eigenschaften des ruhenden Muskels bedingt; ihrer Grösse nach veränderlich, mit der bei verschiedenen Muskeln sehr variirenden Dehnbarkeit. Die Grössen der Dehnung, welche wie früher (S. 715) mit einem δ bezeichnet worden, dem die Zahl der angehängten Gramme beisteht, sind bei jedem Experimente für einige Gewichte angegeben. Diese Bestimmungen waren zwar mit meinen Apparaten nicht sehr genau zu machen, doch hinreichend, um die grossen Differenzen, welche in der Dehnbarkeit selbst zwischen den 2 analogen Muskeln eines Thieres (vergl. *B* und *C*) bestehen, zu beweisen.

Die Zahlen beziehen sich stets auf wirkliche Contractionswerthe. Als Einheit dient das Millimeter. —

H bedeutet: Gesetzmässige, mittlere Höhe einer Periode.

$H_a - h_a$ Unterschied der gesetzmässigen und der beobachteten Anfangshöhe einer Periode.

$H_e - h_e$ Unterschied der gesetzmässigen und der beobachteten Endhöhe einer Periode.

1) 2) . . . . ordnen die Perioden nach zeitlicher Folge.

A.

6 Secunden Reizintervall, von 9) ab 3 Sec. Intervall.

$\delta_{20} = 2,6$ $\delta_{30} = 3,5$ $\delta_{40} = 4,1$ Mm.

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.	70 Gr.
H	1) 7,3	2) 5,1	3) 3,7	4) 2,6	5) 0,4
$H_a - h_a$		0,0	0,0	0,0	0,0
$H_e - h_e$		0,0	0,0	+0,1	—0,1
H		8) 2,5	7) 2,0	6) 1,8	
$H_a - h_a$		0,0	+0,12	+0,5	
$H_e - h_e$		0,0	0,0	+0,3	

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.	70 Gr.
H	10) 3,7	9) 2,1			
$H_a - h_a$	+0,55	0,0			
$H_e - h_e$	+0,5	0,0			
H		11) 1,25	12) 0,12		
$H_a - h_a$		−0,55	−0,38		
$H_e - h_e$		−0,45	−0,5		
H		14) 2,05	13) 0,45		
$H_a - h_a$		+0,35	−0,35		
$H_e - h_e$		+0,2	−0,4		
H		16) 1,2	15)		
$H_a - h_a$		+0,15	−0,7		
$H_e - h_e$		0,0	−0,75.		

B.

$\delta_{20} = 3,3$ $\delta_{30} = 4,8$ Mm. 4 Sec. Reizintervall.

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.
H	1) 8,6	2) 5,6	3) 3,5	4) 1,75
$H_a - h_a$		0,0	0,0	0,0
$H_e - h_e$		+0,05	+0,05	0,0
H	7) 5,45	6) 3,65	5) 2,55	
$H_a - h_a$	+0,92	+0,65	+0,25	
$H_e - h_e$	+0,95	+0,4	+0,25	
H		8) 2,65	9) 0,55	10) 0,0
$H_a - h_a$		+0,4	−0,18	
$H_e - h_e$		+0,4	−0,15	
H	13) 2,4	12) 0,7	11) 0,0	
$H_a - h_a$	+0,45	0,0	−0,2	
$H_e - h_e$	+0,4	0,0		
H	15) 1,4	14) 0,0.		
$H_a - h_a$	+0,15	−0,5		
$H_e - h_e$	+0,15			

C.

$\delta_{20} = 2,2$ $\delta_{30} = 2,8$ Mm. 4 Sec. Reizintervall.

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.
H	1) 7,9	2) 5,5	3) 4,0	4) 2,4
$H_a - h_a$	0,0	0,0	0,0	0,0
$H_e - h_e$	0,0	+0,1	+0,05	+0,1
H	7) 5,5	6) 4,1	5) 3,2	
$H_a - h_a$	+0,7	+0,5	+0,25	
$H_e - h_e$	+0,7	+0,25	+0,15	
H		8) 3,25	9) 1,75	10) 0,3
$H_a - h_a$		0,0	0,0	−0,3
$H_e - h_e$		+0,1	0,0	−0,2
H	13) 3,05	12) 1,75	11) 1,0	
$H_a - h_a$	+0,25	0,0	−0,05	
$H_e - h_e$	+0,35	+0,05	+0,02	
H	15) 2,25	14) 1,0		
$H_a - h_a$	0,0	−0,3		
$H_e - h_e$	0,0	−0,15:		

D.

$\delta_{20} = 1,7$, $\delta_{30} = 2,4$ Mm. 3 Sec. Reizintervall.

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.	70 Gr.
H	1) 6,85	2) 5,05	3) 3,5	4) 1,9	5) 0,2
$H_a - h_a$		0,0	0,0	0,0	0,0
$H_e - h_e$		+0,2	+0,3	0,0	−0,1
H	9) 2,75	8) 1,9	7) 1,4	6) 0,85	
$H_a - h_a$	+0,7	+0,4	+0,4	+0,1	
$H_e - h_e$	+0,6	+0,35	+0,4	0,0	
H	11) 1,75	10) 0,85			
$H_a - h_a$	+0,15	0,0			
$H_e - h_e$	0,0	0,0.			

E.

$\delta_{20} = 1{,}75$ $\delta_{30} = 2{,}45$ Mm. 3 Sec. Reizintervall.

	20 Gr.	30 Gr.	40 Gr.	50 Gr.	70 Gr.
H	1) 6,5	2) 5,0	3) 3,4	4) 2,2	5) 0,2
$H_a - h_a$		0,0	0,0	0,0	0,0
$H_e - h_e$		+0,2	+0,1	0,0	−0,1
H	9) 2,3	8) 1,7	7) 1,3	6) 1,1	
$H_a - h_a$	+0,7	+0,5	+0,175	+0,35	
$H_e - h_e$	+0,5	+0,4	+0,25	+0,32	
H	11) 1,2	10) 0,75			
$H_a - h_a$	+0,2	+0,15			
$H_e - h_e$	0,0	−0,15			

Aus den Tabellen ist ersichtlich, dass die ersten Curvenstücke gesetzmässig abfallen, oder häufig ein klein wenig steiler, wodurch die Differenz $H_e - h_e$ der Endhöhen von den ersten Perioden bei wachsenden Ueberlastungen kleine positive Werthe erhalten; wie z. B. Tabelle E 2) bis 4). Sub. 5) derselben Tabelle ist die Differenz sehr klein, aber negativ (bei 70 Gr. Belastung), ebenso in Tabelle D und A bei 70 Gramm. Die Dehnungen scheinen bei so grossem Gewichte während der unbedeutenden Hebungen nur wenig mehr zu wachsen. Die nächsten Unterschiedswerthe für die Höhen abnehmender Ueberlastung (welche in den betreffenden Zeilen der Tabellen von rechts nach links einander folgen) sind positiv; stets bei 20 Gr. am grössten. Es liegen also die gesetzlichen Ermüdungslinien höher, als die gefundenen Curvenstücke abnehmender Gewichte (s. Tabelle E 6) bis 9). Wenn die Gewichte wieder zunehmen, so mindern sich die Differenzen und werden endlich negativ, d. h. die gesetzlichen Linien verlaufen unterhalb der betreffenden Curvenstücke (Tabelle E 9) bis 10).

So documentirt sich der Einfluss der Nachdehnungen und Nachkürzungen, welcher durch regelmässigen Wechsel der Ueberlastungen wohl etwas gemildert, doch nicht gänzlich eliminirt werden kann. Ein Paar Stücke von Original-Curven sollen wieder die Gewinnungsart der mitgetheilten Resultate erläutern.

Fig. 19 zeigt die Zuckungsreihe eines unermüdeten Muskels bei 6 Secunden Reizintervallen und wachsenden Ueberlastungsgewichten. Die annähernde Parallelität der Ermüdungslinie ist schon aus diesen Stücken erkennbar.

Ausserdem wird hier wieder das längst bekannte Factum erläutert, dass die Grösse der Contractionen nicht umgekehrt proportional den Ueberlastungen sich ändert; ebenso, dass das Maximum der Arbeit einer Zuckung $h.\ p$ bei einem mittleren Gewichte auftritt, welches in diesem Falle 30 Gramm ist. Aus dem eben besprochenen Gesetze ergiebt sich, dass das Verhältniss der Höhen, auf welche verschiedene Gewichte vom Muskel in demselben Ermüdungsstadium gehoben werden, mit jeder Zuckung sich ändert. — Weil die Höhen der Zuckungszahl umgekehrt proportional abnehmen, die Differenz zwischen den Höhen verschiedener Gewichte aber in allen Ermüdungsstadien dieselbe bleibt, so muss das Verhältniss einer Hubhöhe kleinen Gewichts zu einer gleichzeitigen, grossen Gewichts, mit zunehmender Ermüdung wachsen.

In gleicher Weise wird das Verhältniss der Arbeitsgrössen $pH : Ph$ mit der Anzahl der Contractionen zunehmen.

So bestätigen sich die Beobachtungen von *E. Weber*,[1]) denen zufolge »Muskeln, wenn sie ermüdet sind bei



Fig. 19.

Frischer Muskel, bei Reizintervallen von 6 Secunden, mit gradatim wachsenden Ueberlastungen von 20, 30, 40, 50, 60 Gr. versehen.

1) l. c. S. 99.

leichterer Arbeit unverhältnissmässig mehr zu leisten im Stande sind, als wenn sie zu schwerer Arbeit verwendet werden.«

Während in dieser Figur (Fig. 19) längere Zuckungsperioden für jede Ueberlastung die Richtung der Ermüdungslinie bestimmen, geben in Fig. 20 kürzere, periodisch wiederkehrende Curvenstücke gleichen Gewichts, Bestimmungsorte für den Verlauf der Ermüdungslinie.

Die Verbindungslinien der Endpunkte von Höhen gleicher Ueberlastung sind gerade und einander annähernd parallel. Nur die Höhen der vorletzten Periode von Zuckungen mit 30 Gr. reichen nicht ganz bis an die entsprechende Verbindungslinie.

Mit wachsenden Gewichten nehmen die Hubhöhen stufenweise ab und wachsen wieder in ähnlichem Verhältnisse bei verringerten Ueberlastungen. Jedoch sind die (nach links) aufsteigenden Stufen etwas niedriger, als die absteigenden. Die Ursache von diesem Verhalten ist, wie oben auseinandergesetzt worden, in dem schädigendem Einflusse der grösseren Gewichte, welche den niedrigsten Zuckungsstufen entsprechen, zu suchen. Weder die Höhe der Contractionen, noch die Grösse der geleisteten Einzelarbeit beeinflusst den Gang der Ermüdung. Die sichtbaren Contractionen können selbst auf den Werth 0 sinken, ohne dass die folgende Zuckungsperiode ihren dem Orte und den augenblicklichen Bedingungen entsprechenden Werth ändert.

Fig. 20.

Muskel mittlerer Ermüdungsstufe, bei Reizintervallen von 6 Secunden, mit successive wechselnder Ueberlastung von 20, 30, 40, 50 Gramm arbeitend.

IV. *Die Differenz D der Ermüdungsreihe eines in gleichen Zeitintervallen gereizten, b e l a s t e t e n Muskels bleibt constant, bis die Grösse der Zuckung y gleich geworden ist: der Grösse der Dehnung δ durch das an den ruhenden Muskel gehängte Gewicht. Von dieser Stelle der Reihe an nimmt die Differenz mit der Anzahl n der Glieder ab, und nähert sich dem Werthe*: $\frac{\delta^2}{n^2 D}$.

Mit anderen Worten: *Die Verbindungslinie der Höhenendpunkte eines mit unveränderlichem Gewichte belasteten, in gleichen Zeitintervallen sich contrahirenden Muskels, verläuft geradlinig, bis die Werthe der Höhen kleiner geworden sind, als die Werthe der Dehnung des ruhenden Muskels durch dasselbe Gewicht. Von diesem Punkte ab wird die Verbindungslinie nahezu eine Hyperbel, deren eine Asymptote die Dehnungslinie des ruhenden Muskels ist.*

Schon bei Gelegenheit der Erklärung von Taf. 4, und des daraus gewonnenen Curvenschema Fig. 5, hat das hier formulirte Gesetz angedeutet werden müssen (S. 715). Auch an anderen Stellen ist auf die Besprechung der charakteristischen Unterschiede der Ermüdung belasteter und überlasteter Muskeln, verwiesen worden.

Einige kleine Abweichungen ausgenommen, welche wir bald betrachten werden, verhält sich die von Contraction zu Contraction vorschreitende Ermüdung des belasteten Muskels, wie die des überlasteten.

Die der Zahl der Zuckungen proportional wachsende Ermüdung des belasteten Muskels folgt scheinbar einem anderen Gesetze, sobald die Zuckungsgrösse kleiner geworden ist, als die Dehnung des ruhenden Muskels durch das belastende Gewicht.

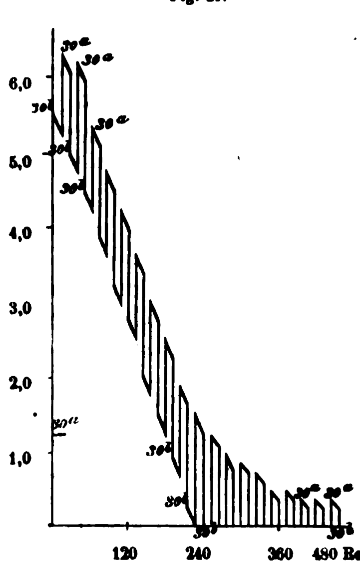
Zum Vergleiche der Wirkung von Ueberlastungen und Belastungen, können wir e i n e n Muskel verwenden, wenn wir die Gewichte so klein wählen, dass keine störende Nachwirkung der Nachdehnungen zu befürchten ist.

Das folgende Schema (Fig. 21), welches mit Hülfe von schon häufig erwähnten Regeln nach den Resultaten eines Experimentes construirt worden ist, gestattet einen schnellen Ueberblick über den Verlauf der 2 den Ueberlastungen und Belastungen zugehörigen Ermüdungslinien. Die Grundlinie des Schema, auf welcher die Anzahl der Reize als Abscissen aufgetragen sind,

entspricht der Gleichgewichtslage des belasteten, wie des überlasteten Muskels.

Die Dehnungsgrösse (1,2 Mm.) des mit 30 Gramm belasteten Muskels ist als Anfangsordinate aufgetragen (30a). Jeder Zuckungsperiode (von 12 Höhen), vom Muskel mit Ueberlastung von 30 Gramm (30b) ausgeführt, folgt eine mit Belastung von 30 Gramm (30a) vollbrachte.

Fig. 21.



Die zweite Periode für 30a überragt die benachbarten, die übrigen bis zur Höhe 1,3 ($=\delta$ 30) liegen ziemlich genau in einer geraden Linie, welcher die Verbindungslinie der Perioden für 30b parallel läuft.

Es ist die Differenz der Ermüdungsreihe für die Belastung mit 30 Gr.: $D_{30a} = 0,0222$. diejenige der Ermüdungsreihe für die Ueberlastung mit 30 Gramm: $D_{30\,b} = 0,0220$. Von dem Punkte, wo die Zuckungshöhe des mit 30 Gr. belasteten Muskels gleich δ wird, erhalten die Differenzen (d) für die folgenden Belastungsperioden diese, grob durchschnittlich bestimmten Werthe: 1) 0,011 2) 0,008 3) 0,0075 4) 0,007 5) 0,0046 6) 0,0042 7) 0,0025.

Dem Hyperbelgesetze zufolge würden die d folgende Werthe haben: 1) 0,010 2) 0,0084 3) 0,007 4) 0,0061 5) 0,005 6) 0,0046 7) 0,0041.

Zu der Annahme, dass die Zuckungshöhen y, welche kleiner als δ sind, durch die Gleichung $y_n^2 + (n-1)\,y_n\,D = \delta^2$ bestimmt werden, hat die Voraussetzung geleitet, dass das Gesetz der Ermüdung für den ganzen Arbeitsverlauf, auch des belasteten Muskels gelte, nur modificirt erscheine in dem Theile der Ermüdungscurve, deren grösste Ordinate gleich δ ist. Von diesem Punkte ab wächst mit jeder Zuckung der Antheil, welchen

die elastischen Kräfte des gespannten Muskels an dem Contractionsacte haben.

Um die Zergliederung des complicirten Vorganges [1]) zu erleichtern, wollen wir folgende Annahmen vorausschicken, deren Berechtigung, innerhalb der Grenzen des jetzt betrachteten, kleinen Zuckungsumfanges, wir später prüfen werden:

1) Ein Muskel, welcher seine Ueberlastung nicht mehr zu heben vermag, vollbringt mit leichteren Gewichten belastet, Zuckungen, deren erste Höhen den Grössen der Gewichte umgekehrt proportional sind.

2) Die Verbindungslinie der, gleichen Gewichten entsprechenden Höhenendpunkte ist eine gerade, und die verschiedenen Verbindungslinien, welche den verschiedenen Gewichten zugehören, sind einander parallel.

3) Die Länge des durch ein Gewicht gedehnten, ruhenden Muskels, nimmt proportional der Gewichtsverminderung ab.

Jetzt wollen wir, beispielsweise, einen Muskel betrachten, welcher soweit ermüdet ist, dass er eine Ueberlastung von 20 Gr. eben nicht mehr von der Unterlage abheben kann. Wenn wir die Stütze des Gewichtes entfernen, so wird der Muskel durch die Last von 20 Gr. um ein Stück z. B. 1 Millimeter verlängert. Verringern wir jetzt die Last um 1 Gr., so verkürzt sich der Muskel, der Voraussetzung 3) zufolge, um den 20sten Theil seiner Dehnung, also $\frac{1}{20}$ Mm.; es wären mithin durch die Entlastung um 1 Gr., 19 Gr. $\frac{1}{20}$ Mm. gehoben. Wird ein zweites Gramm weggenommen, so wird der elastische Körper um weitere $\frac{1}{20}$ Mm. kürzer und hebt dabei 18 Gr. $\frac{1}{20}$ Mm. Die Befreiung vom 3. Gramm lässt 17 Gr. um $\frac{1}{20}$ Mm. aufwärts bewegen, u. s. w., bis endlich der vom 19ten Gramme erlöste Körper das letzte übrig bleibende 1 Gramm-Gewicht noch um $\frac{1}{20}$ Mm. hebt.

Wir sehen vorläufig von diesem 20sten Gramme ab, welches den Muskel noch belastet. Würden wir es im Ganzen fortnehmen, so verlöre die freie Elasticität den Angriffspunkt, der Muskel verkürzte sich leer, bis auf seine natürliche Länge.

Zum Geschäfte des Entlastens würden wir nur verschwindende Arbeit aufzuwenden brauchen, denn die Gewichte könn-

1) Die einfache mathematische Darstellung. Siehe Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. 1870. S. 636.

ten so angebracht sein, dass der geringste, seitliche Anstoss sie successive abfallen liesse.

Durch das Wegschaffen von 1 Gr. Gewicht haben wir also die vom elastischen Körper geleistete Arbeit von $19\frac{1}{20}$ Millimeter-Gramm ausgelöst, durch grammweise Erleichterung um 2 Gr. im Ganzen die Arbeit $(19+18).\frac{1}{20}$ Mm-Gr., durch 3 Gr. die Arbeitssumme $(19+18+17).\frac{1}{20}$ Mm.-Gr., danach erlangen wir durch die succesive Entfernung der Belastungen von 19 Gr. die Gesammtarbeit $(19+18+17+\ldots\ldots\ldots\ldots+1).\frac{1}{20}$ Mm.-Gr.

Die Summe der eingeklammerten arithmetischen Reihe ist $=(19+1).\frac{19}{2}$, also der Werth des Arbeitsproductes $=\frac{20.19}{2}\cdot\frac{1}{20}=\frac{19}{2}$ Mm.-Gr.

Die Grösse der Arbeit, welche durch Hebung eines Gewichtes von 20 Gr. um $\frac{19}{20}$ Mm. geleistet wird, ist $=19$ Mm.-Gr.; also kann die Hälfte der gesammten Hubarbeit durch Entlastung um 19 Gr. eines vollkommen elastischen, durch 20 Gr. gespannten Körpers gewonnen werden. Der durch 20 Gr. belastete Muskel braucht also, ausser seinen elastischen Kräften, nur eine Arbeit, welche $\frac{19}{2}$ Mm.-Gr. äquivalent ist, aus den erst bei der Contraction sich entwickelnden Kräften hinzuzufügen, um die gegebenen 20 Gr. auf die Höhe $\frac{19}{20}$ Mm. zu fördern.

Um zu ermitteln, welchen Theil von dem 20sten, bisher nicht berücksichtigten Gramme die elastischen Kräfte von $\frac{1}{20}$ Mm. bis auf 0 zu bringen vermögen, müssen wir wieder den Vorgang zerlegen. Wir theilen also dieses 1 Gramm, wie wir es mit den 20 Gr. gethan, in 20 gleiche Theile, und ebenso das restirende $\frac{1}{20}$ Mm.

Wir erhalten so das Product $\frac{(19+18+\ldots\ldots+1)}{20}\ \frac{19}{2}.\frac{1}{400}=\frac{19}{800}$ Mm.-Gr. als Näherungswerth der Elasticitätsarbeit. Um 1 Gr. $\frac{1}{20}$ Mm. zu heben, bedarf es der Arbeit $\frac{1}{20}$ Mm.-Gr., folglich hat die elastische Kraft nahezu $\frac{1}{2}$ der Gesammtarbeit eines Zuckungselementes übernommen.

Gemäss obiger Auseinandersetzung haben bei Hebung von 20 Gr. um 1 Mm., mittelst grammweiser Erleichterung, die elastischen Kräfte eine Arbeit von $\frac{19}{2}$ Mm.-Gr. geleistet. Es fehlt also zur Hälfte der Gesammtarbeit $=10$ Mm.-Gr. noch $\frac{1}{2}$ Mm.-Gr. Dieses Deficit erklärt sich aus der von uns angenommenen Entlastung in grossen Sprüngen von je 1 Gr. Würden wir $\frac{1}{20}$ Gr. als amoviblen Theil auf die gesammte Dehnungs-

strecke verwenden, wie wir es beim 20sten Gramme gethan haben, so würden wir den Arbeitswerth der Elasticität mit

$$\frac{(399 + 398 + \ldots\ldots + 1)}{20} \cdot \frac{399}{2} \cdot \frac{1}{400} = \frac{399}{40} = 10 - \frac{1}{40}\ \text{Mm.-Gr.}$$

finden. Es fehlen also zur Hälfte der Gesammtarbeit nur noch $\frac{1}{40}$ Mm.-Gr., statt, wie oben: $\frac{1}{2}$ Mm.-Gr.

Wir vermuthen leicht aus diesen Proben, dass, wenn wir die Hubhöhe δ und das gehobene Gewicht p in unzählig viele, miteinander correspondirende Theile zerlegten, wir mit Hülfe einer Rechnungsoperation, die der vorigen ähnlich wäre, zu dem Werthe $\frac{p\,\delta}{2}$, als Antheil der elastischen Kräfte an der Erhebung des Gewichtes gelangen würden. Nehmen wir jetzt an, die Differenz von 2 benachbarten Zuckungshöhen des überlasteten Muskels — welche wir als »Differenz der Ermüdungsreihe«, oder »Ermüdungsdifferenz« D bezeichnet haben — sei gleich 0,05, so wäre dies die Höhe der letzten, sichtbaren Zuckung, wenn die nächste gerade = 0 ist. Unter der experimentell begründeten Voraussetzung, dass sich kleine Ueberlastungszuckungen zu gleicher absoluter Höhe erheben, wie die entsprechenden Belastungs-Zuckungen, würde eine, an Stelle der gedachten, 0,05 Mm. hohen Ueberlastungs-Zuckung ausgeführte Belastungs-Zuckung gleich sein: $\delta + 0{,}05$. Ohne Berücksichtigung der Elasticität würden wir die nächste Zuckung $= \delta - 0{,}05$ erwarten müssen. Wir finden sie aber grösser, und zwar nahezu $= \delta - 0{,}025$, sodass, statt der vorher gültigen, constanten Ermüdungsdifferenz von 0,05, eine um die Hälfte kleinere eingetreten ist. Die folgenden Differenzen werden immer kleiner, und zwar entsprechen sie immer näher dem Werthe: $\frac{\delta 2}{n^2 D}$, wo n die Anzahl der Höhen, von δ als 1 ab gerechnet, angiebt. Der Grund für dieses Verhalten wird aus folgender Betrachtung deutlich werden.

Oben ist gezeigt worden, dass der Muskel, bei der Verkürzung um δ, mit dem zugehörigen Gewichte p, die Arbeit $\frac{p\delta}{2}$ zur gleich grossen, von den elastischen Kräften gelieferten hinzuthun musste, um die Arbeit $p \cdot \delta$ zu schaffen. Der Arbeitswerth der vorhergehenden Zuckung setzt sich, wie das Frühere ergiebt, aus den Producten $\frac{p\delta}{2} + p.D$ zusammen, und für alle vorherigen Glieder bleibt der erste Summand der

gleiche, während der zweite mit dem Factor n erscheint, der gleich ist der Anzahl der Höhen y, welche die betrachtete von der Höhe $y_1 = \delta$ trennt. Die constante Arbeitsdifferenz zwei solcher, benachbarter Zuckungen ist demnach $= p. D$.

Bliebe die Differenz der Höhen auch für diejenigen, welche kleiner als δ sind $(y < \delta)$ constant, so würde die Arbeit der Zuckung y_2, welche der Zuckung $y_1 = \delta$ folgt, nach der gegebenen Auseinandersetzung den Werth haben $= \frac{p\delta}{2} - \frac{pD}{2}$, weil die Elasticität des durch die Contraction nicht völlig entspannten Muskels, aus ihren noch restirenden Kräften, für das Zuckungselement $= D$ die Hälfte der Arbeitskraft hergiebt. Infolge der neuen Arbeitserleichterung erreicht die Zusammenziehung eines etwas höheren Werth, die Differenz D wird demzufolge kleiner.

Wir wollen nun diese Abnahme der Ermüdungsdifferenz genauer verfolgen.

Es nimmt, gemäss der Voraussetzung 3, das durch die contractilen Kräfte zu überwindende Gewicht umgekehrt proportional der Verlängerung des Muskels ab. Es bleibt also auf der Zuckungshöhe z für die contractilen Kräfte ein Theil, welcher z proportional ist: $\frac{p}{z} = \frac{p}{\delta}$, denn für $z = \delta$ ist das Gewicht p noch keines Theils seiner Zugkraft von der Elasticität beraubt worden. Somit ist auf jeder Höhe solcher Zuckung z, der Belastungswerth $p = \frac{p.z}{\delta}$.

Der Antheil, welchen die contractilen Kräfte an dem Zuckungsvorgange nehmen, ist soeben, mit Hülfe weitläufiger Elementarberechnung annähernd zu $\frac{z}{2}$ gefunden worden. Hiernach ist der Arbeitsantheil der Contractilität $= \frac{pz}{\delta} \cdot \frac{z}{2} = \frac{pz^2}{2\delta}$. Wir fanden früher für die Arbeit $p\delta$ den Arbeitsantheil der Contractilität $= \frac{p.\delta}{2}$. Wir bestätigen jetzt $\frac{p.\delta}{2} = \frac{p.z^2}{2\delta}$, weil $z = \delta$ gesetzt: $\frac{p\delta}{2} = \frac{p\delta^2}{2\delta}$. Gleichermassen fanden wir für jedes Zuckungselement, $\frac{p.z}{2}$ als Werth des Arbeitstheiles der contractilen Kräfte, da aber $p = \frac{pz}{\delta}$, so ergiebt sich $\frac{pz}{\delta} \cdot \frac{z}{2} = \frac{pz}{2\delta} \cdot z$.

Die Zuckungshöhen des überlasteten Muskels bilden eine arithmetische Reihe, mit der constanten Differenz D, also ist die n^{te} Höhe $y_n = y_1 - (n-1)\ D$.

Wir wenden nun die sub. 2 formulirte Voraussetzung an, dergemäss die Zuckungshöhen umgekehrt proportional den vom Muskel gehobenen Gewichten wachsen. Diese Annahme wird innerhalb der engen Zuckungs- und Gewichtsgrössen, um welche es sich hier handelt, im Allgemeinen mit dem Thatbestande übereinstimmen, umsomehr, als ja eine Art von Selbstregulirung der Zuckungshöhe im belastet sich verkürzenden Muskel besteht, da, vermöge der mit der Verkürzung proportionalen Abnahme der elastischen Kräfte, der über das gesetzliche Mass sich contrahirende Muskel, mit beständig wachsender Last arbeiten würde, bei sich verringernder Contraction mit Entlastung.

Setzt man demnach $y_1 : y_2 = p_2 : p_1$, oder allgemein $y_1 = \frac{c}{p}$, berücksichtigt $p = \frac{pz}{2\delta}$ und vertauscht z wieder mit y_n, so kann man aus obiger, linearer Gleichung: $y_n = y_1 - (n-1)\ D$ die quadratische erhalten:

$$y_n = \frac{2c\delta}{py_n} - (n-1)\ D,$$

oder:

$$y_n^2 = \frac{2c\delta}{p} - (n-1)\ y_n D,$$

woraus sich für $n = 1$ und $y_1 = \delta$ die Constante $c = \frac{y_1^2 p}{2\delta} = \frac{\delta p}{2}$ ergiebt.

Die Gleichung $y_n^2 + (n-1)\ y_n\ D = \delta^2$ bestimmt also die Zuckungshöhen in dem ganzen Verlaufe, von der Höhe ab, welche gleich δ ist.

Diese Gleichung kann man, behufs graphischer Darstellung vereinfachen, indem man für die Zuckungszahl die Abscisse x substituirt, wobei x_n für die Anzahl $n-1$ gilt, weil im 0 Punkte der Abscissenaxe die erste Zuckung aufgetragen ist. Wird nunmehr $x = n - 1$ in die Gleichung eingesetzt und der Index n weggelassen, so erhält man:

$$y^2 + Dxy = \delta^2,$$

wo der 0 Punkt von den der Zuckungsanzahl proportionalen Abscissen bei dem Werthe $y = \delta$ liegt. Diese Gleichung stellt eine Hyperbel dar, für welche die x-Axe eine der Asymptoten ist.

Wir haben uns dieser Gleichung schon früher (S. 745) bedient, um die Uebereinstimmung der berechneten Werthe von y mit den gefundenen zu constatiren. Auch für das zuletzt beschriebene Experiment ist die Formel benutzt worden, um die theoretischen Ermüdungsdifferenzen des abwechselnd überlasteten und belasteten Muskels mit den empirisch bestimmten zu vergleichen.

Ueber die Abnahme der Differenzen $y_n - y_{n+1}$ kann man sich mit Hülfe folgender Berechnung eine Uebersicht verschaffen.

Aus der obigen, quadratischen Gleichung ergiebt sich:

$$y_{n+1} = \sqrt{\frac{n^2 D^2}{4} + \delta^2} - \frac{n D}{2} = \frac{D}{2}\sqrt{n^2 + \frac{4\,\delta^2}{D^2}} - \frac{n D}{2}.$$

wodurch die Grösse jeder Zuckung genau bestimmt wird.

Setzt man $\frac{\delta}{D} = \lambda$ und $\sqrt{n^2 + 4\,\lambda^2} = w_n$, so wird:

$$y_{n+1} = \tfrac{1}{2} D\,(w_n - n) \text{ und analog: } y_n = \tfrac{1}{2} D\,(w_{n-1} - (n-1))$$

Der Werth $\frac{y_n - y_{n+1}}{D}$, welcher für die Reihe der Zuckungshöhen, die grösser als δ, constant gleich 1 gefunden war, wird also für die Reihe der Contractionen, die kleiner als δ sind, gleich:

$$\tfrac{1}{2}\,(1 + w_n - 1 - w_n)$$

Wenn der Bruch $\frac{\lambda}{n}$ mit wachsenden n hinlänglich klein geworden ist, um eine Vernachlässigung der dritten und höheren Potenzen desselben zu gestatten, so ergiebt sich dafür der im Satze IV benützte Näherungswerth:

$$\frac{\lambda^2}{n^2} \text{ oder } \frac{\delta^2}{n^2 D^2}\cdot$$

Es ist nämlich: $w_n = \sqrt{n^2 + 4\,\lambda^2} = n\sqrt{1 + \frac{4\,\lambda^2}{n^2}}$

und $\sqrt{1 + \frac{4\,\lambda^2}{n^2}} = 1 + \frac{2\,\lambda^2}{n^2} - \frac{2\,\lambda^4}{n^4} + \ldots\ldots,$

also annähernd:

$$w_n = n + \frac{2\,\lambda^2}{n},$$

d. h. genau, bis auf die Glieder von der Ordnung $\frac{\lambda^4}{n^3}$. Hiernach wird:

$$\tfrac{1}{2}(1 + w_{n-1} - w_n) = \frac{\lambda^2}{n(n-1)} = \frac{\lambda^2}{n^2} + \frac{\lambda^2}{n^2(n-1)},$$

weil $\dfrac{1}{n^2\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \dfrac{1}{n^2}\left(1 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n^2} + \ldots .\right)$

Daher ist annähernd, ohne Berücksichtigung der Glieder der Ordnung $\frac{\lambda^4}{n^3}$ oder $\frac{\lambda^2}{n^3}$:

$$\tfrac{1}{2}(1 + w_{n+1} - w_n) = \frac{\lambda^2}{n^2}.$$

Deshalb ist in der That, bei hinreichend grossem n:

$$y_n - y_{n+1} = \frac{\lambda^2 D}{n^2} = \frac{\delta^2}{n^2 D},$$

wie im Satze IV behauptet worden ist.

Die experimentell gefundenen Grössen der Zuckungshöhen stimmen, wie oben erwähnt, sehr häufig genau mit den theoretisch geforderten überein, aber es finden sich auch Abweichungen, und zwar zuweilen ziemlich bedeutende, wie z. B. in dem Experimente, welches Taf. IV in extenso wiedergiebt. Hier fällt anfänglich die Ermüdungscurve des mit 50 Gr. *belasteten*, (oberen) linken Muskels steiler ab, als die des überlasteten.

Der Grund dieser Abnormität ist nicht in beschleunigter Ermüdung zu suchen, sondern in der Unvollkommenheit der Elasticität bei sehr starken Dehnungen. In der That sehen wir den Muskel durch das Gewicht von 50 Gramm, nachdem er mit demselben *überlastet* 250 Contractionen gemacht hatte, eine Dehnung um 3,5 Mm. (50a 1ste Reihe) erleiden, und später (50a 2te Reihe), als die Stütze entfernt worden, welche ihn vor den Ueberreckungen durch das *fallende* Gewicht schützen sollte, noch 0,4 Mm. Nachdehnung, dann aber, bei Entlastung von 30 Gramm (20a 3te Reihe) sich nur um 1,15 Mm. verkürzen, so dass noch 4,5 Mm. Dehnung bei 20 Gr. Belastung bleiben.

Der Muskel hatte also eine sehr beträchtliche, bleibende Ausdehnung erfahren, die sich später, auch unter dem Einflusse der restaurirenden Blutcirculation kaum vermindert (um 0,25 Mm.).

Auch bei Gelegenheit der Versuche mit wechselnden Ueberlastungen habe ich auf die Variationen aufmerksam gemacht, welchen die Muskelelasticität, sowohl wegen individueller Eigen-

thümlichkeiten, wie in Folge vorhergegangener Belastungen unterliegt.

Schon in den ausführlichen Tabellen von *E. Weber* finden sich Belege für die ausserordentliche Veränderlichkeit der Länge des ruhenden Muskels.

Die Tabelle H [1]) z. B. weist folgende Längen bei 5 Gr. Belastung auf: 40,5 — 42,3 — 44,8 — 45, — 45,6 — 46 — 46.

Diese Zunahme ist nicht Folge der Ermüdung, wie auch *E. Weber* selbst angiebt [2]), sondern der zwischengeschobenen Belastungen: bis 35 Gr., welche für den dünnen Zungenmuskel ungemein gross sind.

Wir finden die elastische Nachwirkung ebenfalls sehr ausgeprägt in derselben Reihe, bei symmetrisch geordnetem Wechsel von 15 und 5 Gramm.

Je nachdem das schwere oder das leichte Gewicht vorausgeht, haben die Dehnungsdifferenzen $L_{15\,Gr.} - L_{5\,Gr.}$ folgende Grössen:

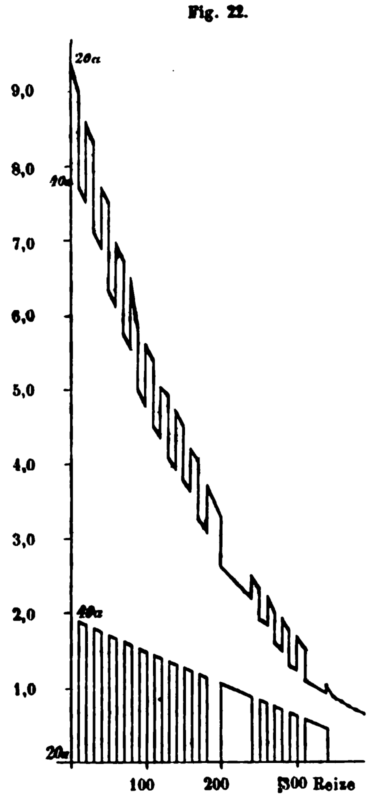
Verkürzung	+5,6, +4,8, +3,0, +2,9, +2,7, +2,7, +2,7
Verlängerung	—4,5, —2,7, —1,2, —2,0, —2,1, —2,1, —2,1

Gegen das Ende der Reihe zu, werden ebensowohl die Differenzen kleiner, als auch die Unterschiede derselben, und nähern sich asymptotisch einem kleinen, festen Werthe, wenn wir von der letzten, wohl irrthümlichen Zahl »30,1« absehen. Folgendes Versuchsschema kann ähnliche Verhältnisse bei einem, abwechselnd mit 40 und 20 Gr. belasteten Muskel nachweisen.

1) l. c. S. 77. 2) l. c. S. 112.

Es soll hier vorzüglich die untere Hälfte der Figur instruiren. Als Abscisse ist die Gleichgewichtslage des mit 20 Gr. Belastung ruhenden Muskels angenommen. Wie bekannt, ist diese keine horizontale, sondern sinkt meistens, in Folge der bleibenden Dehnung ein wenig, wie wir es in dem vorhin besprochenen Experimente (Taf. IV.) gesehen haben.

Fig. 22.



Auch in vorliegendem Versuche erleidet der Muskel durch 20 Gr. eine bleibende Dehnung von 1,0 Mm., welche hier nicht kenntlich gemacht worden, um die Art, wie sich die Dehnungslinie für 40 Gr. (40a) derjenigen für 20 Gr. (20 a) nähert, deutlich zu lassen. Die schmalen Trapeze, welche sich auf der Abscisse erheben, bezeichnen (in Mittelwerthen) die 10mal vergrösserten Dehnungsgrössen des ruhenden, mit 40 Gr. belasteten Muskels. Natürlich sind diese Dehnungshöhen die reducirten Spiegelbilder derjenigen, welche in Wahrheit als Dehnungstiefen gleich weit unter die Abscisse reichen. Wir sehen, dass sie, der Zuckungszahl proportional, sich der 20a Abscisse nähern.

In Wahrheit nähern sie sich nicht continuirlich, sondern mit periodisch wechselnder Neigung, indem die spitzen Winkel der Trapeze etwas grösser sind, in Folge der zeitweiligen Minderspannung, welche eine partielle Restitution der Elasticität gestattet.

Die Ermüdungslinien, welche durch Verbindung der Curvenstücke für 20a und 40a erhalten werden, convergiren nach unten zu erheblich, und treffen sich endlich, nach 330 Zuckungen,

um vereinigt weiter zu laufen, während die Dehnungslinien noch relativ grosse Distanz halten.

Der Abfall beider Ermüdungslinien ist in den oberen Theilen nicht völlig geradlinig, auch ist die Ermüdungsdifferenz nicht für beide Gewichte gleich gross. Wir sehen aber wiederum, dass der Ermüdungslinie des leichteren Gewichtes die grössere Neigung zukommt.

Die Versuche mit irgend erheblichen Belastungen geben selten glatte Resultate. Die, auch während der Ruhe, durch wechselnde Gewichte gezerrten Muskeln können den Ermüdungsgesetzen nicht mehr in vollem Masse gehorchen.

Die Veränderlichkeit der Grösse der Elasticität der Muskeln, besonders wenn sie von der Blutcirculation ausgeschlossen, ist übrigens von allen Forschern, welche sich mit diesem Gegenstande beschäftigt haben, erkannt worden. Jedoch kann man die Muskelelasticität für kleine Gewichte als ziemlich vollkommen gelten lassen, wenn man nur die Anfangsdehnung berücksichtigt, welche hier allein wirksam ist.

Man wird nach dem Gesagten zugeben, dass Abweichungen von dem gesetzmässigen Ermüdungsverlaufe, unter Bedingungen, welche die Elasticität zu beeinträchtigen vermögen, nicht als Beweise gegen die Gültigkeit der Ermüdungs-Gesetze angeführt werden dürfen.

In welcher Weise unvollkommene Elasticität die durch dieselbe zu leistende Arbeit modificiren kann, hat *Fick* [1]) durch Rechnung und Beispiele erörtert.

Es bleiben noch einige auffallende Eigenthümlichkeiten zu erwähnen, welche im Anfangs- und Endtheil der Ermüdungscurve sich zeigen.

Dem Gesetze zufolge sollten die absoluten Höhen der, mit gleichem Gewichte vollbrachten Zuckungshöhen in gleichem Ermüdungsstadium dieselben sein, mag der Muskel belastet oder überlastet arbeiten.

Der frische Muskel gehorcht jedoch nicht immer diesem Gesetze, und zwar macht er Fehler, oberhalb und unterhalb.

Grosse Belastungen werden meist nicht bis auf dieselbe Höhe gebracht, wie gleich grosse Ueberlastungen. Je grösser die Last, desto beträchtlicher ist das Deficit. Ich muss dieses,

1) Untersuch. über Muskel-Arbeit. 1867. S. 26 u. f.

meinen Erfahrungen zufolge, von der Minderung der Elasticität des ruhenden Muskels herleiten, denn die aufzuwendende Energie ist die gleiche, beim belasteten und überlasteten; nur verwendet er sie im ersten Falle zur Bewegung des schon äquilibrirten Gewichtes, im zweiten Falle zur Spannung seiner Fasern bis zur Höhe, die gleich ist dem zu hebenden Gewichte. Die Bedingungen sind sogar beim belasteten Muskel günstiger: denn im Anfange der Contraction hilft ihm die, durch kleine Kraft beschleunigte, grosse Masse. Er verhält sich anfänglich wie ein Muskel, welcher kleine Lasten und damit verbundene äquilibrirte Masse zu bewegen hat. [1]) Es entstehen die »Wurfhöhen«, welche die Gleichgewichtshöhen (»Hubhöhen«) übertreffen.

In der That findet man, bei Anwendung nicht zu grosser Gewichte, die Belastungen über das Niveau der Ueberlastungen gebracht.

Es verdient übrigens hervorgehoben zu werden, dass der Fall einer Bewegung äquilibrirter Massen, nebst kleinem Uebergewichte durch meine Versuchsanordnung nicht verificirt ist. Mein Hebel mit Zeichenstift ist nicht äquilibrirt, sondern dehnt den Muskel mit der Intensität eines Gewichtes von 20 Gr. Er ist viel leichter, als das Hebelsystem an einem *Helmholtz*'schen Myographion.

Die nächste Figur zeigt eine derartige Leistung.

Fig. 23.



Triceps-Muskel des rechten Schenkels eines mässig ermüdeten Frosches, bei periodisch wechselnder Ueberlastung (20 b) und Belastung (20 a) mit 20 Gramm. Reizintervalle 4 Secunden.

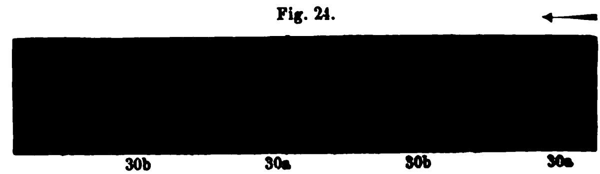
Das folgende Arbeitsstück, welches gleichzeitig mit dem vorstehenden, vom 2ten Muskel des Doppelpräparates vollbracht

---

1) *Fick* l. c. S. 58.

worden, während ihm 30 Gr., abwechselnd als Ueberlastung und als Belastung überlassen wurden,

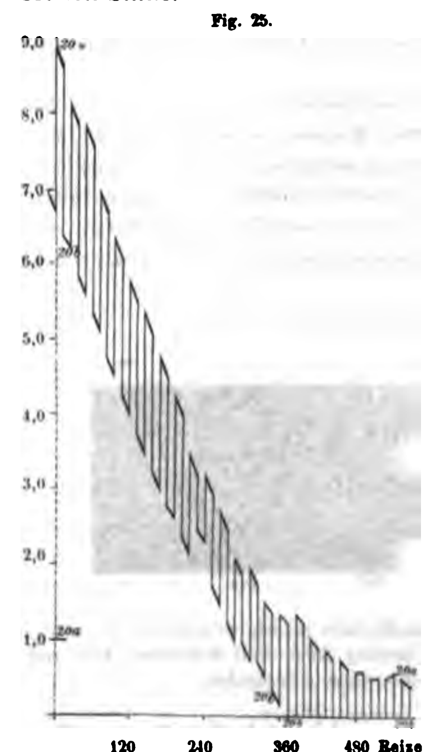
Fig. 24.



Triceps-Muskel des linken Schenkels eines mässig ermüdeten Frosches, bei periodisch wechselnder Belastung (30 a) und Ueberlastung (30 b) mit 30 Gramm. Reizintervall 4 Secunden.

zeigt die Differenzen der beiden Arbeitseffecte im entgegengesetzten Sinne.

Fig. 25.



Die zu jedem Wechsel der Lastungsart verwendete Zeit von 24 Secunden vermag dem Muskel, für je 1 grössere Zuckung Kraft zu geben.

Den Gesammtarbeitsgang, welchem die Probe (Fig. 24) entnommen ist, hat das Schema Fig. 21 dargestellt, den skizzirten Arbeitsverlauf des anderen Muskels, dem wir Fig. 23 verdanken, giebt die folgende Zeichnung wieder. Die entsprechenden Ermüdungslinien für 20 Gr. Belastung (20 a) und 20 Gr. Ueberlastung (20 b) verlaufen annähernd geradlinig und ziemlich parallel, abgesehen von einigen ungesetzmässigen Hebungen oder Senkungen der Zacken, welche von kleinen Versuchsstörungen herrühren, und wiederum mehr die a Linie, als die b Linie treffen.

Die mittlere Ermüdungsdifferenz der Belastungsreihe:

$D_{20\,a}$ ist $= 0{,}0230$, diejenige der Ueberlastungsreihe:

$D_{20\,b}$ $= 0{,}0204$.

Die anfängliche Dehnung durch 20 Gr. ist (gleich 1,0) an der Ordinaten-Linie angegeben. Die wesentliche Ablenkung der *a* Linie von dem geradlinigen Wege erfolgt nicht in dieser Höhe, sondern schon etwas höher, etwa bei 1,3, gerade an der Stelle, an welcher die *b* Linie in die Abscisse sinkt. Es beweist uns dieser Umstand, dass eine Nachdehnung um 0,3 Mm. stattgefunden hat, ohne dass die Elasticität des Muskels merklich unter derselben gelitten hätte.

In der That stimmen die von $y_1 = \delta = 1{,}3$ ab berechneten Werthe von y (d. h. die mittlern Werthe einer Zuckungsdekade) mit den gefundenen recht gut überein:

Gefunden:	1,3	1,325	0,95	0,8	0,65	0,6	0,5	0,525	0,45
Berechnet:	–	1,1	0,93	0,8	0,69	0,6	0,53	0,48	0,43

Wer unvermuthet diese Figur ansähe, könnte zu der Vermuthung kommen, die Ursache des flacheren Abfalls der *a* Linie sei die Ruhe, welche der überlastete Muskel pflegt, während die Reizungsperioden an dem auf die Stütze gesenkten Organe vorbeiziehen. Aber wenn wir nicht schon aus dem elektrischen [1]) und thermischen [2]) Verhalten des Muskels wüssten, dass die Ruhe nur eine äusserliche ist, so würde uns der Gang der Ermüdungslinie des belasteten Muskels überzeugen, dass die Anstrengung und Ermüdung des Muskels ganz die gleiche ist, ob er die Last bewegt oder nur an derselben sich spannt.

Die Uebereinstimmung dieses Befundes mit der *Leber*'schen Anschauung von der Ursache der Ermüdung [3]), ist aber nur scheinbar, denn die Ermüdung ist keine Function der Spannung, ebensowenig wie der Belastung, sondern nur abhängig von der Zahl der wirksamen Impulse. Auch für diesen Satz finden wir wieder eine Bestätigung in der hyperbolischen Linie, welche denselben Verlauf nimmt, als wenn der Muskel, stets mit 20 Gr. belastet in 4secundigen Intervallen sich contrahirt hätte.

---

1) *du Bois-Reymond*. l. c. Bd. II. Abthlg. 1. S. 66.

2) *Heidenhain*. Mechanische Leistung, Wärmeentwickelung und Stoffumsatz bei der Muskelthätigkeit. 1864. S. 109.

3) l. c. S. 29.

Bekanntlich[1]) nehmen mit der Ermüdung auch die maximalen Spannungshöhen des Muskels ab, was wir an den Erscheinungen der verringerten, elastischen Nachwirkung schon oben bemerkt haben. Wenn die Ermüdung Function der activen Spannung wäre, so müsste die Ermüdungsdifferenz nicht nur durch den stetig zunehmenden Antheil der hilfreichen, elastischen Kräfte, sondern auch noch durch die gradatim abnehmenden Spannungshöhen retardirt werden.

Die Wurfhöhen, welche wir bei Fig. 23 besprochen haben, verschwinden bei etwas vorgeschrittener Ermüdung. Sie sind, wie es scheint, von der Schnelligkeit abhängig, welche der aufsteigende Theil der Muskelcurve in dem Momente besitzt, wo das volle Gewicht seine hauptsächliche Beschleunigung erfährt.

Durch bedeutendes Gewicht wird der ganze Gang der Curve erheblich verlangsamt (*Helmholtz*, *Marey*, *Kliünder* ll. cc.)

Ebenso, wie über den Anfangstheil des Zuckungsverlaufes durch die Wurfhöhe einige Nachricht gegeben wird, manifestirt sich auch der Charakter des Endtheiles einigermassen durch die Ueberdehnungen, welche der Muskel durch das fallende Gewicht erfährt.

Man kennt längst die elastischen Nachschwingungen am Ende der Muskelcurve, welche darauf hinweisen, dass der Muskel durch das fallende Gewicht über seine Gleichgewichtslage gedehnt wird, um nach einigen Schwingungen in dieselbe zurückzukehren.

Kliünder hat auch dieser Erscheinung einen kleinen Abschnitt (B) gewidmet. Er zeigt, dass die Fallgeschwindigkeit des Gewichtes, an der Stelle, wo es in das Elasticitäts-Gebiet des sich dehnenden Muskels geräth, abzunehmen beginnt, dass aber dann die Curve bis »unter die Abscissenaxe hinunterreicht.« »Man bekommt stets eine solche Curve, wenn man keine zu schwere Belastung angewendet, und unterlassen hat, den Muskel vorher stark auszudehnen.« Anderenfalls bleiben, wie es die meisten Autoren angeben, die Wellen über dem Niveau der Abscissenlinie.

Er weist auch nach, dass dieselben Schwingungen erscheinen, wenn man ein mässiges Gewicht, welches mit dem

---

1) *Helmholtz* l. c S. 325.

nicht unterstützten, unbelasteten Muskel durch einen biegsamen Faden verbunden worden, von der präsumtiven Höhe der Zukkungen fallen lässt.

Dem ganz analog habe ich bei den meisten meiner Belastungsversuche, bei welchen ich es vermieden hatte, dem zeichnenden Muskel eine prophylaktische Stütze anzubringen (vergl. Taf. IV) die angegebene Erscheinung recht exquisit erhalten. Diese Ueberdehnungen, von denen Fig. 11 beiläufig eine Probe gegeben hat, können eine Länge von mehr als 2 Mm. erreichen, und nehmen mit der Höhe der Contractionen ab, aber keineswegs proportional, sondern meist langsamer als jene.

Einfache Zuckungshöhen können also darüber Aufschluss geben, in welchem Stadium der Ermüdung der sich verlängernde Muskel das fallende Gewicht so weit verzögert, dass es mit unmerklicher Geschwindigkeit seine Dehnung vollendet. Fig. 11 und 12 enthält je 3 Zuckungshöhen, welche sämmtlich nahe gleich gross sind, sich aber dadurch wesentlich unterscheiden, dass die ersten beträchtlich (1 Mm.) unter die Abscisse verlängert sind, die anderen dieselbe nur erreichen. Dass es sich hier nicht um eine Starrheit des Muskels handelt, die dem fallenden Gewichte keine Dehnung gestattet, habe ich, obwohl es aus anderen Erscheinungen zu erschliessen war, durch directen Fallversuch nachgewiesen.

Nicht nur von der Zuckungshöhe und der Ermüdung sind die Ueberdehnungen abhängig, sondern auch von der Erregungsgrösse.

Bei gleicher Intensität der reizenden Inductionsströme, deren Richtung nur verschieden wirksam war, vollbrachte ein Muskel die Contractionsreihe, von welcher ein Stück hier folgt:

Der Muskel hatte etwa 100 Contractionen

Fig. 26.

Mässig ermüdeter Muskel, mit 20 Gr. Belastung, in Intervallen von 6 Secunden durch untermaximale Reize erregt. Die grossen Zuckungen entsprechen aufsteigender, die kleinen absteigender Stromesrichtung.

gemacht, bevor er in das Stadium trat, in welchem er seine umstehende Leistung zu Papier brachte. Im Beginn seiner Arbeit differirten die beiden Zuckungshöhen um 1,3 Mm., während die Ueberdehnungen gleiche Länge hatten; aber schon vor der 200sten Zuckung sind die kleineren Ueberdehnungen verschwunden, während die grösseren bis über die 500ste andauern, selbst bei Zuckungswerthen, welche geringer sind als die kleinsten auf unserer Figur verzeichneten.

Während bei stets gleicher Reizintensität die kleineren Contractionen, welche wenig wirksamer Stromesrichtung entsprechen, an Dauer mehr zuzunehmen scheinen, als die grösseren, stärker wirksamer Stromesrichtung, zeigen die Zuckungen, deren Höhendifferenz durch beträchtlichen Unterschied der Stromintensität verursacht wird, ein entgegengesetztes Verhalten.

In einem Versuche, dessen Illustration unten (s. Fig. 30) folgen wird, fiel bei periodisch abwechselnden, maximalen und submaximalen Reizen die Linie der Ueberdehnungen, trotz bedeutender Verschiedenheit der Zuckungshöhen, als eine ungebrochene Curve, mit beschleunigter Geschwindigkeit der Abscisse zu, und schliesslich waren die Ueberdehnungen, nach den starken Contractionen kleiner, als diejenigen nach den schwächeren.

Aus den mitgetheilten Beobachtungen kann mit Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, dass der ganz frische Muskel sich schneller verlängert als das Gewicht fällt.

Aus der mannigfachen Abwandelung, welche die Grösse der Ueberdehnungen mit den verschiedenen Reizzuständen des Muskels erleidet, ohne dass eine stricte Abhängigkeit von der Grösse der Zuckungshöhe nachzuweisen wäre, darf man folgern, dass auch der absteigende Theil der Zuckungscurve nicht pure den freien Kräften des fallenden Gewichtes zu danken ist, sondern, dass in den meisten Fällen das Gewicht vielfach aufgehalten wird, manchmal aber, besonders im Anfange der Contractionenreihe den Muskel erst erreicht, wenn dieser schon seine Gleichgewichtslage eingenommen hat. Auch *Klünder* hat bei vergleichenden Versuchen gefunden, dass zuweilen die Curve des am thätigen Muskel befestigten Rahmens schneller sank, als die Curve der am ruhenden Muskel abfallenden Last, was offenbar nur beweisen kann, dass der ungedehnte, unthätige Muskel dem fallenden Gewichte grössere Widerstände entgegen-

setzt, als der thätige. Ebenso hat *Fick*[1]) gezeigt, dass ein durch Momentanreiz gespannter Muskel viel rascher erschlafft, als der verkürzte sich dehnt.

Diese beschleunigte Verlängerung des kräftigen Muskels deutet darauf hin, dass durch schnelle Contraction, derselben entgegen wirkende, elastische Kräfte in Thätigkeit gesetzt werden, welche beim schwerbeweglichen, ermüdeten Muskel sich nicht mehr geltend machen können. Aber man muss festhalten, dass nicht der Umfang, sondern die Geschwindigkeit der Zuckung das wesentliche Moment für eine beschleunigte Verlängerung ist.

Von grösserer, praktischer Wichtigkeit, als die ersten, sind die letzten Zuckungen der Ermüdungsreihe des belasteten Muskels. Während im ersten Falle die lebendigen Kräfte ihr wechselvolles Spiel treiben, sind am Ende die stabilen, elastischen Kräfte wesentliche Helfer der matten Muskeln.

Von welcher Richtung auch immer die Ermüdungslinien des belasteten Muskels einlaufen, ob sie divergirende Curven verschiedener Zeitintervalle gewesen sein mögen, ob parallele Linien verschiedener (ursprünglich) Ueberlastungsgewichte oder Belastungsgewichte, ob sie von hoher, oder niederer Anfangshöhe, steil, oder flach absteigen, — alle vereinigen sich an der Asymptote der Ermüdungshyperbel, wobei natürlich vorausgesetzt wird, dass als Asymptote stets die Dehnungslinie des ruhenden Muskels für das gehobene Gewicht gilt.

Der Muskel, welcher vermöge seiner Elasticität dem dehnenden Gewichte stets die reciproke Kraft entgegensetzt, kann aus seinem Gleichgewichte, durch die leisesten Anstösse, um ein Geringes gebracht werden. Er verhält sich eben, wie ein unbelasteter. Belege für diese Ansicht bieten: 1) Fig. 6 mit den convergenten Endtheilen der Curve verschiedener Intervalle, dem entsprechend die Probe, Fig. 14 mit dem unmerklich gewordenen Einflusse der Erholungsdauer; 2) Fig. 16, dessen zweiter Theil in der unteren Treppenlinie den Ermüdungsverlauf bei alternirender Belastung von 20 und 40 Gr. darstellt, in der oberen, zackigen, die zugehörige Dehnungscurve.

Die Zuckungshöhe correspondirt in dem letzten Beispiele (Fig. 16) völlig mit der schwankenden Ruhedehnung. Steigen die Dehnungslinien mit grösseren Gewichten auf, eine zuneh-

---

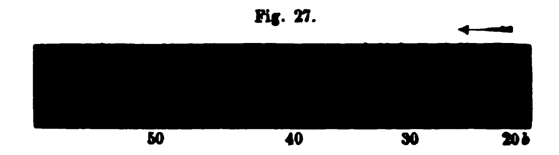
1) *Pflüger's* Archiv f. Physiol. 1871. S. 212.

mende Verlängerung anzeigend, so bekunden die nächsten, sich senkenden Abschnitte der Dehnungscurve minderer Gewichte eine zunehmende, passive Verkürzung. Hiermit übereinstimmend sind die Hubhöhen kleiner Gewichte herabgedrückt; übertreffen die vorhergehenden der grossen zuerst wenig, oder gar nicht, nehmen aber dann auch nicht merklich ab, (zuweilen sogar zu). Die nachfolgenden Hubhöhen grossen Gewichts sind aber wieder von denen des kleinen, durch eine Stufe getrennt, deren Höhe erst allmählig, mit dem Umfange aller Contractionen abnimmt, bis endlich alle Unterschiede sich verwischen.

Der Anfang in Fig. 18 giebt dieselben Verhältnisse, in etwas anderer, durch die vorausgegangenen Belastungen modificirter Form wieder. Die in der Ueberlastungsperiode beträchtlichen Differenzen der Hubhöhen mit den Gewichten 20 Gr. und 30 Gr., werden jenseits der Dehnungshöhe ganz gering. Eingeschobene Ruhepausen heben ein Weniges die Contractionsfähigkeit.

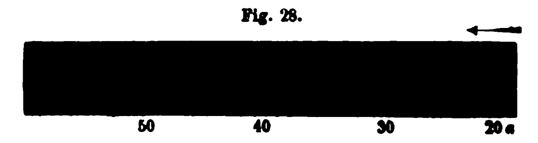
Folgende 2 Figuren mögen noch einmal den unterschiedlichen Einfluss der Ermüdung bei überlasteten und belasteten Muskeln in Evidenz setzen.

Fig. 27.



Ermüdeter Muskel, mit 20, 30, 40, 50 Gr. successive überlastet, bei Reiz-Intervallen von 6 Secunden.

Fig. 28.



Ermüdeter Muskel, mit 20, 30, 40, 50 Gr. successive belastet, bei Reiz-Intervallen von 6 Secunden.

Beide Proben stammen von demselben Muskel, welcher, nachdem seine Arbeitskraft zum Heben von 20 Gr. Ueberlastung nicht mehr ausreichte, die vorher gebrauchten Gewichte als Belastung empfing. In Fig. 27 sehen wir mit wachsenden Ge-

wichten die Zuckungshöhen von beträchtlichen Werthen auf 0 sinken; in Fig. 28 die Dehnungen mit den Gewichten zunehmen, aber die Zuckungshöhen sich nur wenig ändern. Ein besonderer Fall von diesem allgemein gültigen Verhalten ist die von *Hermann*[1]) beobachtete Constanz der minimalen Reizwerthe, welche erforderlich sind, um in weiten Grenzen wechselnde Belastungen ein ausserordentlich kleines Stück ($\frac{1}{100}$ Mm.) zu heben. Die Arbeitswerthe der Producte, welche als Höhen-Factor die Zahl $\frac{1}{100}$ haben, sind schon an und für sich sehr klein, selbst bei erheblichen Gewichten; da aber die Elasticität, auch wenn sie nicht als vollkommen angenommen würde, von der Gesammt-Arbeit: $\frac{p}{400}$ nur einen sehr kleinen Theil der Energie des Muskels überliesse, so wird das Resultat, auch ohne die Beschränkung auf den minimalen Reiz, welcher den Elasticitätsmodulus intact lassen soll, erklärlich sein.

Nachdem wir jetzt erkannt haben, dass unter der Voraussetzung stets constanter Elasticität die Ermüdungsgesetze, in jeder Phase des Verlaufes ihre volle Gültigkeit behalten, wäre es noch erwünscht, direct zu zeigen, dass die beiden Factoren, welche hauptsächlich den Endtheil der Ermüdungscurve in variablem Verhältnisse beeinflussen, auch gesondert ausgeschlossen werden können.

Wir wissen, dass die Ermüdung, bei jedem Intervall, bei jeder (normalen) Lastung, proportional der Zahl der Reize abnimmt. Wir haben also dehnende Einflüsse während der Arbeit niemals gänzlich ausgeschlossen, und in der That haben irgend erhebliche Gewichte ihre Spannungs-Wirkungen störend eingemengt. Es wäre eine letzte Consequenz des aufgestellten, ersten Gesetzes, dass ein Muskel, welcher durch einige Anfangszuckungen die Grösse seiner Ermüdungsdifferenz für das angewendete Reiztempo zu erkennen gegeben, völlig frei, in beliebigem Tempo weiter gereizt, nach einer bestimmten Zahl von Reizen in dem Ermüdungsstadium gefunden werde, welches ihm zukäme, wenn er die Anfangsarbeit fortgesetzt hätte. Nach der Arbeitsprobe wiederum leer gereizt, bis nahe zur Erschöpfung, müsste er seine elastischen Eigenschaften intact erweisen,

1) Ueber das Verhältniss der Muskelleistungen zu der Stärke der Reize. *Reichert's* und *du Bois-Reymond's* Archiv f. Anat. u. Physiolog. 1861. S. 362.

durch gleichmässige Hebung jeglichen Gewichtes auf minimale Höhen.

Ein nach ähnlichem Plane behandelter Muskel (in 5 secundigen Intervallen gereizt) ergab mir folgende Werthe: (Die Indices an den y bezeichnen die Ordnungszahlen der entsprechenden Zuckungen).

Für 20 Gr. b. $y_1 = 9{,}68 - y_{50} = 9{,}0$, $D = \frac{9{,}68 - 9{,}0}{50} = 0{,}0126$

0 Gr. $y_{51} - y_{400}$, also $D = \frac{9{,}0 - 4{,}0}{350} = 0{,}0143$

20 b $y_{401} = 4{,}9 - y_{500} = 2{,}2$, $D = \frac{4{,}0 - 2{,}2}{100} = 0{,}018$.

Schliesslich hebt der sehr ermüdete Muskel 40 Gr. auf 0,25 Mm.
20 Gr. 0,25
5 Gr. 0,25

Die Dehnung durch diese Gewichte beträgt: $\delta_{40} = 1{,}4$ Mm.
$\delta_{20} = 0{,}75$

Während dieser Zeit hat der analoge, zweite Muskel des Doppelpräparates mit 20 und 40 Gr. Lastung gearbeitet. Seine Anfangsdehnung durch 20 Gr. δ_{20} war $= 1{,}1$ Mm.

Aus seiner Arbeitsreihe resultiren folgende Werthe:

20 b $y_1 = 9{,}38 - y_{50} = 8{,}0$, $D_{20\,b} = \frac{9{,}38 - 8{,}0}{50} = 0{,}0276$, $\delta_{20} = 1{,}1$ bis 1,2

20 a $y_{51} = 9{,}5 - y_{145} = 6{,}85$, $D_{20\,a} = \frac{9{,}5 - 6{,}75}{95} = 0{,}0289$, $\delta_{20} = 1{,}5$ bis 1,62

40 a $y_{146} = 5{,}5 - y_{245} = 3{,}13$, $D_{40\,a} = \frac{5{,}5 - 3{,}13}{100} = 0{,}0237$, $\delta_{40} = 2{,}62$ bis 3,13

40 a $y_{246} = 3{,}13 - y_{335} = 1{,}75$, $D_{40\,a} = \frac{3{,}13 - 1{,}75}{90} = 0{,}0153$, $\delta_{40} = 3{,}13$ bis 3,23

Schliesslich hebt der erschöpfte Muskel 40 Gr. auf 0 Mm., $\delta_{40} = 1{,}4$ Mm.
20 Gr. 0 $\delta_{20} = 0{,}9$
5 Gr. 0,1

Die Elasticität ist sehr unvollkommen geworden, der Muskel bewahrt mit teigiger Zähigkeit die einmal angenommene Form.

Man kann demnach wirklich die Energie des Muskels für sich ermüden, und ebenso, gesondert, die Elasticität abstumpfen. Dies Letztere ist schon von vielen Beobachtern erwähnt worden.

Bisher haben wir, bei Prüfung unserer Gesetze, nur maximale Reize in Betracht genommen, um die Bedingungen nicht

mehr, als nothwendig, zu compliciren. Der lebende Organismus arbeitet aber nur mit sehr geringen Reizstärken, und es wäre daher höchst interessant, die Gültigkeit der Thesen auch für schwächere Reize zu erweisen. Einige Versuche, welche ich in dieser Richtung angestellt habe, haben ergeben, dass der proportionale Ermüdungsabfall auch unter solchen Umständen, welche das Zuckungsmaximum ausschliessen, zu Stande kommt. Die Resultate werden aber störend beeinflusst, durch die, bei untermaximalen Reizen gewöhnliche Verschiedenheit in den Wirkungen der beiden Stromesrichtungen.

Die folgende Fig. 29 giebt eine Probe des Ablaufes solcher Zuckungsreihe. Die höheren, aufsteigenden Strömen entsprechenden Zuckungen haben einen flacheren Ermüdungsabfall, als die kleineren (absteigender Ströme).

Die Reihe der ersteren hat:

$D = 0,005$; erste Zuckung $y_1 = 5,5$,

diejenige der letzteren, die Differenz

$D = 0,012$, $y_1 = 4,0$.

Nachdem die schwachen Reize unwirksam geworden, veranlassen maximale anfängliche Zuckungshöhen von 4,5 Mm. Höhe, welche mit der Differenz 0,02 abnehmen.

Von der entsprechenden Ermüdungsreihe des anderen, mit 20 Gr. belasteten Muskels ist schon früher, zu anderen Zwecken, in Fig. 26 ein Stück dargestellt worden.

Fig. 29.

Mässig ermüdeter Muskel, mit 20 Gr. Ueberlastung, in Intervallen von 6 Secunden durch untermaximale Reize erregt. Die grossen Zuckungen entsprechen aufsteigender, die kleinen absteigender Stromesrichtung.

Die Ermüdungsdifferenz dieser Zuckungsreihe beträgt:

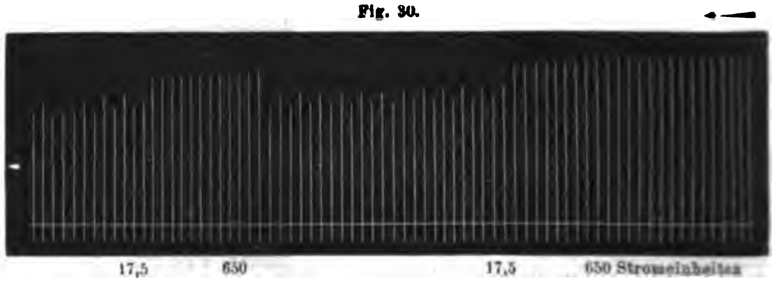
bei aufsteigenden Strömen $D = 0,007$, $y_1 = 6,25$,
bei absteigenden Strömen $D = 0,012$, $y_1 = 4,9$,
schliesslich bei Maximalreizen $D = 0,02$, $y_1 = 5,0$.

Bemerkenswerth ist, dass die Ermüdungslinie bei absteigenden Strömen, trotzdem der Muskel belastet ist, auch im letzten Stadium sich nicht mit derjenigen, durch aufsteigende Ströme gewonnenen vereinigt, sondern früher in der Abscissen-Axe endet. Dies bedeutet eine Abnahme der Erregbarkeit, welche den Muskel schliesslich für die schwächer wirkende Richtung gänzlich unempfindlich macht.

Dieses Verhalten beobachtete ich auch in einem anderen Experimente, in welchem maximale und submaximale Reize, in periodischem Wechsel einander folgten. — Es fielen die maximalen Zuckungen mit der mittleren Differenz $D = 0,03$,
die submaximalen mit der mittleren Differenz $D = 0,027$.

Schliesslich nahm die Curve der ersteren den normalen, hyperbolischen Verlauf, während diejenige der letzteren, nur schwach concav in die Abscissenaxe sank. Es verschwanden die Zuckungen auf schwache Reize gänzlich, als die stärkeren noch etwa 1 Mm. hoch waren. — Ein Stück aus dem anfänglichen Verlaufe giebt das folgende Facsimile.

Fig. 30.



Frischer Muskel, mit 20 Gr. belastet, abwechselnd mit maximalen und untermaximalen Reizen erregt. Intervall 4 Secunden.

Ein Stück aus dem Endverlaufe stellt die nächste Figur dar.

Fig. 31.

17,5 650 17,5 Stromeinheiten

Ermüdeter Muskel, mit 20 Gr. belastet, abwechselnd mit maximalen und untermaximalen Reizen erregt. Intervall 4 Secunden.

Die höheren Zuckungen, im Beginn der Periode maximaler Reize rühren nicht etwa, wie es den Anschein hat, von längerer, kurz zuvor gewährter Ruhe, sondern sind dem eigenthümlichen Zustande zuzuschreiben, dass schwächere Reize, wenn sie keinen erheblichen Effect mehr haben, nicht ermüden; wie es maximale Reize thun, auch ohne mechanische Wirkung zu äussern. Es verhält sich der mit unwirksamen Reizen behandelte Muskel fast wie ein ruhender.

Der Wunsch war naheliegend, zu untersuchen, ob die Muskeln des lebenden Thieres denselben Gesetzen gehorchen, welche wir an den ausgeschnittenen kennen gelernt haben. Zwei grössere Versuchsreihen habe ich an lebenden, unversehrten Fröschen ausgeführt.

In der Mitte des Fersentheiles der zwei Froschfüsse wurden Schlingen befestigt, welche in Fäden zu den Zeichenhebeln ausliefen. Oeffnungsinductionsströme, von jedesmal wechselnder Richtung, und meist, wenigstens am Ende jeder Versuchsreihe, maximal, reizten in regelmässigen Intervallen (gewöhnlich von 4 Sec.) die Schenkel, deren Gastroknemien die gebotene Arbeit übernahmen.

Diese Experimente entsprachen im Allgemeinen, soweit es die unsichere Befestigung und die normale Beschränkung der Contractionsgrössen zuliessen meiner Erwartung:

Bei gleichen Bedingungen war die Ermüdungscurve eine gerade Linie. Die Ruhepausen gewannen erst mit vorschreitender Ermüdung einen merklichen Einfluss auf die Zuckungshöhe, und verloren denselben wieder, wenn die sehr kleinen Zuckungen weit in das Elasticitätsgebiet gelangt waren.

Der linke Gastroknemius eines Frosches vollbrachte am ersten Arbeitstage (Februar 1870), mit 20 Gr. Belastung, während 1½stündiger Thätigkeit 740 Zuckungen (maximale 6,3 Mm.), welche ihn fast vollkommen erschöpften.

Der ganze Frosch vermochte sich, freigelassen, nicht selbstständig zu bewegen. Nach 21 Stunden war er noch sehr lahm, brachte, wieder angespannt, nur geringere Maximalzuckung zu Stande (4,8 Mm.), und verbrauchte seine Leistungsfähigkeit durch 330 Zuckungen fast gänzlich.

Nach zwei Ruhetagen war seine Maximalzuckung 4,3 Mm. hoch; 420 Contractionen reducirten sie auf 0,2 Mm. Das Thier war nach dieser Anstrengung zusammengesunken, wie ein curaresirtes. 24stündige Ruhe schaffte ihm wenig Erholung. Erneute Arbeit (die 4te Reihe, am 5ten Versuchstage) förderte nur 250 Hebungen, deren grösste 2 Mm. betrug. Es ist dabei noch in Anschlag zu bringen, dass die Zuckungshöhen, insoweit sie der als Hebel wirkende Fuss vergrössert aufzeichnen liess, nicht reducirt sind.

Bemerkenswerth ist, dass die Minimalzuckungen im Beginne der ersten 3 Arbeitsreihen bei ziemlich gleicher Reizstärke auftraten. Erst am letzten Tage muste diese etwas gesteigert werden.

Im frisch, mikroskopisch untersuchten, linken Gastroknemius fanden sich, besonders am Sehnenende, einzelne Muskelbündel, welche Veränderungen zeigten, wie sie *du Bois-Reymond*[1]) an Fasern aus unbeweglich gespännten, tetanisirten Gastroknemien beobachtet hat: Einige Fibrillen enthielten feinkörnige, oder krümlige Massen, während bei anderen nur die Querstreifen verschoben waren. Die meisten hatten ein normales Aussehen bewahrt.

Noch auffallendere Erscheinungen boten die Fasern der Gastroknemien eines anderen Frosches, welcher in ähnlicher Weise wie der vorerwähnte zu erschöpfender Arbeit gezwungen worden war.

Der rechte Gastroknemius hatte an seinem 1sten Arbeitstage, mit 20 Gr. belastet, bei Reizintervallen von 2 bis 6 Sec. 2550 Contractionen ausgeführt, deren grösste 6,0 Mm., deren kleinste 0,5 Mm. hoch war. Am 2ten Tage hob er das Gewicht durch 950 Zuckungen (4,3 Mm. bis 0); am 3ten Tage durch 360 Zuckungen (3,35 Mm. bis 0). Endlich nach 7 Ruhetagen, im frischen Behälter, vermochte er nicht mehr, als 350 kleine Contractionen von 1,0 Mm. bis 0,0 Mm. Höhe zu vollführen. 18 Stunden später fand ich den Frosch in seinem Kasten todt.

Die Muskeln der Unterschenkel waren roth und weich, die des übrigen Körpers blass und steif.

Die in Jodserum gelegten, sogleich mikroskopirten Fasern von den Gastroknemien und Peroneen zeigten an vielen Stellen, ne-

1) l. c. Bd. II. Abth. 1. S. 71.

ben körniger auch wachsartige Degeneration. Der Sarkolemmschlauch erschien an einzelnen Stellen bauchig geschwellt, mit matt glänzender Masse gefüllt. Die Querstreifen waren an vielen Orten verschwunden: ein Bild, wie es *Erb*[1]) geschildert hat. Der 2te Satz, welchen er auf Grund seiner Beobachtungen aufstellt: es gebe pathologisch veränderte Muskeln, in welchen nach dem Tode, auch in unverletzten Fasern die wachsartige Veränderung auftrete, passt auf meinen Fall.

Bei ausgeschnittenen, durch Arbeit erschöpften Muskeln, haben sich ähnliche Veränderungen vergeblich suchen lassen.

Es scheint, dass solche Degeneration in unverletzten, lebenden Muskeln erst nach längerer Dauer der Misshandlung, und consecutiv gestörter Ernährung zu Stande kommt, wenn man nicht durch sehr grosse Lasten, oder Dehnungen das Muskelgefüge gewaltsam ändert.

Professor *Schweigger-Seidel*, mein unvergesslicher, verehrter Freund hat mich seiner Zeit, mit gewohnter Liebenswürdigkeit bei der mikroskopischen Untersuchung der betreffenden Objecte unterstützt.

Schon manche Thatsachen (s. S. 733) sind uns im Laufe dieser Untersuchung begegnet, welche darauf gedeutet haben, dass der Muskel, in Folge der Arbeit, auch in seinem Gefüge sich verändert. Solche Aenderung kann weder durch Ruhe, noch durch Blut sogleich aufgehoben werden. In ihren extremsten Fortschritten wird sie mikroskopisch nachweisbar. Diese Abnützung ist von *Fick*[2]) als Ursache des kleinen Eiweissverbrauches bei der Muskelaction angesehen worden.

Wir wissen ja auch aus Erfahrung, dass nach heftiger, andauernder Anstrengung, die Muskeln oft tagelanger Restitution benöthigen.

Dürfen wir nun die in vorliegender Untersuchung gewonnenen Erfahrungen, als Anhaltspuncte, für das Verständniss von Vorgängen im menschlichen Organismus verwerthen? Sind wir damit der Erledigung der Frage näher gerückt: wie die »so kostbare Muskelarbeit ihre gewinnbringendste Verwendung« finden kann?

1) *Virchow's* Archiv Bd. 43. S. 108 ff.

2) Medicin. Physik. 1866. S. 203.

hafter, einen gegebenen Weg in kleinere Abschnitte mit kürzeren Pausen, als in grössere Abschnitte mit längeren Pausen einzutheilen.«

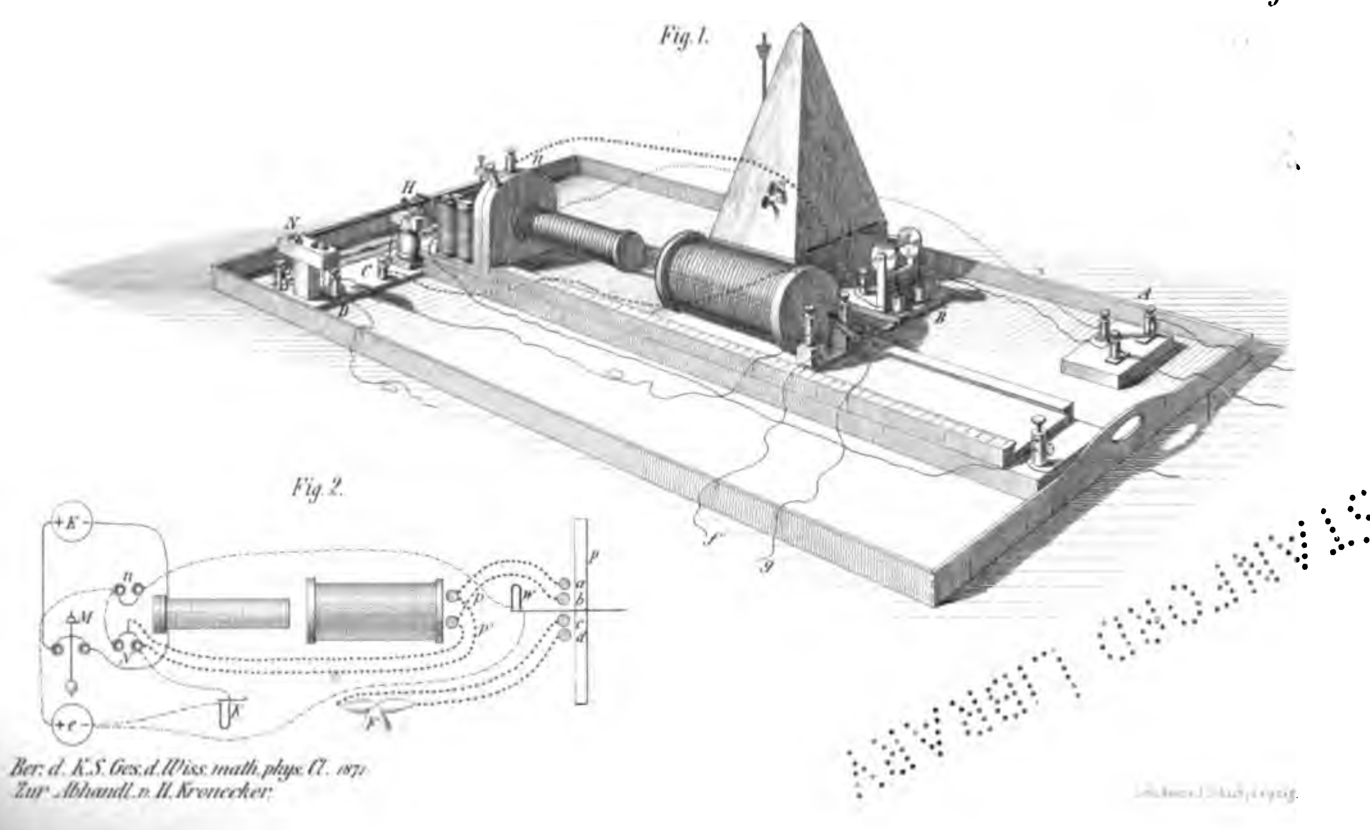
Aus meinen Versuchen haben sich, von den angeführten abweichende Voraussetzungen ergeben. Nach solchen würde es vortheilhafter sein, mit grosser Geschwindigkeit den Marsch zu beginnen und gradatim das Tempo zu mässigen, eingeschaltete Ruhepausen aber so lang zu wählen, dass den auch in ihrem Gefüge etwas mitgenommenenen Muskeln einige Wiederherstellung möglich ist.

Diese spärlichen Beispiele sollen nur dienen, die Möglichkeit einer Verwerthung der gewonnenen Resultate anzudeuten.

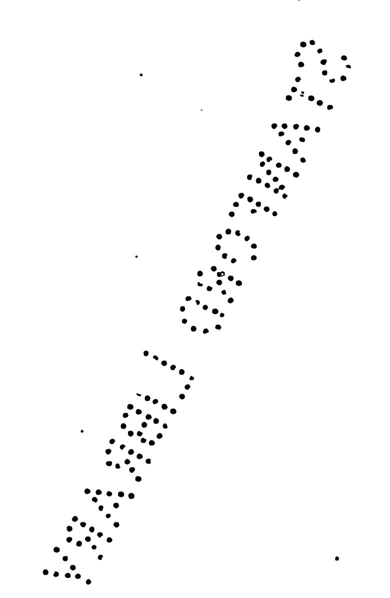
Inwieweit es zulässig ist, die am Frosche gemachten Erfahrungen auf den Menschen zu übertragen, müssen passende Versuche lehren, denn wir wissen, dass bei den verschiedenen Thier-Classen die Dauer der Muskelzuckung und, wie es scheint, auch die Geschwindigkeit der Restitution sehr variirt. — Aus der Beobachtung des lange Zeit hindurch wiederholten, und dabei ausserordentlich häufigen Flügelschlages der Zugvögel wird Niemand, unmittelbar, Regeln für die Bewegung einer trägen Schildkröte ableiten. —

Druck von Breitkopf und Härtel in Leipzig.

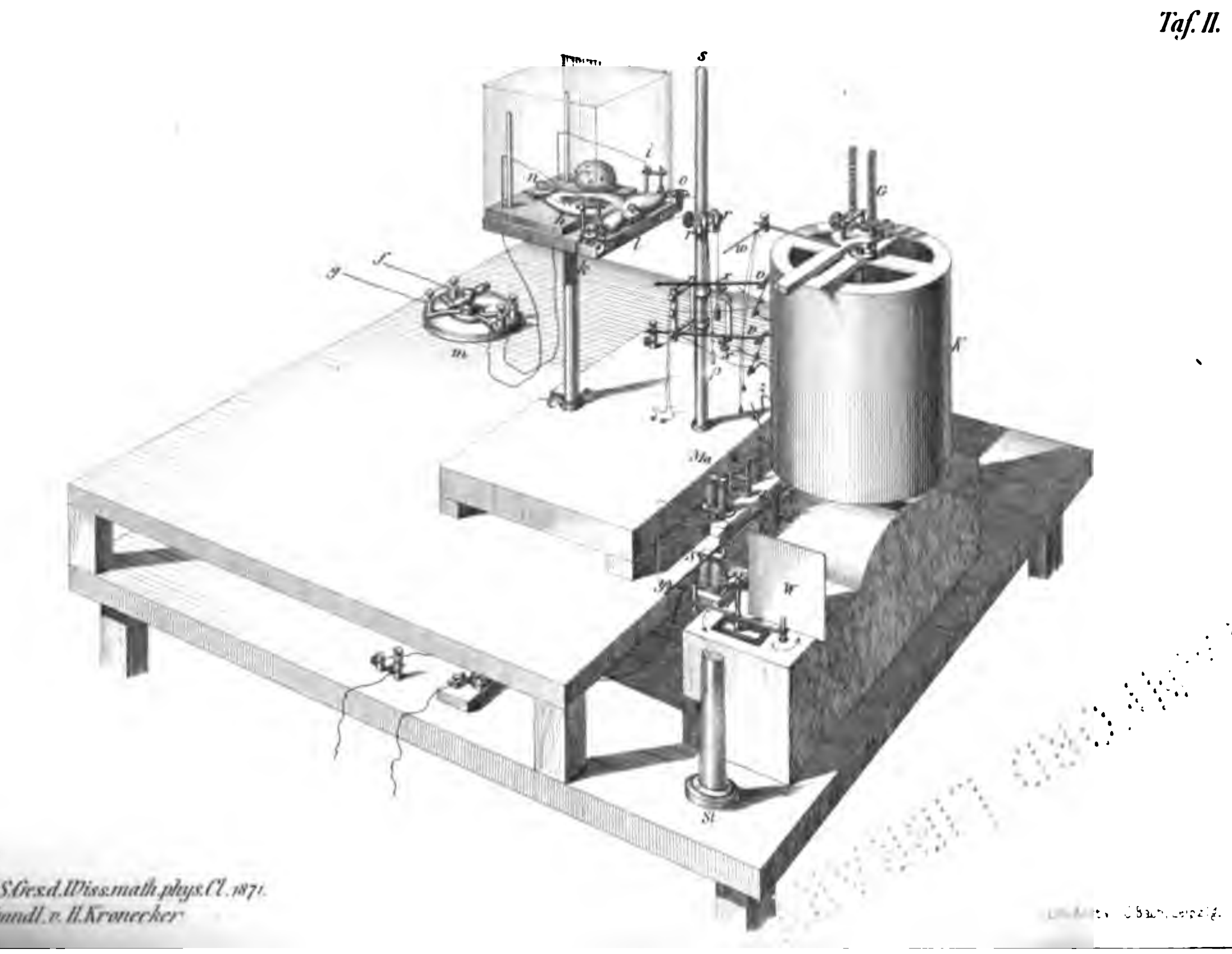
Taf. I.



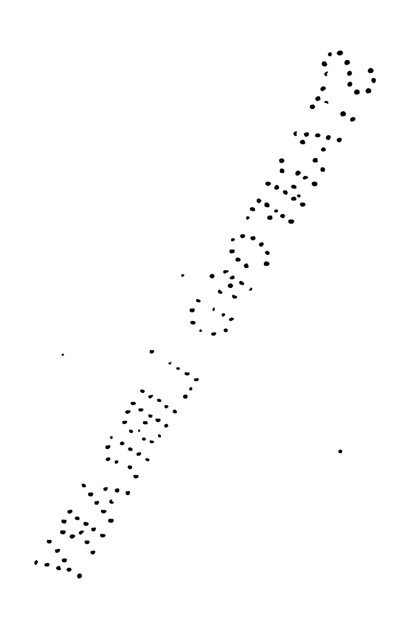
Ber. d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandl. v. H. Kronecker.



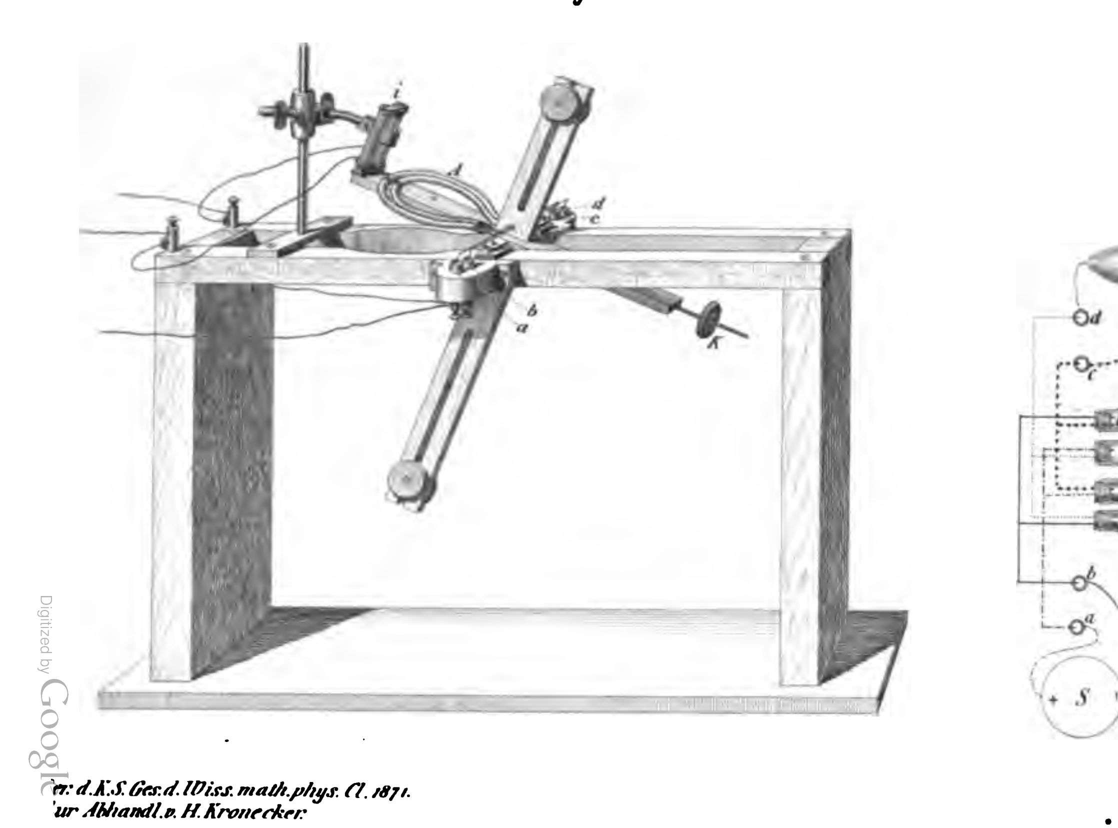
Taf. II.



Ber. d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
Zur Abhandl. v. H. Kronecker



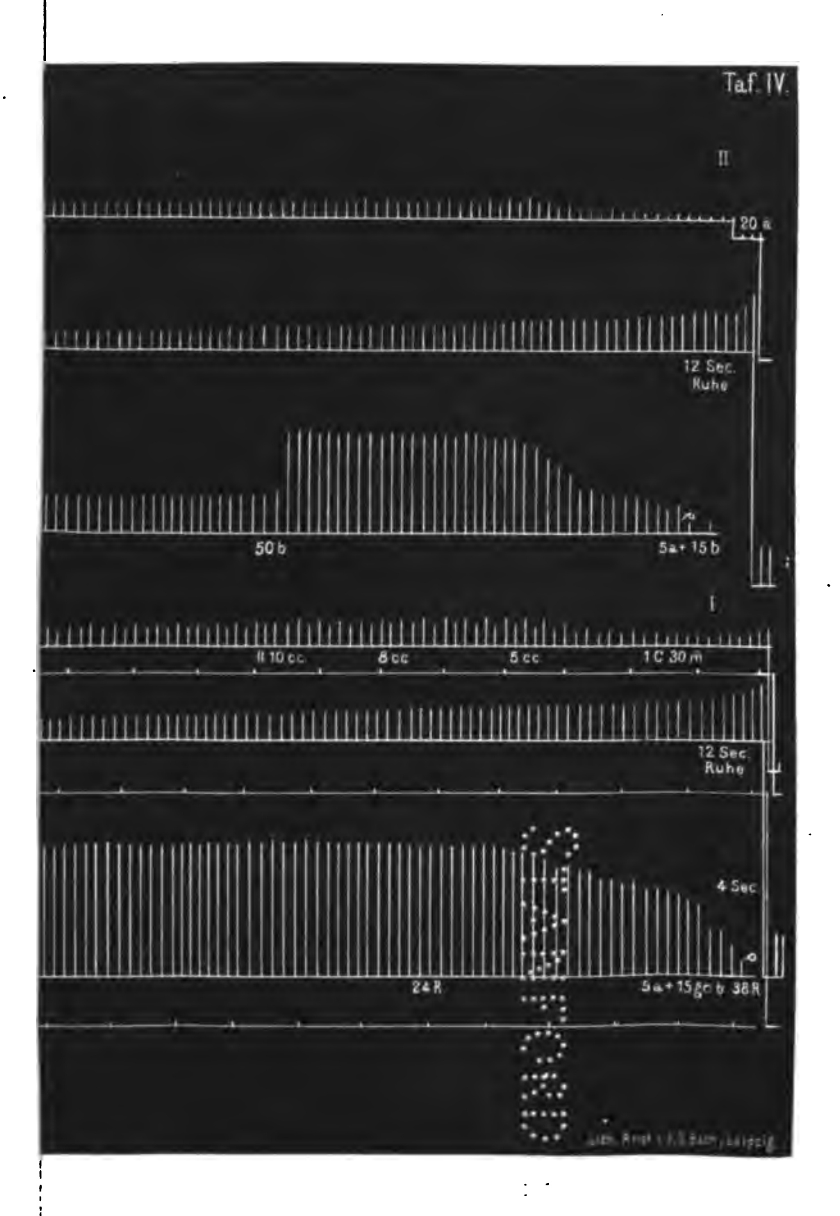
Taf. III.

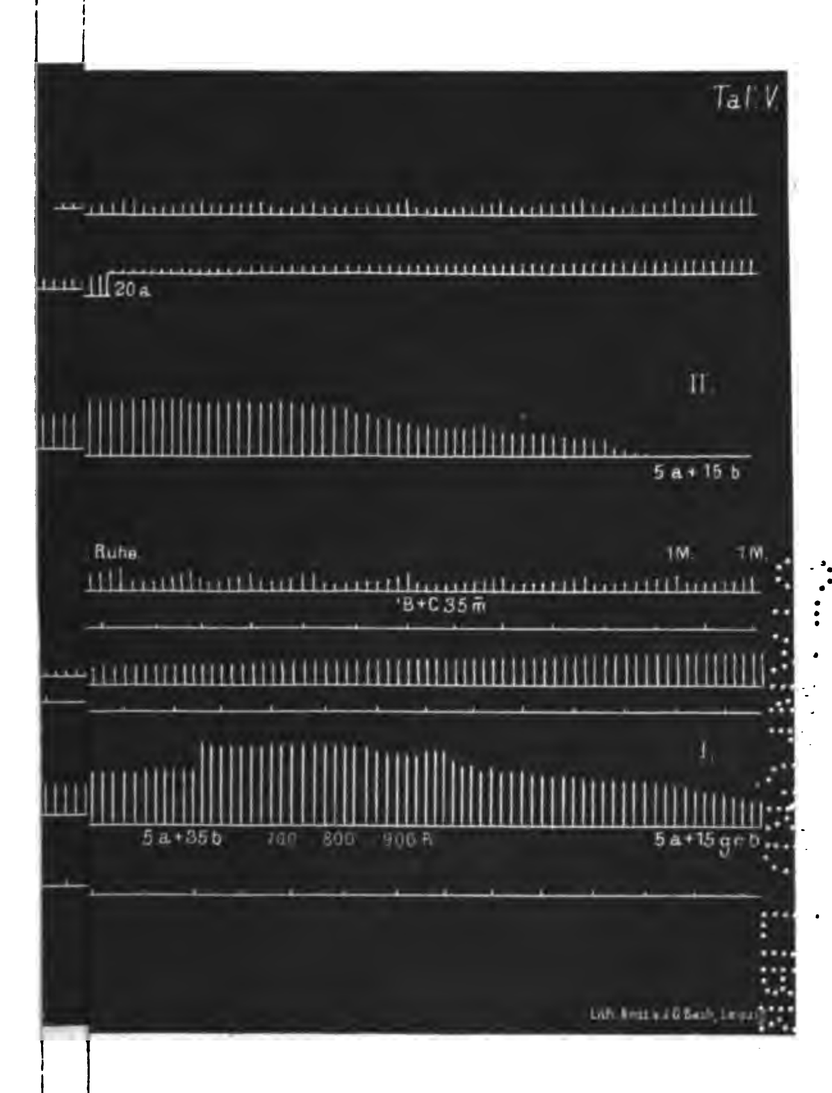


…er. d. K. S. Ges. d. Wiss. math. phys. Cl. 1871.
…ur Abhandl. v. H. Kronecker.

Lith. Anst. v. J. G. Ba… , Leipzig




Taf. IV.
II
20 a
12 Sec.
Ruhe
50 b
5a + 15 b
I
R 10 cc
8 cc
5 cc
1 C 30 m
12 Sec.
Ruhe
4 Sec
24 R
38 R
Lith. Anst. v. F. E. Bach, Leipzig.


Taf. V.
20 a
II.
5 a + 15 b
Ruhe
1 M.
1 M.
B + C 35 m
I.
5 a + 35 b
700
800
900 R
5 a + 15 ge b
Lith. Anst. v. J. G. Bach, Leipzig.




Stanford University Libraries
3 6105 013 075 622


G.E.STECHERT
& Co.
NEW YORK

